

Министерство просвещения Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет  
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине  
ГЕОМЕТРИЯ (МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ)

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование

(профиль Информатика, Математика)

Разработчик:

доцент каф. геометрии и алгебры,

канд. физ.-мат. н.

С.А.Тихомиров

## *I. Цели и задачи дисциплины.*

**Цель** дисциплины «Геометрия (математические основы информатики)»:

формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых геометрических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными **задачами** курса являются:

**понимание:**

- основных понятий геометрии, таких, как векторное пространство, линейная зависимость, прямая, плоскость, кривая второго порядка, поверхность второго порядка, метрическое пространство, топологическое пространство, непрерывность, гомеоморфизм, кривизна и кручение кривой, проективная прямая, проективная плоскость, принцип двойственности, проективное преобразование, аксиоматический подход, абсолютная геометрия, неевклидовы геометрии и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

**развитие умений:**

- решать задачи из различных разделов геометрии, доказывать различные утверждения, строить выводы;

**овладение навыками:**

- применения аппарата геометрии, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

## *II. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине.*

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине является зачет (2, 6 семестр) и зачет с оценкой (7 семестр).

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение 2-го (6-го) семестра.

Допуск к зачету предполагает:

- 1) суммарный балл должен быть не менее 51;
- 2) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

Зачет с оценкой является итогом учебной деятельности студента в течение 7-го семестра.

Допуск к зачету с оценкой предполагает:

- 3) суммарный балл должен быть не менее 51;
- 4) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

**Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине**

**Зачет (2 и 6 семестр)**

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квалитативная
<b>высокий</b>	Хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	<b>81-89 баллов</b>	<b>зачтено</b>
<b>повышенный</b>	Достаточно хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, достаточно хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, достаточно хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, достаточно хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, достаточно хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	<b>68-80 баллов</b>	
<b>базовый</b>	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения	<b>54-67 баллов</b>	

	образовательных задач, составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии		
<b>низкий</b>	Не может установить связь теории с практикой. Не может проанализировать теоретический материал и обосновать его использование на практике	<b>53 баллов и ниже</b>	<b>не зачтено</b>

### Зачет с оценкой (7 семестр)

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квантитативная
<b>высокий</b>	Хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	<b>81-89 баллов</b>	<b>Отлично</b>
<b>повышенный</b>	Достаточно хорошо подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, достаточно хорошо осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, достаточно хорошо проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения	<b>68-80 баллов</b>	<b>хорошо</b>

	образовательных задач, достаточно хорошо составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, достаточно хорошо демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии		
<b>базовый</b>	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий, проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач, составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	<b>54-67 баллов</b>	<b>удовлетворительно</b>
<b>низкий</b>	Не может установить связь теории с практикой. Не может проанализировать теоретический материал и обосновать его использование на практике	<b>53 баллов и ниже</b>	<b>неудовлетворительно</b>

\* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

### *III. Тест*

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Она реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

#### ***Примеры вопросов тестового задания II семестр***

1. Формулы преобразования координат при переходе от системы  $O, e_1, e_2, e_3$  к системе  $O', e_1, e_2, e_3$  имеют вид:

$$\begin{aligned} 1) x &= x' + x_0 \\ y &= y' + y_0 \end{aligned}$$

$$z = z' + z_0$$

$$2) x' = x + x_0$$

$$y' = y + y_0$$

$$z' = z + z_0$$

2. Пусть векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  заданы координатами  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  и  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ , тогда векторное произведение  $[\vec{a}, \vec{b}]$  вычисляется по формуле:

$$1) \begin{vmatrix} i & j & k \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} i & a_1 & b_1 \\ j & a_2 & b_2 \\ k & a_3 & b_3 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} i & a_1 & a_2 \\ b_1 & j & a_3 \\ b_2 & b_3 & k \end{vmatrix}$$

3. Какие из свойств смешанного произведения справедливы:

1) Три вектора компланарны тогда и только тогда, когда смешанное произведение равно нулю;

2) Смешанное произведение меняется при перемене местами знаков векторного и скалярного произведения;

3) Смешанное произведение не меняет значение при циклической перестановке векторов, и меняет знак при перестановке двух векторов;

4) Тройка некопланарных векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  одинаково ориентирована с тройкой базисных векторов тогда и только тогда, когда смешанное произведение векторов  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) > 0$ .

