Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

На правах рукописи

Федорова Оксана Николаевна

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОЛЛЕДЖАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и
воспитания (математика) (педагогические науки)

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель: доктор
педагогических наук, профессор
А. В. Ястребов

Ярославль
2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. На протяжении последнего десятилетия в России осуществляется модернизация системы среднего профессионального образования (СПО), основная цель которой – повышение качества подготовки специалистов среднего звена. Ведущими профессионально значимыми качествами специалиста в современном обществе являются его профессиональная компетентность, конкурентоспособность, способность к эффективному решению задач в широком круге социальных, профессиональных и жизненных ситуаций. В связи с этим особая роль отводится обновлению содержания профессионального образования с целью приведения его в соответствие с требованиями общества и рынка труда, переосмыслению целей и результатов образования.

В государственных образовательных стандартах в общепрофессиональных дисциплин и профессиональных модулей прослеживается профессиональная направленность содержания образования, которая отражена в перечне профессиональных компетенций (ПК), технологиях их формирования, в конкретизации требований к результатам обучения. В требованиях к результатам освоения общих дисциплин, в том числе дисциплины «Математика», профессиональная направленность заявлена номинально, однако отсутствует достаточно развитая система конкретных методик по реализации этих положений, что подтверждается анализом учебных программ и учебной литературы для системы СПО. В ходе анализа учебных изданий по математике, рекомендованных для студентов, обучающихся по профессиям и специальностям технического профиля колледжа, было установлено, что большинство учебных изданий ограничивается стандартными задачами прикладного содержания при изучении темы «Дифференциальное и интегральное исчисление» и не имеет полного перечня профессионально-ориентированных задач по всем темам курса.

При анализе проблематики диссертационных исследований по методике преподавания математики за последние пять лет был выявлен явный дисбаланс в направлениях исследований. Большинство работ (от 80 до 100 % в разные годы) посвящено проблемам обучения математике в вузах и школах, и лишь небольшая часть посвящена проблемам обучения математике в ссузах. Возможно, среднее профессиональное образование не требует разработки адаптированных методических систем, достаточно воспользоваться педагогическим инструментарием, применяемым в вузе или школе. Однако проведенное нами исследование в ходе констатирующего эксперимента показало наличие различий между контингентом учащихся школ и вузов и контингентом учащихся колледжа. Мы сравнили обучающихся технического профиля с обучающимися школы и вуза по трем факторам: мотивации, обученности и способности мыслить математическими аналогиями. В исследовании было задействовано 195 обучающихся различных типов учебных заведений. В ходе сравнения были обнаружены сходства и отличия в мотивационной сфере обучающихся, причем по некоторым показателям студенты колледжа имеют более высокие показатели. Исследование уровня математической подготовки и способностей мыслить математическими аналогиями показало, что по этим факторам студенты колледжей имеют более низкие показатели, чем обучающиеся школы и вуза.

Таким образом, специфика студентов колледжа и необходимость реализации профессиональной направленности обучения математике в колледжах диктует необходимость разработать методическую систему профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, поскольку среди дисциплин технического профиля математика занимает особое стратегическое место, являясь мощным инструментом для решения профессиональных задач.

Вопросам профессиональной направленности в обучении в разные годы посвятили свои работы известные педагоги В. И. Загвязинский [45], Ю. М. Колягин [54], Л. Д. Кудрявцев [60], М. И. Махмутов [72-74], Р. А. Низамов [86] и др. Проблему профессионально направленного обучения в вузе и различные вопросы обучения математике в вузе рассматривали в своих исследованиях В. В. Афанасьев [9-10], И. И. Баврин [12], Б. В. Гнеденко [35], В. А. Гусев [37], И. П. Егорова [43], Г. Л. Луканкин [66], В. М. Монахов [78-79], А. Г. Мордкович

[80-83], Н. Х. Розов [100], Г. И. Саранцев [102-104], Е. И. Смирнов [111-112], Н. Ф. Талызина [119], В. А. Тестов [120-122], А. В. Хуторской [150-152], А. В. Ястребов [158] и др.

Профессионально-ориентированному обучению студентов колледжа посвятили свои работы В. Ю. Смольская [114-116], Р. М. Зайниев [47], рассматривая преемственность профессионально-ориентированного обучения в системе школа-колледж-вуз, Р. И. Бужикова [22], исследуя проблемы применения профессионально-ориентированного обучения иностранному языку студентов экономических колледжей, Л. К. Тогжанова [123], исследуя проблемы применения профессионально-ориентированного обучения русскому языку студентов медицинских колледжей, Т. В. Хорхордина [148], изучая проблему профессионально-ориентированного обучения краеведению студентов медицинского колледжа и др. Проблеме профессиональной направленности математической подготовки в средних профессиональных учебных заведениях посвящены работы П. Т. Апанасова, М. И. Башмакова, Б. В. Гнеденко, С. Г. Григорьева, В. А. Гусева, С. Л. Гуриновича, Р. М. Зайниева, Л. И. Майсеня, А. Д. Мышкиса, Ш. А. Музенитова, Н. А. Терешина, М. А. Чошанова и др. Основным средством реализации профессионально-ориентированного обучения в исследованиях авторов выступает решение профессионально-ориентированных задач. Вопросам применения профессионально-ориентированных задач при обучении математике посвятили свои исследования Н. В. Скоробогатова в контексте наглядного моделирования для инженерных направлений технического вуза [109], Л. В. Васяк для формирования профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики [26], В. А. Шершнева для повышения качества математической подготовки студентов транспортного направления технического вуза [155-156], Е. А. Зубова для формирования творческой активности будущих инженеров в техническом вузе [50] и др. Применению профессионально-ориентированных задач при обучении математике в учреждениях среднего профессионального образования посвятили свои работы Е. М. Мусина для обучения экономике студентов технических специальностей [84], Ж. В. Комарова как средство реализации межпредметных связей в процессе обучения математике в медицинском колледже [55], А. Б. Абдикаримова как средство реализации профессиональной направленности математического образования студентов экономического и технического профиля [1-2], Г. Н. Светлакова как средство реализации профессиональной направленности математической подготовки будущих экономистов [105], Т. Н. Алиева через задачи с производственным содержанием для ссузов нефтяной промышленности [7], Л. Ю. Бегенина как средство реализации прикладной направленности обучения математике в средних специальных учебных заведениях с использованием информационных технологий [18], И. Ю. Гаранина как способ реализации личностно-ориентированного обучения [31] и др.

Однако за последнее время нет исследований, посвященных системному подходу к профессионально-ориентированному обучению математике в колледжах технического профиля. В работе Г. Н. Светлаковой разработана модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледже экономического профиля, но обучение математике на техническом профиле имеет свою специфику, поэтому модель требует пересмотра и коррекции.

Проведенный в ходе констатирующего эксперимента опрос среди преподавателей математических дисциплин различных колледжей технической направленности выявил, что 78% опрошенных преподавателей испытывают потребность в методическом обеспечении процесса обучения математике, 85 % преподавателей готовы реализовать профессионально-ориентированное обучение математике, но испытывают дефицит в дидактическом и методическом обеспечении.

Анализ научно-методической литературы, нормативных документов, результаты констатирующего и поискового эксперимента позволили выявить **противоречия** между:

- номинальными требованиями государственного образовательного стандарта к профессионально-ориентированной направленности обучения математике и недостаточным методическим обеспечением для реализации этого требования;
- потребностью педагогической науки в теоретико-методологическом обосновании целевых, содержательных и процессуальных характеристик профес-

сионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля и недостаточной их научной разработанностью;

– объективно существующей необходимостью реализации междисциплинарных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледжах технического профиля, и отсутствием разработанной методики обнаружения и описания межпредметных связей.

В связи с указанными противоречиями сформулируем **проблему исследования**: каковы целевые, содержательные и процессуальные составляющие методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля?

Цель исследования: разработать методическую систему профессионально-ориентированного обучения в колледжах технического профиля.

Объект исследования: процесс обучения математике будущих специалистов среднего звена в колледжах технического профиля.

Предмет исследования: методическая система обучения математике в колледжах технического профиля.

Гипотеза исследования: учебная мотивация студентов колледжа, а также уровень их математической подготовки повысятся, если обучение математике будет строиться на основе специально разработанной методической системы профессионально-ориентированного обучения математике, которая:

– построена на основе дидактической модели профессионально-ориентированного обучения математике как теоретическом конструкте;

– направлена на реализацию межпредметных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледже, а содержание связей установлено с помощью специально разработанной методики применения графа соответствия между рядами объектов;

– основана на применении комплекса профессионально-ориентированных заданий и специальной методики его использования.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы возникла необходимость решения следующих основных **задач исследования:**

1. На основе теоретического анализа научно-педагогических исследований выявить и обосновать особенности профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, уточнить содержание базовых понятий исследования «профессионально-ориентированное задание» и «межпредметные связи» применительно к колледжам технического профиля.

2. Разработать дидактическую модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, основанную на специфике использования профессионально-ориентированных заданий при обучении математике и реализующую межпредметные связи математики со спецдисциплинами.

3. Для описания межпредметных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледжах технического профиля, разработать специальный язык для кодирования и раскодирования информации о содержании этих связей, унифицированный для реализации особых дидактических целей обучения математике студентов колледжа.

4. Разработать методическую систему профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, основанную на дидактической модели, реализующую принцип профессиональной направленности. В целях дидактического обеспечения разработать и апробировать специальный учебно-методический комплекс, состоящий из банка профессионально-ориентированных заданий и методических рекомендаций по его использованию, как средство профессионально-ориентированного обучения математике.

5. Экспериментально проверить эффективность и результативность внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения в колледжах технического профиля.

Теоретико-методологическую основу исследования составляют:

- теоретические основы проектирования и конструирования методических систем (Л. В. Занков, В. С. Ильин, М. И. Махмутов, В. М. Монахов, П. И. Пидкасистый, А. М. Пышкало, Г. И. Саранцев, Г. И. Щукина и др.);

– теоретические основы профессионального образования (С. И. Архангельский, С. Я. Батышев, В. И. Блинов, А. А. Вербицкий, П. Я. Гальперин, Б. С. Гершунский, Э. Ф. Зеер, С. М. Маркова, А. Г. Мордкович, А. М. Новиков, В. А. Сластенин, Т. И. Шамова и др.);

– научные труды в области реализации межпредметных связей (А. И. Еремкин, И. Д. Зверев, А. Н. Колмогоров, В. Н. Максимова, В. Е. Медведев, Д. Т. Мугаллимов, В. Н. Федорова и др.);

– теория профессиональной и прикладной направленности обучения (П. Т. Апанасов, Р. М. Асланов, Н. Я. Виленкин, С. С. Варданян, И. В. Егорченко, В. А. Кузнецова, М. И. Махмутов, А. Г. Мордкович, Ю. П. Поваренков, С. А. Розанова, Е. И. Смирнов, Н. А. Терёшин, В. В. Фирсов, Г. И. Худякова и др.);

– теория и методика использования задач в процессе обучения математике (В. В. Афанасьев, Г. А. Балл, В. А. Гусев, Ю. М. Колягин, И. Я. Лернер, В. А. Тестов, Л. М. Фридман, И. М. Шапиро, Д. Б. Эльконин, А. В. Ястребов и др.);

– теория и методика использования профессионально-ориентированных и прикладных задач в процессе обучения математике (В. А. Далингер, Ю. М. Колягин, А. Д. Мышкис, И. П. Натансон, В. А. Онищук, Г. И. Саранцев, В. В. Фирсов, И. М. Шапиро, С. И. Шварцбурд и др.);

– теория и методика использования информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в процессе обучения математике (Т. И. Алферьева, Я. А. Ваграменко, Б. С. Гершунский, А. П. Ершов, В. В. Зорин, Т. В. Капустина, А. А. Кузнецов, В. Р. Майер, М. А. Осинцева, И. Р. Сташкевич и др.);

– теория и методология педагогических исследований и статистической обработки результатов (В. С. Аванесов, В. И. Загвязинский, В. В. Краевский, Д. А. Новиков, А. М. Новиков, М. Н. Скаткин, В. С. Черепанов, Е. В. Яковлев и др.).

Для решения поставленных задач и проверки гипотезы привлечены следующие **методы педагогического исследования:**

– *теоретические* (анализ психолого-педагогической, научно-методической и специальной литературы, касающейся проблемы исследования, анализ Федеральных государственных образовательных стандартов СПО по специальностям технического профиля, анализ образовательных программ, учебных пособий по математике для СПО, синтез элементов, выделенных в ходе анализа и личного педагогического опыта автора);

– *эмпирические* (опытно-экспериментальная работа, беседы, наблюдение и анкетирование студентов и преподавателей, тестирование студентов, анализ самостоятельных, контрольных, лабораторных работ учащихся, педагогический эксперимент);

– *статистические* (обработка результатов педагогического эксперимента методами математической статистики, их количественный и качественный анализ).

Экспериментальная база: основной базой опытно-экспериментальной работы были ГОУ СПО ЯО Рыбинский полиграфический колледж, МОУ СОШ № 32 г. Рыбинска, ФГБОУ ВПО Рыбинский государственный авиационно-технологический университет имени П. А. Соловьева (г. Рыбинск).

Основные этапы исследования:

На *первом этапе* исследования (2011-2012 гг.) осуществлялся анализ психолого-педагогической, научно-методической и специальной литературы по проблеме исследования; выявлялась специфика профессионально-ориентированного обучения математике в системе СПО; формировались основополагающие педагогические и методические принципы исследования; формулировался понятийный аппарат исследования, были определены цели, задачи, сформулирована гипотеза исследования, выявлены противоречия; проводился констатирующий эксперимент, сформулирован план педагогического эксперимента и осуществлён его поисковый этап.

На *втором этапе* исследования (2012-2013 гг.):

– разрабатывалась методика описания связей между рядами объектов посредством графа соответствия, которая была применена для описания межпредметных связей математики с дисциплинами профессионального цикла при отборе содержания обучения математике;

– проектировалась дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля, и раскрывалось ее содержание с применением методики графа соответствия между компонентами модели;

– разрабатывалась методическая система профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля, и раскрывалось ее содержание с помощью методики описания связей посредством графа соответствия между компонентами системы;

– разрабатывалось и апробировалось учебно-методическое обеспечение методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля.

На *третьем этапе* (2014-2015 гг.) осуществлялось проведение опытно-экспериментальной работы с целью проверки эффективности внедрения методической системы. Проводился анализ уровня математической подготовки и учебной мотивации студентов технических специальностей колледжа. Методами математической статистики анализировались данные, полученные эмпирическими методами исследования, до и после эксперимента в контрольной и экспериментальной группах, делались соответствующие выводы. Оформлялся текст диссертации и автореферата.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается

– выводами, сделанными в ходе анализа современных психолого-педагогических и методических научных работ;

– обобщением различных подходов к реализации профессионально-ориентированного обучения математике в учреждениях среднего профессионального образования, выбором методологической основы и комплекса методов исследования, соответствующего поставленным задачам;

– опытно-экспериментальной проверкой результатов исследования и обработкой экспериментальных данных средствами математической статистики. Результаты теоретического исследования и экспериментальной проверки эффективности внедрения методической системы подтвердили выдвинутую гипотезу.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

– разработана дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, опирающаяся на реализацию межпредметных связей математики средствами выполнения профессионально-ориентированных заданий;

– разработана методика использования профессионально-ориентированных заданий в процессе обучения математике, основанная на системном использовании заданий различного вида в процессе обучения, направленная на расширение представлений обучающихся о прикладном значении математики;

– разработана новая методика описания связей между рядами объектов с помощью графа соответствия для выявления межпредметных связей математики со спецдисциплинами при отборе содержания обучения. Данная методика применена для описания методической системы обучения, для описания педагогических моделей.

Теоретическая значимость исследования состоит в следующем:

– выявлены и обоснованы условия, этапы, содержание и средства профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля;

– уточнены содержания базовых понятий исследования «профессионально-ориентированное задание» и «межпредметные связи» применительно к колледжу технического профиля, на основе понятия разработана и теоретически обоснована дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля;

– определены и обоснованы структура и содержание методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля.

Практическая значимость исследования определяется следующим:

– разработана и апробирована методика использования профессионально-ориентированных заданий в процессе обучения математике, основанная на особых способах включения заданий в процесс обучения, направленная на реализацию межпредметных связей математики со спецдисциплинами и расширение представления обучающихся о прикладном значении математики, что дает возможность получать высокий уровень овладения математическими знаниями и умениями при сохранении высокого уровня учебной мотивации обучающихся;

– для описания межпредметных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледже технического профиля, разработана методика описания связей между рядами объектов. Эта методика получила название «граф соответствия», апробирована при описании методической системы обучения математике и педагогических моделей;

– разработан и внедрен комплекс профессионально-ориентированных заданий, включающий банк профессионально-ориентированных задач, методические рекомендации по выполнению лабораторных работ с применением программных продуктов, методические рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов колледжа технического профиля;

– разработаны учебные пособия для студентов 2 курса колледжа технического профиля: «Практикум по математике», «Методические указания по выполнению лабораторных работ по математике с применением пакетов прикладных программ», «Методические рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов».

Личный вклад автора заключается в создании дидактической модели профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля; разработке и обосновании специальной методики применения комплекса профессионально-ориентированных заданий при обучении студентов колледжа технического профиля; разработке особой методики отбора профессионально-ориентированных задач посредством графа соответствия; выявлении педагогических условий и дидактических целей, достигаемых при использовании графа соответствия в процессе профессионально-ориентированного обучения математике различными категориями участников учебного процесса; разработке и апробировании комплекса профессионально-ориентированных заданий; экспериментальной проверке эффективности использования комплекса профессионально-ориентированных заданий, разработанного с применением методики графа соответствия.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля базируется на реализации межпредметных связей математики со спецдисциплинами и особом способе использования комплекса профессионально-ориентированных заданий. В основу дидактической модели положен теоретический подход к определению понятий «профессионально-ориентированное обучение», «межпредметные связи», «профессионально-ориентированная задача и задание». Положение доказано в ходе анализа научно-методической литературы на этапе поискового эксперимента.

2. Комплекс профессионально-ориентированных заданий является эффективным средством обучения математике в колледжах технического профиля, если он разработан с использованием методики графа соответствия для выявления и описания межпредметных связей тем математики со спецдисциплинами и направлен на удовлетворение как личных, так и коллективных запросов студентов и преподавателей. Эффективность применения методики графа соответствия доказана в ходе поискового эксперимента выявлением дидактических целей, на достижение которых направлена методика, многообразием возможностей применения методики, выявленными преимуществами методики.

3. Методическая система профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, разработанная на основе дидактической модели как теоретического конструкта, основанная на особом способе включения профессионально-ориентированных заданий в процесс обучения, реализующая межпредметные связи, является эффективным средством формирования и развития математических знаний и умений у студентов технических специальностей, повышения уровня их учебной мотивации. Положение доказано проверкой

эффективности внедрения методической системы статистическими методами на этапе формирующего эксперимента.

Апробация работы. Основные теоретические положения и результаты диссертационного исследования отражены в 20 публикациях автора. Результаты докладывались автором и обсуждались на заседаниях кафедры математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. На ежегодных Международных научно-практических конференциях «Чтения Ушинского» (Ярославль, 2011 – 2015 гг.).

2. На XI, XII и XIII Международных научно-практических конференциях «Колмогоровские чтения» (Ярославль, 2013 – 2015 гг.).

3. На Международной научно-практической конференции «Сравнительная педагогика в условиях международного сотрудничества и европейской интеграции» (Брест, 2015 г).

4. На XXXIV Международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (Калуга, 2015 г.).

5. На VII Международной научно-практической конференции «Научное творчество XXI века» (Красноярск, 2013 г.).

6. На II Международной научно-практической конференции «Современная педагогика: методологии, теории, практика» (Чебоксары, 2010 г.).

Структура диссертации и её объем. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и изложена на 190 страницах (без учёта приложений). Библиографический список содержит 162 наименования отечественной и зарубежной литературы.

ГЛАВА 1
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В УЧРЕЖДЕНИЯХ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

1.1 Принцип профессиональной направленности обучения математике в колледжах технического профиля

Одним из самых сложных вопросов педагогической науки является определение понятия «*процесса обучения*», поскольку он включает большое количество связей и отношений, множество различных условий и факторов. В различных научно-педагогических изданиях и толковых словарях «*обучение*» определяется как:

- целенаправленное *взаимодействие* преподавателя и обучающегося, в ходе которого решаются задачи образования [11];
- целенаправленный педагогический *процесс* организации и стимулирования активной учебно-познавательной деятельности учащихся по овладению научными знаниями и навыками, развитию творческих способностей, мировоззрения и нравственно-эстетических взглядов и убеждений [147];
- последовательно изменяющаяся *деятельность* учителя и учащихся, направленная на формирование системы знаний, основ научного мировоззрения, трудового и нравственного воспитания, творческой активности, обеспечивающих всестороннее развитие ученика [42].

В этих высказываниях обучение представляется по-разному. С одной стороны, как процесс и как деятельность, в котором представлены результаты деятельности, субъекты, участвующие в процессе, и субъекты, руководящие процессом обучения. С другой стороны, обучение представляется как вид, как явление и как взаимодействие. Определим понятие «обучение» применительно к колледжу. *Обучение* – это процесс организации и стимулирования активной учебно-познавательной деятельности. *Результат обучения* – научные знания, практические умения и навыки, виды профессиональной деятельности, общие и профессиональные компетенции, которыми овладевают обучающиеся. *Субъекты обучения* – студенты, субъекты, руководящие обучением, преподаватели. Таким образом, *обучение в колледже* – это процесс организации и стимулирования учебно-познавательной деятельности студентов по овладению ими научными знаниями, практическими умениями и навыками, общими и профессиональными компетенциями, видами профессиональной деятельности, который ведется под руководством преподавателей колледжа.

Под «*компетенцией*» понимается способность применять знания, умения, отношения и опыт в знакомых и незнакомых трудовых ситуациях [93]. Суть понятия заключается в его комплексном характере – интеграции знаний, умений, ценностей, установок и отношений, которые являются равнозначно важными для осуществления трудовой деятельности. Центральный аспект компетенции – способность осуществлять какую-либо деятельность, как привычную, так и новую, на основе органического единства знаний, умений, опыта, отношений и т.д.[93] Опыт определяется как то жизненное и профессиональное содержание, которое осмыслено и проработано человеком и стало частью его внутреннего мира. Профессиональным и управленческим опытом работник начинает обладать только тогда, когда он анализирует результаты своей деятельности и делает правильные выводы. Под обучением, основанном на компетенциях, понимается «обучение, основанное на определении, освоении и демонстрации знаний, умений, типов поведения и отношений, необходимых для конкретной трудовой деятельности / профессии». Ключевым принципом обучения, основанного на компетенциях, является ориентация на результаты, значимые для сферы труда [39].

Компетентностный подход в обучении диктует необходимость уделять особое внимание *принципу профессиональной направленности обучения*, поскольку его задача – разрешить противоречие между теоретическим характером изучаемых дисциплин и практическим умением применять эти знания в профессиональной деятельности, что, собственно говоря, и реализует компетентностный подход в обучении.

Для уточнения понятия «*профессиональная направленность*» кратко обозначим значение термина «*направленность*». В словаре С. И. Ожегова направленность понимается как «целеустремленная сосредоточенность мыслей, интересов на чем-нибудь» [92]. На образовательном уровне «направленность» проявляется во всех формах организации учебного процесса. В своем сочетании категории «профессиональная направленность» и «педагогическая направленность» выражают перспективы и возможности человека в рамках осваиваемой профессиональной деятельности в процессе обучения.

Впервые принцип профессиональной направленности обучения был введен Р. А. Низамовым и А. В. Барабанщиковым. Р. А. Низамов рассматривал профессиональную направленность учебно-воспитательного процесса в вузе как специфический принцип дидактики высшей школы [86]. Необходимость обоснования принципа профессиональной направленности была дана в работах В. И. Загвязинского [45] и В. А. Молостова [77]. Вопросы профессиональной направленности обучения исследованы в работах А. А. Вербицкого [27], А. Я. Кудрявцева [59], Л. П. Кузьминой [61], М. И. Махмутова [72-74], В. А. Сластенина [110] и др. Проблемы профессиональной направленности обучения математике достаточно полно разработаны для математических специальностей в педагогических вузах (В. В. Афанасьев [10], Г. Л. Луканкин [66], А. Г. Мордкович [80-83], Е. И. Смирнов [10; 111-112] и др.) для системы профтехобразования (С. Я. Батышев [14-16], А. П. Беляева [19], А. Я. Кудрявцев [59] и др.).

