

## **Общие методические указания к изучению курса «Прикладная механика».**

Методические рекомендации по решению задач представлены по трем разделам прикладной механики: статике, кинематике и динамике.

Текущие контрольные работы представлены в 10 вариантах, обобщающий контроль знаний проводится в форме тестов по всем разделам.

Относительно методики изучения механики можно рекомендовать следующие приемы.

Прочитав по учебнику теоретический материал, необходимо в нем тщательно разобраться и понять предлагаемые формулировки и доказательства теорем.

После изучения каждого параграфа полезно написать, не заглядывая в книгу, формулировки определений и теорем, сравнить записанное с формулировкой, данной в учебнике, и критически отнестись к своей работе. Необходимо иметь в виду, что в хорошо сделанной формулировке каждое слово имеет определенное значение и не может быть выброшено без ущерба для ясности и полноты этой формулировки.

После изучения каждой главы (темы программы) рекомендуется составлять краткий конспект этой главы (темы).

Усвоив теоретические положения данной темы программы, студент должен переходить к решению задач, относящихся к этой теме, предварительно разобрав имеющиеся в учебнике примеры и решенные задачи.

Приступая к самостоятельному решению задачи, необходимо сначала обдумать план всего решения и установить, какими теоремами или уравнениями следует воспользоваться для решения данной задачи, а затем, убедившись, что план намечен правильно, приступить к решению задачи. При этом нужный для задачи чертеж следует сделать аккуратно, придерживаясь масштаба, так как небрежно сделанный чертеж часто ведет к ошибкам.

Заканчивая изучение темы, нужно ответить на все вопросы для самопроверки (это в особенности необходимо при подготовке к экзамену). Умение дать самостоятельно, не заглядывая в учебник, точные ответы на все вопросы для самопроверки гарантирует усвоение курса.

Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, на обложке которой написать свою фамилию и инициалы, шифр, номер контрольной работы и вариант, который выбирается по последней цифре шифра. При оформлении контрольной работы следует обязательно оставлять поля для замечаний рецензента.

При сдаче экзамена студент должен представить зачетные по данному разделу контрольные работы. Все отмеченные рецензентом ошибки и недостатки должны быть исправлены.

При выполнении контрольных работ нужно обязательно переписать полностью весь текст каждой задачи и сделать относящийся к задаче чертеж, причем чертеж выполняется в карандаше, аккуратно и точно. На чертеже должны быть изображены оси координат и все векторы, которые встречаются в ходе

решения данной задачи (в заданиях по статике и динамике - силы, скорости и ускорения, а в задании по кинематике- скорости и ускорения).

Ход решения каждой задачи должен сопровождаться краткими пояснениями, т.е. должно быть указано, какие теоремы, формулы или уравнения применяются при решении данной задачи. В противном случае задание не зачитывается.

## **Литература.**

### **Основная литература.**

Воронков И.М. Курс теоретической механики. Физматгиз, 1954 и последующие издания.

Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Физматгиз, 1954 и последующие издания.

Николаи Е.Л. Теоретической механика. Физматгиз, 1952 и последующие издания.

Савин Г.П., Кильчевский Н.Л, Пулята Т.В. Курс теоретической механики. Гостехиздат УССР, 1957 и последующие издания.

Тарг С.М. Курс теоретической механики. Изд. 3-е. Физматгиз, 1963 и последующие издания.

Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики, ч.1, «Высшая школа», 1962 и последующие издания.

Яблонский А.А. Курс теоретической механики, ч.2, «Высшая школа», 1962 и последующие издания.

### **Дополнительная литература.**

Айзенберг Т.Б., Воронков И.М., Осецкий В.М. Руководство к решению задач по теоретической механике. «Высшая школа», 1965.

Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах, ч.1 и 2. Физматгиз, 1961 и последующие издания.

Бражниченко Н.А., Канн В.Л., Мюнцберг Б.Л., Морозов В.И. Сборник задач по теоретической механике. Судпромгиз, 1963.

