Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине

ГЕОМЕТРИЯ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование

(профиль Информатика, Математика)

Разработчик:
доцент каф. геометрии и алгебры,
канд. физ.-мат. н. С.А.Тихомиров

I. Цели и задачи дисциплины.

Цель дисциплины «Геометрия»:

формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых геометрических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными ***задачами*** курса являются:

понимание:

- основных понятий геометрии, таких, как векторное пространство, линейная зависимость, прямая, плоскость, кривая второго порядка, поверхность второго порядка, метрическое пространство, топологическое пространство, непрерывность, гомеоморфизм, кривизна и кручение кривой, проективная прямая, проективная плоскость, принцип двойственности, проективное преобразование, аксиоматический подход, абсолютная геометрия, неевклидовы геометрии и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

- решать задачи из различных разделов геометрии, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

- применения аппарата геометрии, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

II. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине.

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине является зачет (2, 6 семестр) и зачет с оценкой (7 семестр).

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение 2-го (6-го) семестра.

Допуск к зачету предполагает:

1) суммарный балл должен быть не менее 51;
2) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

Зачет с оценкой является итогом учебной деятельности студента в течение 7-го семестра.

Допуск к зачету с оценкой предполагает:

3) суммарный балл должен быть не менее 51;
4) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Зачет (2 и 6 семестр)

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квалитативная
высокий	Хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	**81-89 баллов**	**зачтено**
повышенный	Достаточно хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, достаточно хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, достаточно хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, достаточно хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, достаточно хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	**68-80 баллов**	
базовый	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения	**54-67 баллов**	

	образовательных задач, составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии		
низкий	Не может установить связь теории с практикой. Не может проанализировать теоретический материал и обосновать его использование на практике	**53 баллов и ниже**	**не зачтено**

Зачет с оценкой (7 семестр)

Уровень проявления компетенций	**Качественная характеристика**	**Количественный показатель (баллы БРС)**	**Оценка***
			Квантитативная
высокий	Хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	**81-89 баллов**	**Отлично**
повышенный	Достаточно хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, достаточно хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, достаточно хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения	**68-80 баллов**	**хорошо**

	образовательных задач, достаточно хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, достаточно хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии		
базовый	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	**54-67 баллов**	**удовлетворительно**
низкий	Не может установить связь теории с практикой. Не может проанализировать теоретический материал и обосновать его использование на практике	**53 баллов и ниже**	**неудовлетворительно**

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

III. Контрольная работа.

Контрольная работа проводится с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Выдается от 3 до 10 вариантов (в зависимости от числа студентов в группе). Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для получения оценки «зачет» на итоговом зачете или допуска к экзамену.

Примерный вариант контрольной работы

II семестр

Вариант 1

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (2, 1, 2), B (4, 2, 4), C (6, 4, 2), D (5, -1, 7). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 4 и –4 , и проходящей через точку A (1; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки $A(3;\ 1;\ -1)$ на плоскость, заданной уравнением $22x+4y-20z-45=0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $x^2-y^2-4x+8y-2z=0$?

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3)=x_1^2+2x_1x_2+3x_2^2+4x_1x_3+x_3^2$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

Вариант 2

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (0, -4, 3), B (-5, 1, -2), C (4, 7, -2), D (-9, 7, 8). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 5 и –5 , и проходящей через точку A (2; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость, заданной уравнением $2x-2y-z-12=0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $3x^2+4y^2+6z^2-6x+16y-36x+49=0$.

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3)=3x_1^2-2x_2^2+4x_1x_2-x_3^2+2x_2x_3$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

Примерный вариант контрольной работы
VI семестр

Вариант 1

Задание 1. Рассмотрим множество R, состоящее из двух точек a и b. Открытыми множествами будем считать множество R, пустое множество и точку a. Показать, что R — топологическое пространство.

Задание 2. Выяснить, какие множества евклидова пространства E_3: а) отрезок с концами a и b; б) открытый луч; в) множество всех точек некоторой прямой; г) множество всех точек сферы.

Задание 3. Показать, что в евклидовом пространстве внутренность шара с центром в данной точке является окрестностью данной точки.

Задание 4. Доказать, что следующее отображение является непрерывным: f: $П_2$ -----> a, где $П_2$ - евклидова плоскость, a - прямая этой плоскости, f - ортогональное проектирование плоскости на прямую.