Параллельно с понятием профессиональной направленности в научной литературе часто используется термин «*прикладная направленность*» и «*практическая направленность*» обучения. Часто эти термины используются в одном и том же значениях и подменяют друг друга. Под *практической направленностью обучения* в педагогических исследованиях понимается содержательная и методологическая связь изучаемого курса с практикой, что предполагает формирование у обучаемых умений, необходимых для решения практических задач. *Прикладная направленность* чаще всего трактуется как ориентация изучаемого курса на его приложение в тех или иных сферах повседневной деятельности человека [54]. В реальном процессе обучения прикладная и практическая направленность обычно функционируют вместе, так как без свободного владения теоретическим аппаратом немыслимо заниматься даже простейшими приложениями. М. И. Махмутов считает, что прикладная направленность обучения – это «такое использование педагогических средств (содержания, форм, методов обучения), которое, обеспечивая усвоение обучаемыми предусмотренного программами минимума знаний, умений и навыков, в то же время способствует развитию целостного, по характеру отношения к данной профессии, формированию профессиональных качеств личности» [72].

Среди исследователей нет единого мнения по вопросу определения понятия профессиональной направленности. В работах А. Я. Кудрявцева и М. И. Махмутова профессиональная направленность в обучении объявляется дидактическим принципом. Так, А. Я. Кудрявцев, в частности, отмечает: «Основное содержание этого принципа выражает необходимость органического сочетания общего и профессионального образования и ориентирует на целенаправленное обучение учащихся применению получаемой системы знаний в области приобретаемой ими профессии» [59].

В педагогических исследованиях, посвященных профессиональной направленности обучения, выделяются два взгляда на это понятие. Первый подход рассматривает профессиональную направленность как ориентацию системы потребностей, мотивов, интересов и склонностей личности на положительное отношение к будущей профессии. И. Н. Алешина [4] выделяет в этом контексте следующие признаки профессиональной направленности:

- взаимосвязь профессиональной, общественной и познавательной направленности;
- связь профессиональной направленности с сущностью деятельности;
- осознанность и психологическая готовность к деятельности;
- всеобъемлющий устойчивый интерес к профессии на основе склонностей и способностей.

Профессиональная направленность, как считает И. Н. Алешина, является ведущим мотивом учения, стимулирующим познавательную деятельность студентов в процессе образования и самообразования. С точки зрения изучения отдельных дисциплин уровень профессиональной направленности зависит от двух компонентов – от отношения к профессии и отношения к предмету [5-6].

Второй подход к профессиональной направленности касается проблемы отбора и построения содержания образования на основе межпредметных связей общенаучных, общепрофессиональных и специальных дисциплин. А. Я. Кудрявцев показал, что принцип профессиональной направленности ориентирует не только на связь с производственным обучением, но и требует также охватывать теоретическое обучение, организацию межпредметных связей общеобразовательных и специальных дисциплин, использование профессионального аспекта в процессе обучения общеобразовательным предметам [59].

Более широкий анализ принципа профессиональной направленности был проведен М. И. Махмутовым [72-74]. По своей методологической форме принцип профессиональной направленности в этой работе определяется как вид взаимосвязи содержания социальной и технической стороны труда в структуре образования.

Различные аспекты профессиональной направленности обучения математике в учреждениях среднего профессионального образования посвящены исследовательские работы С. Н. Мухиной [85], Ж. В. Комаровой [55], И. Ю. Гараниной [30-33], Н. Н. Грушевой [36], Л. П. Кузьминой [61], Н. Н. Лемешко [64], В. Г. Соловьянюк [117] и др.

С. Н. Мухина в своем исследовании отмечает, что «функция прикладной значимости математики в учебном процессе реализуется через использование в процессе обучения математике прикладных задач, сближение методов решения учебных задач с методами, применяемыми при изучении специальных дисциплин, обучение студентов построению математических моделей, реализацию межпредметных связей, ознакомление студентов с особенностями применения математических знаний при изучении дисциплин выбранной специальности, алгоритмизацию процесса решения задач, использование компьютерных технологий» [84]. Учитывая прикладную значимость математики в учебном процессе, С. Н. Мухина определяет математическую подготовку студентов к изучению специальных дисциплин как «целостное, способное к изменению и развитию психическое свойство личности, которое характеризуется владением математическими знаниями, умениями, навыками для системного усвоения знаний общетехнических и специальных дисциплин, исследования их прикладных аспектов, а также развитыми личностными свойствами и профессионально значимыми ориентациями» и отмечает, что «математическая подготовка студентов к изучению специальных дисциплин является элементом системы математической готовности к профессиональной деятельности» [84].

В работах Ж. В. Комаровой отмечается, что средством реализации межпредметных связей при изучении математики в медицинском колледже, как и основным средством достижения целей-компетенций обучения, является решение профессионально-ориентированных задач, адекватных спроектированным целям-компетенциям обучения математике. Средством реализации межпредметных связей в процессе обучения математике также выступает проведение интегрированных занятий [55].

В диссертационной работе Н. Н. Грушевой [36], исследующей профессиональную направленность обучения математике в средних профессиональных учебных заведениях, рекомендованы следующие пути реализации принципа:

- содержание и структуру курса «Математика» можно строить достаточно гибким и вариативным;
- форма организации занятий по математике более свободная и предполагает в большей степени творческую активность студентов [36].

Одной из немногих работ, посвященных профессионально-направленному обучению математике в условиях СПО в целом, является исследование И. Ю. Гараниной, в котором данная проблема рассмотрена для всех специальностей СПО. В работе доказана необходимость включения в содержание курса математики вариативной профессионально-направленной составляющей, целесообразность использования групповой работы и метода проектов [31].

В своей работе Л. П. Кузьмина рассматривает понятие специализированной математической подготовки маркетолога, под которой понимается часть математического содержания его профессиональной подготовки и которая предусматривает изучение прикладных вопросов, непосредственно связанных с его профессиональной деятельностью. Автор утверждает, что содержание специализированной математической подготовки маркетолога необходимо проектировать с учетом его четкой дифференциации для различных ступеней многоуровневой профессиональной подготовки специалистов в области маркетинга. В рамках исследования разработана процедура дидактического проектирования содержания специализированной математической подготовки маркетолога в колледже, основанная на применении деятельностного подхода и включающая в качестве системообразующих разделы по построению модели профессиональной деятельности маркетолога, определению на её основе требований к содержанию специализированной математической подготовки, а также его структуры и состава [61].

В диссертации Н. Н. Лемешко проведена классификация специальностей системы среднего специального образования в зависимости от потребностей в математическом аппарате специальных дисциплин и будущей профессиональной деятельности выпускников, рассмотрены вопросы формирования содержания математического образования с учетом его профессиональной направленности [64].

Политехнический аспект проблемы межпредметной интеграции анализировался в педагогических исследованиях в области профессионального образования В. Г. Соловьянюк. В работе автора [117] показывается, что в системе дидактических принципов обучения в вузе принцип профессиональной направленности выступает в качестве основного, системообразующего, вокруг которого группируются все остальные. Автор рассматривает межпредметные связи как средство реализации единства общего, политехнического и профессионального образования. Принцип профессиональной направленности обучения не ориентирует только на профильное обучение, а предполагает охват теоретического обучения, организацию межпредметных связей, тем самым создавая основу сочетания общеобразовательного и профессионального в целостной системе образования и воспитания личности, подготовки ее к активному участию в профессиональной деятельности в соответствии с личными интересами и общественными потребностями. Таким образом, профессиональная направленность обучения непосредственно связывается с содержанием обучения и вопросами его построения [117].

В ходе анализа различных теоретических подходов к определению профессионально-направленного обучения было выяснено, что большинство авторов видят принцип профессиональной направленности в качестве системообразующего принципа в профессиональном обучении студентов как высших, так и средних профессиональных учебных заведений. Несмотря на различные подходы к трактовке этого понятия, можно заключить, что авторы видят реализацию принципа за счет специального отбора содержания, выбора методов, форм и средств обучения. Если говорить о профессионально-направленном обучении математике, то большинство авторов видят специфику содержания в решении профессионально-ориентированных задач и реализацию таким образом межпредметных связей математики со спецдисциплинами. Основная цель, на достижение которой направлено обучение математике в колледжах технического профиля, – усвоение знаний и умений, необходимых для дальнейшего успешного изучения спецдисциплин и профессиональных модулей и профессиональной деятельности. Основными механизмами достижения вышеобозначенной цели являются поддержание высокого уровня мотивации студентов, формирование устойчивого интереса к изучению спецдисциплин и будущей профессиональной деятельности.

С учетом вышесказанного достаточно полным определением профессиональной направленности является определение, данное М. И. Махмутовым. Он пишет, что *принцип профессиональной направленности* обучения заключается «в своеобразном использовании педагогических средств, при котором обеспечивается усвоение учащимися предусмотренных программами знаний, умений, навыков и в то же время успешно формируются интерес к данной профессии, ценностное отношение к ней, профессиональные качества личности будущего рабочего. Педагогическими средствами, служащими реализации профессиональной направленности обучения, являются как элементы содержания обучения, в частности, характер иллюстративного материала для раскрытия программных тем, способы его структурирования, так и некоторые компоненты приемов, методов и форм обучения» [72].

Прокомментируем определение, данное М. И. Махмутовым принципу профессиональной направленности с учетом специфики обучения математике в колледже технического профиля. Во-первых, в содержании понятия заложена одна из главных целей обучения математике – усвоение учащимися предусмотренных программами знаний, умений, навыков, осуществляемое не только на заданиях чисто математического содержания, но и посредством выполнения специфичных – профессионально-ориентированных заданий. Подробно методика использования комплекса профессионально-ориентированных заданий раскрыта в параграфе 2.3. Во-вторых, в определении приведена еще одна задача, решаемая средствами профессионально-ориентированного обучения, – повышение учебной мотивации через формирование интереса к будущей профессии и профессионально важных качеств личности. Эта задача является метапредметной, мы видим ее решение в расширении у обучающихся представлений о прикладной и профессиональной значимости математики через непрерывную демонстрацию возможностей применения математических знаний и умений при изучении спецдисциплин. И наконец, в определении заложены пути реализации принципа при обучении математике через специальный отбор содержания на теоретическом уровне и через отбор специальных методик на процессуальном уровне. Эти подходы положены в основу разработанной нами дидактической модели и методической системы профессионально-ориентированного обучения математике.

Наряду с понятием принципа профессиональной направленности в педагогической литературе существует понятие профессионально-ориентированного обучения. Под *профессионально-ориентированным обучением* мы будем понимать обучение, направленное на реализацию принципа профессиональной направленности. Для профессионально-ориентированного обучения принцип профессиональной направленности является доминирующим, все остальные принципы обучения подчинены ему.

Специфика профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля заключается в следующем. Цели обучения в школе и в вузе монолитны: получение общего математического или профессионально-математического образования соответственно. Цель обучения в техникуме композитная: завершить школьное математическое образование и получить профессионально-математическое.

Анализ учебных планов показал, что по всем специальностям технического профиля параллельно с математикой изучается ряд спецдисциплин и профессиональных модулей, в которых востребованы знания и умения, приобретаемые в результате изучения математических дисциплин. Так на специальности «Компьютерные сети» в дисциплине «Электротехника» востребованы знания по темам «Решение систем линейных уравнений», «Интегральное исчисление» и «Комплексные числа». На специальности «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования» при изучении дисциплины «Техническая механика» нужны знания по темам «Решение систем линейных уравнений», «Дифференциальное и интегральное исчисление». По этой причине установление межпредметных связей носит в колледжах особый смысл: удовлетворение потребностей спецдисциплин в применении математических методов решения задач, выстраивание последовательности изучения тем согласно хронологии изучения соответствующих методов решения задач на спецдисциплинах.

Условия обучения в техникуме отличаются от условий в школе/вузе в двух отношениях. Во-первых, на изучение математики выделяется меньшее количество часов. На каждую тему курса дается 2 часа на лекционное и 2 часа на практическое занятие. Это влечет за собой выбор специфичных методов обучения: нет возможности давать математические утверждения с полным доказательством, многое доказывается методом индукции, порой неполной; доказательство утверждений и решение задач проводится с помощью визуализации объектов. Во-вторых, следует учитывать неоднородность контингента студентов 2 курса, а именно, наличие студентов, получивших школьное математическое образование в школе и в колледже.

В ходе исследования было установлено, что свойства контингента студентов также отличаются в двух отношениях. Во-первых, есть более сильная мотивация на освоение утилитарного компонента будущей профессии, но в то же время ниже уровень математической подготовки и меньшая «креативность» их мышления с точки зрения математики.

В условиях колледжа есть возможность реализовать принцип профессиональной направленности не за счет вариативной составляющей, как это сделано в работах Н. Н. Грушевой и И. Ю. Гараниной, не прибегая к ресурсным занятиям, как было предложено Н. В. Скоробогатовой и Е. А. Зубовой. На каждом занятии и во внеаудиторное время по каждой теме дисциплины «Математика» студент выполняет профессионально-ориентированные задания, которые раскрывают содержание межпредметных связей математики со спецдисциплинами и профессиональными модулями.

Г. И. Худякова, придерживаясь определения принципа профессиональной направленности, данного М. И. Махмутовым, рассматривает его в единстве двух аспектов обучения: содержательного и процессуального. *Содержательный аспект* включает отбор содержания обучения, учитывающий специфику будущей профессиональной деятельности обучающихся и прикладную направленность обучения. *Процессуальный аспект* профессиональной направленности обучения подразумевает применение комплекса методических средств, систематическое применение которых обучает студентов использованию системы полученных математических знаний и умений при изучении специальных дисциплин и в будущей профессиональной деятельности [143].

По мнению Г. И. Худяковой, принцип профессиональной направленности должен выполнять ряд педагогических функций. *Методологическая функция* профессиональной направленности состоит в воспитании системы взглядов, убеждений как основы формирования мировоззрения и профессионального мышления. Тем самым реализация ее выполняет определенную социальную задачу по формированию профессионально важных качеств личности. Профессиональная направленность, будучи принципом, с учетом которого строится система обучения (содержание, формы, методы и т. д.), выполняет *конструктивную функцию*. *Формирующая функция* заключается в создании условий для формирования определенных личностных качеств (мотивационной структуры, профессионально необходимых качеств, творчества, активности и др.). *Системная функция* принципа профессиональной направленности состоит в том, что он придает определенный смысл всем остальным принципам обучения для всех участников образовательного процесса и играет роль системообразующего элемента всего процесса обучения. *Интеграционная функция* профессиональной направленности заключается в том, что профессиональная направленность раскрывает общее образование как основу профессиональных знаний, объединяет всю совокупность знаний, умений и навыков и превращает ее в инструмент, пригодный для конструирования профессиональной деятельности. Интеграционная функция профессиональной направленности проявляется в отборе содержания учебных предметов, в составлении учебных программ, в которых должна обеспечиваться органическая связь между всеми компонентами профессиональных знаний, умений и навыков. Реализация принципа профессиональной направленности обеспечивает *дифференциацию обучения,* которая проявляется в том, что для разных групп профессий содержание специальных предметов различно. *Гуманистическая и мотивационная функции* принципа профессиональной направленности проявляются в возможности разрешения проблемы соотношения объективного содержания обучения основам наук и мотивов учения, что обеспечивает становление содержания образования в качестве необходимой ценности для обучающихся. *Социальная функция* профессиональной направленности заключается в том, что она адаптирует общеобразовательную и профессиональную подготовку учащихся с учетом их интересов, способностей, мотивов и потребностей в современных рыночных условиях, таким образом обеспечивается более высокая социальная защищенность специалиста на рынке труда. *Прогностическая функция* профессиональной направленности обеспечивает использование различной научной информации для планирования долгосрочной перспективы в подготовке специалистов, оперативную коррекцию содержания общего, специального и профессионального образования в соответствии с развитием научно-технического прогресса [149]. Все перечисленные функции профессиональной направленности обучения в равной степени могут быть соотнесены к процессу обучения в учреждениях среднего профессионального образования.

Эффективными *средствами и приемами* реализации профессиональной направленности являются акцентирование внимания учащихся на универсальности математических методов; определение области деятельности, в которой изучаемый теоретический материал имеет практическое применение; мотивация обучения, т. е. каждое новое понятие должно, по возможности, появиться в задаче практического содержания; использование задач, возникающих в практике и показывающих необходимость математических знаний в разных профессиях; обучение учащихся математическим методам познания, в частности построению математических моделей; использование межпредметных связей [23].

Для реализации принципа профессиональной направленности при обучении математике в колледже технического профиля необходимо создание определенных *педагогических условий*, а именно:

- мотивации всех участников педагогического процесса на освоение математических и профессиональных компетенций;
- систематического выполнения студентами профессионально-ориентированных заданий;
- систематического использования вычислительной техники (ВТ) при решении математических и технических задач;
- обеспечения процесса обучения особыми средствами: задачниками профессионально-ориентированных задач, компьютерными программами, средствами ВТ, методическими рекомендациями по выполнению заданий.

Проведенный нами в ходе исследования педагогический эксперимент показал, что в созданных специальным образом педагогических условиях повышается учебная мотивация студентов и степень усвояемости математических знаний.

Профессионально-ориентированное обучение математике в колледжах технического профиля осуществляется в три этапа:

Этап 1 – пропедевтический (1 курс колледжа). При изучении школьного курса математики на 1 курсе колледжа в рамках профильного обучения (на специальностях технического профиля) студенты имеют возможность познакомиться с прикладным характером изучаемых математических положений. Реализуется через решение прикладных задач. Пропедевтический этап реализуется и в школьном курсе математике в 10-11 классе, где школьники также имеют возможность знакомиться с прикладным характером математики.

Этап 2 – основной (2 курс колледжа). При изучении дисциплины «Математика» и «Элементы высшей математики» на специальностях технического профиля осуществляется систематическое выполнение профессионально-ориентированных заданий. Изучение дисциплины начинается со знакомства студентов с графом соответствия тем дисциплины «Математика» и изучаемых в колледже спецдисциплин, что создает у студента устойчивую мотивацию. По каждой теме дисциплины «Математика» студент решает как минимум две профессионально-ориентированные задачи, по некоторым темам выполняет задания с применением средств ВТ и профессионально-ориентированный проект. Таким образом поддерживается положительная учебная мотивация, что способствует повышению степени усвояемости математических знаний. Для специальностей технологического цикла изучение математических дисциплин на этом этапе заканчивается.

Этап 3 – узко специализированный (3 курс колледжа). У специальностей информационного цикла «Компьютерные сети» и «Программирование в компьютерных системах» в рамках изучения профессиональных модулей ведется изучение междисциплинарных курсов: «Математический аппарат в проектировании компьютерных сетей» и «Численные и математические методы». При изучении этих междисциплинарных курсов студенты используют полученные знания по математике в узкой профессиональной области. Этим этапом завершается изучение математических дисциплин в колледже технического профиля для специальностей информационного цикла.

Основными средствами реализации профессиональной направленности обучения большинство исследователей видят реализацию межпредметных связей и решение профессионально-ориентированных задач. Остановимся на каждом из этих средств более подробно.

1.2 Межпредметные связи как средство реализации принципа профессиональной направленности при обучении математике в колледжах технического профиля

Проблема межпредметных связей (МПС) является одной из ведущих в современной дидактике. Особую актуальность она приобретает в среднем профессиональном образовании, когда параллельно изучаются два разносторонних цикла дисциплин: общеобразовательный и профессиональный. Однако даже в рамках профессионального цикла дисциплин встает сложная задача объединения знаний, умений и навыков различных предметов в единое целое, решение которой в значительной степени улучшает качество подготовки специалистов. Существующая на сегодняшний день система обучения в системе СПО отражает традиционное деление (дифференциацию) научных отраслей, а также наук в рамках каждой из этих отраслей на естественные, гуманитарные и общепрофессиональные. Это порождает некоторую изолированность предметов, отсутствие системного восприятия объекта обучения, затрудняет формирование обобщенных знаний и умений будущего специалиста согласно требованиям квалификационной характеристики.

На сегодняшний день межпредметные связи рассматриваются многими учеными как один из важнейших дидактических принципов обучения будущих специалистов. Принцип соответствия содержания обучения профессиональной деятельности выпускников колледжа выражает необходимость учета связей, существующих между различными учебными дисциплинами, в целях формирования в сознании будущего специалиста целостной научной картины, служащей базовой основой его последующей профессиональной деятельности [91]. Таким образом, при отборе содержания педагогу важно выяснить связь преподаваемой дисциплины с другими дисциплинами и междисциплинарными курсами.

Осуществление межпредметных связей помогает формированию у студентов цельного представления о явлениях окружающей действительности и взаимосвязи между ними, это делает знания практически более значимыми и применимыми в будущей профессии, что в свою очередь, развивает и повышает интерес к избранной профессии, повышает мотивацию к обучению. С помощью многосторонних межпредметных связей не только на качественно новом уровне решаются задачи обучения, развития и воспитания студентов, но также закладывается фундамент для профессионального самоопределения и профессионального роста студентов колледжа. Именно поэтому межпредметные связи являются важным условием и результатом комплексного подхода в обучении и воспитании студентов колледжа. Межпредметные связи следует рассматривать как отражение в учебном процессе межнаучных связей, составляющих одну из характерных черт современного научного познания.

Большое число диссертационных исследований посвящено выявлению возможности использования межпредметных связей математики со спецпредметами для улучшения профессиональной подготовки специалиста (Ю. А. Кустов, Е. А. Фатеева, Ю. В. Пудовкина, Ф. П. Соколова, В. Н. Федорова, Д. М. Кирюшкин и др.).

Осуществление межпредметных связей математики и специальных дисциплин способствует повышению уровня как математической, так и профессиональной подготовки будущего специалиста за счет обеспечения следующих условий:

1) реализация межпредметных связей в процессе обучения математике позволяет улучшить качество математического образования и обеспечивает формирование профессиональных знаний, умений и навыков;

2) средством реализации межпредметных связей математики с другими дисциплинами являются межпредметные задачи, решение которых способствует формированию у студентов мотивации изучения математики и профессиональной направленности обучения [113].

Наиболее полной классификацией определений понятия «межпредметная связь» можно считать классификацию, предложенную В. Д. Далингером. Он определяет *межпредметную связь* как: 1) дидактическое условие; 2) составляющую компонента принципа системности и последовательности; 3) самостоятельный дидактический принцип; 4) дидактический эквивалент межнаучных понятий; 5) инструмент дидактического исследования реальных связей; 6) преемственность в развитии научных знаний; 7) систему, способ, средство, педагогическую категорию, межпредметное отношение; 8) взаимную согласованность учебных программ; 9) взаимосвязь между компонентами предметной структуры образования [38].

Межпредметную связь как *дидактическое условие* определяют Н. М. Бурцева, В. Н. Ретюнский, В. Н. Фёдорова, П. Н. Новиков, Д. В. Усова, И. И. Гайдуков, Е. Н. Орлова. Например, Н. М. Бурцева считает, что «межпредметная связь – это дидактическое условие, способствующее отражению в учебном процессе интеграции научных знаний, их систематизации, формированию научного мировоззрения, оптимизации учебного процесса и, наряду с этим, позволяющее каждому учащемуся раскрыть и реализовать свои потенциальные возможности, опираясь на ценностные ориентации каждого» [24].

Межпредметную связь как *составляющую компоненту принципа системности и последовательности* определяют М. А. Данилов, В. П. Есипов, И. Д. Зверев, Е. И. Щукина, Т. А. Ильина, К. П. Королёва. Например, К. П. Королёва определяет межпредметную связь следующим образом: «Межпредметная связь – это одна из особенностей содержания образования, выражающаяся в согласовании учебных программ и проявляющая себя в процессе обучения в принципе систематичности» [56]. В своих исследованиях И. Д. Зверев определяет МПС как дидактическое средство повышения эффективности усвоения знаний, умений, навыков [49] и как отражение взаимосвязи всех основных элементов целостной системы знаний о природе, обществе и человеке [48].

Межпредметную связь как *самостоятельный дидактический принцип* определяют В. Е. Медведев, Ш. И. Ганелин, Н. Д. Лошкарёва, М. М. Левина, Н. Д. Сорокин. Например, Н. Д. Сорокин пишет: «… есть все основания считать межпредметные связи одним из принципов дидактики. Как принцип обучения, межпредметные связи взаимодействуют со всеми другими принципами. …Таким образом, межпредметные связи при их систематическом и целенаправленном осуществлении перестраивают весь процесс обучения, т.е. выступают как современный дидактический принцип» [118].