4. Общим уравнением плоскости в пространстве является уравнение

$$1) Ax + By + C = 0;$$

$$2) Ax + By + Cz + D = 0;$$

$$3) D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0);$$

$$4) A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

5. Плоскости  $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ ;  $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$  параллельны, если:

$$1) A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0;$$

$$2) \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}.$$

6. Плоскости  $2x + 3y + 5z + 1 = 0$  и  $mx + 2y - 2z + 13 = 0$  перпендикулярны при  $m$  равном:

$$1) -2;$$

$$2) 2;$$

$$3) 3;$$

$$4) -3.$$

7. Расстояние между плоскостями  $2x + 3y + 6z - 4 = 0$  и  $2x + 3y + 6z + 3 = 0$  равно:

$$1) \frac{1}{7}$$

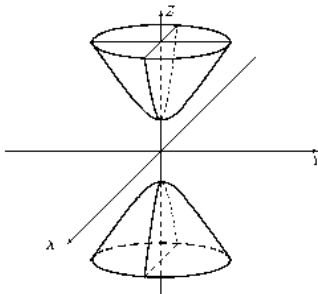
$$2) 1$$

$$3) -1$$

$$4) 7$$

8. Каноническое уравнение поверхности второго порядка, изображенной на рисунке,

имеет вид:

	1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1;$
	2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1;$
	3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0;$
	4) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z.$

9. Укажите верные утверждения:

1) Квадратичная форма  $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2$  имеет канонический вид, её матрица

коэффициентов  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}.$

2) Квадратичная форма  $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2$  имеет канонический вид.

### VI семестр

- Предел суммы вектор-функций равен ... пределов слагаемых:
  - сумме;
  - произведению;
  - прямой сумме;
  - прямому произведению.
- При вычислении длины дуги кривой, ограниченной двумя точками, используется:
  - неопределенный интеграл;
  - определенный интеграл;
  - векторное произведение;
  - смешанное произведение.
- Эволюта – это фигура, состоящая из ... кривой:
  - радиусов кривизны;
  - радиусов кручения;
  - центров кривизны;
  - центров кручения.
- Для кривой, заданной в пространстве  $R^3$ , имеет место репер ...:
  - Гаусса;
  - Гильберта;
  - Френе;
  - Вейля.
- Уравнение соприкасающейся плоскости пространственной кривой находится с помощью определителя ... порядка:
  - третьего;
  - второго;
  - четвертого;
  - пятого.
- Для поверхности вычисляют ... квадратичные формы:
  - вторую и третью;
  - первую и вторую;
  - первую и третью;
  - третью.
- У прямого геликоида главные кривизны:
  - совпадают;
  - равны нулю;
  - не существуют;
  - отличаются знаком.

8. Если полная кривизна поверхности в точке больше нуля, то точка называется:  
а) параболической; б) гиперболической; в) эллиптической; г) цилиндрической.
9. У эллипсоида все точки являются:  
а) параболическими; б) гиперболическими; в) эллиптическими; г) цилиндрическими.
10. Линия на поверхности называется линией кривизны, если в каждой точке линии ее касательная имеет ... направление:  
а) главное; б) побочное; в) главное и побочное; г) главное или побочное.

### *VII семестр*

1. Основными требованиями системы аксиом являются:  
а) независимость и полнота; б) непротиворечивость и полнота; в) независимость и непротиворечивость; г) независимость, непротиворечивость и полнота.
2. Лобачевский предложил свою геометрию в докладе, состоявшемся в ... году:  
а) 1922; б) 1822; в) 1722; г) 1622.
3. Согласно Евклиду, точка – это то, что не имеет:  
а) подмножеств; б) составляющих; в) частей; г) внутренностей.
4. Отрезок – это мысленный образ туго натянутой нити, лишенной всякой:  
а) ширины; б) длины; в) высоты; г) толщины.
5. Две сверхпараллельные прямые:  
а) имеют общий перпендикуляр и притом единственный; б) не имеют общего перпендикуляра; в) имеют общую точку; г) являются скрещивающимися.  
а) Фалеса; б) Прокла; в) Архимеда; г) Пифагора.
6. Группа аксиом, не относящаяся к системе аксиом Гильберта:  
а) аксиомы непрерывности; б) аксиомы принадлежности; в) аксиомы порядка; г) аксиомы параллельности.
7. Первым опытом применения аксиоматического метода была:  
а) геометрия Лобачевского; б) система Евклида; в) система аксиом Гильберта; г) аксиоматика Погорелова.
8. Основные неопределяемые понятия, которые являются «фундаментом геометрии»:  
а) точка, прямая, плоскость; б) треугольник, квадрат; в) планиметрия, стереометрия; г) отношение порядка, принадлежность.
9. Кто автор труда «Начала»?  
а) Аристотель; б) Евклид; в) Пифагор; г) Лобачевский.



10. Что такое постулаты Евклида?