Бутенин Н.В. Теория колебаний. «Высшая школа», 1963.

## Указания к решению задач

В первой задаче требуется определить опорные реакции фермы. Далее следует определить усилия в стержнях 1,2,3 заданной фермы по способу разрезов фермы (способу Риттера), а в стержнях 4 и 5 – по способу вырезания узлов. При определении усилий в стержнях 1,2,3 следует составить три уравнения равновесия, а при определении усилий в стержнях 4,5 – два уравнения равновесия для соответствующего узла.

Определение усилий в стержнях фермы способом разрезов ведется по следующей схеме:

Номер стержня	Обозначение разреза	Точка, взятая за центр моментов	Уравнение равновесия	Величина усилия в стержне

Решение уравнений равновесия прилагается к этой таблице.

Вторая задача относится к равновесию системы сходящихся сил в пространстве. При решении ее следует вырезать узел А и затем составить три уравнения равновесия для этого узла, приравнивая нулю сумму проекций всех сил на координатные оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Кроме того, следует рассмотреть еще равновесие узла В. При вычислении проекций силы  $\vec{S}$  на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  следует сначала спроектировать эту силу на плоскость  $xAy$ , а затем полученную проекцию, направленную по прямой  $KВ$ , спроектировать на оси  $x$  и  $y$ .

Третья задача относится к теме «Плоскопараллельное движение твердого тела». При определении скоростей точек плоского механизма, состоящего из нескольких звеньев, следует рассмотреть движение каждого звена в отдельности, начав с того звена, движение которого задано.

При решении задачи следует сначала найти скорость точки А и положение мгновенного центра скоростей звена АВ. Для определения скоростей точек С и D удобно воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек плоского сечения на прямую, соединяющую эти точки.

При определении угловой скорости звена АВ нужно воспользоваться уже найденным мгновенным центром скоростей для этого звена.

Четвертая задача относится к теме «Сложное движение точки» и решается при помощи теорем параллелограмма скоростей и параллелограмма ускорений, или теоремы Кориолиса. При решении задачи за переносное движение следует принять вращение кулисы вокруг О, относительным движением будет являться движение ползуна А вдоль кулисы. Также необходимо учесть, что абсолютное движение точки А есть прямолинейное движение этой точки по наклонной направляющей.

Пятая задача относится ко второй основной задаче динамики материальной точки (определение движения точки по заданным силам). Для решения этой задачи нужно составить два дифференциальных уравнения движения и затем их проинтегрировать, принимая во внимание начальные условия движения. При этом следует составить два дифференциальных уравнения движения в

декартовых координатах и учесть, что эти уравнения интегрируются как линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Следующая задача относится к теме «Общие теоремы динамики точки». При ее решении следует применить теорему об изменении кинетической энергии материальной точки и теорему о работе силы тяжести. Для определения двух реакций связей следует либо составить два дифференциальных уравнения движения в естественной форме ( $m\omega_n=F_n+N_1$ ,  $m\omega_\tau=F_\tau$ , где  $\tau$  и  $n$  – направления главной нормали и касательной), или на основании принципа Даламбера составить два уравнения равновесия.

При решении седьмой задачи следует воспользоваться формулой для определения проекции вектора скорости центра масс системы на ось  $x$ , заметив, что эта проекция остается постоянной. Кроме того, необходимо учесть, что барабаны участвуют в сложном движении и при вычислении количества движения системы следует рассматривать их абсолютные скорости. При вычислении количества движения троса следует учесть, что относительное движение троса – поступательное.

Восьмая задача решается при помощи принципа возможных перемещений. При решении этой задачи следует сообщить системе возможное перемещение, повернув на бесконечно малый угол кривошип АВ. Чтобы найти зависимость между возможными перемещениями точек В и С можно воспользоваться равенством проекций этих перемещений на прямую, соединяющую эти точки.