Межпредметную связь как *дидактический эквивалент межнаучных понятий* определяют И. Ф. Борисенко, В. Н. Келбакиани, В. Н. Фёдорова. Например, В. Н. Фёдорова, Д. М. Кирюшкин считают, что «межпредметные связи представляют собой отражение в учебных дисциплинах тех дидактических взаимосвязей, которые объективно действуют в природе и познаются современными науками, поэтому межпредметные связи следует рассматривать как дидактический эквивалент связей межнаучных» [133].

Межпредметную связь как *инструмент дидактического исследования реальных связей* определяет С. Б. Батурина [13]. Межпредметную связь *как преемственность в развитии научных знаний* определяют А. В. Петров, В. Ф. Ефименко [44].

Таким образом, большинство исследователей считают, что межпредметная связь есть, прежде всего, педагогическая категория, и существенной основой её является более высокая объединяющая функция.

Мы в своей работе будем придерживаться определения межпредметных связей, предложенного Г. Ф. Федорцом, поскольку оно наиболее полно отражает все свойства данного понятия: «*Межпредметные связи* есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших своё отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в органичном единстве» [132].

Дадим несколько комментариев к определению с учетом специфики обучения математике в колледжах технического профиля. В роли объектов, явлений и процессов реальной действительности выступают, прежде всего, элементы будущей профессиональной деятельности специалиста среднего звена. Кроме того, находят свое применение и реальные объекты, явления и процессы, протекающие в природе: рост числа популяций, различные физические процессы, характеризующиеся скоростью протекания; в быту: геометрические и физические измерения; в технике: специальные технические измерения, электрические, механические и другие явления.

Свою интегрирующую роль МПС выполняют при создании определенных педагогических условий, обозначенных в параграфе 1.1. Влияние МПС на отбор содержания, методов и средств обучения будет описано ниже при построении методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля.

Специфичны *функции*, которые выполняют МПС при обучении математике в колледжах технического профиля. *Образовательные функции* заключаются в более успешном усвоении программных знаний по математике, востребованных в смежных дисциплинах, овладении математическими методами решения задач, возникающих в спецдисциплинах и будущей профессиональной деятельности. *Развивающая функция* заключается в развитии устойчивого интереса к изучению спецдисциплин и будущей профессиональной деятельности, развитии представлений о прикладном значении математики, формировании представлений об универсальности законов и методов математики. *Воспитывающие функции* заключаются в воспитании профессиональной культуры будущих специалистов среднего звена.

В педагогических исследованиях существует несколько подходов к классификации межпредметных связей. Остановимся на некоторых из них.

Исходя из того, что состав межпредметных связей определяется содержанием учебного материала, формируемыми навыками, умениями и мыслительными операциями, по составу выделяются следующие типы межпредметных связей: *содержательные* – по понятийному аппарату, теориям и законам наук; *операционные* – по формируемым умениям, навыкам и мыслительным операциям; *методи-*

ческие – по применению различных педагогических методов; *организационные* – по различным формам организации учебного процесса. В процессе обучения математике в колледжах технического профиля имеют место все перечисленные типы межпредметных связей. Понятийный аппарат, формируемый при изучении математики, востребован при изучении ряда спецдисциплин. Такие связи были установлены при составлении графа соответствия I и II типа (параграф 2.2). Применение методов решения математических задач при изучении дисциплин было установлено при составлении графа соответствия между темами курса математики и спецдисциплин III и IV типа (параграф 2.2). Методические межпредметные связи заложены в понятие профессионально-ориентированная задача (параграф 1.3). Организационные межпредметные связи находят свое отражение в отборе форм организации учебного процесса при обучении математике, схожих с формами, применяемыми при изучении спецдисциплин: лабораторные работы, расчетно-графические работы, проектная деятельность.

По временному фактору выделяют следующие типы межпредметных связей: *хронологические* – по последовательности их осуществления (выделяют преемственные, синхронные, перспективные связи); *хронометрические* – по продолжительности взаимодействия связующих компонентов (выделяют локальные, среднедействующие, длительные связи).

Совокупность функций межпредметных связей реализуется в процессе обучения тогда, когда преподаватель математики осуществляет все многообразие их видов. Различают связи *внутрицикловые* (связи математики с физикой, химией, спецпредметами, смежными с математикой) и *межцикловые* (связи математики с историей, экологией и прочими науками, относящимися к другим циклам). Для реализации принципа профессиональной направленности особую роль играют внутрицикловые связи, поскольку они дают возможность демонстрации применения математических знаний и умений при изучении смежных дисциплин. Межцикловые связи носят эпизодический характер и играют вспомогательную роль.

1.3 Профессионально-ориентированные задания как средство реализации принципа профессиональной направленности обучения математике в колледжах технического профиля

В педагогических исследованиях существует несколько определений *профессионально-ориентированных задач* (ПОЗ). Р. М. Зайкин под профессионально-ориентированными понимает текстовые задачи, фабулы которых ориентированы на ту или иную сферу профессиональной деятельности человека, а решения отыскиваются математическими средствами [46]. О. В. Бочкарева под профессионально-ориентированной математической задачей понимает задачу, условие и требование которой «определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности инженера, а исследование этой ситуации осуществляется средствами математики и способствует профессиональному развитию личности специалиста» [21]. В работе Н. В. Скоробогатовой «профессионально-ориентированная задача – задача, представляющая абстрактную модель некоторой реальной ситуации, возникающей в профессиональной деятельности инженера и решаемая средствами математики, в фабуле которой заложена возможность варьирования условий, процедур и результатов» [109]. Л. В. Васяк под профессионально-ориентированной задачей понимает задачу, условие и требование которой «определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности ... а исследование этой ситуации осуществляется средствами математики и способствует развитию личности специалиста» [26]. Первое определение дано применительно к задачам, предлагаемым студентам колледжа нетехнического (медицинского) профиля, другие определения даны применительно к техническому профилю, но вуза

Анализируя эти определения, можно сделать вывод, что общим для них является выделение двух направлений ПОЗ: содержательного и процессуального. Первое направление характеризует содержание поставленной задачи с точки зрения профессионального наполнения. Оно реализуется через фабулу задачи, которая возникает в результате конкретной ситуации, связанной с профессиональной деятельностью, или моделирует ее. Примерами таких задач являются решение систем линейных уравнений при решении задач на тему «Закон Кирхгофа» в электротехнике, решение задач на кодирование и декодирование информации по дисциплине «Теория информации» с помощью стохастических методов, решение оптимизационных задач на определение кратчайшего маршрута в сети в дисциплине «Компьютерные сети». Второе направление связано с методами, применяемыми при решении задачи. В данных определениях говорится о том, что задача представляет модель ситуации, возникающей в профессиональной деятельности, но решается она математическими методами. Например, задача определения эффективности алгоритма решается с помощью логарифмической функции. Однако при обучении студентов специальностей СПО цикла «Информатика и вычислительная техника» возникают задачи, которые также являются профессионально-ориентированными, но не попадают под приведенные выше определения. Примером такой задачи может быть задача «Вычислить определенный интеграл $\int_{0}^{0,56} e^{-\frac{x^2}{2}}dx$». Она могла возникнуть в ходе решения задачи, не связанной с профессиональной деятельностью будущих программистов, но при ее решении необходимо воспользоваться численными методами нахождения интеграла. Для решения задачи можно предложить студентам разработать алгоритм и его реализацию на языке программирования, поэтому будет смоделирована ситуация, связанная с профессиональной деятельностью будущих специалистов, а значит, задача является профессионально-ориентированной. Задача была поставлена абстрактно, но способ ее решения напрямую связан с деятельностью программиста.

Перечисленные направления способствуют формированию профессиональных компетенций студентов, но изучение математики должно формировать у будущих специалистов и общие компетенции. В связи с этим было бы целесообразно включить в подход к определению ПОЗ и третье направление – развивающее, как это сделано в определении Р. М. Зайкина. Оно может реализовываться путем повышения мотивации учения через содержание задачи и методы ее решения, развивать личностные качества студента: наблюдательность, различные виды мышления, память, внимание и др. Таким образом, под *профессионально-*

ориентированной задачей будет пониматься задача, представляющая абстрактную модель некоторой реальной ситуации, возникающей в профессиональной деятельности, решаемая математическими методами или методами, применяемыми в профессиональной деятельности будущих специалистов, и способствующая развитию личности будущего специалиста.

Определяя тип профессионально-ориентированной задачи, мы будем руководствоваться классификацией, предложенной в исследовании И. Г. Михайловой, которая выделяет два основных типа задач: «Первый вид – это задачи, в которых используются профессиональные понятия и термины для придания математическим понятиям специального смысла. Второй вид – это задачи, которые ставят студента в некоторую профессиональную ситуацию, требующую применения математических методов. Задачи первого рода чаще всего используются в качестве мотивационных задач при построении математической модели и изложения нового материала. Задачи второго вида позволяют развивать профессиональное мышление студента, готовить его средствами математики к будущей профессиональной деятельности и повышать интерес к занятиям непосредственно математикой» [75].

Понятие «профессионально-ориентированной задача» является видовым по отношению к более общему понятию – *прикладная задача*. Под прикладной задачей понимается задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами (Н. А. Терешин и др.). Любая профессионально-ориентированная задача носит прикладной характер, поскольку позволяет решать задачи, возникающие вне математики, математическими методами.

Стоит отметить также особое свойство профессионально-ориентированной задачи: одна и та же задача для разных категорий учащихся может носить только прикладной характер для одних и профессионально-ориентированный характер для других. Так, например, задача на расчет прочности балки, решаемая средствами дифференциальных уравнений, для студентов специальности «Монтаж и техническая эксплуатация» будет являться профессионально-ориентированной, поскольку ее фабула ориентирована на сферу профессиональной деятельности, а для студентов специальности «Информатика» она будет носить всего лишь прикладной характер, поскольку не связана с их профессиональной деятельностью.

Под *комплексом профессионально-ориентированных задач* мы будем понимать задачи, подобранные по определенной теме какого-либо раздела математики, включающие профессионально значимое содержание из области будущей профессиональной деятельности. Для включения в образовательный процесс курса математики комплекса профессионально-ориентированных задач необходимо выполнить следующие шаги: произвести выборку необходимого теоретического материала из предметной области математики; установить всевозможные межпредметные связи между математикой и практическими приложениями, относящимися к сфере будущей профессиональной деятельности из предметной области специальных и общепрофессиональных дисциплин. Подробно методика установления межпредметных связей будет описана ниже в параграфе 2.2.

Решение профессионально-ориентированных задач различных типов способствует овладению студентами основными математическими понятиями в совокупности с профессиональными терминами и является основным средством реализации принципа профессиональной направленности при обучении математике в колледжах технического профиля. Именно системное использование совокупности математических понятий совместно с профессиональными терминами дает возможность углубления профессиональной направленности в обучении математике. Важно отметить, что студенты, решая профессионально-ориентированные задачи в течение всего курса математики, одновременно изучают математику и учатся применять приобретенные знания в своей будущей профессиональной деятельности, что соответствует требованиям государственных стандартов ФГОС СПО к математическому образованию в процессе профессиональной подготовки будущих специалистов. Поэтому внедрение в содержание курса математики комплексов профессионально-ориентированных задач на всех основных этапах обучения является одним из результативных методов обучения дисциплины «математика», способствующих повышению качества профессиональной подготовки будущего специалиста.

При этом для такого рода задач мы выдвинем следующие требования:

- *доступность моделирования*: на этапе построения математической модели у студентов должна быть возможность построить математическую модель задачи. Для достижения этого требования педагогу, возможно, придется погрузить студентов в предметную среду, изложенную в задаче. Составление методических рекомендаций по построению модели дает возможность применения таких задач при изучении различных тем курса математики;

- *техническая фабула задачи*, способствующая поддержанию высокой мотивации изучения соответствующего математического материала;

- *целевая направленность*: решение задач должно способствовать прочному усвоению математических знаний, приемов и методов, являющихся основой профессиональной деятельности;

- *межпредметный характер задач*, проявляющийся либо в условии, либо в процессе решения.

Применение ПОЗ на каждом этапе обучения выполняет свою определенную функцию:

- *носитель новых профессионально значимых знаний и способов действий* на этапе изучения нового материала и как форма подачи профессионально направленного содержания;

- *средство реализации метода математического моделирования*, который является одним из самых важных методов обучения математике в колледжах технического профиля на всех этапах обучения;

- *мотивирующая функция*, которая обеспечивается технической фабулой задачи, ПОЗ являются средством развития познавательного интереса студентов, формирования интеллектуальной гибкости – на всех этапах обучения.

При организации процесса обучения математике в колледжах технического профиля возникает возможность применения ПОЗ на протяжении всего процесса обучения. При *изучении нового материала* ПОЗ выступает в роли мотивирующей задачи, при *закреплении* решение демонстрирует применение математических методов в профессиональной деятельности. На этапе *внеаудиторной самостоятель-*

ной работы ПОЗ может выступать как часть задания, которое решается после отработки навыка решения задач чисто математического содержания. Включение ПОЗ на *этапе контроля* позволяет диагностировать возможности студентов применять полученные знания и умения в профессиональной деятельности, что является требованием ФГОС к результатам изучения дисциплины «Математика».

Систематическое использование профессионально-ориентированных задач на протяжении всего процесса обучения позволяет поддерживать на высоком уровне учебную мотивацию студентов, что достигается за счет формирования устойчивого интереса к дисциплине математика и спецдисциплинам, изучаемым на специальности. Педагогический эксперимент показал, что использование ПОЗ влечет за собой повышение степени усвояемости математических знаний. Основные *механизмы*, через которые ПОЗ влияет на формирование математических знаний и умений, следующие:

- высокая степень мотивации студентов;
- реализация графа соответствия, выполняющего особые дидактические цели обучения студентов в колледже технического профиля;
- адекватный отбор содержания математического образования и методов его освоения на основе дидактической модели профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля.

Дополнив понятие «профессионально-ориентированная задача» условием решения задачи методами, применяемыми в профессиональной деятельности, мы пришли к выводу, что только средствами ПОЗ нет возможности полного охвата объема тех заданий, выполнение которых осуществляется специальными профессиональными методами. Речь идет о решении задач средствами вычислительной техники. Дело в том, что к задаче в математике предъявляется ряд требований: завершенность содержания, ограниченность времени на ее решение, наличие определенного математического метода ее решения. Но в профессиональной деятельности специалистов информационного профиля математическая задача может выступать как объект их профессиональной деятельности. Она не требует специального профессионального содержания, но ее профессиональная ориентация проявляется в особом методе ее решения, применяемом в профессиональной деятельности. По этой причине мы решили выделить особый тип заданий, решаемых средствами ВТ и требующих для своего решения особой формы организации учебного процесса – лабораторных работ, при выполнении таких заданий студент получает персональное задание и персональное средство решения – ЭВМ и прикладное программное обеспечение. При организации внеаудиторной самостоятельной работы профессиональная направленность обучения может реализовываться не только за счет решения ПОЗ. Имея достаточно большой временной ресурс (50 % от аудиторной нагрузки), студент получает возможность выполнять более объемные задания. Для этих целей мы считаем целесообразно использовать метод проектов, эффективность использования которого доказана в работах И. Ю. Гараниной. Таким образом, мы выделили более общее по отношению к понятию профессионально-ориентированная задача понятие – профессионально-ориентированное задание, под ним мы будем понимать задание, в ходе выполнения которого моделируется профессиональная деятельность будущего специалиста. В колледже технического профиля будем выделять три типа профессионально-ориентированных заданий: ПОЗ, задания для выполнения лабораторных работ, профессионально-ориентированные проекты. Каждый тип задания используется при определенной форме организации учебного процесса, с применением специфичных методов и средств обучения. Выполняя свои педагогические функции, каждый тип задания имеет свои механизмы влияния на учебную мотивацию и усвоение математических знаний и умений. Именно по этим причинам мы рассматриваем три вида профессионально-ориентированных заданий, хотя все они объединены общим признаком – связью математики со спецдисциплинами и будущей профессиональной деятельностью. В дальнейшем исследовании в основу разработанной дидактической модели положено понятие *комплекс профессионально-ориентированных заданий,* под которым мы будем понимать все типы заданий, составленные по всему курсу дисциплины «Математика», позволяющие реализовать связи математики со спецдисциплинами и моделирующие элементы профессиональной деятельности будущих специалистов.

Особое место при реализации принципа профессиональной направленности в колледже технического профиля занимает такая форма организации учебного процесса, как лабораторная работа с применением пакетов прикладных программ (ППП).

Современная вычислительная техника и используемые программы позволяют решать чисто математические задачи, избегая громоздких и утомительных вычислений. Необходимость выполнения сложных числовых расчётов и вычислений, возникающая при решении множества инженерных задач, требует от специалиста не просто поверхностного умения работать с примитивным калькулятором, но и гораздо более сложных знаний и навыков. Лабораторные работы по математике имеют свою специфику, отличающую их от работ, например, по физике или химии. Здесь не требуется дорогостоящего и сложного оборудования, не нужно проводить некие практические эксперименты. С другой стороны, как было сказано выше, выполнение этих работ связано с необходимостью производить сложные и громоздкие расчёты.

Умение владеть вычислительными навыками и вычислительной техникой является отличительной чертой технической интеллигенции. Опыт показывает, что зачастую студенты редко работают с прикладными программами, и возможности даже таких распространённых программ, как Microsoft Excel, они знают весьма поверхностно. Поэтому, выполняя лабораторные работы по математике, студенты помимо закрепления теоретических знаний по соответствующим разделам математики ещё и вырабатывают навыки использования таких мощных программных продуктов, как, например Microsoft Excel, MathCAD. Нам представляется, что главным позитивным результатом правильно выполненной лабораторной работы является то, что студент в достаточной мере овладел методом решения математических задач, изложенным в работе. Умение же правильно производить вычисления, хотя и важно, но, безусловно, вторично.

В основу построения цикла лабораторных работ по математике с применением пакетов прикладных программ на специальностях технического профиля были положены следующие требования:

– учет специфики специальности;

– дифференцированный подход;

– взаимосвязь теоретических знаний и практических умений;

– профессиональная направленность.

Структура и содержание лабораторных работ выполняют следующие *функции*:

– *обучающую*: усвоение теоретического материала и математических методов решения задач, усиление математической подготовки специалиста;

– *развивающую*: развитие исследовательских навыков;

– *воспитывающую*: воспитание ответственности, аккуратности, внимания, умения работать самостоятельно и в команде;

– *мотивирующую*: развитие познавательного интереса и интереса к выбранной специальности.

Механизмы влияния лабораторных работ на формирование математических знаний и умений следующие:

– поддержание высокой степени учебной мотивации студентов через включение студентов в поле профессиональной деятельности;

– возможность успешного выполнения задания только через адекватное овладение математическим методом решения задачи;

– доступность, быстрота, наглядность решения, поэтапность выполнения задания;

– содержание лабораторных работ адекватно дидактической модели профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы принцип профессиональной направленности реализуется за счет решения профессионально-ориентированных задач и выполнения профессионально-ориентированных проектов.

Под *проектом* мы будем понимать такую форму организации учебной деятельности, при которой предусматривается комплексный характер деятельности всех его участников по получению образовательной продукции за определенный промежуток времени. Это определение дано А. В. Хуторским [150-152]. Среди множества классификаций проектов существует классификация по доминирующему виду деятельности, предложенная Е. С. Полат, в которой выделяют *прикладные* или *практико-ориентированные проекты* [96-97]. Отличительной особенностью данного типа проектов является четко обозначенный с самого начала результат деятельности, ориентированный на социальные интересы самих участников, что требует хорошо продуманной структуры, сценария всей деятельности его участников с определением функции каждого из них.

Мы выделим одну из разновидностей такого рода проектов – профессионально-ориентированный проект. Учитывая определение проекта, данное А. В. Хуторским, и принцип профессиональной направленности, определенный М. И. Махмутовым, под *профессионально-ориентированным проектом* (ПОП) мы будем понимать форму организации учебной деятельности студентов по созданию, исследованию и реализации математических моделей, значимых в профессиональной деятельности будущих специалистов. Работа над проектом способствует формированию и совершенствованию профессионально важных качеств будущего специалиста.

Мы выделяем два вида ПОП в системе профессионально-ориентированного обучения математике: содержательные и процессуальные. Под содержательными проектами мы будем понимать проекты по реализации математических моделей на содержании смежных специальных дисциплин. Примерами таких проектов могут быть: «Решение систем линейных уравнений при расчете токов в цепи», «Решение систем линейных уравнений при решении оптимизационных задач», «Решение систем линейных уравнений при расчете финальных вероятностей», «Выполнение действий с комплексными числами при расчете токов в цепи» и пр. Процессуальные проекты подразумевают реализацию построенной математической модели методами, применяемыми в профессиональной деятельности: готовыми прикладными программами или разработкой собственного программного продукта.

ПОП в системе профессионально-ориентированного обучения математике выполняет следующие *функции*:

- *обучающую:* усвоение теоретического материала и математических методов решения задач, усиление математической подготовки специалиста, усвоение теоретического материала из смежных дисциплин;
- *развивающую:* развивает исследовательские навыки, алгоритмичное мышление студентов, развивает профессионально важные качества личности будущих специалистов;
- *воспитывающую:* воспитывает чувство ответственности за результат труда, умение работать самостоятельно и в команде, формирует профессиональную культуру будущего специалиста;
- *мотивирующую:* повышает учебную мотивацию студентов, развивает познавательный интерес к математике и смежным специальным дисциплинам.

Влияние профессионально-ориентированных проектов на формирование математических знаний и умений осуществляется следующими *механизмами*:

- поддержание высокой степени учебной мотивации посредством прикладной направленности проектов и включением студентов в поле профессиональной деятельности;
- реализация графа соответствия между темами математики и спецдисциплин, направленная на достижение дидактических целей профессионально-ориентированного обучения математике студентов колледжа технического профиля;
- обогащение студента знаниями из профессиональной области, применение которых возможно только при условии успешного освоения математических знаний и умений.

1.4 Дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля

На основе изложенных концепций мы предлагаем модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, представленную на схеме 1. Дадим несколько комментариев к представленной модели.

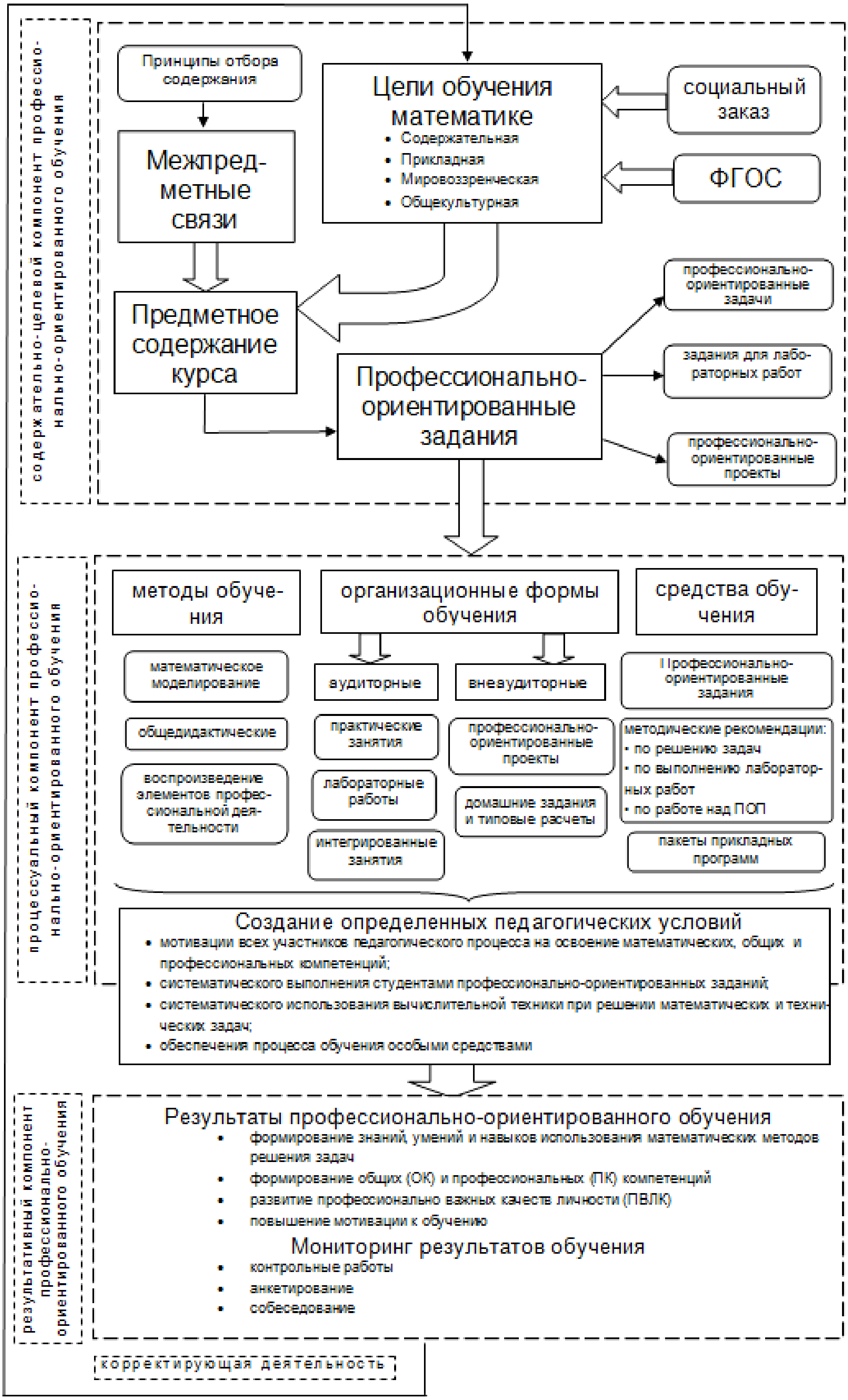
Основополагающим компонентом модели являются *цели обучения*, равно так же, как цели обучения являются системообразующим компонентом методической системы. При формулировке целей обучения преподаватель руководствуется содержанием *Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС)*, в которых обозначены результаты обучения, как знания и умения, которыми должны овладеть обучающиеся. Немаловажным является учет пожеланий работодателей и других социальных партнеров. Это условие обозначено в модели как *социальный заказ*. В параграфе 2.4 будет показано применение технологии выделения инвариантного ядра при постановке целей обучения математике в колледже технического профиля.