а) утверждения о геометрических объектах; б) общие утверждения о свойствах геометрических объектов; в) утверждения, выводимые из множества аксиом посредством использования конечного множества правил вывода; г) утверждения, отражающие существенные свойства, связи и отношения предметов и явлений в их противоречии и развитии

#### *IV. Зачет.*

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, соответствующий содержанию формируемых компетенций. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

#### *Примерные вопросы для самоподготовки к зачету*

1. Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах.
2. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.
3. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
4. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
5. Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности.
6. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
8. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости.
10. Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.
11. Основные задачи на прямую и плоскость.
12. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
13. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.
14. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
15. Эллипсоид.
16. Гиперболоиды.
17. Параболоиды.
18. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
19. Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.
20. Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы.
21. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
22. Вектор-функция одного скалярного аргумента и ее характеристики.
23. Кривая как вектор-функция одного скалярного аргумента. Гладкие, регулярные кривые.
24. Вычисление длины регулярной кривой.
25. Натуральная параметризация регулярной кривой. Теорема о существовании натуральной параметризации.
26. Сопровождающий трехгранник Френе.
27. Формулы Френе.
28. Нахождение кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
29. Первая квадратичная форма поверхности.
30. Вторая квадратичная форма поверхности.
31. Гладкие и регулярные поверхности. Координаты точки на поверхности.
32. Кривая на поверхности, координатные кривые. Координатная сеть. Поверхности

вращения. Регулярность поверхности вращения. Координатные кривые на поверхности вращения.

33. Линейчатые поверхности. Поверхность касательных, цилиндрические и конические поверхности. Регулярность поверхности касательных.

34. Полная кривизна поверхности.

35. Главные кривизны поверхности. Поверхности с нулевой, положительной и отрицательной кривизной.

#### *V. Зачет с оценкой.*

В каждый билет для зачета с оценкой включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет с оценкой проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

#### *Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой*

1. Отображения и преобразования множеств. Произведение (композиция) преобразований, группа преобразований.
2. Движения плоскости: параллельный перенос, вращение, осевая симметрия, скользящая симметрия, их свойства.
3. Свойства движений общего вида.
4. Основная теорема движений плоскости.
5. Аналитическое выражение движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы.
6. Гомотетия и ее свойства.
7. Подобия плоскости, свойства подобия. Классификация подобий плоскости. Группа подобий и ее подгруппы. Подобные фигуры.
8. Аффинные преобразования плоскости. Свойства аффинных преобразований плоскости
9. Основная теорема об аффинных преобразованиях плоскости.
10. Аналитическое выражение аффинных преобразований плоскости.
11. Перспективно-аффинные преобразования плоскости: свойства, виды.
12. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.
13. Понятия о движениях пространства. Свойства движений пространства. Примеры движений пространства.
14. Приложение теории геометрических преобразований плоскости к решению задач элементарной геометрии.
15. Аксиомы построения циркулем и линейкой. Основные построения. Схема решения задач на построение.
16. Конструктивные множества/геометрические места точек.
17. Алгебраический метод решения задач на построение.

18. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.
19. Параллельное проектирование и его свойства. Понятие о центральном проектировании.
20. Изображение плоских фигур при параллельном проектировании.
21. Изображение многогранников при параллельном проектировании. Теорема Польке-Шварца.
22. Изображение круглых тел при параллельном проектировании.
23. Аксонометрия и ее свойства.
24. Полные и неполные изображения.
25. Решение позиционных задач на полных изображениях.
26. Понятие о методе Монжа.
27. Понятие об аксиоматическом методе. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Непротиворечивость системы аксиом на примере аксиоматики Вейля.
28. Система аксиом Гильберта и следствия из аксиом.
29. Построение евклидовой геометрии на основе аксиом Вейля.
30. Непротиворечивость аксиоматики Гильберта.
31. Пятый постулат Евклида.
32. Аксиома параллельности Лобачевского. Сумма углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Признаки равенства треугольников на плоскости Лобачевского.
33. Параллельные прямые по Лобачевскому. Признак параллельности. Существование параллельных прямых по Лобачевскому. Угол параллельности и его свойства. Функция Лобачевского.
34. Свойства четырехугольников на плоскости Лобачевского.
35. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского: признак и свойства.
36. Окружность, эквидистанта и орицикл на плоскости Лобачевского и их свойства.

### Критерии оценивания

<b>Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)</b>	<b>Балл</b>
Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	1
Осуществляет самоанализ и рефлекссию результатов своих действий	1
Проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач	1
Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	1
Демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	1
<b>Максимальный балл</b>	<b>5</b>

## VI. Литература.

### а) основная литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 1 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2011. – 400 с.
2. Гусева, Н.И. Сборник задач по геометрии : в 2 ч. – Ч.1 : учебное пособие /Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О. Ю. Тесля. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.
3. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451230>
4. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452196>
5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453493>

### б) дополнительная литература

1. Алания Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]/ Алания Л.А., Гусейн-Заде С.М., Дынников И.А.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Логос, 2005.— 376 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9121.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08432-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451706>
3. Погорелов, А.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]/ Погорелов А.В. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. – 208 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>. – ЭБС «IPRbooks»
- Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451192>