

Методические рекомендации к изучению дисциплины

Наименование дисциплины:
К.М.07.07 Математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
(профили Информатика, Математика)

Примеры заданий для практических занятий

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области

$$\int_0^1 dy \int_{-4y-4}^{-8y^3} f(x, y) dx$$

интегрирования

$$\iint_D (x+y) dx dy, \quad D: y^2 = x, \quad y = x$$

2. Вычислить двойной интеграл по области D

3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x}}^{\sqrt{4-x^2}} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dy$$

4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями

$$x+1=0; \quad y = \arcsin x; \quad y = \frac{\pi}{2}$$

5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода

$$\int_{\mathcal{L}} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}, \quad \text{где } \mathcal{L} - \text{отрезок прямой, соединяющий точки } O(0,0) \text{ и } B(2,2)$$

6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $y^2+z^2=4$, $x^2+y^2=4$, $x=0$, $y=0$, $x>0$, $y>0$, $z>0$

7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \quad x=3, \quad y=2$$

заданными линиями

8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x, y, z)$ и $V(x, y, z)$ в точке

$$M(x, y, z) \quad U = \frac{x}{yz^2}, \quad V = x^2 - y^2 - 3z^2, \quad M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

9. Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3^n}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1}\right)^{n-1}$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{5}{\sqrt{n^3}}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^7 + 4n^2 + 5}}$

10. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (x-1)^n}$$

11. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 x^2 \sin x^2 dx$$

12. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию:

$$y' + x \cdot y = 2e^y, \quad y(0) = 0$$

13. Разложить функцию $f(x) = \pi - \frac{x}{2}$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $xy' = y \ln(y/x)$;	в) $x^3 y' + x^2 y = 1$;
б) $y dx - 2x dy = 2y^4 dy$;	г) $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$.

15. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$; $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases}$$

16. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

17. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(10, 10)$ и, обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания.

$$y'' = \frac{1}{x}$$

18. Найти общее решение дифференциального уравнения

19. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}$$

произвольных постоянных

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Домашняя работа: решение задач

Домашняя работа выдается студентам после каждого практического занятия и подразумевает решение стандартных задач по материалам курса (на основе знания теории). Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к экзамену.

Примерные задания домашней работы: решение задач

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области

интегрирования $\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy$

$$\iint_D (x^3 - 2y) dx dy, \quad D: y = x^2 - 1, y = 0$$

2. Вычислить двойной интеграл по области D

3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным:

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $y = \ln x$; $x + 2y - 2 = e$; $y = 0$

5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int_C y dl$, где \angle - дуга астроида $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, заключенная между точками $A(1,0)$ и $B(0,1)$

6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее.

$$y^2 + z^2 = y, \quad y^2 + z^2 = x^2, \quad x = y, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0$$

7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $y^2 = 2x$, $x = 1$

8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x, y, z)$ и $V(x, y, z)$ в точке

$$M(x, y, z) \quad U = x^2 y z^2, \quad V = \frac{3}{2} x^2 + 3y^2 - 2z^2, \quad M\left(2, \frac{1}{3}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$$

9. Исследовать данные ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+3}\right)^n$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n^3}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4 + 2n + 9}}$

10. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n (x-3)^n}$$

11. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} \cdot \cos x \, dx$$

12. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию:

$$y' + 3x \cdot y^3 = x^3, \quad y(0) = 1$$

13. Разложить функцию $f(x) = 1 + |x|$ в ряд Фурье в интервале $(-1, 1)$.

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

а) $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$;	в) $y'x \ln x = y$;
б) $xy' + y = y^2$;	г) $xy' = y - xe^x$.

15. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' - 6y' - 7y = x^2 - x$; $y(0) = 1, y'(0) = 1$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$$

16. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

17. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(1, 4)$ и, обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен удвоенной абсциссе точки касания.

18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = y'e^y$

19. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных $y'' + y = ctg^2 x$.

Критерии оценивания домашней работы

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	1 балл
Решено правильно более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	2

Доклад

На практических занятиях предусмотрено выступления студентов с устным докладом (5-7 минут) по заранее выбранной тематике.