Обозначив цели обучения, преподаватель переходит к отбору *предметного содержания обучения математике*, результатом которого являются рабочая программа по дисциплине. Пример рабочей программы по дисциплине «Математика» приведен в параграфе 2.4. При отборе содержания должны быть учтены межпредметные связи (МПС) и соблюдены все принципы отбора содержания. Методика учета межпредметных связей при отборе содержания обучения средством графа соответствия будет подробно описана в параграфе 2.2.

Следующий блок модели профессионально-ориентированного обучения математике – процессуальный, в нем показаны особенности отбора *методов, форм и средств обучения*. Основное *средство*, с помощью которого реализуется принцип профессиональной направленности обучения, – выполнение профессионально-ориентированных заданий.

Схема 1

Дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля



Методика работы с профессионально-ориентированными задачами, примеры заданий для выполнения лабораторных работ и методика работы с ними, примеры заданий для выполнения профессионально-ориентированных проектов приведены в параграфе 2.3.

Использование каждого средства реализации принципа профессиональной направленности влечет за собой использование специфичных форм и средств обучения. Так, для решения профессионально-ориентированных задач могут использоваться такие формы, как практические занятия и интегрированные занятия (аудиторные формы), выполнение домашних работ и ПОП (внеаудиторные формы).

Эти формы обучения должны быть обеспечены соответствующим дидактическим материалом: задачниками, методическими рекомендациями по решению задач. Для выполнения лабораторных работ должна быть предусмотрена соответствующая форма обучения, которая должна быть обеспечена методическими рекомендациями по выполнению лабораторных работ и соответствующим программным обеспечением.

Заключительный блок модели – *результаты обучения*. В результате реализации принципа профессиональной направленности мы ожидаем, во-первых, формирование у студентов общих и профессиональных компетенций, обозначенных во ФГОС по специальности, во-вторых, развитие профессионально важных качеств личности, запрос на которые получены от социальных партнеров, и, наконец, повышение мотивации к обучению и овладению своей будущей профессией. С целью диагностики уровня достижения ожидаемых результатов проводится поэтапный мониторинг обучающихся: контрольные работы, наблюдение, анкетирование, собеседование. По результатам мониторингов производится корректирующая деятельность преподавателя, направленная на корректировку целей, содержания, методов, форм и средств обучения.

Особенность разработанной дидактической модели заключается в том, что она направлена на реализацию межпредметных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледже технического профиля. Учет межпредметных связей при отборе содержания обучения математике ставит их на один уровень с целями обучения, то есть выводит межпредметные связи на уровень системообразующего компонента. Основной способ практической реализации межпредметных связей при обучении математике – выполнение профессионально-ориентированных заданий на всех этапах обучения.

Профессионально-ориентированные задания являются ядром практической компоненты дидактической системы, а специфика модели проявляется в особом способе включения профессионально-ориентированных заданий в процесс обучения. Систематическое выполнение такого рода заданий на всех этапах обучения математике, использование разнообразных форм организации учебного процесса, позволяющих включать профессионально-ориентированные задания в процесс обучения, делают возможным при поддержке высокого уровня мотивации обучающихся добиваться одновременно освоения математических знаний и умений и расширения представления обучающихся о прикладном и профессиональном значении математики.

Практической реализацией дидактической модели является методическая система профессионально-ориентированного обучения математике. К вариативной части методической системы относятся формы, методы и средства обучения, которые преподаватель применяет с учётом специфики учебного заведения, будущей профессиональной деятельности выпускников, особенностей контингента студентов. Инвариантной останется системообразующая роль межпредметных связей в содержательном компоненте и профессионально-ориентированных заданий в процессуальном компоненте системы.

Более подробно представленная модель описана в параграфе 2.2 с помощью технологии описания связей между рядами объектов средством графа соответствия.

ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

1) Проведенный анализ научно-методической литературы позволил обобщить опыт научных исследований в области профессионально-ориентированного обучения в учреждениях профессионального образования. Проведено уточнение понятий «профессиональная направленность», «профессионально-ориентированное обучение». Подчеркнуты основные аспекты принципа профессиональной направленности: содержательный и процессуальный. Принцип профессиональной направленности заключается «в своеобразном использовании педагогических средств, при котором обеспечивается усвоение учащимися предусмотренных программами знаний, умений, навыков и в то же время успешно формируется интерес к данной профессии, ценностное отношение к ней, профессиональные качества личности будущего рабочего. Педагогическими средствами, служащими реализации профессиональной направленности обучения, являются как элементы содержания обучения, в частности, характер иллюстративного материала для раскрытия программных тем, способы его структурирования, так и некоторые компоненты приемов, методов и форм обучения» (М. И. Махмутов).

Теоретические основы принципа профессиональной направленности развиты в работах А. А. Вербицкого [27], А. Я. Кудрявцева [59], Н. В. Кузьминой [62], М. И. Махмутова [72-74], В. А. Сластенина [110], С. Я. Батышева [14-16], А. П. Беляева [19], А. Г. Мордковича [80-83], Г. И. Худяковой [149],С. Н. Мухиной [85], Ж. В. Комаровой [55], И. Ю. Гараниной [30-33], Н. Н. Грушевой [36], Л. П. Кузьминой [61], Н. Н. Лемешко [64], В. Г. Соловьянюк [117] и др.

2) В ходе анализа различных подходов к определению понятия «межпредметные связи» было установлено, что большинство исследователей считают их педагогической категорией, выполняющей объединяющую функцию. Исходя из этого, в исследовании было решено придерживаться определения, предложенного Г. Ф. Федорцом: «...педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной

действительности, нашедших своё отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в органичном единстве». В диссертационном исследовании приведены обоснования необходимости учета межпредметных связей, уточнены различные подходы к классификации межпредметных связей.

3) На основе анализа исследовательских работ, посвященных применению профессионально-ориентированных задач в обучении математике, было уточнено понятие «профессионально-ориентированная задача» как задача, представляющая абстрактную модель некоторой реальной ситуации, возникающей в профессиональной деятельности, решаемая математическими методами или методами, применяемыми в профессиональной деятельности будущих специалистов, и способствующая развитию личности будущего специалиста. Приведена типология задач: задачи содержательные и процессуальные. Указано соотношение между понятиями «профессионально-ориентированная задача» и «прикладная задача» как отношение вид-род, кроме того, отмечено особенное свойство профессионально-ориентированных задач – способность выступать в различной роли для различного контингента обучающихся: одна и та же задача может быть только прикладной для одной категории и становится профессионально-ориентированной для другой категории.

4) В исследовании определено более широкое по отношению к ПОЗ понятие – профессионально-ориентированное задание. Под профессионально-ориентированным заданием понимается задание, в ходе выполнения которого моделируется профессиональная деятельность будущего специалиста. В колледже технического профиля мы будем выделять три типа профессионально-ориентированных заданий: ПОЗ, задания для выполнения лабораторных работ, профессионально-ориентированные проекты. Каждый тип задания используется при определенной форме организации учебного процесса, с применением специфичных методов и средств обучения. Выполняя свои педагогические функции, каждый тип задания имеет свои механизмы влияния на учебную мотивацию и усвоение математических знаний и умений.

5) В исследовании построена модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля. В основу модели положена системообразующая роль межпредметных связей и особый механизм включения профессионально-ориентированных заданий в процесс обучения. Расширив объем понятия «профессионально-ориентированное задание» за счет включения в него не только профессионально-ориентированных задач, но и заданий для выполнения лабораторных работ с применением ПК и профессионально-ориентированных проектов для внеаудиторной самостоятельной работы, мы получили возможность реализовывать принцип профессиональной направленности при использовании разнообразных форм обучения с применением различных методов обучения. Новизна и специфика модели заключается в том, что за счет систематического и многоэтапного выполнения профессионально-ориентированных заданий становится возможным, поддерживая высокий уровень мотивации обучающихся, добиваться одновременно освоения математических знаний и умений и расширения представления обучающихся о прикладном и профессиональном значении математики. Используя дидактическую модель как теоретический конструкт, преподаватель с учетом специфики контингента, будущей профессиональной деятельности специалиста среднего звена, наполнит ее конкретным практическим содержанием. Таким образом, на основе модели может быть построена методическая система профессионально-ориентированного обучения математике. Этому вопросу посвящена вторая глава диссертационного исследования.

ГЛАВА 2
МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОЛЛЕДЖАХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

2.1 Особенности контингента обучающихся колледжа технического профиля в сравнении с обучающимися других типов учебных заведений

2.1.1 Постановка педагогической задачи исследования

В своей педагогической деятельности учителя и преподаватели рано или поздно сталкиваются с необходимостью разработки методической системы, направленной на обучение определенной категории учащихся. Если говорить об обучении общеобразовательным предметам в колледже, то, казалось бы, можно использовать весь арсенал педагогических и методических средств, который используется в школе и в вузе, поскольку, по сути дела, мы имеем контингент того же возраста, что и 10-11 класс школы, и 1 курс вузов. При отборе того или иного педагогического инструмента естественно возникает вопрос об особенности его применения для данной категории учащихся. Отличаются ли учащиеся колледжа от своих сверстников в школе и в вузе? Если отличия имеются, то педагогический инструментарий необходимо адаптировать, а, возможно, и разработать такой, который будет применяться именно к этой категории учащихся.

Чтобы получить ответы на поставленные вопросы, было проведено исследование учащихся трех типов учебных заведений: колледжа, школы и вуза. Сравнение проводилось по трем факторам: мотивации, степени обученности математике, способности мыслить математическими аналогиями. Метод исследования – тестирование с последующей обработкой результатов.

В тестировании приняли участие студенты Рыбинского полиграфического колледжа, студенты 1 курса Рыбинского государственного авиационно-технологического университета им. П. А. Соловьева и учащиеся 11 класса СОШ

№ 32 г. Рыбинска. Возраст этих респондентов приблизительно одинаков – 16-18 лет. Всего в исследовании было задействовано 195 обучающихся различных типов учебных заведений.

Статистическое сравнение произведено попарно. Сравнивались студенты 1 курса колледжа и учащиеся 10 класса школы. Эти группы состоят из обучающихся одного возраста. Их сравнение позволило сделать вывод об особенностях учащихся, решивших продолжить обучение в школе, и учащихся, пришедших в колледж для получения профессионального образования. Кроме того, сравнивались студенты 2 курса колледжа и 1 курса вуза. Эти группы также состоят из обучающихся одного возраста. Их сравнение позволило сделать выводы об особенностях учащихся, решивших получать профессиональное образование в колледже или в вузе.

2.1.2 Изучение учебной мотивации обучающихся

Для изучения мотивационной сферы обучающихся была выбрана методика Е. М. Лепешевой «Диагностика типа школьной мотивации». Задача данной методики заключается в том, чтобы выявить преобладающий тип учебной мотивации учащегося [65]. Эти типы представлены шкалами опросника, все вопросы которого равномерно распределены по этим шкалам, причем такое распределение скрыто от тестируемого. Исходя из преобладающего типа мотивации, можно видоизменять методы и структуру обучения, чтобы воздействовать на необходимые активные механизмы.

В приложении А представлен полный вариант опросника и результаты его обработки (Приложение А, таблица А.1). Статистическая обработка показала, что на уровне значимости 0,05 результаты тестирования во всех группах статистически не отличаются.

Качественный анализ мотивации обучающихся в разных типах учебных заведений и разных возрастных категорий производился различными способами и по различным направлениям. Было проведено сравнение распределения баллов между внутренними и внешними мотивами. С этой целью полученные результаты были сгруппированы в другом виде: шкалы были расположены не так, как предложено Е. М. Лепешевой, а так, чтобы они соответствовали классификации мотивов, предложенной А. Б. Орловым [71]. Распределим мотивы по двум группам: I – внутренние мотивы (шкалы 2, 3, 6, 8, 9), II – внешние мотивы (шкалы 1а, 1б, 4, 5, 7).

На основании полученных результатов на рис. 1 построена диаграмма, на которой показано распределение суммы баллов по шкалам мотивов, соответствующих внутренней и внешней мотивации.

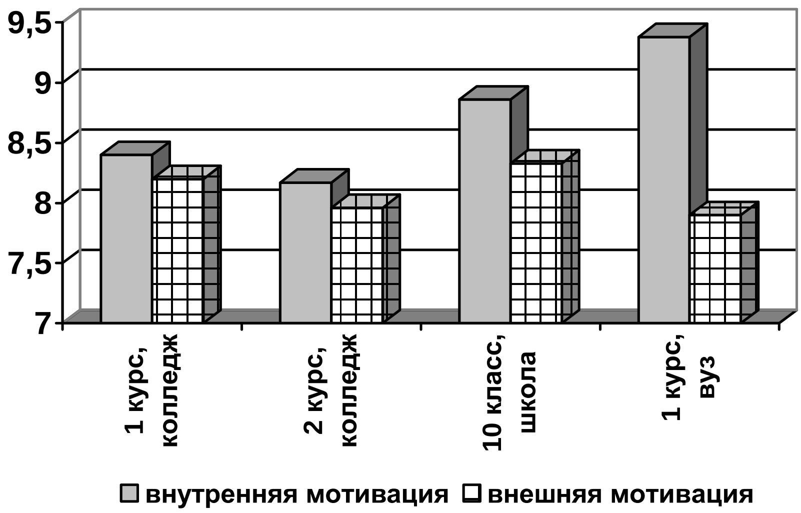


Рис. 1. Распределение баллов между внутренней и внешней мотивацией

Анализируя построенную диаграмму, можно сделать вывод, что во всех исследуемых группах внутренние мотивы преобладают над внешними,то есть иметсяо явное сходство мотивов во всех этих группах. Однако уровни этих двух видов мотивации в разных группах учащихся различны, и разница между внутренней и внешней мотивацией не одинакова. Если сравнить учащихся разных типов учебных заведений, то самый высокий уровень внутренней мотивации у студентов 1 курса вуз, у этой же категории студентов разница между внутренними и внешними мотивами ярко выражена. У учащихся школы уровень внешней мотивации выше, чем в вузе и практически совпадает с уровнем внешней мотивации студентов колледжа на 1 курсе. Среди студентов колледжа на 1 курсе уровень внутренней мотивации ниже, чем у школьников, а уровень внешней мотивации близок к уровню школьников, ко 2 курсу эти уровни снижаются.

Представим графически распределение баллов по различным видам мотивов у студентов колледжа и школьников, студентов колледжа и вуза. Отложим по оси OX шкалы мотивов, по оси OY значения средних баллов по этим шкалам. Будем соблюдать группировку мотивов по внутренней и внешней мотивации. Для наглядности соединим полученные точки линиями. Пунктирной линией изобразим границу между внутренней (справа от линии) и внешней мотивацией. Наглядное изображение «колебаний» уровней мотивации по шкалам представлено на рис. 2.

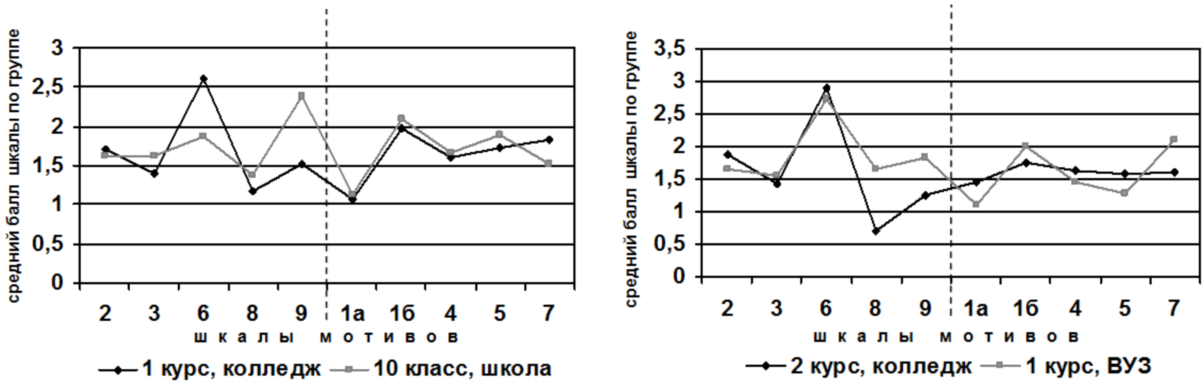


Рис. 2. Распределение баллов по шкалам мотивов среди учащихся колледжа, вуза и школы

Анализируя графическое представление результатов тестирования студентов колледжа и вуза, колледжа и учащихся школы, можно сделать ряд заключений. Во-первых, общая тенденция «колебаний» при переходе от одной шкалы мотивов к другой в группах учащихся сохраняется. В области внутренней мотивации размах колебаний высок, видны явные преобладания одних видов мотивов над другими, причем для учащихся 2 курса колледжа и 1 курса вуза эти преобладания практически совпадают, а для учащихся 1 курса колледжа и 10 класса школы преобладания носят разный характер. В области внешней мотивации размах колебаний значительно меньше, виден общий характер распределения мотивов по шкалам в этой области во всех группах исследуемых. Во-вторых, у студентов вуза внутренняя мотивация выше, чем у студентов 2 курса колледжа. Таким образом, представление результатов тестирования в виде графиков показало качественные различия в распределении баллов между внутренними и внешними мотивами у студентов колледжа, школы и вуза, а также различия в преобладающих видах учебной мотивации студентов разных типов учебных заведений. Полные результаты сравнений мотивационных сфер обучающихся различных типов учебных заведений опубликованы в работах автора [135-136, 141-143].

С целью получить более детальное представление об особенностях мотивационной сферы студентов колледжа была выбрана другая методика, предложенная М. И. Лукьяновой и Н. В. Калининой [67]. Она позволяет изучить мотивационную сферу по нескольким компонентам. Во-первых, наличие личностного смысла учения. По мнению А. К. Марковой, смысл учения – внутреннее субъективное отношение школьника к учебному процессу, «прикладывание» школьником процесса обучения к себе, своему опыту и своей жизни [70]. Содержание и методы обучения должны быть проанализированы педагогом с точки зрения того, соответствуют ли они личностным смыслам учащихся определенного возраста. Психологические исследования показывают, что при осознании смысла учения у учащихся возрастают успехи в учебной деятельности, легче усваивается и становится более доступным учебный материал, эффективнее происходит его запоминание, активно концентрируется внимание, возрастает работоспособность. Смысл учения, его значимость являются основой мотивационной составляющей личности учащегося.

Кроме этого, методика позволяет определить, какой мотив является преобладающим у учащихся. М. И. Лукьянова и Н. В. Калинина предлагают несколько подходов к классификации мотивов. Один из подходов разделяет мотивы на познавательные и социальные, другой – на внутренние и внешние, третий – на наличие в мотивации тенденции к достижению успеха или к избеганию неудачи. И, наконец, методика позволяет установить уровень способности учащихся к самостоятельному целеполаганию и степень реализации мотивов в поведении. Психологи отмечают, что мотивы обычно характеризуют учебную деятельность в целом, а цели характеризуют отдельные учебные действия. Мотив создает установку к действию, а поиск и осмысление цели обеспечивают реальное выполнение действия. Если в содержании обучения свое место занимают цели, то оно лучше воспринимается и осознается учащимися. Реализация мотива в поведении включает в себя реальное влияние мотивов учения на ход учебной деятельности и поведение учащегося, степень распространения влияния мотива на разные виды деятельности, освоение учебных предметов, выбор форм учебных заданий. Таким образом, содержательная сторона предлагаемой методики изучения учебной мотивации отражает сущность обоснованных компонентов мотивации и взаимосвязь между ними: наличие личностного смысла учения, выраженность тех или иных видов мотивов, целеполагание, реализация доминирующих мотивов в поведении. Полный вариант опросника и результаты обработки анкеты приведены в приложении Б.

Результаты статистической обработки показали, что способность к целеполаганию отличается на уровне значимости 0,05 в группах 1 курса колледжа и 10 класса школы и не отличается в группах 2 курса колледжа и 1 курса вуза. Распределение относительного числа учащихся по уровням мотивации показало, что большая часть учащихся во всех группах имеет высокий уровень мотивации, как способности к целеполаганию (Приложение Б, рисунок Б.1).

Было проведено сравнение групп учащихся по преобладанию внутренней или внешней мотивации. Методика позволяет выявить преобладающие виды мотивов по трем показателям: преобладают внутренние мотивы, равно выражены внутренние и внешние мотивы, преобладают внешние мотивы. Стоит отметить, что во всех группах, кроме 10 класса школы, нет учащихся с преобладанием внешней мотивации. Однако у большей части учащихся внутренние и внешние мотивы выражены в равной степени. Самый высокий процент преобладания внутренней мотивации у студентов 2 и 1 курса колледжа, что отличает их от учащихся других типов учебных заведений (Приложение Б, рисунок Б.2).

В распределении мотивов по преобладающему типу стремления к успеху или избеганию неудач можно заключить, что большая часть учащихся имеет равную степень преобладания каждого вида мотива. Совсем небольшая часть имеет преобладание избегания неудач. Самый высокий уровень стремления к успеху у учащихся 1 и 2 курса колледжа. Это отличает их от учащихся других типов учебных заведений и согласуется с результатами, полученными при изучении внутренней и внешней мотивации (Приложение Б, рисунок Б.3).

Методика М. И. Лукьяновой и Н. В. Калининой позволяет выявить преобладающий вид мотива. Все мотивы разделены на следующие виды: учебный мотив; социальный мотив; позиционный мотив; оценочный мотив; игровой мотив; внешний мотив. *Учебный мотив* связан с желанием посещать учебное заведение ради самого процесса обучения, стремлением получить новые знания, овладеть новыми навыками учебной деятельности. *Социальный* (широкий социальный мотив) лежит за пределами процесса обучения и связан с его результатами. Он выражается в стремлении учащихся занять свое место в обществе, получить профессию, поступить в вуз. П*озиционный* (узкий социальный мотив) характеризует процесс обучения как способность повысить статус в глазах взрослых и сверстников, занять определенную позицию в отношениях с окружающими, заслужить одобрение и авторитет окружающих. *Оценочный мотив* характеризует обучение как возможность получать хорошие оценки, за которые хвалят взрослые. *Игровой мотив* связан с процессом обучения как с возможностью общаться со сверстниками, выполнять определенные роли. *Внешний мотив* говорит о том, что учащийся посещает учебное заведение по внешнему принуждению. На основании полученных результатов можно заключить, что основная доля мотивов сосредоточена в области позиционных, причем во всех группах учащихся. По этому показателю мотивационные сферы учащихся разных типов учебных заведений не отличаются, и в целом в распределении мотивов по видам прослеживаются одинаковые тенденции (Приложение Б, рисунок Б.4).

