

**Методические рекомендации к изучению дисциплины**

**Наименование дисциплины:**

**К.М.07.06 Теория вероятностей и математическая статистика**

### Примеры заданий для практических занятий

1. Составить закон распределения для суммы очков, выпадающих на двух игральных костях.

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$$

2. Случайная величина  $X$  распределена по закону Лапласа, т.е. Найти интегральную функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию.

3. Из урны, содержащей 2 белых и 1 черный шар, извлекли два шара. Найти коэффициент корреляции для числа извлеченных белых и черных шаров.

### Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	<b>2</b>

### Домашняя работа: решение задач

Домашняя работа выдается студентам после каждого практического занятия и подразумевает решение стандартных задач по материалам курса (на основе знания теории). Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к экзамену.

### Примерные задания домашней работы: решение задач

1. Найти дисперсию для числа появлений события  $A$  в двух независимых испытаниях, если вероятность появления события в этих испытаниях одинакова и известно, что  $M[X] = 1,6$ .

2. Случайная величина  $X$  называется распределенной по закону Рэлея, если ее плотность распределения вероятностей определяется функцией

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 2\lambda x e^{-\lambda x^2}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Найти характеристики положения случайной величины  $X$ .

3. Найти ковариацию для суммы очков на «кости» из полного набора домино, взятых по  $mod 4$ , и для их разности по  $mod 2$ .

### Критерии оценивания домашней работы

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	1 балл
Решено правильно более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	<b>2</b>

### Доклад

На практических занятиях предусмотрено выступления студентов с устным докладом (5-7 минут) по заранее выбранной тематике.

**Доклад** – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;

- допускает обоснованную субъективную позицию;

- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией,

возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад не только передаёт научную и учебную информацию, но и нацелен на получение обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения аудиторией. Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

### *Примерные темы докладов*

1. Использование графов для решения головоломок и занимательных задач.
2. Решение вероятностных задач на графах.
3. Комбинаторика и вероятность.
4. Закон больших чисел в массовых процессах и явлениях.
5. Вероятность и лотерея.
6. Случайные величины и азартные игры.
7. Вариации одной вероятностной задачи.
8. Коэффициент конкордации признаков и его использование.
9. Линии регрессии и их применение.
10. Применение графического калькулятора для проведения статистических исследований.

### *Критерии оценивания доклада*

<b>Критерий</b>	<b>Балл</b>	
Структурированность доклада, которая обеспечивает понимание его содержания	не структурирован	0
	структурирован	1
Культура выступления	чтение с листа	0
	рассказ с обращение к тексту	1
	рассказ без обращение к тексту	2
Владение специальной терминологией, использованной в докладе	не владеет	0
	иногда был не точен, ошибался	1
	владеет свободно	2
Раскрытие темы	тема не раскрыта	0
	тема раскрыта частично	1
	тема раскрыта полностью	2
Соответствие содержания теме доклада	не соответствует	0
	соответствует частично	1
	соответствует полностью	2
Качество ответов на вопросы	не может ответить на вопросы	0
	не может ответить на некоторые вопросы	1
	Аргументировано отвечает на все вопросы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>11</b>	

### *Контрольная работа*

**Контрольная работа** – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Контрольная работа состоит из 5 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к экзамену.

### *Примерный вариант контрольной работы*

#### **Вариант 1**

1. Найти закон распределения для числа подбрасываний двух монет до выпадения двух гербов.
2. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины соответственно равны 3 и 1. Найдите вероятность того, что в результате двух независимых испытаний эта случайная величина оба раза примет значение, заключенное в интервале (2,4).
3. Определите зависимость (функциональную или корреляционную) для следующей двумерной выборки:

	Y	3	5
X		4	13
1		4	13
2		6	7

4. В результате выборочного обследования стажа работы профессорско-преподавательского состава получены следующие данные:

Стаж работы (лет)	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
Число преподавателей	3	8	25	40	46	31	6	2

Выясните, является ли распределение стажа работы нормальным. Найдите процент преподавателей со стажем работы от 10 до 20 лет.