Последнюю задачу требуется решить при помощи дифференциальных уравнений движения в обобщенных координатах (уравнений Лагранжа). Так как мы имеем систему с двумя степенями свободы, то нужно составить два дифференциальных уравнения движения системы.

Чтобы составить уравнения Лагранжа, следует сначала выразить кинетическую энергию данной системы через выбранные обобщенные координаты и обобщенные скорости (производные от координат по времени). При этом необходимо учесть, что цилиндр участвует и в переносном и в относительном движениях. Абсолютную скорость центра тяжести такого тела следует найти по теореме сложения скоростей.

#### Задача 1.

К ферме приложены пять заданных сил  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ . Определить опорные реакции в точках А и В. Найти также усилия в стержнях 1, 2, 3 способом Риттера, а в стержнях 4 и 5 – по способу вырезания узлов (табл. 1; силы заданы в килоньютонах, расстояния в метрах); рис. 1

Табл. 1

№	$\alpha$	a	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	b
1	30°	3	120	80	0	40	40	3
2	30°	2	80	40	60	40	0	4
3	60°	3	40	40	60	30	10	3
4	15°	1,5	20	40	40	60	30	2
5	45°	4	100	50	0	75	20	4
6	90°	1,6	120	60	60	40	80	4

7	30°	2,8	40	20	40	10	0	7
8	45°	4	60	30	0	20	30	4√3
9	60°	2,5	80	20	40	20	0	7,5
10	90°	1,5	100	20	50	20	30	0,5√3

Рис.1

### Задача 2

Система шести невесомых стержней имеет три неподвижные опоры С, D, O и два соединительных шарнира А и В, как указано на рисунке. В узлах А и В приложены заданные силы Q и P ( в кН.), причем сила P лежит в плоскости zAu и составляет с осью Au угол φ, а сила Q составляет с осями координат x,y,z углы α,β,γ . Определить усилия в этих стержнях, если заданы углы α,β,γ,φ.(рис.2;табл.2)

Табл.2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	90°	90°	90°	45°	60°	60°	60°	45°	30°	60°
β	45°	30°	60°	60°	45°	60°	60°	90°	60°	90°
γ	45°	60°	30°	60°	60°	45°	45°	45°	90°	30°
φ	0°	90°	30°	45°	60°	0°	0°	60°	30°	90°
b	2a	a	1,5a	1,5a	1,2a	2a	1,6a	a	2a	a
c	a	2a	2a	1,5a	1,6a	2a	1,6a	1,6a	3a	1,5a
P	20	30	25	30	15	24	18	32	30	15
Q	18	15	20	15	20	12	12	16	10	20

Рис.2

### Задача 3.

Кривошип OA= r кривошипного механизма OAB вращается с угловой скоростью ω. К шатуну AB =L шарнирно прикреплен в точке C (AC= a) стержень CD, соединенный концом D шарнирно со звеном DE, которое вращается вокруг неподвижной оси E. Построить мгновенные центры скоростей звеньев AB и CD, вычислить скорости точек B,C, D и угловую скорость звена AB.( рис.3; табл.3; длины заданы в сантиметрах, а ω – в сек<sup>-1</sup>).

Табл.3

№	φ	α	β	r	L	a	ω
1	0°	45°	90°	30	120	40	6π
2	60°	45°	60°	40	40√3	10√3	4π
3	0°	90°	90°	25	80	30	3π
4	60°	90°	90°	20	20√3	15√3	3π
5	45°	30°	45°	60	60	30	4π
6	90°	45°	45°	30	30√2	15√2	2π

7	90°	90°	60°	40	80	20	4π
8	0°	90°	60°	20	60	20	3π
9	30°	90°	60°	40	40	20	4π
10	30°	60°	45°	40	80	40	2π

Рис.3

Задача 4.