В результате сравнения степени реализации мотивов в поведении можно заключить, что большая часть учащихся редко реализуют свои мотивы в поведении, особенно в группе учащихся 1 курса вуза. Наибольшая доля учащихся, реализующих свои мотивы в поведении, приходится на группы 1 и 2 курса колледжа, но и в этих группах есть учащиеся, которые не реализуют свои мотивы в поведении.

2.1.3 Результаты исследования степени обученности математике учащихся различных учебных заведений

Для изучения степени обученности математике всем учащимся была предложена одинаковая контрольная работа за курс математики средней школы. Работа включала в себя 17 заданий, из них 14 заданий базового уровня курса математики средней школы и 3 задания углубленного уровня. За каждое правильно решенное задание 1 части давался 1 балл, каждое задание 2 части оценивалось от 0 до 3 баллов. Максимальное количество баллов за всю работу составляло 21 балл. Полный текст работы приведен в приложении В.

В таблице 1 приводятся значения средних баллов в разных группах учащихся.

Таблица 1

Средний балл за контрольную работу в различных группах учащихся

	1 курс колледж	2 курс колледж	1 курс вуз	10 класс
Средний балл	10,72	11,3	15,23	14,37

В таблице В.1 (приложение В) представлены данные по номерам заданий, соответствующие им темы и доля учащихся (в %), справившихся с этими заданиями.

На основании представленных в таблицах данных можно сделать вывод о том, что результаты контрольной работы в группе студентов 1 курса вуза и 10 класса выше, чем в группе студентов колледжа. С целью проверки предположения было проведено попарное сравнение студентов колледжа со студентами вуза и учащимися школы. Полные результаты статистической обработки приведены в приложении В. Полученные результаты подтвердили, что на уровне значимости 0,05 степень обученности студентов колледжа ниже, чем обучающихся других типов учебных заведений.

2.1.4 Результаты исследования математических способностей

Для исследования способностей мыслить математическими аналогиями была применена методика, предложенная В. Н. Дружининым [40]. Технология исследования – задачи Гайштута «Тест математических аналогий» (ТМА). Предлагаемый тест может быть использован для диагностики уровня развития общего интеллекта и математических способностей. Тест обладает достаточной внутренней и внешней валидностью. Успешность выполнения теста связана с уровнем развития способности к мысленному решению задач, понятийного и пространственного мышления. Если испытуемые решат больше 5 заданий, можно считать, что они обладают высоким уровнем развития способности мыслить аналогиями [40]. Учащимся был предложен тест, состоящий из 10 заданий по теме «Уравнения». Сравнение проводилось между теми же парами групп учащихся, которые принимали участие в исследовании математической обученности. Полный вариант предлагаемого теста приведен в приложении Г.

В таблице 2 представлены значения среднего числа правильно выполненных заданий.

Таблица 2

Среднее количество правильно выполненных заданий в ТМА

1 курс, колледж	2 курс, колледж	1 курс, вуз	10 класс, школа
3,48	4,35	5,64	4,77

На рис. 3 представлена диаграмма, построенная на основании таблицы 2.

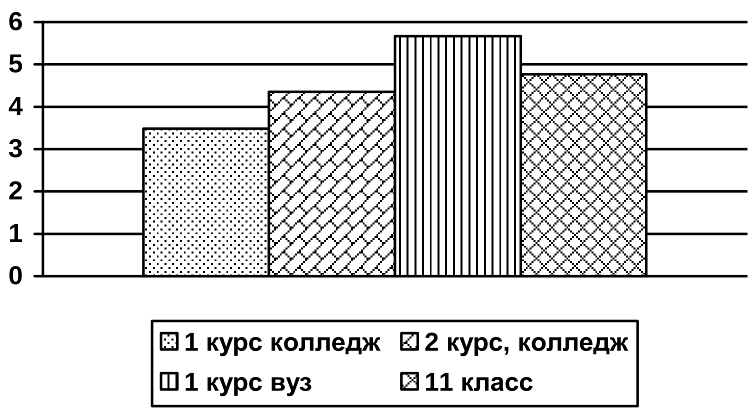


Рис. 3. Среднее количество правильно выполненных заданий

Ниже, в таблице 3, приведены значения (в %) относительного числа учащихся, справившихся с пятью и более заданиями, а также менее чем с пятью заданиями.

Таблица 3

Доля учащихся, справившихся с менее, чем пятью заданиями и с пятью и более заданиями

Число правильно решенных заданий	Относительное количество учащихся, %			
	1 курс, колледж	2 курс, колледж	1 курс, вуз	10 класс, школа
менее 5 заданий	73,5	63,3	23,8	43,3
5 и более заданий	26,5	36,7	76,2	56,7

На рис. 4 представлены диаграммы, построенные на основании таблицы 3.

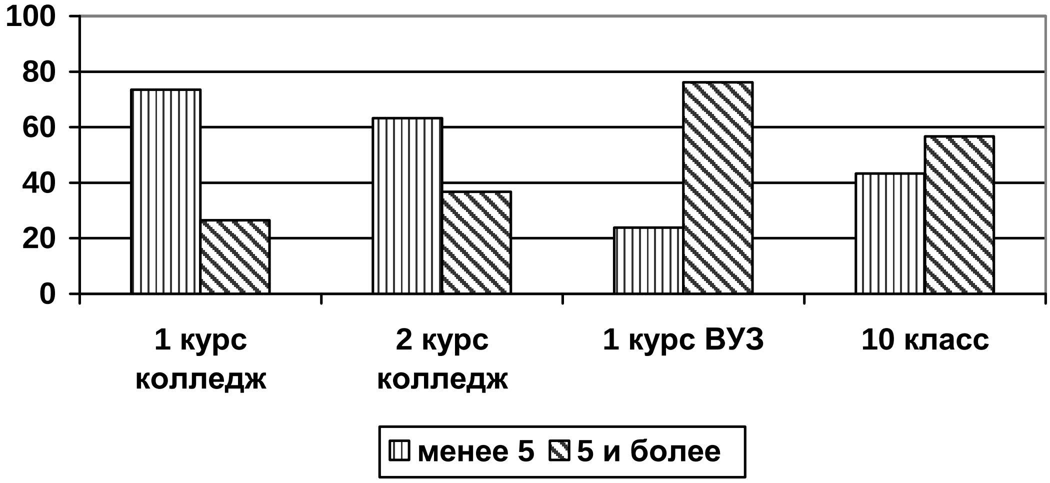


Рис. 4. Доля учащихся, справившихся с пятью и более заданиями и менее чем с пятью заданиями.

Как видно из полученных данных, уровень развития математических способностей студентов колледжа ниже, чем у учащихся 10 класса школы и студентов вуза. В приложении Г приведена статистическая проверка этого предположения, в результате которой было установлено, что на уровне значимости 0,05 уровень способностей мыслить математическими аналогиями выше у студентов 1 курса вуза и учащихся школы, чем у студентов колледжа.

2.1.5 Педагогические выводы на основании результатов исследования

В результате исследования можно заключить следующее. В мотивационной сфере студентов колледжа по сравнению с учащимися других типов учебных заведений имеются следующие отличия. Во-первых, мотивация как личностный смысл обучения статистически различается в группах студентов 2 курса колледжа и 1 курса вуза, причем у студентов колледжа этот уровень выше. Объяснить этот факт можно тем, что студенты 2 курса обучаются в колледже второй год, они прошли процесс адаптации и профессиональной ориентации. Следующее отличие заключается в том, что способность к целеполаганию оказалась выше у студентов 1 курса колледжа, чем у учащихся 10 класса школы. Это объясняется тем, что студенты 1 курса колледжа имеют более дальние цели, связанные с их будущей профессиональной деятельностью, в то время как учащиеся 10 класса еще не имеет таких целей, их учебная деятельность пока не связана с профессиональными интересами. При сравнении внутренней и внешней мотивации оказалось, что уровень внутренней мотивации выше у студентов колледжа, чем у учащихся других типов учебных заведений, в этой группе выше уровень мотивации, связанной со стремлением к успеху. И, наконец, при сравнении уровня реализации мотивов в поведении было установлено, что наибольшая доля учащихся, реализующих в своем поведении мотивы, приходится на учащихся колледжа, но в этой группе имеются и учащиеся, не реализующие мотивы в своем поведении.

Таким образом, можно утверждать, что выдвинутая нами гипотеза подтвердилась. Удалось установить ряд отличий в мотивационной сфере студентов колледжа по сравнению с учащимися школы и вуза, причем можно утверждать, что уровень мотивации учащихся колледжа выше, чем других типов учебных заведений. Эти отличия должны быть учтены при разработке содержания обучения: учащиеся более профессионально сориентированы, необходимо поддерживать эту мотивацию, например, средствами профессионально-ориентированных задач. У студентов колледжа достаточно высок уровень внутренней мотивации, необходимо поддерживать эту мотивацию на занятиях педагогическими и психологическими средствами: организацией активной познавательной деятельности через самостоятельную и коллективную исследовательскую деятельность, созданием психологического климата в коллективе и др.

И все же наряду с имеющимися отличиями есть в мотивационных сферах всех групп учащихся ряд сходств. Во всех группах учащихся мотивация, связанная с личным смыслом обучения, находится на высоком уровне, на таком же уровне находится мотивация, связанная со способностью к целеполаганию. Во всех группах преобладает равная степень проявления внутренней и внешней мотивации, стремления к успеху и избеганию неудач. Совпало распределение мотивации по типам: во всех группах явно преобладают позиционные мотивы. Это совпадение не случайно, поскольку мы имели дело с одной и той же возрастной группой, преобладание определенного типа обусловлено возрастными особенностями учащихся. Во всех группах учащихся преобладает редкая реализация мотивов в поведении.

И, наконец, сравнение математической обученности и математических способностей студентов колледжа с учащимися других типов учебных заведений подтверждает последнее утверждение. Уровень обученности студентов колледжа ниже, чем учащихся 10 класса школы и студентов 1 курса вуза, ниже и уровень их математических способностей.

Полученные результаты дают возможность утверждать, что при обучении студентов колледжа можно использовать педагогические, методические и т.п. средства, который используется в школе и в вузе. Но обнаруженные отличия позволяют сделать вывод о том, что, применяя при обучении студентов колледжа тот или иной педагогический инструмент, мы должны учитывать специфику колледжа, а еще лучше разработать педагогический инструмент, который будет применяться именно в колледже.

2.2 Граф соответствия и его применение в методике обучения математике

2.2.1 Цели разработки идеологии графов соответствия

Для описания методической системы перед нами возникла задача разработки специального способа кодирования и раскодирования информации о взаимосвязях объектов некой системы. Другими словами, нам потребовался специальный язык, который можно бы было использовать в однотипных ситуациях, когда возникает необходимость описания связей между двумя рядами объектов. Предложенной нами методике было дано название «граф соответствия», поскольку до нее взаимосвязи между рядами объектов описывались графическими методами в виде графа. При этом методика, на наш взгляд, должна обладать рядом специфических свойств: она должна быть унифицирована для различных ситуаций, этот язык должен быть понятен для всех участников образовательного процесса, методика должна быть направлена на достижение определенных целей обучения. Абсолютно неудивительно, что рано или поздно возникает необходимость разработки некоего нового языка для кодирования информации, поскольку «математика – это метаязык, представляющий собой неразрывное единство естественного языка и специального символьного подъязыка с точными правилами словообразования» [161]. Необходимость разработки особого языка для описания связей между рядами объектов обусловлена, прежде всего, теми целями, на достижение которых она направлена. Такие цели носят разнонаправленный характер, в зависимости от той категории участников образовательного процесса, чьи интересы удовлетворяются этим способом кодирования и раскодирования информации. Во-первых, у *студента* посредством описания связей математики со спецдисциплинами формируется представление о математике как о прикладной науке, связанной с рядом спецдисциплин, изучаемых в колледже. Такое представление влечет за собой повышение учебной мотивации, что подтверждено результатами педагогического эксперимента, а это, в свою очередь, повышает степень усвоения математических знаний и методов решения задач, что также подтверждено результатами педагогического эксперимента. Граф соответствия не только наглядно демонстрирует связь математики со спецдисциплинами, но и дидактически обеспечен примерами профессионально-ориентированных задач, возникающих при описании этих связей. При построении графа соответствия для описания МПС индуцируется банк ПОЗ, причем все задачи в этом банке структурированы по темам, их можно классифицировать по различным основаниям: по математическим темам или по темам спецдисциплин. Граф соответствия является отличным ориентиром для студента во множестве математических и профессиональных знаний. Познакомив студента с такими графами уже на первом занятии по математике, нет необходимости говорить каждый раз, что изучаемый материал будет востребован при изучении спецдисциплин.

Преподавателя разработка графов соответствия обогащает новыми педагогическими сценариями организации учебного процесса. Необходимость получения знаний о связи математики со спецдисциплинами ведет к расширению представлений преподавателя о востребованности математических знаний на других изучаемых дисциплинах, при взаимодействии с другими преподавателями специальности у преподавателя математики прирастают знания о спецдисциплинах, изучаемых в колледже. Создание нового языка позволяет описывать и другие педагогические разработки преподавателя: педагогические модели, методическую систему. Разработанный язык является эффективным способом кодирования и раскодирования информации о взаимосвязи между рядами объектов, что подтверждается такими свойствами графа соответствия, как его универсальность, гибкость, информативность, возможность автоматизации с помощью режима гиперссылок.

Для *академической группы студентов* граф соответствия описывает область математики и спецдисциплин, которую необходимо освоить всей группе в целом.

Естественно, идеология графов соответствия появилась не на пустом месте. В педагогических исследованиях имеет место способ визуализации информации средством графа согласования. В работе О. Б. Лавровской и Е. И. Смирнова [63] приводится граф согласования между требованиями ГОС и потребностями учителей истории в новых информационных технологиях (рисунок 6). Граф наглядно показывает наличие связей между узлами содержания дисциплины «Новые информационные технологии в учебном процессе» и требованиями Государственного образовательного стандарта по дисциплине, а также применяемыми технологиями, но содержит лишь констатацию факта наличия связи, не наполняя ее конкретным содержанием. Аналогичные примеры можно найти и в работах других авторов, в частности, в работе Е. А. Зубовой [50], в которой упоминается этот способ визуализации связей математики с другими дисциплинами и приводится таблица согласования тем математики и комплекса профессионально-ориентированных задач, в работе Н. В. Скоробогатовой [109] приводится пример графа согласования тем курса «математики» и «физики», на рис. 5 представлен фрагмент такого графа..

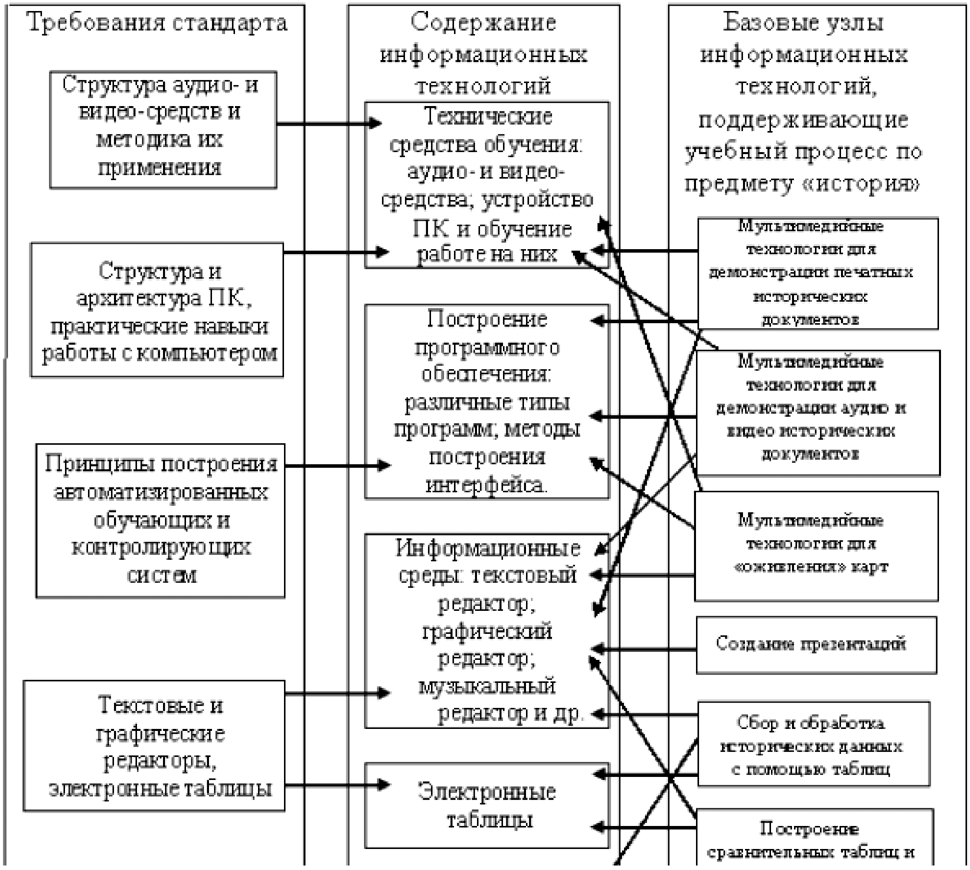


Рис. 5. Фрагмент графа согласования содержания дисциплины «Информационные технологии» с требованиями ГОС и применяемыми технологиями

Все эти примеры имеют один недостаток: наличие связей установлено и обозначено, но содержательное наполнение связи остается скрытым от пользователя этого графа. Такой способ позволяет лишь закодировать информацию, а разработанный нами язык обеспечивает не только кодирование, но и автоматическое раскодирование информации, что и обеспечивает достижение тех дидактических целей, которые перечислены выше.

2.2.2 Примеры, приводящие к понятию графа соответствия

Хорошо известно, что графом называется конечное множество точек (вершин), часть из которых соединена друг с другом линиями (ребрами) [157]. Хорошо известно также, что графы широко применяются в самых различных областях деятельности. Например, с помощью графов можно изобразить такие далекие друг от друга объекты, как атлас железных дорог, сетевой график строительства, схему сетевой коммуникации и пр. Естественно, что графы начали проникать в методику обучения математике в качестве средства визуализации изучаемых математических объектов. С целью единообразного описания широкого круга ситуаций, иллюстрируемых «графоподобными» фигурами, мы введем понятие *графа соответствия между двумя рядами объектов.*

Определение. Графом соответствия между двумя рядами объектов A_1, $A_2, \ldots, A_k$ и B_1, $B_2, \ldots, B_n$ называется прямоугольная таблица, обладающая следующими свойствами: 1) строки таблицы занумерованы с помощью объектов A_1, $A_2, \ldots, A_k$; 2) столбцы таблицы занумерованы с помощью объектов B_1, $B_2, \ldots, B_n$; 3) в клетке, соответствующей строке A_i и столбцу B_j, содержится информация C_{ij} о взаимосвязи этих объектов.

Сразу заметим, что информация C_{ij}, которая должна содержаться в соответствующей клетке, может физически не помещаться в ней в силу большого объема. Эту трудность можно преодолеть с помощью техники гиперссылок: достаточно, чтобы содержание C_{ij} клетки представляло собой гиперссылку на тот фрагмент текста документа, в котором описаны соответствующие взаимосвязи.

Приводя примеры графов соответствия, мы будем заботиться о том, чтобы сделать эти примеры возможно более разнообразными.

Пример 1. Простейшим примером графа соответствия являются таблицы сложения и умножения, которые сопровождают изучающего математику на всем протяжении обучения. Так, например, во втором классе ученики изучают таблицу умножения, известную как «таблица Пифагора» (на рис. 6а приведен ее фрагмент), а в курсе алгебры высшей школы изучаются таблицы сложения и умножения по mod n. На рисунке 6б и 6в приведены примеры фрагментов таких таблиц по mod 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	…					
4	4	…							
5	5								
6	6								
7	7								
8	8								
9	9								

рис. 6а

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	…			
3	3	4				
4	4	5				
5	5	0				

рис. 6б

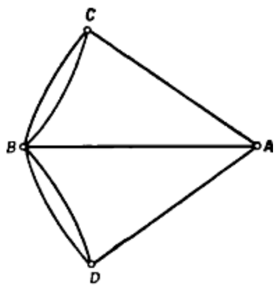
	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	3	…	
4	0	4	2	…		
5	0	5	4			

рис. 6в

Рис. 6. Таблицы сложения и умножения

Для всех трех таблиц характерно, что оба ряда объектов совпадают и представляют собой список складываемых или перемножаемых элементов, а также то, что в клетках таблицы стоят соответствующие суммы или произведения. Во всех трех таблицах нумерующие элементы залиты серым цветом.

Пример 2. Обычный граф очень часто задают в виде матрицы смежности, у которой элемент a_{ij} равен количеству ребер, соединяющих вершины v_i и v_j. Например, классический граф на рис. 7, связанный с задачей о кёнигсбергских мостах, можно задать как граф соответствия в виде таблицы. Здесь оба ряда объектов представляют собой перечень вершин графа.



	A	*B*	*C*	*D*
A	0	1	1	1
B	1	0	0	2
C	1	0	0	2
D	1	2	2	0

Рис. 7. Граф и его матрица смежности.

Задание графа с помощью матрицы смежности и дало нам возможность кодирования информации о связи между рядами объектов с помощью специальной таблицы. Матрица смежности в любой момент может быть трансформирована в граф. Мы всего лишь наполнили ее элементы другим содержанием, причем это содержание может быть различным, в зависимости от достигаемых целей.

Пример 3. В урне 2 белых и 4 черных шара. Один азартный человек держит пари с другим, что среди вынутых трех шаров будет ровно один белый. В каком отношении находятся шансы спорящих?

Одно из решений основано на построении вероятностного графа (рис. 8) и вычислений вероятностей возможных исходов. Вероятности исходов можно найти, перемножив вероятности событий, изображенных на рис. 8 как веса ребер.

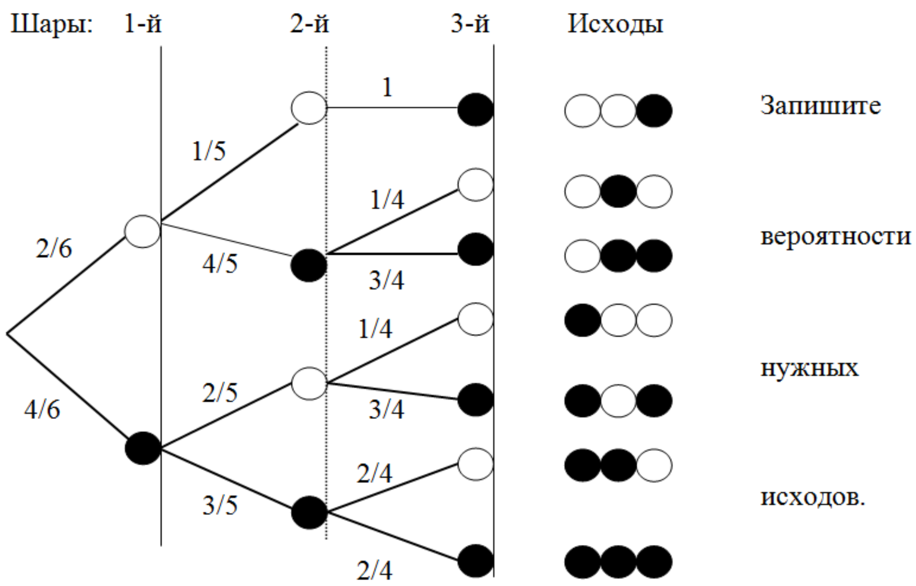


Рис. 8 Графическое изображение задачи Гюйгенса

Полное решение можно найти в [9]. Сейчас важнее отметить двойственность ситуации. С одной стороны, вероятностный граф является фигурой, весьма похожей на граф. С другой стороны, вероятностный граф не является графом с формальной точки зрения, поскольку вершины неравноправны (черная и белая), а ребра снабжены «весами» – вероятностями наступления событий.