5. Производительность двух моторных заводов, выпускающих дизельные двигатели, характеризуется следующими данными:

1-й завод	72	84	69	74	82	67	75	86	68	62
2-й завод	53	65	73	66	58	71	77	68	68	56

#### **Вариант 2**

1. Найти числовые характеристики для числа подбрасываний игральной кости до появления шести очков.
2. Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 10, и дисперсией – 36. Найти  $P\{4 < X < 16\}$  и  $P\{X > 22\}$ .
3. Постройте корреляционный граф для количества «дуплей», числа серий «дуплей» и длины максимальной из этих серий при трех извлечениях «кости» (с возвратом) из полного набора домино.
4. Исследование длительности оборотных средств двух групп предприятий (по 15 предприятий в каждой) дало следующие результаты:  $\bar{x} = 23$  дня,  $\bar{y} = 26$  дней,  $\sigma_x^2 = 4$  дня,  $\sigma_y^2 = 9$  дней. Можно ли считать, что отклонения в длительности оборота оборотных средств групп предприятий одинаковы для уровня значимости 0,01?
5. В педагогическом исследовании творческой активности студентов проявление ее в начале и в конце эксперимента характеризовалось относительной частотой следующим образом:

Начало	0,14	0,13	0,12	0,14	0,12	0,11	0,13	0,15
конец	0,15	0,16	0,19	0,2	0,21	0,19	0,18	0,16

Определите репрезентативность выборки.

### *Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе*

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	<b>2</b>

### *Тест*

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Она реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

### *Примеры вопросов тестового задания*

1. Катя забыла последнюю цифру семизначного номера телефона знакомой девочки. Какова вероятность того, что Катя набрала телефон знакомой девочки?

а) 0,5; б) 0,1; в)  $\frac{1}{7}$ ; г) 0,7.

2. Три выключателя соединены параллельно. Вероятность выхода из строя первого выключателя равна 0,03, второго – 0,04, третьего – 0,01. Какова вероятность того, что цепь будет разомкнута?

а) 12; б) 0,5; в) 0,12; г)  $12 \cdot 10^{-6}$ .

3. На экзамене по математике для усиления контроля класс из 35 учащихся рассадили в три аудитории. В первую посадили 10 человек, во вторую – 12, в третью – остальных. Какова вероятность того, что два друга окажутся в одной аудитории?

а)  $\frac{189}{595}$ ; б) 0,5; в)  $\frac{157}{595}$ ; г)  $\frac{188}{595}$ .

4. На карточках выписаны числа от 1 до 10 (на одной карточке – одно число). Карточки положили на стол и перемешали. Какова вероятность того, что на вытащенной карточке окажется число 3?

а)  $\frac{3}{10}$ ; б) 0,1; в)  $\frac{1}{3}$ ; г) 0,4.

5. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие, окажется высшего сорта равна 0,8. Найдите вероятность того, что

из трех проверенных изделий только два высшего сорта.

- а) 0,384; б) 0,5; в) 0,3; г) 0,4.

6. На соревнованиях по стрельбе стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,04, в девятку 0,1, в восьмерку – 0,2. Какова вероятность того, что одним выстрелом стрелок наберет не менее восьми очков.

- а) 0,5; б) 0,35; в) 0,04; г) 0,34.

7. К основным свойствам статистического наблюдения относятся:

а) однородность; б) систематичность; в) непрерывность; г) случайность.

8. Среднее квадратическое отклонение рассчитывается как ...

а) корень второй степени из среднего линейного отклонения; б) корень квадратный из дисперсии; в) отношение дисперсии к средней величине варьирующего признака; г) средняя квадратическая из квадратов отклонений вариант признака от его среднего значения.

9. Дана выборка объема  $n = 10$ . Статистическое распределение этой выборки имеет вид

Варианты $x_j$	2	3	4	5
Частоты $P_j$	0,4	0,1	0,2	0,3

Тогда выборочное среднее  $\bar{x}$  для этой выборки равно

- а)  $\bar{x}=3,3$ ; б)  $\bar{x}=3,4$ ; в)  $\bar{x}=3,0$ ; г)  $\bar{x}=4,0$ .

10. По выборке построены прямые регрессии:  $y = 4x + 4$  и  $x = 0,04y + 2$ . Тогда коэффициент корреляции равен

- а) 0,16; б) 0,2; в) 2; г) 0,4.

### *Критерии оценивания теста*

<b>Критерий</b>	<b>Балл</b>
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	7 балл
Решено правильно более 90% заданий	10 балла
Максимальный балл	<b>10</b>

### **Ответ на зачете с оценкой.**

В каждый билет для зачета с оценкой включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет с оценкой проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

### *Примерные вопросы для самоподготовки к зачету*

1. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики.
2. Выборки элементов без повторений: размещения, перестановки, сочетания.
3. Свойства сочетаний.
4. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями.
5. Совместные и несовместные события. Противоположные события. Полная группа событий. Операции над событиями.
6. Классическое определение вероятности, свойства вероятности.