В кулиском механизме при качании кривошипа ОС вокруг неподвижной оси О, перпендикулярной к плоскости чертежа, ползун А, перемещаясь вдоль кривошипа ОС, приводит в движение стержень АВ, соединенный с ползуном А шарнирно и перемещающийся в наклонных направлениях, образующих с осью Ох угол  $\alpha$ . Определить скорость и ускорение стержня АВ в момент  $t_1$ , если заданы угол поворота кривошипа, отсчитываемый от положительного направления оси Ох как функция времени  $t$ , и расстояние  $h$ . (рис.4; табл.4, где  $h$  - в см,  $\varphi$  - в рад).

Табл.4

№	h	$\alpha$	$\varphi$	$t_1$
1	20	0°	$\pi/3 \cos 2/3\pi t$	4
2	30	60°	$4/9 \pi \cos^2 \pi t$	7/6
3	16	90°	$\pi/3 \cos^2 \pi t$	1
4	40	45°	$\pi/4 \sin^2 \pi t$	3/2
5	24	45°	$\pi/4 \sin \pi/6 t$	3
6	20	60°	$\pi/2 \cos \pi t$	1/3
7	24	30°	$\pi/3 \sin^2 \pi t$	2/3
8	30	90°	$\pi/3 \cos 2\pi t$	5/6
9	28	0°	$\pi/2 \cos^2 \pi/2 t$	1,5
10	18	90°	$\pi \sin^2 2/3\pi t$	3,5

Рис.4

Задача 5.

Материальная точка весом  $P$  н. движется в плоскости  $xOy$  под действием силы  $F=k^2mg$  в ньютонах, где  $r$  – радиус-вектор движущейся точки, проведенной из начала координат,  $m$ - ее масса (кг.), а  $k$ - постоянный коэффициент пропорциональности. Найти кинематические уравнения движения точки, если заданы ее координаты  $x_0, y_0$  в сантиметрах и проекции скорости  $v_{x0}, v_{y0}$  (см/сек) на оси координат в начальный момент; ось  $Oy$  направлена по вертикали вниз. (табл. 5)

Табл.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k$	2	3	6	4	5	10	8	7	8	5
$x_0$	20	0	0	30	0	20	32	35	0	5
$y_0$	0	30	0	20	30	40	48	42	20	30

$v_{x0}$	40	60	90	0	45	0	40	56	48	35
$v_{y0}$	60	0	30	24	35	0	64	49	56	30

#### Задача 6.

Кольцо  $M$  весом  $P$  н. скользит без трения по окружности радиуса  $R$ , расположенной в вертикальной плоскости. В начальный момент радиус-вектор  $OM_0$  кольца составляет с вертикалью угол  $\varphi_0$ , а начальная скорость кольца равна  $v_0$ . Определить скорость кольца в точке  $M$ , когда  $\angle M_0OM = \alpha$ , а также импульс действующих сил за время поворота радиус-вектора кольца на угол  $\alpha$ . (рис.5; табл.6, где  $R$  – в м.,  $v_0$  – в м/сек.)

Табл.6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$R$	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$v_0$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi_0$	30°	30°	45°	45°	60°	60°	90°	120°	150°	180°
$\alpha$	120°	210°	90°	225°	90°	150°	240°	210°	180°	120°

Рис.5

#### Задача 7.

На салазках помещены два барабана, причем на барабан  $A$  намотан стальной трос весом  $G$  н. Вес салазок с барабанами без троса равен  $Q$  н. Вес погонного метра троса равен  $P$  н/м. Расстояние между осями барабанов равно  $L$  м., а радиус каждого барабана равен  $r$  м. В начальный момент система находилась в покое, затем трос стали перематывать с барабана  $A$ , вращая барабан  $B$  с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon$  сек<sup>-2</sup>. Определить скорость салазок через  $t$  сек после начала перемотки. Трением, а также толщиной наматываемого слоя троса пренебречь. (рис.6, табл.7)

Табл. 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Q$	1000	1000	1500	1500	2000	2000	3000	3000	4000	4000
$G$	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	1000	1100	1200
								0	00	0
$P$	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$L$	2	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,5
$r$	0,2	0,2	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
$\varepsilon$	5,5	5	4,5	4	3	2,5	2	1,5	1	0,5
$t$	10	11	12	13	14	15	16	18	20	30

Рис.6

Задача 8.