Представим в виде графа соответствия тот вероятностный граф, который используется при решении задачи Гюйгенса. С этой целью перенумеруем его вершины в лексикографическом порядке: корень дерева на рис. 8 обозначим через v_0; затем вершины, соответствующие извлечению первого шара, обозначим, двигаясь сверху вниз, через v_{11} и v_{12}. Вершины, соответствующие извлечению второго шара, обозначим через $v_{21}, \ldots, v_{24}$, также двигаясь сверху вниз; наконец, оставшиеся вершины обозначим через $v_{31}, \ldots, v_{37}$. В результате у нас получится таблица размера 14 на 14. В ее клетки поместим информацию о цвете извлеченного шара и о вероятности извлечь этот цвет. Диагональные клетки зальем серым цветом.

В таблице 4 приведена та часть графа соответствия, которая нужна для дальнейших расчетов. Для примера найдем, какова вероятность того, что последовательность извлекаемых шаров будет такова: черный-белый-черный. Для этого достаточно стартовать с вершины v_0 и двигаться по таблице вниз к диагональным элементам, закрашенным серым цветом, а от них влево, выбирая соответствующую клетку таблицы. Перемножая при этом соответствующие вероятности, получим искомый ответ: $p(A)=\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{24}{120}=0,2$

Таблица 4

Задача Гюйгенса.

	v_0	v_{11}	v_{12}	v_{21}	v_{22}	v_{23}	v_{24}	v_{31}	v_{32}	v_{33}	v_{34}	v_{35}	v_{36}	v_{37}
v_0*		Б, 2/6	*Ч, 4/6											
v_{11}				Б, 1/5	Ч, 4/5									
v_{12}			*			*Б, 2/5	Ч, 3/5							
v_{21}								Ч, 1						
v_{22}									Б, 1/4	Ч, 3/4				
v_{23}						*					Б, 1/4	*Ч, 3/4		
v_{24}													Б, 2/4	Ч, 2/4
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Сравнивая рис. 8 и таблицу 4 с точки зрения удобства вычислений, мы видим, что оказались в «пограничной ситуации». При малом количестве вершин вероятностный граф более нагляден, чем граф соответствия, а проводимые с его помощью вычисления не слишком трудны. В то же время при большом количестве вершин даже простое изображение вероятностного графа может оказаться невозможным, следовательно, невозможны и дальнейшие вычисления. Граф соответствия, напротив, поддается машинной обработке и может быть сделан сколь угодно большим, а вычисления на его основе легко алгоритмизируются.

С примерами других представлений графов соответствия в математике можно познакомиться в работе [162].

2.2.3 Применение графа соответствия для описания межпредметных связей

В поисках средств наглядности, с помощью которых можно было бы описывать межпредметные связи математики, ряд исследователей обратился к графам. Например, в работе Н. В. Скоробогатовой [109] с помощью графа описывается взаимосвязь между элементами математического аппарата и физическими понятиями. Фрагмент графа представлен на рис. 9.

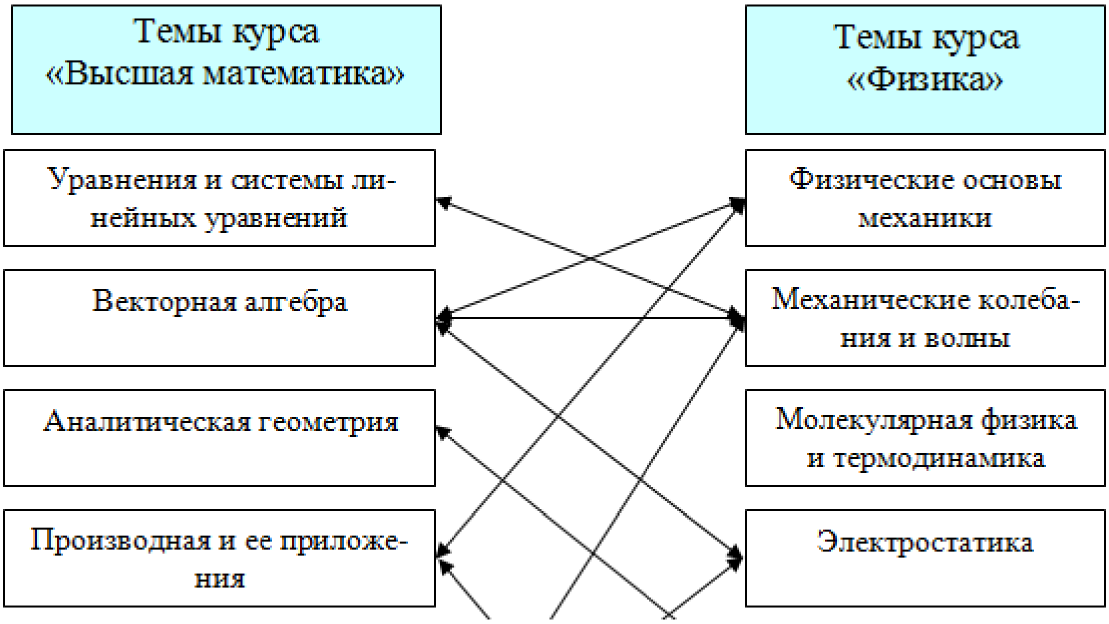


Рис. 9. Графическое изображение межпредметных связей.

При всей информативности, существенный недостаток такого графа состоит в том, что он выявляет лишь *наличие* связей между отдельными темами математики и физики. При этом *характер* этих связей, их научная основа и т.п. остаются скрытыми от читателя и известными лишь автору.

Другой способ – матрица связей. Матрицы связей в наглядной форме отражают содержательные и смысловые связи между учебными дисциплинами, темами или вопросами темы. Любая матрица строится по одному правилу: на пересечении строк и столбцов отмечается, например, знаком «+» или цифрой «1» наличие связей между анализируемыми дидактическими единицами. На рис. 10 приведен пример построения матрицы межпредметных связей [28].

Вопросы темы	1	2	3	4	5	Число связей
1		1	1	1	1	4
2			0	1	1	2
3				1	1	2
4					1	1
5						0

Рис. 10. Изображение МПС с помощью матрицы связей

Такой способ изображения имеет те же недостатки, что и графический. Однако его преимущество в том, что он дает возможность установления правильной последовательности изучения тем с учетом их востребованности в других дисциплинах. Еще один способ наглядного изображения МПС – сетевой график. Он представляет собой графическую модель процесса обучения учащихся нескольким учебным предметам в течение всего срока обучения. Целесообразно строить сетевой график для небольшого числа одновременно изучаемых взаимосвязанных предметов. В отдельных случаях сетевой график строят для двух предметов. Структурными элементами сетевого графика являются номер полугодия; номера учебных недель; название предмета (количество часов в неделю); название тем программы предмета (количество часов на тему); вектор МПС; типы и виды МПС.

С целью сделать изображение связей математики с другими дисциплинами наглядным и информативным мы предложили использовать граф соответствия. Сделаем, однако, два предварительных замечания. Во-первых, дисциплина «математика» имеет, по крайней мере, два компонента: изучаемые ею *теоретические вопросы* и решаемые ею *типичные задачи*. На рис. 11 эти компоненты отражены на разных «концах» вертикальной оси. При составлении графа акцент может быть сделан, по тем или иным причинам, на одном из них. Во-вторых, составитель графа может иметь разные цели. Одна из естественных целей – выявление связей математики *со всем спектром* изучаемых специальных дисциплин (спецдисциплин, СД). Другая, не менее естественная цель состоит в углубленном выявлении взаимосвязей математики с *одной* дисциплиной, выбранной по тем или иным соображениям. На рис. 11 эти две цели отражены на разных «концах» горизонтальной оси.

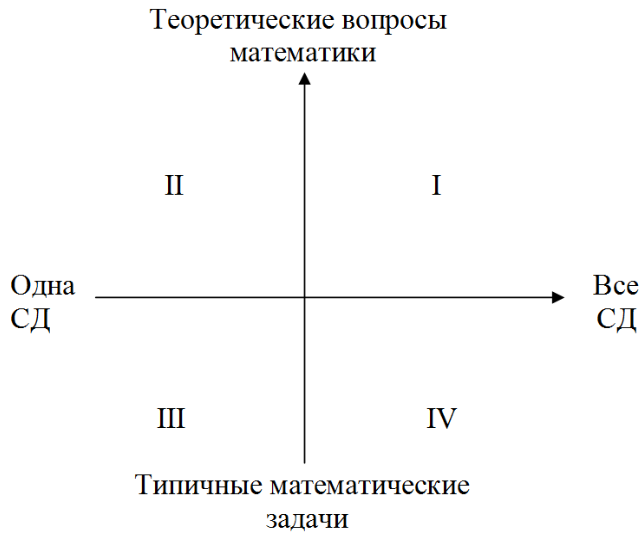


Рис. 11. Простейшая типология графов соответствия МПС

Таким образом, мы получили простейшую *типологию* графов соответствия, применяемых для описания межпредметных связей математики. *Граф типа I* выявляет взаимосвязи теоретических вопросов обучения математике со всем спектром спецдисциплин, изучаемых в учебном заведении данного типа. *Граф типа II* выявляет взаимосвязи теоретических вопросов математики с содержанием одной из спецдисциплин. *Граф типа III* выявляет типичные математические задачи, применяемые при изучении одной из спецдисциплин. Наконец, *граф типа IV* выявляет весь спектр тех типичных математических задач, которые используются при изучении всех спецдисциплин данного учебного заведения.

Отметим, что выбор преподавателем графа того или иного типа обусловлен теми целями, которые он ставит перед собой. Отметим также, что возможно построить «тотальный» граф, который охватывает теоретические и практические вопросы всех разделов математики и все разделы всех спецдисциплин. В таблице 5 представлен внешний вид графа соответствия I типа. Граф составлен на примере специальности «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования».

Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень некоторых разделов курса математики, изучаемых в школе и колледже:

$\boldsymbol{M_1}$ – Векторная алгебра.

$\boldsymbol{M_2}$ – Линейная алгебра.

$\boldsymbol{M_3}$ – Решение треугольников.

$\boldsymbol{M_4}$ – Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_5}$ – Интегральное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_6}$ – Кривые второго порядка, конические сечения.

$\boldsymbol{M_7}$ – Стандартный вид числа.

$\boldsymbol{M_8}$ – Элементы математической статистики.

$\boldsymbol{M_9}$ – Стереометрия.

$\boldsymbol{M_{10}}$ – Процент числа.

Второй ряд объектов – перечень профессиональных дисциплин и междисциплинарных курсов, изучаемых на специальности, при изучении которых необходимы математические знания.

$\boldsymbol{S_1}$ – Инженерная графика.

$\boldsymbol{S_2}$ – Техническая механика.

$\boldsymbol{S_3}$ – Материаловедение.

$\boldsymbol{S_4}$ – Метрология, стандартизация и сертификация.

$\boldsymbol{S_5}$ – Процессы формообразования и инструменты.

$\boldsymbol{S_6}$ – Технологическое оборудование.

Таблица 5.

Граф соответствия I типа

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
M_1		C_{12}			C_{15}	
M_2		C_{22}				
M_3		C_{32}				
M_4		C_{42}				
M_5		C_{52}				
M_6		C_{62}				
M_7						C_{76}
M_8				C_{84}		
M_9	C_{91}				C_{95}	
M_{10}			$C_{10\text{-}3}$		$C_{10\text{-}5}$	

Связь C_{91}: при изучении правил построения проекций и сечений необходимы знания основных аксиом стереометрии, следствий из них, признаки параллельности прямой и плоскости, плоскостей .

Связь C_{12}: при *нахождении геометрической суммы сил, приложенной к телу,* применяются знания о способах сложения векторов и о свойствах операции сложения векторов. При изучении правила «силового треугольника» применяются знания о правиле многоугольника для сложения нескольких сил. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам используется при решении задачи разложения силы на две составляющие силы, приложенные к той же точке [8].

Связь C_{22}: *условие равновесия плоской системы сходящихся сил.* При аналитическом решении задачи о составлении условия равновесия плоской системы сходящихся сил потребуются знания о способах решения систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными [8].

Связь C_{32}: *нахождение модуля и направления равнодействующей сил.* Для нахождения модуля равнодействующей двух сил учащиеся пользуются теоремой косинусов, для нахождения направления – теоремой синусов [8].

Связь C_{42}: *задача о мгновенной скорости*. При решении задачи о линейной скорости применяются знания о способах вычисления пределов. При *нахождении скорости и ускорения точки,* движение которой задано естественным образом (как уравнение зависимости координаты тела от времени), потребуются знания таблицы производных основных элементарных функций и правил дифференцирования [8].

Связь C_{52}: при изучении темы *«Координаты центра тяжести»* для нахождения координат центра тяжести необходимы знания о способах вычисления определенного интеграла. Методом интегралов учащиеся выводят формулы для нахождения координат центров тяжести фигур особого вида: дуги окружности, треугольника, кругового сектора, параболического треугольника, пирамиды. При нахождении *перемещения точки* применяются знания о способах вычисления определенного интеграла. При графическом способе задания скорости движения применяется правило нахождения площади криволинейной трапеции. При вычислении *работы переменной силы* на участке траектории вычисляется определенный интеграл. При нахождении *момента инерции* требуются знания о способах вычисления определенного интеграла. При решении задачи о кручении круглого прямого бруса возникает необходимость вычисления *полярного момента* инерции. Для этого используется определенный интеграл. *Моменты инерции сечений* также вычисляется с помощью определенного интеграла. При *вычислении линейных и угловых перемещений* при изгибах применяется определенный интеграл [8].

Связь $\boldsymbol{C_{62}}$***:*** при решении задач на нахождение сил трения потребуется умение находить элементы конуса.

Связь $\boldsymbol{C_{10\text{-}3}}$***:*** при вычислении процентного содержания чистого вещества в различных сплавах необходимы знания о процентах.

Связь $\boldsymbol{C_{84}}$***:*** при проведении измерений учащимся требуются знания по теории погрешностей и статистической обработке серии измерений.

Связь $\boldsymbol{C_{10\text{-}5}}$***:*** при изучении темы «Инструменты и материалы» применяются знания о проценте.

Связь $\boldsymbol{C_{95}}$***:*** при изучении темы *«Точение и строгание»* применяются знания из стереометрии о двугранном угле, угле между прямой и плоскостью.

Связь $\boldsymbol{C_{15}}$***:*** при изучении темы *«Точение и строгание»* и *«Сверление»* применяются знание о сложении сил, разложении вектора на сумму неколлинеарных векторов.

Связь $\boldsymbol{C_{76}}$***:*** при выполнении расчетов при изучении цикла дисциплин и междисциплинарных курсов применяются знания о стандартном виде числа и правилах выполнения действий с ними, правила разрешения уравнения относительно неизвестного.

Полные примеры графов соответствия всех четырех типов приведены в приложении Д и в работе [144].

Отметим ряд достоинств отображения межпредметных связей с помощью графа соответствия. Прежде всего, такой граф не просто показывает наличие связей между объектами, но и несет полную информацию о содержании этих связей. Кроме того, режим гиперссылок делает навигацию весьма простой. Наконец, описание взаимосвязей может корректироваться преподавателем в зависимости от педагогических условий: типа учебного заведения, специальности, на которой ведется обучение, от целей изучения дисциплины, конкретных целей составления графа, особенностей контингента студентов.

2.2.4 Применение графа соответствия для описания педагогических моделей

Граф соответствия может быть успешно применен к описанию различных педагогических моделей, поскольку их изображение носит, как правило, графоподобный образ. Действительно, большинство моделей представляют собой набор нескольких блоков, несущих в себе определенный смысл и информацию, скрытую от пользователя, и связи между блоками, в виде соединительных линий. Вполне понятно, что связи наделены определенным содержанием, раскрывать которые приходится дополнительно. В своей работе [159] А. В. Ястребов показал целесообразность использования графа соответствия для описания педагогических моделей. В статье автора описана модель подготовки академической группы к исследовательской деятельности. Покажем, что представленная в параграфе 1.4 (рисунок 1) модель профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля также может быть описана с помощью графа соответствия.

Начнем с перечисления объектов графа. Пусть

$\boldsymbol{A_1}$ – социальный заказ общества математическому образованию;

$\boldsymbol{A_2}$ – требования ФГОС к результатам обучения математике;

$\boldsymbol{A_3}$ – цели математического образования в колледже;

$\boldsymbol{A_4}$ – межпредметные связи математики со спецдисциплинами;

$\boldsymbol{A_5}$ – принципы отбора содержания образования;

$\boldsymbol{A_6}$ –содержание математического образования в колледже;

$\boldsymbol{A_7}$ – методы обучения математике;

$\boldsymbol{A_8}$ – формы обучения математике;

$\boldsymbol{A_9}$ – средства обучения математике;

$\boldsymbol{A_{10}}$ – результаты обучения математике.

Структура графа соответствия представлена в таблице 6.

Таблица 6

Структура графа соответствия

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
A_1	C_{11}		C_{13}							
A_2		C_{22}	C_{23}							
A_3			C_{33}			C_{36}				
A_4				C_{44}		C_{46}				
A_5					C_{55}	C_{56}				
A_6						C_{66}	C_{67}	C_{68}	C_{69}	
A_7							C_{77}	C_{78}	C_{79}	
A_8								C_{88}	C_{89}	
A_9									C_{99}	
A_{10}			$C_{10,3}$							$C_{10,10}$

Укажем смысл основных ячеек графа.

В диагональных ячейках описаны содержания основных блоков модели. Эти ячейки залиты серым цветом. По своей сути они не являются связями и необходимы для раскрытия понятий основных элементов модели. В ячейках, расположенных выше главной диагонали, описано влияние объекта A_i на объект A_j при $i < j$. Это влияние описывается в виде связи C_{ij}. Ячейка $C_{10,3}$, стоящая ниже главной диагонали, описывает возможности корректировки целей обучения в новой группе студентов с учетом результатов, полученных в предыдущей группе.

По внешнему виду графа уже видны некоторые закономерности его структуры. Во-первых, расположение связей позволяет объединить их в блоки - компоненты модели (выделены жирной линией и залиты серым цветом), которые соответствуют компонентам модели: содержательно-целевой, процессуальный и результативный. Во-вторых, наложение блоков по строке A_6 говорит о связи между содержательным и процессуальным блоками. Стоит сделать замечание, что, несмотря на то, что ячейка $C_{10,10}$ оказалась в отдельном блоке, ячейка $C_{10,3}$ описывает ее связь с содержательным блоком.

Перейдем к описанию связей.

Содержательно-целевой компонент модели

***Связь C_{11} – социальный заказ*:** требования общества к уровню подготовки специалистов среднего звена и к его математической подготовке. К социальному заказу отнесем требования общества к развитию профессионально важных качеств личности специалиста, среди которых отмечается: самостоятельность в принятии решения, способность к самообразованию, дисциплинированность. К математической подготовке специалистов среднего звена работодатели не предъявляют особых требований в содержательном аспекте, но в процессуальном специалист должен владеть пакетами прикладных программ для выполнения расчетов, применять математические методы решения задач для прикладных целей.

***Связь C_{13}*:** при определении целей математического образования необходимо учитывать социальный заказ общества на подготовку специалиста среднего звена.

Связь C_{22} – требования, предъявляемых во ФГОС к результатам обучения. Эти требования обозначены как знания и умения, которыми должен овладеть обучающийся, а также перечень общих и профессиональных компетенций, формированию которых должно способствовать обучение математике.

***Связь C_{23}*:** при определении целей обучения математике необходимо учитывать требования ФГОС к результатам обучения.

Связь C_{33} – постановка целей обучения математике в колледже. На этапе целеполагания необходимо сформулировать цели обучения так, чтобы они отражали все требования к результатам обучения. Целесообразно применить метод выделения инвариантного ядра. В статье [137] приведен пример применения метода для постановки целей обучения математике в колледже технического профиля.

Связь C_{44} – межпредметные связи. Как показывает анализ ФГОС по специальностям технического профиля, требований их недостаточно при отборе содержания. Учет межпредметных связей – важный компонент модели профессионально-ориентированного обучения. Необходимо вскрыть все возможные внутрицикловые межпредметные связи математики со спецдисциплинами. Эффективным методом может служить граф соответствия.

Связь C_{55} – принципы отбора содержание обучения. При отборе содержания обучения математике необходимо придерживаться основных принципов. Они устанавливаются на теоретическом уровне.

Связь C_{66} – содержание обучения. Отбор содержания обучения математике предоставляется в виде рабочих программ по дисциплине, отбора дидактического материала: задачники, учебники, курсы лекций, методические рекомендации по выполнению различного вида работ.

Связь C_{36}: при отборе содержания преподаватель ориентируется на цели обучения математике. Цели обучения являются системообразующим фактором в модели, они предъявляют требования к результатам обучения и будут являться ориентиром для диагностики результатов обучения.

Связь C_{46}: при отборе содержания включать разделы и темы, изучение которых востребовано в смежных спецдисциплинах. Кроме того, при проектировании последовательности изложения материала и временных рамок необходимо учитывать хронометраж межпредметных связей.

Связь C_{56}: подробно принципы отбора содержания в колледжах технического профиля описаны в параграфе 2.4.

Процессуальный компонент модели

Связь C_{77} – методы обучения математике: основным методом обучения математике, позволяющим реализовать принцип профессиональной направленности в колледже технического профиля, мы видим выполнение профессионально-ориентированный заданий. Под такими заданиями подразумеваются, во-первых, профессионально-ориентированные задачи. Во-вторых, это задания для выполнения лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ. И, наконец, это профессионально-ориентированные проекты, выполнение которых предусмотрено во внеаудиторное время. Методика работы с такого рода заданиями изложена в параграфе 2.3. При выполнении заданий основными методами обучения являются математическое моделирование, общедидактические методы и воспроизведение элементов профессиональной деятельности.

***Связь C_{67}*:** все методы обучения обусловлены отобранным содержанием и вскрытыми на этапе его структурирования межпредметными связями.

Связь C_{88} – формы обучения. В колледжах традиционно применяются следующие формы обучения: аудиторные занятия (лекции, практические работы, лабораторные работы, контрольные работы, зачеты, экзамены) и внеаудиторная самостоятельная работа, на выполнение которой отводится 50% от аудиторной нагрузки.

***Связь C_{68}*:** все перечисленные формы обучения заложены в рабочей программе, в которой обозначена тематика занятий, содержание обучения на занятиях.

***Связь C_{78}*:** каждый метод обучения, реализующий принцип профессиональной направленности, влечет за собой использование той или иной формы обучения. Так, для решения профессионально-ориентированных задач предусмотрены аудиторные занятия: лекции, интегрированные занятия с привлечением преподавателей спецдисциплин, практические занятия, а также внеаудиторные формы: выполнение домашних работ по решению задач. Для выполнения заданий с применением пакетов прикладных программ предусмотрены лабораторные работы. Для выполнения проектов с профессиональным содержанием предусмотрена внеаудиторная самостоятельная работа.

Связь C_{99} – средства обучения. Отбор необходимых средств обучения для обеспечения всех форм и методов обучения.

***Связь C_{69}*:** анализ содержания обучения позволит отобрать содержание средств обучения. Так, для выполнения определенных заданий из раздела «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» требуется определенное программное обеспечение.

***Связь C_{79}*:** анализ методов обучения позволит отобрать адекватные средства обучения: задачники с банком профессионально-ориентированных задач и методические рекомендацию по решению задач, задания для лабораторных работ и методические рекомендации по их выполнению, рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы, включающие рекомендации по выполнению профессионально-ориентированных проектов. Для выполнения лабораторных работ потребуется определенное программное обеспечение.

***Связь C_{89}*:** каждая форма обучения обеспечивается своим набором средств обучения. Так, для проведения лекций используются наглядные средства и задачники с ПОЗ, для практических работ используются задачники и методические рекомендации по решению ПОЗ, для лабораторных работ используются задания и методические рекомендации по их выполнению и ППП, для внеаудиторной самостоятельной работы потребуются методические рекомендации по ее выполнению.

Результативный компонент модели

***Связь $C_{10,10}$ – результаты обучения*:** под результатами обучения математике в колледже мы будем подразумевать достижение поставленных целей обучения, а именно:

- овладение обучающимися необходимыми знаниями и практическими навыками для решения профессиональных задач и задач, возникающих в обыденной жизни;
- формирование общих и профессиональных компетенций;
- развитие профессионально важных качеств личности;

Немаловажным является повышение мотивации обучения, это позволит сформировать интерес к профессии.

***Связь $C_{10,3}$*:** проанализировав результаты обучения, мы переходим вновь в содержательный блок. Планируя обучение, учтем нереализованные цели. Важно вскрыть причину: временной фактор – увеличить время на изучение темы, особенность контингента – скорректировать формы и методы работы, сложность материала – сделать проработку материала более детальной. Все это отразится в дальнейшем на содержании материала и, как следствие, изменит методы, формы и средства обучения.