7. Статистическое определение вероятности.
8. Геометрическое определение вероятности.
9. Теорема сложения вероятностей.
10. Теорема умножения вероятностей.
11. Условная вероятность.
12. Следствия из теорем сложения и умножения вероятностей. Иллюстрация на графе.
13. Формула полной вероятности. Иллюстрация на графе.
14. Формула Байеса.
15. Схема Бернулли для  $n$  конечных повторных испытаний. Наивероятнейшее число.
16. Обобщение схемы Бернулли. Теоремы Лапласа и Пуассона.
17. Закон больших чисел. Проявление закона больших чисел в массовых процессах и явлениях.
18. Случайная величина. Дискретные случайные величины: закон распределения.
19. Функция распределения случайной величины, ее свойства и график.
20. Числовые характеристики положения дискретной случайной величины.
21. Математическое ожидание и его свойства.
22. Числовые характеристики рассеивания дискретной случайной величины.
23. Дисперсия и ее свойства. Приложение дисперсии.
24. Биномиальное распределение и его числовые характеристики.
25. Геометрическое распределение и его числовые характеристики.
26. Распределение Пуассона.
27. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная и интегральная функции распределения, их свойства.
28. Числовые характеристики положения и рассеивания непрерывных случайных величин.
29. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
30. Показательное распределение.
31. Нормальное распределение. Правило трех сигм.
32. Двумерные случайные величины.
33. Характеристики двумерных случайных величин.
34. Корреляционный граф многомерных случайных величин.
35. Вариационный и статистический ряды.
36. Дискретный и интервальный ряды.
37. Графическое представление рядов: полигон и гистограмма распределения.
38. Числовые характеристики вариационного ряда.
39. Выборочный парный линейный коэффициент корреляции Пирсона.
40. Ранговая корреляция.
41. Анализ взаимосвязей. Корреляционные матрицы.

### **Методические указания для преподавателя**

#### **Главные особенности изучения дисциплины:**

- *практикоориентированность*, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;

- *субъектноориентированность*, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;

- *преemptивность*, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплины «Педагогическая статистика» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются

следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает 12 тем, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по данной дисциплине должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по линейной алгебре и аналитической геометрии, где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса данного курса позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теорией и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов, домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

### **Методические указания для обучающихся**

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного



управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и зачету с оценкой по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к докладу;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к тесту;
- подготовка к зачету с оценкой.

#### **Работа с лекционным материалом**

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

#### **Выполнение домашнего задания к занятию**

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

#### **Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе**

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

#### **Подготовка к докладу**

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Виды докладов:

- 1) доклад – учебное выступление на заданную тему;
- 2) доклад-отчёт о результатах проделанной работы (в том числе доклад на предзащите и защите курсовой работы и дипломного исследования).

Доклад имеет следующие признаки:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

#### **Требования к подбору и использованию докладов:**

1. Подобранный материал должен соответствовать заявленной теме доклада.
2. Используемый материал должен соответствовать уровню знаний и умений обучающихся, а также реализовывать определенную учебную задачу.
3. Теоретический материал должен подбираться с учетом требований и особенностей учебной дисциплины, в рамках которой он используется.
4. Доклад должен строиться в соответствии с определенной композицией: введение; основная часть, включающая тезисы, доказательства и примеры; вывод.
5. Устное выступление должно соответствовать принятому при научном общении формату: заявка темы и проблемы выступления, подведение итогов.

#### **Общие этапы подготовки к докладу на практическом занятии:**

При подготовке докладов студенты должны самостоятельно определить основную идею доклада, выбрать его структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры, уметь ответить на вопросы аудитории и преподавателя.

Самостоятельную работу над темой доклада следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, презентации нужно отобрать не менее 10 наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них – обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме. Продолжительность доклада не более 7 минут.

#### **Подготовка к тесту**

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам. Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

#### **Подготовка к зачету с оценкой**

Для успешной сдачи зачета с оценкой рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету должна проводиться систематически, в течение всего семестра.

2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета: студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до начала сессии.

3. 3-4 дня перед зачетом с оценкой необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2-3 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также доучить некоторые вопросы.