К шарнирному четырехзвеннику ABCD в шарнире В приложена заданная сила Q н, перпендикулярная к звену АВ, а к звену ВС = L м. приложена пара сил с моментом М мн. Определить модуль силы Р, приложенной в шарнире С под углом  $\beta$  к звену CD при равновесии системы, если звено AD неподвижно,  $\angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$  и задан угол  $\alpha = \angle ABC$ ; весами стержней пренебречь. (рис.7, табл.8)

Табл.8

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q	300	150	200	250	150	300	100	200	500	240
M	150	300	300	300	90	120	300	240	250	60
L	0,5	0,8	0,4	0,5	0,6	0,8	1	0,8	0,5	0,8
$\alpha$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$2/3\pi$	$3/4\pi$	$5/6\pi$	$\pi/3$	$2/3\pi$	$3/4\pi$	$5/6\pi$
$\beta$	$5/6\pi$	$2/3\pi$	$3/4\pi$	$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/3$	$5/6\pi$	$\pi/6$

Рис.7

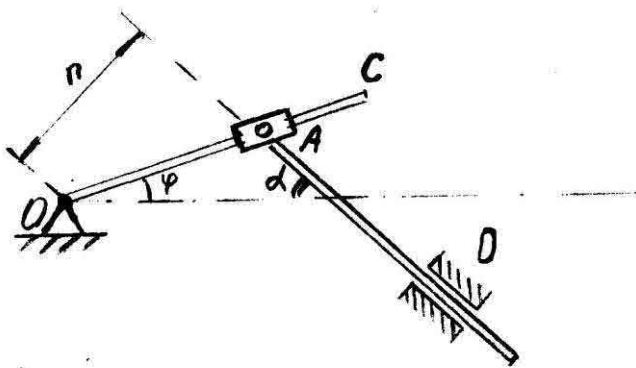
Задача 9.

По гладкой неподвижной наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha$ , движется под действием силы тяжести плита АВ весом  $P_1$  н., а на ней находится однородный круглый цилиндр весом  $P_2$  н., который может катиться по плите без скольжения. Принимая за обобщенные координаты расстояния  $OA = x$  и  $AE = s$ , составить уравнения Лагранжа и определить ускорение плиты и ускорение центра тяжести цилиндра; высотой плиты пренебречь. (рис.8)

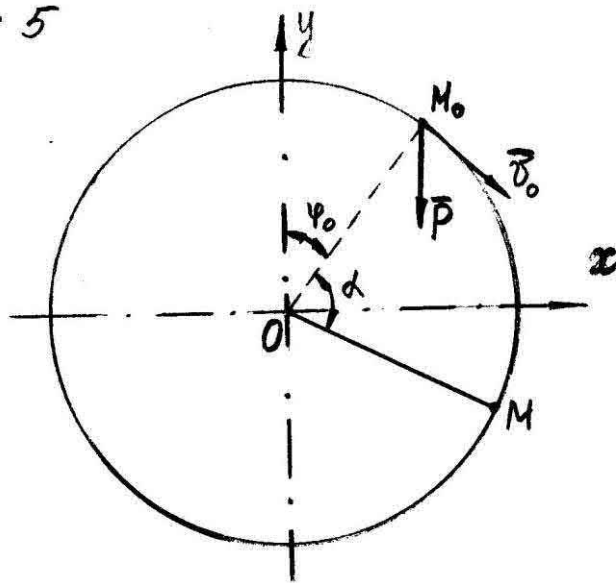
Рис.8



puc. 4



puc 5



puc. 6