Особые свойства описания педагогической модели с помощью графа соответствия

Использование графа соответствия для описания педагогической модели обладает всеми упомянутыми выше свойствами: точное и полное описание всех компонентов модели и связей между ними, при необходимости любой раздел описания можно сделать еще более глубоким, подробным и развернутым. Второе свойство графа соответствия состоит в его динамичности. Действительно, описание связей C_{ij} может быть адаптировано пользователем применительно к конкретной педагогической ситуации. Оно может быть снабжено полными и глубокими обоснованиями высказываемых положений, разнообразными примерами педагогических сценариев и прочим методическим обеспечением. Оно может уточняться в связи с накоплением общего педагогического опыта, в связи с накоплением опыта использования модели, в связи с развитием представлений о моделируемом объекте и т.д. Кроме того, в результате развития педагогических теорий могут появляться новые связи между объектами модели, и тогда в описании появится новое описание связей, а в графе – новые ячейки. Третье свойство графа соответствия – согласованность с традиционным описанием моделей в виде схем, описания связей легко могут быть трансформированы в схему, подробные пояснения к схеме могут быть представлены в виде графа соответствия.

Таким образом, резюмируя все представленные примеры использования графа соответствия в методике обучения математике, можно сделать вывод о разработке технологии описания связей между рядами объектов, обладающей рядом существенных преимуществ, обосновывающих ее эффективность. Широкий круг вопросов, решаемых с ее помощью, делает эту технологию востребованной среди педагогов.

2.3 Методика применения комплекса профессионально-ориентированных заданий в системе профессионально-ориентированного обучения математике

В параграфе 1.3 было дано понятие комплекса профессионально-ориентированных заданий, состоящего из заданий трех типов: профессионально-ориентированных задач, заданий для выполнения лабораторных работ с применением программного обеспечения, профессионально-ориентированных проектов. В данном параграфе остановимся подробнее на методике использования комплекса профессионально-ориентированных заданий при обучении математике.

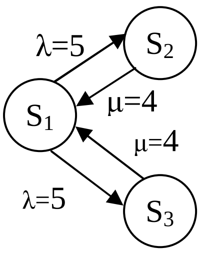
2.3.1 Методика использования профессионально-ориентированных задач

Выше в 1.3 нами было уточнено понятие профессионально-ориентированной задачи и тех признаков, на основании которых задача может быть отнесена к этому виду. ПОЗ используются на всех этапах обучения. *На этапе изучения нового материала* во время лекции ПОЗ выступает в роли мотивирующей задачи, под нею мы будем понимать задачу, метод решения которой основан на изучаемом материале.

Построив математическую модель задачи, студенты осознают противоречие между необходимостью решить задачу и известными методами решения математических задач. Для разрешения противоречия изучается математический метод решения модели. На данном этапе студенты абстрагируются от предложенной ПОЗ, изучают математические положения и методы решения на абстрактных задачах. Изучив метод решения задачи, студенты возвращаются к поставленной задаче и решают ее с помощью новых изученных методов и делают интерпретацию полученного результата.

На этапе *отработки навыка применения метода решения задач* на практических занятиях ПОЗ используется на завершающем этапе отработки навыка решения задач. Отработав навык применения метода на задачах чисто математического содержания, как итог показываем использование изученного метода при решении ПОЗ. При этом задача может быть аналогична той, что использовалась на теоретическом обучении, если по данной теме недостаточно широк спектр профессионально-ориентированных задач, при решении которых необходимо использовать изученный метод. С этой целью можно заменить значения, использованные в задаче, на другие, можно заменить численные значения на буквенные и предложить решить задачу в общем виде. Для студентов с хорошей математической подготовкой можно предложить задания по решенной задаче: составить задачу-следствие, заменив одно из условий на вопрос задачи, а вопрос – на условие, провести исследование зависимости какой-либо величины, задействованной в задаче на результат ее решения. Такими приемами осуществляется дифференциация и индивидуализация обучения математике. Если спектр задач широк, то изучается задача с новым содержанием. При этом этапы решения задачи следующие: погружение в профессиональную среду, построение модели, решение модели математическими методами, интерпретация полученных результатов. При этом перечень заданий может быть различен для разных студентов, в зависимости от уровня их математической подготовки. Решение задач может идти индивидуально либо в малых группах, объединяющих студентов с приблизительно равным уровнем математической подготовки. Рассмотрим эти этапы и варианты заданий на следующем примере.

Пример 7. Задача 3 из банка ПОЗ. Рассчитать финальную вероятность системы, граф состояний которой представлен на рисунке.



При построении модели задачи была получена система уравнений: $\begin{cases} 10p_1 - 4p_2 - 4p_3 = 0 \\ 5p_1 - 4p_2 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases}$. Решая ее математическими методами, студент получает следующие результаты: $p_1 \approx 0{,}28, p_2 \approx 0{,}36, p_3 \approx 0{,}36$.

Для интерпретации ответа переведем десятичные дроби в проценты и получим, что при бесконечном времени работы системы она 28 % времени будет находится в состоянии S_1, 36 % - в состоянии S_2, 36 % - в состоянии S_3.

Для дальнейшего использования задачи в учебном процессе можно менять значения λ и μ, получая при этом задачи с аналогичным содержанием, но другими исходными данными. При этом количество генерируемых вариантов может быть сколь угодно большим по количеству студентов в группе, тогда решение задачи будет происходить индивидуально каждым студентом. Можно организовать работу в малых группах, объединив студентов по уровню математической подготовки. Тогда разным группам можно предложить разноплановые задачи: 1 уровень – решение аналогичной задачи с новыми данными, 2 уровень – решение задачи следствия. Например, каким должно быть значение λ, чтобы система 50% времени находилась в состоянии S_1? Решение поставленной задачи приведет к новой системе уравнений: $\begin{cases} 0{,}5(2\lambda) = 4p_2 + 4p_3 \\ p_2(4) = 5 \cdot 0{,}5 \\ p_3(4) = 5 \cdot 0{,}5 \end{cases}$.

3 уровень – задача-исследование. Например, как изменятся значения финальных вероятностей при увеличении (уменьшении) λ (μ)? При каком значении λ (μ) система будет a % времени находится в состоянии S_1?

Таким образом, по каждой теме курса «Математика» студент решает от 2 и более ПОЗ: одну при изучении нового материала (обязательно), одну при выполнении практической работы (обязательно), причем это может быть задача, аналогичная первой, но с большим перечнем заданий, либо задача с другим содержанием. Возможно включение ключевых ПОЗ в самостоятельную внеаудиторную работу и аудиторную контрольную работу. В результате у студента формируется представление о широкой прикладной направленности математики, об использовании математических методов при решении профессиональных задач, все это есть дидактические цели использования методики графа соответствия в профессионально-ориентированном обучении математике.

Решение ПОЗ сопровождает изучение дисциплины «Математика» на всех этапах обучения в колледже технического профиля. Стоит отметить, что в связи с ограниченностью во времени на каждую тему отводится 2 часа на изучение нового материала, 2 часа на практическое закрепление и 2 часа на самостоятельную внеаудиторную работу. Получаем следующее соотношение между задачами чисто математического содержания и ПОЗ для отдельно взятой темы (в среднем). В приложении Е приведен список задач по всем темам, изучаемым в курсе дисциплины «Математика» специальностями технического профиля и рекомендации по построению математической модели к задачам для специальностей двух направлений – «Технология» и «Информатика».

Таблица 7

Распределение числа задач между чисто математическими и профессионально-ориентированными (в % от общего числа)

	Задачи математического содержания	ПОЗ
Теоретическое изучение	3-4 (80 %)	1 (20 %)
Практическая работа	5-6 (86 %)	1 (14 %)
Контрольная работа	5-6 (80 - 86 %)	1-2 (20 – 14 %)
Самостоятельная работа	2-3 (75 %)	1 (25 %)

Для эффективного применения ПОЗ в обучении нами был составлен банк из задач с содержательным аспектом. При составлении банка мы исходили из требований, предъявленных к задачам профессионально-ориентированного содержания.

2.3.2 Методика проведения лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ

Перед тем как студенты приступают к выполнению лабораторных работ, целесообразно провести предварительное занятие для ознакомления их с основными возможностями программы MathCAD [94] (Приложение Е, лабораторная работа №1). Необходимо сразу же им объяснить, что возможности программы MathCAD предусматривают решение достаточно широкого спектра математических задач, поэтому в дальнейшем они могут её использовать как своего рода "калькулятор по математике”. Разумеется, её возможностями не следует пренебрегать и при изучении других дисциплин, использующих математический аппарат.

Поскольку будущим техникам в своей профессиональной деятельности придется решать ряд задач, связанных с использованием математических моделей, выполнять сложные математические расчеты, то имеется необходимость ознакомления студентов с инструментами для решения этих задач. В качестве таких инструментов могут использоваться табличный редактор Excel и программный комплекс MathCAD. При обучении студентов на специальностях «Программирование в компьютерных системах» используется еще один программный продукт – среда программирования Delphi. При этом решение задачи разбивается на несколько этапов. Первый – решение стандартной задачи: использование программы в качестве своеобразного «сверхмощного калькулятора» для выполнения расчетов по алгоритмам, предложенным преподавателем или составленным студентами. Второй – углубленное решение задачи, сопровождающееся самостоятельным анализом и разработкой алгоритма решения задачи. Третий – углубленное изучение сущности исследуемых закономерностей, разработка собственного программного продукта для решения поставленной задачи. При разработке этого продукта студенты с применением среды программирования Delphi разрабатывают программу, в которой предусмотрен ввод данных и вывод результата в удобной для пользователя форме, с помощью которой решается поставленная задача. Для студентов специальности «Полиграфическое производство» и «Монтаж и техническое обслуживание оборудования» достаточно прохождения первого этапа работы над задачей, поскольку в их профессиональной деятельности достаточно уметь использовать эти программное средства как мощный калькулятор для выполнения расчетов. Для студентов специальности «Компьютерные сети» достаточно прохождения первого и второго этапа решения задачи, а для студентов специальности «Программирование в компьютерных системах» необходимо прохождение всех этапов решения задачи.

Пример 8. При изучении темы «Матрицы и определители» после знакомства студентов со способами вычисления определителя студентам предлагается выполнить следующие задания:

Задание 1. С помощью программы MathCAD вычислите определители матриц:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & 8 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & -3 & 8 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathrm{D} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 4 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$

$$E=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 8 & 6 & 4 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix},\quad F=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ -1 & 8 & -3 \end{pmatrix}.$$

Укажите те элементарные преобразования, с помощью которых матрицы *B–F* были получены из матрицы *A*.

a. Матрица B была получена из матрицы A путем …………

b. Матрица C была получена из матрицы A путем …… и т.д.

Задание 2. Определите, как преобразование матрицы влияет на ее определитель, и сделайте выводы. Результаты внесите в таблицу:

Преобразование матрицы	Влияние на определитель

Задание 3. Проверьте полученные результаты на других примерах, которые составьте самостоятельно.

Задание 4. Проиллюстрируйте следующие свойства определителя, подобрав соответствующие примеры:

a. Если в определителе какие-либо две строки (столбца) равны между собой, то такой определитель ….
b. Если все элементы какой-либо строки (столбца) определителя равны 0, то такой определитель ….
c. Если к элементам какой-либо строки (столбца) определителя прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца) этого же определителя, умноженные на одно и то же число, то определитель ….

Сделайте вывод о свойствах определителя.

Пример 9. Лабораторная работа «Решение систем линейных уравнений». При выполнении лабораторной работе студенту необходимо решить систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными. При этом студенты разных специальностей технического профиля проходят разное количество этапов решения.

Этап 1. Решите данную систему линейных уравнений методом Гаусса, матричным методом, по формулам Крамера с помощью программы MathCAD.

Решить эту же систему по формулам Крамера и матричным методом с помощью программы Excel [34; 94].

Данное задание решается с помощью встроенных в программы операторов и не требуют от учащихся самостоятельной разработки шаблона.

Этап 2. Решить данную систему линейных уравнений методом Гаусса, реализовав его в программе Excel.

Этот этап предлагается студентам специальностей компьютерного цикла. В программе Excel нет встроенного шаблона для решения данной задачи, поэтому студенту самому необходимо разработать этот шаблон. При решении задачи студенты специальностей компьютерного цикла погружается в профессиональную сферу деятельности, применяя имеющиеся у них знания на практике.

Этап 3. Разработать собственный программный продукт для решения системы линейных уравнений всеми тремя методами, разработать процедуру ввода данных, выбор пользователем метода решения системы, процедуру вывода результата.

Эта задача предполагает погружение студента в профессиональную деятельность, цель которой – полная самостоятельная разработка проекта. Такое задание дается на длительное время, студенты выполняют его по мере изучения соответствующих разделов по дисциплине «Основы программирования», тем самым осуществляются межпредметные связи между дисциплинами «Математика» и «Программирование».

В приложении Е приведены примеры заданий по выполнению лабораторной работы по теме «Решение систем линейных уравнений с помощью программных продуктов», разработанные для специальностей информационного профиля, и по теме «Решение задач линейной алгебры средствами MathCAD» для специальностей технологического профиля. В этом приложении представлена тематика всех лабораторных работ, проводимых на специальностях информационного профиля.

По итогам проведения лабораторных работ было проведено исследование рефлексии студентов. Им было предложено ответить на ряд вопросов, связанных с эффективностью применения программных продуктов при решении математических задач. В целом большинство из них дали положительный отзыв о результатах проделанной работы. В полном объеме опросник и его результаты представлены в приложении Е.

2.3.3 Методика использования профессионально-ориентированных проектов в ПОО математике

Как было сказано выше выделяется два вида ПОП в системе профессионально-ориентированного обучения математике: содержательные и процессуальные. Под содержательными проектами понимаются проекты по реализации математических моделей на содержании смежных специальных дисциплин. Примерами таких проектов могут быть: «Решение систем линейных уравнений при расчете токов в цепи», «Решение систем линейных уравнений при решении оптимизационных задач», «Решение систем линейных уравнений при расчете финальных вероятностей», «Выполнение действий с комплексными числами при расчете токов в цепи» и пр. Каждый проект предусматривает следующие этапы его выполнения:

1. Постановка задачи. На этом этапе студентами прорабатывается предметная область задачи, определяется проблема, при решении которой будет построена математическая модель.
2. Построение математической модели.
3. Изложение метода решения построенной модели.
4. Интерпретация полученных результатов.

В приложении Е приведены примеры тем проектов в соответствии с темами, изучаемыми в курсе «Математика» для специальностей технологического и информационного направления. Работа над проектами может вестись индивидуально каждым студентом при небольшом составе учебной группы или в малых группах. По времени работа носит долгосрочный характер, выполняется в течение всего времени изучения дисциплины, выполняется самостоятельно студентами во внеурочное время и предусматривает использование 50 % времени, отводимого на внеаудиторную самостоятельную работу.

Второй тип ПОП – процессуальные проекты. Такой вид проектов предусматривает разработку программного продукта, применяемого для решения математических моделей. Такого рода проекты выполняются студентами специальностей информационного цикла. В приложении Е приведен список задач, решение которых предусматривает разработку программного продукта. Работа над процессом решения задачи дополняет содержательную сторону проекта и предусматривает следующие этапы:

1. Построение математической модели.
2. Алгоритмизация метода решения задачи.
3. Разработка программного продукта.
4. Разработка интерфейса программы.

2.4 Методическая система профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля

2.4.1 Методика описания методической системы с помощью графа соответствия

В своей монографии «Методология методики обучения математике» Г. И. Саранцев утверждает, что объектом методики математики должны выступать обучение математике, математическое образование, воспитание, а предметом методики математики служит методическая система, составляемая целями, содержанием, методами, средствами и формами обучения математике [101]. Первые представления о методической системе как о целостном объекте возникли в 60-х годах XX в. в работах А. М. Пышкало. По его определению методическая система обучения (МС) «являет собой структуру, компонентами которой являются цели обучения, содержание обучения, методы обучения, формы и средства обучения». В своих работах он описывает структуру системы и связи между ее компонентами, предлагая следующую схему для изображения этих связей [98-99]. На рис. 12 изображено графическое представление МС по определению А. М. Пышкало.

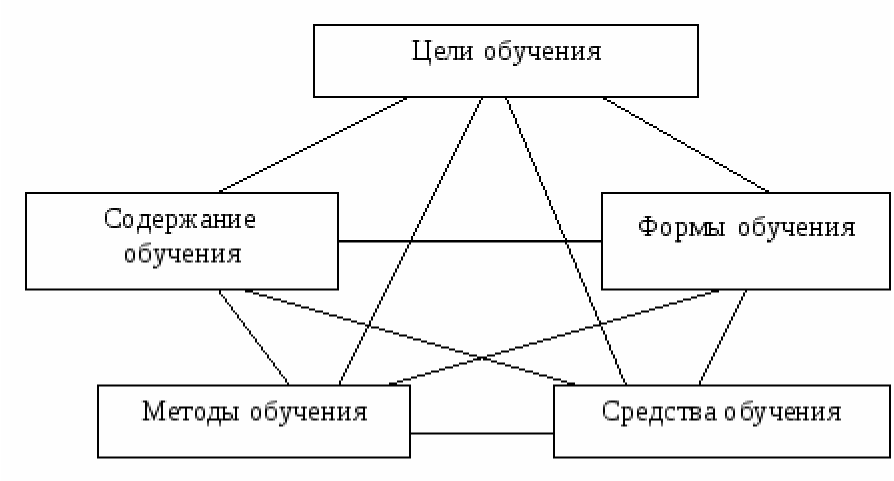


Рис. 12. Графическое представление МС по определению А. М. Пышкало

Схема на рис. 12 представляет собой полный граф, состоящий из 5 вершин и 10 ребер, имеющих вид стрелок, направленных в обе стороны, что говорит о двухсторонней связи между объектами. Наполнение содержанием компонентов МС и связей между ними остается скрытым. Такая скрытость практически неизбежна в силу того, что, во-первых, это содержание громоздко по своему объему и не уместится в схему графа по техническим причинам. Во-вторых, это содержание специфично для разных МС, оно определяется типом учебного заведения, преподаваемой дисциплиной, особенностями контингента учащихся и педагога. Очевидно, что описание методической системы не будет полным без раскрытия содержания компонентов и связей между ними. Решить полученное противоречие поможет граф соответствия и особая методика его построения для описания МС по определению А. М. Пышкало. Ниже эта методика будет описана и представлена ее реализация на примере МС обучения математике в колледжах технического профиля.

Обозначим компоненты методической системы:

Ц – цели обучения;

С – содержание обучения;

М – методы обучения;

Ф – формы обучения;

Ср – средства обучения.

Получаем таблицу, внешне имеющую структуру графа соответствия.

Таблица 8

Внешний вид графа соответствия между компонентами МС

	Ц	*С*	*М*	*Ф*	*Ср*
Ц	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}
С	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}
М	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{34}	C_{35}
Ф	C_{41}	C_{42}	C_{43}	C_{44}	C_{45}
Ср	C_{51}	C_{52}	C_{53}	C_{54}	C_{55}

Придадим особый смысл элементам C_{ii}, стоящим на главной диагонали. Эти элементы не являются связями между различными объектами. Будем считать, что они описывают суть объекта A_i, который находится в соответствующей строке и столбце. Элементы C_{ij}, стоящие выше главной диагонали ($i < j$) описывают влияние компонента A_i на компонент A_j. Элементы C_{ij}, стоящие ниже главной диагонали ($i > j$), описывают возможность реализации компонента A_j с учетом особенностей применения компонента A_i.

Для описания графа соответствия введем правило, которое будем называть *«правило северо-западного угла»*. Первая клетка, подлежащая описанию, это клетка C_{11} (северо-западный угол). В методической системе обучения системообразующим компонентом являются цели обучения, они определяют функции всех остальных компонентов. По этой причине в C_{11} описываются те цели, которые ставятся в МС.

От «северо-западного угла» будем двигаться следующим образом. Сначала опишем первую оболочку «северо-западного угла» – это элементы C_{12} - C_{22} - $C_{21.}$ Описываем влияние целей на отбор содержания (элемент C_{12}), затем описываем содержание обучения (элемент C_{22}), и, наконец, показываем, что отобранное содержание обучения позволяет достичь всех поставленных выше целей обучения (элемент $C_{21.}$). Затем переходим к описанию следующей – второй оболочки «северо-западного угла». Она состоит из последовательности элементов C_{13} – C_{23} – C_{33} – C_{32} – C_{31}. Логика описания аналогична предыдущей оболочке: описываем влияние поставленных целей обучения и отобранного содержания обучения на выбор методов обучения (связи C_{13} и C_{23}), затем описываем суть выбранных методов обучения (элемент C_{33}), и, наконец, показываем, что выбранные методы обучения позволят реализовать отобранное содержание обучения (связь C_{32}) и достичь поставленных целей обучения (связь C_{31}) и т.д.

Таким образом, осуществляется полный обход графа до последней четвертой оболочки. Направление обхода сохраняется на протяжении всего описания графа, последовательность описания сохраняется во всех оболочках. Следует помнить, что сначала описываются элементы, стоящие выше главной диагонали. С их помощью показывается влияние всех компонентов, описанных в предыдущих оболочках, на компонент, стоящий на главной диагонали описываемой оболочки. Назовем его «*ведущий элемент оболочки*». Затем описывается суть ведущего элемента, и, наконец, описываем элементы, стоящие левее диагонального, эти связи показывают, что ведущий элемент оболочки обеспечивает реализацию всех описанных ранее компонентов МС. Подробно метод северо-западного угла описан в работе [138].

2.4.2 Системообразующий элемент методической системы обучения - цели обучения математике

Связь C_{11}: цели обучения математике.

В методической системе обучения системообразующим компонентом являются цели обучения, они определяют функции всех остальных компонентов. При исследовании методами математической статистики устойчивости связей между компонентами методической системы было установлено, что самый подверженный изменениям компонент методической системы обучения – цели обучения. Исключение его из методической системы ведет к ее разрушению [69].

Согласно вступившему в силу 29.12.2012 г. «Закону об образовании» в статье 68 определено, что среднее профессиональное образование направлено на решение задач интеллектуального, культурного и профессионального развития человека и имеет целью подготовку квалифицированных рабочих или служащих и специалистов среднего звена по всем основным направлениям общественно полезной деятельности в соответствии с потребностями общества и государства, а также удовлетворение потребностей личности в углублении и расширении образования [131]. В Федеральных Государственных Образовательных Стандартах по различным специальностям цели обучения отдельным дисциплинам и модулям сформулированы как перечень знаний, умений и компетенций, которыми должен овладеть студент в процессе обучения [17,124-130]. Очевидно, что обучение дисциплинам и модулям должно быть направлено на достижение основной цели среднего профессионального образования, обозначенного в законе об образовании. Все это в полной мере относится к математическим дисциплинам. Эти размышления наводят на мысль о возможности выделения неких общих, универсальных целей обучения математике в колледжах, на их достижение направлено обучение математике на любой специальности колледжа.

Подобная технология описана в работе А. В. Ястребова [160] и получила название *выделение инвариантного ядра*. Технология выделения инвариантного ядра прошла апробацию и экспериментальное подтверждение в работах М. Л. Зуевой [51], А. Ю. Скорняковой [107-108]. В общих словах, технология заключается в выделении общих положений, принципов, структуры или свойств различных объектов одного рода, на основании системного анализа, эти свойства проявляются у всех объектов независимо от внешних условий.

Для выделения инвариантного ядра целей обучения математике в колледжах технического профиля были проанализированы 7 образовательных стандартов по разным специальностям, относящимся к техническому профилю, на котором математика занимает важное стратегическое место и служит базой для изучения многих учебных дисциплин. Это положение было доказано в ряде работ автора [134,139-140, 145-146]. Анализируемые специальности были разбиты на три группы, соответствующие укрупненным группам специальностей. Вполне очевидно, что перечень профессиональных компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся, абсолютно различен на разных специальностях, даже относящихся к одной укрупненной группе. По этой причине анализ проводится только по перечню знаний и умений, которыми должны овладеть обучающиеся в результате изучения курса математики.