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;

- допускает обоснованную субъективную позицию;

- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад не только передаёт научную и учебную информацию, но и нацелен на получение обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения аудиторией. Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Примерные темы докладов

1. Метрические пространства.
2. Сходимость в метрических пространствах.
3. Компактные метрические пространства.
4. Геометрическая интерпретация функции двух переменных.
5. Предел функции в точке по множеству.
6. Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.
7. Частные производные и производные по направлениям.
8. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости в точке.
9. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
10. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
11. Формула Тейлора для функции двух переменных.
12. Максимумы и минимумы функции многих переменных.
13. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
14. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.
15. Существование двойного интеграла по квадрату области.
16. Вычисление двойного повторным интегрированием.
17. Замена переменных в двойном интеграле.
18. Проблема измерения площади поверхности.
19. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление.
20. Криволинейный интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление.
21. Формула Грина и ее применение для вычисления площади плоской фигуры.
22. Ряды. Числовые ряды. Сходимость числового ряда.
23. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда.
24. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов.
25. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
26. Степенные ряды. Формула Коши–Адамара.
27. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие.
28. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье.
29. Разложение функций в степенные ряды. Тригонометрические ряды.
30. Применение ряда Фурье в комплексной форме.
31. Общее и частные решения дифференциального уравнения.
32. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными.
33. Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
34. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
35. Решение дифференциальных уравнений второго порядка.
36. Решение дифференциальных уравнений высших порядков.
37. Математические модели и методы, реализуемых с применением объектов математического анализа, в решении профессиональных задач.
38. Формирование элементов реалистического отношения обучаемых к математическому анализу и его использованию в познавательной деятельности социологических проблем.
39. Математический анализ в природных объектах.
40. Математический анализ в живописи и архитектуре.
41. Применение численных методов к решению дифференциальных уравнений первого порядка.
42. Проведение сравнительного обзора документации по понятиям математического анализа.

Критерии оценивания доклада

Критерий	Балл	
Структурированность доклада, которая обеспечивает понимание его содержания	не структурирован	0
	структурирован	1
Культура выступления	чтение с листа	0
	рассказ с обращение к тексту	1
	рассказ без обращения к тексту	2
Владение специальной терминологией, использованной в докладе	не владеет	0
	иногда был не точен, ошибался	1
	владеет свободно	2
Раскрытие темы	тема не раскрыта	0
	тема раскрыта частично	1
	тема раскрыта полностью	2
Соответствие содержания теме доклада	не соответствует	0
	соответствует частично	1
	соответствует полностью	2
Качество ответов на вопросы	не может ответить на вопросы	0
	не может ответить на некоторые вопросы	1
	Аргументировано отвечает на все вопросы	2
Максимальный балл	11	

Контрольная работа

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Контрольная работа состоит из 5 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к зачету (зачету с оценкой).

Примерный вариант контрольной работы

Раздел: Исследование функций нескольких переменных.

Вариант 1

Задание 1. Найти дифференциалы первого и второго порядков от следующих функций:

$$u = x^2 y^2$$

Задание 2. Найти дифференциалы первых двух порядков сложной функции U , если φ - дважды дифференцируемая функция:

$$u = \varphi(\xi, \eta, \zeta)$$

$$\xi = xy, \eta = x - y, \zeta = x + y$$

Задание 3. Проверить равенства (φ, ψ - дифференцируемые функции достаточное число раз):

$$\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}, \quad z = y \cdot \varphi(x^2 - y^2)$$

Задание 4. Найти дифференциал второго порядка d^2z

$$z = f(u, v), \quad \text{где } u = xy, v = \frac{x}{y}$$

Задание 5. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y$$

Вариант 1

Задание 1. Вычислить двойной интеграл, перейдя к полярным координатам

$$\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$$

если D – кольцо между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Задание 2. Найти площадь части поверхности $z = x^2 + y^2$, вырезанной цилиндром, $x^2 + y^2 = 1$, расположенной в первом октанте.

$$\int_{|z-i|=1} \frac{e^z dz}{z^4 + 2z^2 + 1}$$

Задание 3. Вычислить объем шара, ограниченного сферой:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Задание 4. Вычислить объем тела, ограниченного снизу плоскостью xOy , сверху плоскостью $2 - x - y - 2z = 0$, с боков цилиндрической поверхностью $y = x^2$ и плоскостью $y = x$.

Задание 5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4x, z = x, z = 2x$.

Раздел: Числовые ряды.