Задание 5. Показать, что отрезок, интервал и полуинтервал не гомеоморфны между собой.

Вариант 2

Задание 1. Доказать, что в топологическом пространстве пересечение любого числа замкнутых множеств (конечного или бесконечного) и объединение конечного числа замкнутых множеств — замкнутое множество.

Задание 2. Будут ли следующие множества точек евклидовой плоскости E_2 связными: а) множество точек плоскости, каждая из которых имеет хотя бы одну рациональную координату; б) множество точек плоскости, имеющих только одну рациональную координату; в) множество точек плоскости, имеющих ровно две рациональные координаты?

Задание 3. Доказать, что интервал и прямая гомеоморфны между собой.

Задание 4. Найти эйлерову характеристику сферы.

Задание 5. Доказать, что не существует выпуклого многогранника, все грани которого – шестиугольники.

Примерный вариант контрольной работы
VII семестр

Вариант 1

Задание 1. Показать, что кривая L, заданная параметрически, совпадает с кривой L', заданной уравнениями в декартовых координатах: (L): $x=t$, $y=t$, $z=2t^2$, (L'): $z = x^2 + y^2$, $y = x$.

Задание 2. Кривая в плоскости XOY задана уравнением: $y=\ln \cos x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/3$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^4/4$, $y= t^3/3$, $z= t^2/2$, $0<t<\infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+3y+2z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xy^2 +z^3=12$ в точке $M_0(1, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму поверхности, заданной уравнениями

$x=u$, $y=v$, $z=0$.

Вариант 2

Задание 1. Показать, что кривая L, заданная параметрически, совпадает с кривой L', заданной уравнениями в декартовых координатах: (L): $x=-t$, $y=-2t$, $z=5t^2$, (L'): $z = x^2 + y^2$, $y = 2x$.

Задание 2. Кривая в плоскости XOY задана уравнением: $y=\ln \sin x$. Вычислить длину дуги этой

кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/6$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^5/5$, $y= t^4/4$, $z= t^3/3$, $0<t<\infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+2y+3z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2y -z^3=10$ в точке $M_0(-3, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму плоскости, заданной уравнениями $x=-u$, $y=0$, $z=2v$.

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	**Балл**
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	**2**

IV. Зачет.

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, соответствующий содержанию формируемых компетенций. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

1. Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах.
2. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.
3. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
4. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
5. Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности.
6. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
8. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости.
10. Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.
11. Основные задачи на прямую и плоскость.
12. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
13. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.
14. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
15. Эллипсоид.
16. Гиперболоиды.
17. Параболоиды.
18. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
19. Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.
20. Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы.
21. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

V. Зачет с оценкой.

В каждый билет для зачета с оценкой включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет с оценкой проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Вектор-функция одного скалярного аргумента и ее характеристики.
2. Кривая как вектор-функция одного скалярного аргумента. Гладкие, регулярные кривые.
3. Вычисление длины регулярной кривой.
4. Натуральная параметризация регулярной кривой. Теорема о существовании натуральной параметризации.
5. Сопровождающий трехгранник Френе.
6. Формулы Френе.
7. Нахождение кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Гладкие и регулярные поверхности. Координаты точки на поверхности.
11. Кривая на поверхности, координатные кривые. Координатная сеть. Поверхности вращения. Регулярность поверхности вращения. Координатные кривые на поверхности вращения.
12. Линейчатые поверхности. Поверхность касательных, цилиндрические и конические поверхности. Регулярность поверхности касательных.
13. Полная кривизна поверхности.
14. Главные кривизны поверхности. Поверхности с нулевой, положительной и отрицательной кривизной.

Критерии оценивания

Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)	**Балл**
Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	1
Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий	1
Проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач	1
Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	1
Демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	1
Максимальный балл	**5**

VI. Литература.

а) основная литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 1 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2011. – 400 с.

2. Гусева, Н.И. Сборник задач по геометрии : в 2 ч. – Ч.I : учебное пособие /Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О. Ю. Тесля. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.

3. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 232 с. —

(Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451230

4. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/452196

5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/453493

б) дополнительная литература

1. Алания Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]/ Алания Л.А., Гусейн-Заде С.М., Дынников И.А.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Логос, 2005.— 376 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9121.html.— ЭБС «IPRbooks»

2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08432-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451706

3. Погорелов, А.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]/ Погорелов А.В. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. – 208 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/91909.html. – ЭБС «IPRbooks»

Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451192