Вариант 1

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$$

2. Исследовать положительный ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$$

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+1} \right)^n$$

4. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{n4^n} \quad \text{и} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)(x+3)^n}{3^{n+1}}$$

5. Используя разложения основных элементарных функций, найти следующий предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3} \quad \text{и} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$$

Раздел: Дифференциальные уравнения.

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными:

1. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx.$

2. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

2. Решить однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка:

1. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$

2. $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$

3. Решить линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка:

1. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}.$

2. $y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1), y(0) = 1.$

4. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$y'' - 8y' + 16y = e^{4x}, y(0) = 0, y'(0) = 1$$

5. Доказать, что множество всех действительных чисел с введённым расстоянием

$\rho(x, y) = \sqrt{|x-y|}$ является метрическим пространством?

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Тест

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Он реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

Примеры вопросов тестового задания (III семестр)

$$z = \frac{\sqrt{1-xy}}{x^2 - y^2}$$

1. Найдите область определения функции

- А) $xy = 1, x^2 \neq y^2$; Б) $xy \geq 1, x^2 \neq y^2$; В) $xy \leq 1, x^2 \neq y^2$.

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

2. Найдите предел функции при $x \rightarrow 0, y \rightarrow 4$

- А) 2; Б) -1; В) 0; Г) 1.

3. Найдите частные производные функции двух переменных $z = xe^y + ye^x$

А) $\frac{\partial z}{\partial x} = xe^y + ye^x, \frac{\partial z}{\partial y} = xe^y + e^x$ Б) $\frac{\partial z}{\partial x} = e^y + e^x, \frac{\partial z}{\partial y} = e^y + e^x$

В) $\frac{\partial z}{\partial x} = e^y + ye^x, \frac{\partial z}{\partial y} = xe^y + e^x$ Г) $\frac{\partial z}{\partial x} = xe^y + e^x, \frac{\partial z}{\partial y} = e^y + ye^x$

4. Найдите частные производные второго порядка функции двух переменных

$$z = x^3 y^4 + y \cos x$$

А) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) = 6xy^4 - y \cos x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 12x^3 y^2 - \cos x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 12x^3 y^2 + \sin x$

Б) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) = 3x^2 y^4 - y \cos x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 12x^3 y^2, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 6xy^3 - \sin x$

В) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) = 6xy^4 - y \cos x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 12x^3 y^2, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 12x^2 y^3 - \sin x$

Г) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) = 3x^2 y^4 - y \sin x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 4x^3 y^3 - \cos x, \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 6x \cdot 4y - \sin x$

5. Найдите полный дифференциал функции $z = x^2 y + xy^2$

А) $dz = (2xy + y)dx + (x + 2xy)dy$;

Б) $dz = (xy + y^2)dx + (x^2 + xy)dy$;

В) $dz = (2xy + y^2)dx + (x^2 + 2xy)dy$.

Примеры вопросов тестового задания (IV семестр)

$$\frac{1}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{6} - \frac{x^3}{7} + \dots + \frac{x^n}{n+4} + \dots$$

1. Найдите радиус сходимости ряда

- А) 4; Б) $\frac{1}{4}$; В) ∞ ; Г) 1.

$$\frac{5}{1} - \frac{7}{2} + \frac{9}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{2n+3}{n} + \dots$$

2. Исследуйте ряд на сходимость

- А) расходится; Б) условно сходится; В) сходится; Г) абсолютно сходится.

3. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

А) 1; Б) -1; В) 0,5; Г) -0,5.

4. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{2n-1}$.

Используя необходимое условие сходимости ряда сделайте вывод

- А) ряд сходится
 Б) ряд расходится
 В) нельзя определить сходится или расходится ряд
 Г) другой ответ.

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n}$

исследовали на сходимость по признаку Даламбера, вычислили предел

$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 5$. Тогда можно сделать вывод, что...

- А) Данный ряд сходится.
 Б) Данный ряд расходится
 В) Данный ряд может как сходиться, так и расходиться.
 Г) Данный ряд не существует.

Примеры вопросов тестового задания (V семестр)

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' = \cos x$

- А) $y = -\sin x + Cx + C_1$; Б) $y = -\cos x + Cx + C_1$;
 В) $y = \cos x + Cx + C_1$; Г) $y = \sin x + Cx + C_1$.

2. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' + 4y = 2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 6$

- А) $y = \frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$; Б) $y = e^{-4x} + \frac{1}{2}$; В) $y = -\frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$; Г) $y = \frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$.

3. Найдите общее решение дифференциального уравнения $xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$

- А) $y^3 = 3x \ln |Cx|$; Б) $y^3 = 3x^3 \ln Cx$; В) $y^3 = 3x^3 \ln |Cx|$; Г) $y^3 = 3x \ln Cx$.

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = \sin x + 2$

- А) $y = -\sin x + 2x + C_1$; Б) $y = -\sin x + x^2 + C_1$;
 В) $y = \cos x + 2x + C_1x + C_2$; Г) $y = -\cos x + 2x + C_1$.

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x} + 4$

- А) $\arctg \frac{y}{x} = \ln |Cx|$; Б) $\frac{1}{2} \arctg \frac{y}{x} = \ln |Cx|$;
 В) $\frac{1}{2} \arctg \frac{y}{2x} = \ln C$; Г) $\frac{1}{2} \arctg \frac{y}{2x} = \ln |Cx|$.

Критерии оценивания теста

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	7 балл

Решено правильно более 90% заданий	10 балла
Максимальный балл	10

Оценочное средство «Образовательная инфографика»

Образовательная инфографика – оценочное средство, представляющее собой информационно-образовательный продукт, визуализирующий учебный материал, не требующий дополнительных пояснений и комментариев. Образовательная инфографика подготавливается студентами заранее по одной из законспектированных тем, где идет изучение основных вопросов с применением цифровых инструментов. Подготовленный инфографический материал сопровождается методическим комментарием, в котором раскрывается тема школьного курса, где он может быть применен, предназначение (дается ответ на вопрос «Какие образовательные результаты могут быть сформированы с использованием данного ресурса?») и описывается возможный вариант его применения.

Примерные темы:

Критерии оценивания образовательной инфографики:

Критерий	Балл
Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	1
Выбирает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства, для решения задач профессиональной деятельности	1
Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	1
Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	1
Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	1
Максимальный балл	5

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- *практикоориентированность*, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;

- *субъектноориентированность*, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;

- *преemptивность*, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплин «Алгебра», «Теория функций комплексного переменного. Теория функций действительного переменного» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает 7 (3) тем, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Математический анализ» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по математике должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция по дисциплине «Математический анализ» должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по дисциплине «Математический анализ», где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса по дисциплине «Математический анализ» позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ в рамках каждого из двух семестров.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теорией и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов, домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

Методические указания для обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Математический анализ».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и экзамену по дисциплине «Математический анализ».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к докладу;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к тесту;
- подготовка к зачету (зачету с оценкой).

Работа с лекционным материалом

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

Выполнение домашнего задания к занятию

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

Подготовка к докладу

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Виды докладов:

- 1) доклад – учебное выступление на заданную тему;
- 2) доклад-отчёт о результатах проделанной работы (в том числе доклад на предзащите и защите курсовой работы и дипломного исследования).

Доклад имеет следующие признаки:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Требования к подбору и использованию докладов:

1. Подобранный материал должен соответствовать заявленной теме доклада.
2. Используемый материал должен соответствовать уровню знаний и умений обучающихся, а также реализовывать определенную учебную задачу.
3. Теоретический материал должен подбираться с учетом требований и особенностей учебной дисциплины, в рамках которой он используется.
4. Доклад должен строиться в соответствии с определенной композицией: введение;

основная часть, включающая тезисы, доказательства и примеры; вывод.

5. Устное выступление должно соответствовать принятому при научном общении формату: заявка темы и проблемы выступления, подведение итогов.

Общие этапы подготовки к докладу на практическом занятии:

При подготовке докладов студенты должны самостоятельно определить основную идею доклада, выбрать его структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры, уметь ответить на вопросы аудитории и преподавателя.

Самостоятельную работу над темой доклада следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, презентации нужно отобрать не менее 10 наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них – обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме. Продолжительность доклада не более 7 минут.

Подготовка к тесту

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам. Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Подготовка к зачету (зачету с оценкой)

Для успешной сдачи зачета (зачета с оценкой) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету должна проводиться систематически, в течение всего семестра.

2. Интенсивная подготовка должна начинаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета (зачета с оценкой): студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до конца семестра.

3. 1-3 дня перед экзаменом необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также доучить некоторые вопросы.