Таблица 9

Группа 230000 Информатика и вычислительная техника

	Знать	Уметь
230115 «Программирование в компьютерных системах»	− основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; − основы дифференциального и интегрального исчисления; − основы теории комплексных чисел	− выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; − решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости; − применять методы дифференциального и интегрального исчисления; − решать дифференциальные уравнения; − пользоваться понятиями теории комплексных чисел
230111 «Компьютерные сети»	− основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; − основы дифференциального и интегрального исчисления	− выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; − применять методы дифференциального и интегрального исчисления; − решать дифференциальные уравнения
230401 «Информационные системы»	− основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; − основы дифференциального и интегрального исчисления	− выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений; − применять методы дифференциального и интегрального исчисления; − решать дифференциальные уравнения

Таблица 10

Группа 260000 Технология продовольственных продуктов и потребительских товаров

	Знать	Уметь
1	2	3
261701 «Полиграфическое производство»	− значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы; − основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной	− решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

Продолжение таблицы 10

1	2	3
	деятельности; − основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; − основы интегрального и дифференциального исчисления	
261707 «Производство изделий из бумаги и картона»	− значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы; − основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; − основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; − основы интегрального и дифференциального исчисления	− решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности

Таблица 11

150000 Металлургия, машиностроение и материалообработка

	Знать	Уметь
151031 «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)»	− уравнения прямой и основных кривых второго порядка на плоскости; − правила перехода от декартовой системы координат к полярной; − определение вероятности случайного события, основные формулы теории вероятностей, числовые характеристики дискретной случайной величины; − понятия выборки, выборочного распределения, выборочных характеристик	− составлять уравнения прямых и основных кривых второго порядка по заданным условиям и изображать их на координатной плоскости; − осуществлять переход от прямоугольной системы координат к полярной и обратно; − задавать выборочное распределение, вычислять выборочные характеристики
151901 «Технология машиностроения»	− основные математические методы решения прикладных задач; − основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных	− анализировать сложные функции и строить их графики; − выполнять действия над комплексными числами; − вычислять значения

Продолжение таблицы 11

1	2	3
	– чисел, теории вероятностей и математической статистики; – основы интегрального и дифференциального исчисления; роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности	– геометрических величин; – производить операции над матрицами и определителями; – решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики; – решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений; решать системы линейных уравнений различными методами

Перечень знаний и умений, приведенный в таблице, указывает на схожее содержание дисциплины «Математика» для специальностей всех групп технического профиля. Вполне очевидно, что эти знания и умения необходимы будущему специалисту для успешного овладения профессиональными дисциплинами и модулями. Следовательно, одна из целей обучения математике – сформировать базу для дальнейшего изучения спецдисциплин. Назовем эту цель «*содержательная*». Изучение математики не должно быть оторвано от реальной жизни. Профессиональная деятельность – это лишь одна из составляющих деятельности человека. Изучая математику, обучающиеся овладевают методами решения математических задач, которые были получены из необходимости решать задачи прикладного характера и могут быть использованы при решении разного рода прикладных задач. Так, например, с помощью определенного интеграла была решена задача о нахождении площади криволинейной трапеции, но определенный интеграл позволяет решать и ряд других прикладных задач: нахождение объемов тел, площади поверхности, перемещения материальной точки, центра тяжести и др. Следовательно, целесообразно говорить о прикладном значении математики, и в осознании прикладного характера математики заключается еще одна цель ее изучения. В ряде стандартов это положение формулируется как умение, которым должны овладеть студенты. Назовем эту цель «*прикладная*». С осознанием прикладного характера математических методов решения задач приходит понимание универсальности математических законов, восприятие математики как науки в целом, науки естественной, с широким практическим применением. В этом понимается еще одна цель изучения математики – *мировоззренческая.* Формирование научного мировоззрения – важная составляющая общей культуры человека, а значит, изучение математики должно воспитывать культуру человека и его профессиональную культуру в том числе. В этом заключается еще одна цель изучения математики, назовем эту цель *общекультурная*. Таким образом, анализ знаний и умений как требований к результатам освоения дисциплины «Математика» для специальностей технического профиля позволил выделить ряд универсальных целей, которые должны достигаться при изучении математики в колледже.

Цель 1 – содержательная: овладение обучающимися объёмом конкретных математических знаний, необходимых для решения задач, возникающих в реальной жизни и профессиональной деятельности.

Цель 2 – прикладная: осознание прикладного характера изучаемых математических методов решения задач. Под прикладным характером понимается возможность применения математических методов решения задач в реальной жизни и профессиональной деятельности.

Цель 3 – мировоззренческая: понимание универсальности законов математики, возможность их применения в различных областях деятельности. Универсальность законов математики понимается как возможность применения математических законов в различных жизненных ситуациях.

Цель 4 – общекультурная: формирование общей профессиональной культуры специалиста среднего звена. Под общей профессиональной культурой понимается социально-профессиональные качества работника с учетом специфики его профессиональной деятельности, степень овладения им достижений научно-технического и социального прогресса, это определенная степень овладения человеком приемами и способами решения профессиональных задач.

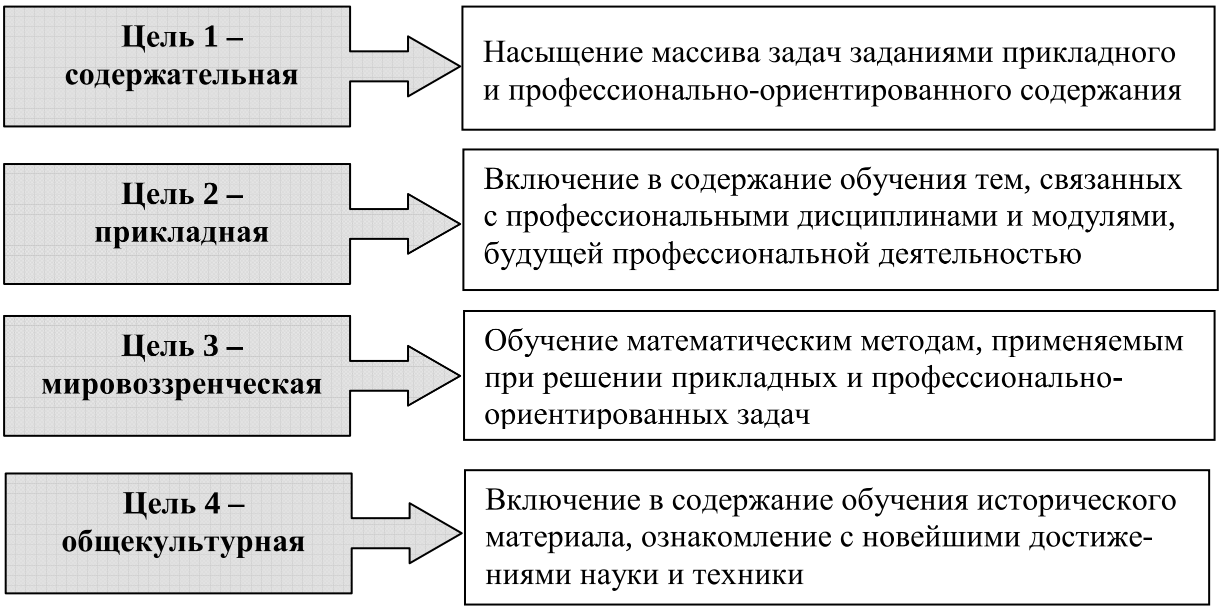
Таким образом, несмотря на разные подходы к формулировке знаний и умений как результата изучения математики на разных специальностях, удалось выделить некие общие цели обучения математике студентов технического профиля. Речь идет о таких целях, которые либо уже определены в стандартах некоторых специальностях, либо могут быть получены как обобщение перечня знаний и умений, перечисленных во ФГОС. Можно утверждать, что сформулированные цели носят вполне универсальный характер, на достижение их направлено изучение математики на любой специальности колледжа. Эти цели не зависят от профиля обучения, от конкретного содержания дисциплины и соответствуют общей цели среднего профессионального образования, обозначенной законодательно, а значит, можно говорить об инвариантном ядре целей изучения математики в колледже, следуя подходам в работах [51] ,[107] и [160].

Рассмотрим, как вышеобозначенные цели изучения математики влияют на отбор содержания.

2.4.3 Первая оболочка графа соответствия, ведущий элемент - содержание обучения

Связь C_{12}: влияние целей обучения на отбор содержания обучения.

Отбор содержания по любой учебной дисциплине должен проводиться в соответствии с целями, которые ставятся при изучении математики.



Покажем влияние целей обучения математике на отбор содержания математического образования на примере дисциплины «Математика» на специальности «Полиграфическое производство».

Цель 1 – содержательная: при составлении графа соответствия МПС был определен список тем, изучение которых необходимо для решения задач в смежных профессиональных дисциплинах и модулях: элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, основы теории комплексных чисел, элементы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальные уравнения, основы теории вероятностей и математической статистики.

Цель 2 – прикладная: в содержание дисциплины «Математика» включены методы решения задач, применяемые при решении заданий прикладного и профессионально-ориентированного характера: методы решения систем линейных уравнений, методы вычисления определенного интеграла, методы решения дифференциальных уравнений, численные методы решения задач и др.

Цель 3 – мировоззренческая: при отборе содержания обучения математике включены темы, дающие возможность демонстрировать связь математики с другими дисциплинами, профессиональной деятельностью и реальной жизнью. Для технических специальностей это могут быть такие темы, как системы линейных уравнений, векторы, комплексные числа, дифференциальное и интегральное исчисление, математическая статистика и др.

Цель 4 – общекультурная: включение элемента историзма при изучении различных тем позволит повысить общий уровень культуры учащихся, знакомство с новинками науки и техники, демонстрация роли математики в современном научном мире – способствует повышению уровня общей профессиональной культуры учащихся. Включение задач, решаемых методами, используемыми в профессиональной деятельности, также способствует формированию общей профессиональной культуры специалиста.

Связь C_{22}: содержание обучения математике

Под понятием содержание обучения математике будем понимать содержание математики как науки, педагогически адаптированное для использования в образовательном процессе в среднем специальном учебном заведении.

В современных условиях ФГОС по специальностям не ставит перед преподавателем жестких рамок при отборе содержания. Если ранее стандарты перечисляли весь перечень дидактических единиц, необходимых для изучения, то во ФГОС третьего поколения такого перечня нет. Преподавателю при отборе содержания обучения математике целесообразно руководствоваться следующим. Во-первых, целями обучения математике. Во-вторых, учебно-методическим материалом: учебным планом, ФГОС, учебными пособиями, рекомендованными Федеральным институтом развития образования для использования в учебном процессе, а также традиционными учебными пособиями, прошедшими многолетнюю апробацию, и, наконец, особенностями будущей профессиональной деятельности специалистов.

При отборе содержания обучения математике необходимо установить взаимосвязь математики с другими профессиональными дисциплинами. Для этого целесообразно использовать граф соответствия между темами курса математики и темами курсов профессиональных дисциплин и модулей, изучаемых на этой специальности, методика построения такого графа описана в 2.2. Помимо межпредметных связей, необходимо учитывать внутрипредметные связи, существующие между отдельными темами курса математики. Эти связи реализуют принцип единства содержания обучения, который выражает необходимость учета связей, существующих между отдельными дисциплинами, в целях формирования в сознании обучающегося единой целостной научной картины мира.

Известен целый ряд общедидактических принципов отбора содержания. Однако в каждом конкретном случае эти принципы адаптируются к конкретному учебному предмету, конкретному учебному коллективу. В. В. Краевский высказал по поводу принципов отбора содержания следующее: «И все же общие принципы не могут быть достаточным основанием для разработки содержания каждого учебного предмета. Источники, из которых учебный предмет черпает свое содержание, разные» [57]. По этой причине возникает необходимость определить принципы отбора содержания обучения математике в колледже технического профиля и на основании принципов сформулировать критерии отбора содержания. Сравнивая студентов колледжа с обучающимися других типов учебных заведений, мы выяснили ряд различий: разный уровень мотивации, разный уровень математической подготовки [141-143]. Кроме того, оценивая место математики в общей образовательной программе, можно сделать вывод, что математика на специальностях технического профиля занимает одно из центральных мест, имея связи со значительной частью смежных дисциплин и междисциплинарных курсов. Несмотря на то, что математика на разных специальностях технического профиля занимает одно и то же стратегическое место, на каждой специальности использование математического инструментария имеет свои особенности.

Вопросы формирования содержания образования в педагогике по-прежнему остаются дискуссионными в научной литературе, и, как считает В. А. Тестов, выделяются три концепции, трактующие содержание в различных аспектах [121]. Первая концепция (М. Н. Скаткин [106] и др.) представляет содержание математического образования как педагогически адаптированные основы наук. Вторая концепция (В.П. Беспалько [20] и др.) представляет математическое образование как совокупность знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены обучаемым контингентом. Третья концепция (В. В. Краевский [58] и др.) видит содержание математического образования как педагогически адаптированный социальный опыт человечества, изоморфный сложившимся культурным ценностям во всей их структурной полноте. В последнем случае в основу положена тринитарная методология и в содержании образования выделяются три равноправных компонента: фундаментальность (передача знаний), гуманистическая ориентация (воспитание) и профессиональная направленность (развитие умения). Придерживаясь третьей концепции, мы переставим акцент на профессиональную направленность образования как на системообразующий фактор и подчиним все другие компоненты этому принципу.

Придерживаясь третьего направления, в своей монографии Л. И. Майсеня, анализируя теоретические и прикладные аспекты развития математического образования учащихся колледжей, сформулировала принципы и критерии отбора содержания математического образования для колледжей технического и экономического профиля [68]. Ранжируем эти принципы по степени значимости в условиях реализации принципа профессиональной направленности, скорректируем некоторые из них с учетом выявленной специфики контингента обучающихся и места математики в общей образовательной программе.

*Принцип профессиональной направленности содержания я*вляется системообразующим при создании содержания образования на профессиональном уровне математического образования. Понимается в том смысле, что содержание математического образования является математическими знаниями и сформированными на их основе умениями, которые необходимы для успешного изучения учебных дисциплин, в будущей профессиональной деятельности и в повседневной жизни. В более общем смысле принимается как принцип прикладной направленности, но в учреждениях среднего профессионального образования приобретает более узкий смысл – профессиональная направленность.

Принцип профилирования содержания математического образования подразумевает отбор содержания в соответствии с профилем обучения и спецификой будущей профессии. Согласно этому принципу отбор содержания следует вести, придерживаясь основной цели обучения и значимости предмета в подготовке специалистов определенной специальности. Для реализации данного принципа и установления значимости дисциплины «Математика» необходимо установить связь математики со смежными дисциплинами, к примеру, с помощью графа соответствия.

Принцип научности подразумевает, что содержание математических дисциплин должно соответствовать научным знаниям. При этом имеется в виду, что содержание понятийного и категориального аппарата, педагогически адаптированного для данной учебной дисциплины, должно соответствовать математике как науке. Процессуальные и деятельностные компоненты содержания должны соответствовать психологическим, методологическим и педагогическим принципам, заложенным в науке. Отражение научности содержания образования требует применения методов учебного познания, основанных на методологии и логических формах мышления. Методы познания должны включать моделирование, абстрагирование, алгоритмирование, поскольку эти методы являются методами математики как науки, в то же время они будут воспроизводимы и в процессе профессиональной деятельности будущих специалистов, что подчиняет этот принцип профессиональной направленности.

Принцип фундаментальности предполагает такое построение содержания математического образования, при котором усиливается его направленность на обобщенные знания и способы деятельности и мышления. Следование этому принципу особенно актуально при подготовке специалистов среднего звена в системе непрерывного образования. Ставя задачу фундаментальности математического образования, педагог исходит из того, что усвоение научных знаний необходимо для овладения научным мировоззрением и методами познания, а также для осознания необходимости использования математических знаний в будущей профессиональной деятельности, в продолжении образования.

Принцип структурного единства инвариантного и вариативного компонентов содержания предполагает единство инвариантной части содержания, фиксированной нормативно, и вариативной части, устанавливаемой конкретным учебным заведением. В стандартах и примерных программах фиксирована инвариантная часть содержания, кроме того предусмотрена вариативная часть содержания. Содержание вариативной части определяется учебным заведением, при этом оно должно быть едино с инвариантной частью, соответствовать профилю специальности, включение вариативной компоненты направлено на реализацию принципа профессиональной направленности, пример такой реализации будет показан ниже.

Принцип преемственности лежит в основе установления связи между актуальным старым математическим знанием и перспективным новым в образовании. Имеет большое значение в условиях непрерывности образования. Суть преемственности математического содержания заключается в том, что учащиеся должны осознать знания как элемент целостной системы. Преемственность содержания математического образования рассматривается между ступенями образования, между математическими дисциплинами, между темами учебного материала в рамках одной учебной дисциплины. При следовании принципу преемственности содержание математического образования востребовано на следующих ступенях обучения – при изучении спецдисциплин, что соответствует принципу профессиональной направленности.

Принцип гуманитаризации означает, что математика как предмет должна ставить перед учащимися только личностно значимые для них цели. Оправдано лишь такое построение учебного материала, которое существенно учитывает внутренние образовательные потребности учащихся и вызывает у них интерес. Один из путей реализации данного принципа – постоянная демонстрация связей математики с другими дисциплинами, что повышает интерес студентов, поддерживает высокий уровень их мотивации.

В работе Л. И. Майсеня [68] помимо перечисленных выше принципов указаны и другие принципы отбора содержания математического образования в колледжах технического профиля. Покажем, что они могут быть отнесены к одному из ранее перечисленных и также подчинены принципу профессиональной направленности. Так, *принцип интеграции и дифференциации* подразумевает интеграцию разделов математики в один курс «Элементы высшей математики» и «Математика» и при этом интеграцию математики с содержанием спецдисциплин, а дифференциация подразумевает разноуровневую дифференциацию по сложности, идейной линии в содержании и профильную дифференциацию. Перечисленные принципы подчинены принципам профессиональной и профильной направленности и гуманитаризации. *Принцип сопряженности непрерывной и дискретной математики*, понимаемый в единстве изучения непрерывной и дискретной линии в курсе математических дисциплин, реализован в колледже технического профиля на специальностях информационного цикла через изучение дисциплины «Элементы математической логики», подчинен принципу профессиональной направленности. *Принцип актуальности алгоритмов в содержании*, обусловленный значимостью метода алгоритмизации в обучении математике, является составляющим компонентом принципа профессиональной направленности для колледжей технического профиля. Таким образом, ставя во главу угла принцип профессиональной направленности, мы выделяем семь основных принципов отбора содержания математического образования в колледжах технического профиля, при этом каждый из них позволяет реализовать системообразующий принцип профессиональной направленности.

Для реализации перечисленных принципов при отборе содержания математического образования целесообразно воспользоваться следующими критериями.

Теоретическая и практическая значимость содержания. Содержание курса математики должно быть теоретически значимо для выявления структуры математического знания и одновременно должно выявлять практическую значимость изучаемых математических теорем. Этот критерий позволяет реализовать принципы профилирования, преемственности, фундаментальности, научности отбора содержания.

Соответствие сложности содержания возможностям обучающихся. Слишком сложный и недоступный для понимания студентами материал не может быть личностно значимым для учащихся, это снижает интерес к предмету, понижает мотивацию. Однако чрезмерное упрощение материала также ведет к понижению познавательной активности обучающихся, снижает интерес. Соблюдение критерия позволит реализовать принципы гуманитаризации, преемственности и профилирования отбора содержания.

Соответствие объема содержания имеющемуся времени на изучение дисциплины. Время, отводимое на изучение всей дисциплины «Математика», регламентируется учебным планом учебного заведения. Преподаватель распределяет весь временной потенциал между отдельными темами курса. При этом необходимо измерить объем информации, который должны усвоить учащиеся: количество изучаемых понятий, теорем, правил, методов и алгоритмов решения задач – и соотнести его с имеющимся для этого временем. Следуя этому критерию, удается реализовать принципы гуманитаризации, структурного единства инвариантного и вариативного компонентов содержания.

Соответствие содержания имеющейся научно-методической и материально-технической базе. Отбирая содержание курса математики, преподаватель должен учитывать необходимость демонстраций различного рода моделей, с этой целью могут использоваться различные источники информации и средства обучения. Следуя этому критерию, реализуются принципы гуманитаризации, профессиональной направленности, профилирования.

Отражение задач формирования всесторонне развитой личности в содержании обучения. Отбирая содержание курса математики, педагог должен максимально интегрировать его с другими дисциплинами, обогатить практический опыт студентов математическими методами решения задач, необходимыми им в дальнейшей жизни и профессиональной деятельности. Развитие мышления, памяти, восприятия возможно средствами изучения математических дисциплин. Критерий направлен на реализацию принципов научности, фундаментальности, гуманитаризации, профессиональной направленности и профилирования.

Следуя перечисленным принципам и критериям отбора содержания математического образования, мы составили рабочие программы по математическим дисциплинам для специальностей технического профиля. Пример тематического плана по дисциплине «Математика», изучаемой студентами 2 курса специальности «Полиграфическое производство», представлен в таблице 12.

Таблица 12

Тематический план по дисциплине «Математика»

Наименование разделов и тем		**Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся**	**Объем часов**
Раздел 1.		**Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии**	***30***
Введение		*Содержание учебного материала*	*1*
	1	Место математики в жизни людей; примеры практических задач, при решении которых применяется математический аппарат	
Тема 1.1 Матрицы и определители		*Содержание учебного материала*	*1*
	1	Определение матрицы. Действия над матрицами, их свойства.	
	2	Определители 2-го и 3-го порядка, вычисление определителей. Обратная матрица.	
		Лабораторные работы	-
		Практические занятия №1. Матрицы и действия с ними. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Вычисление определителей.	*2*
		Контрольные работы	-
		Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту.	*2*

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов
Тема 1.2 **Системы линейных уравнений**	*Содержание учебного материала*	
	1 Системы линейных уравнений. Правило Крамера для решения квадратной системы линейных уравнений. Метод исключения неизвестных - метод Гаусса. Матричный метод решения систем.	*2*
	Лабораторные работы №1. Решение задач линейной алгебры средствами MathCAD	*2*
	Практические занятия №2. Решение систем линейных уравнений.	*2*
	Контрольные работы	
	Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту.	*2*
Тема 1.3. Элементы аналитической геометрии на плоскости	*Содержание учебного материала*	*6*
	1 Векторы.	
	2 Прямая линия на плоскости. Способы задания прямой на плоскости. Уравнения прямой на плоскости.	
	3 Кривые второго порядка.	
	Лабораторные работы	-
	Практические занятия №3. Векторы №4. Прямая линия на плоскости №5. Кривые второго порядка	*6*
	Самостоятельная работа обучающихся: изучение учебной литературы, выполнение домашней контрольной работы, работа над рефератом по теме «Конические сечения».	*6*
Раздел 2.	**Основы теории комплексных чисел**	**6**
Тема 2.1 Основы теории комплексных чисел.	*Содержание учебного материала*	
	1 Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.	*2*
	Лабораторные работы	-
	Практические занятия №6. Комплексные числа.	*2*
	Контрольные работы	-
	Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту, изучение учебной литературы, работа над рефератом «История возникновения комплексных чисел», «Применение комплексных чисел в электротехнике».	*2*
Раздел 3	**Элементы дифференциального и интегрального исчисления**	***12***
Тема 3.1 Неопределенный и определенный ин-	*Содержание учебного материала*	*4*
	1 Неопределенный интеграл. Метод замены переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	
	2 Определенный интеграл. Метод замены переменной и интегри-	

<table>
<tr><th>Наименование разделов и тем</th><th colspan="2">Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся</th><th>Объем часов</th></tr>
<tr><td rowspan="5">теграл.</td><td></td><td>рование по частям в определенном интеграле. Применение определенного интеграла в геометрии и физике.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторные работы</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практические занятия
№7. Неопределенный интеграл
№8. Определенный интеграл</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Контрольные работы</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту, работа над рефератом «Применение интеграла в физике», «Применение интеграла в механике».</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Раздел 4</td><td colspan="2">Дифференциальные уравнения</td><td>12</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Тема 4.1 Дифференциальные уравнения</td><td colspan="2">Содержание учебного материала</td><td rowspan="3">4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Определение обыкновенных дифференциальных уравнений, Общее и частное решения. Уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными. Линейные уравнения 1-го порядка.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторные работы</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практические занятия
№9. Решение дифференциальных уравнений первого порядка
№ 10. Решение дифференциальных уравнений второго порядка</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту, изучение учебной литературы, работа над рефератом «Численное решение дифференциальных уравнений первого порядка», «Применение дифференциальных уравнений в физике».</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Раздел 5</td><td colspan="2">Основы теории вероятностей и математической статистики</td><td>12</td></tr>
<tr><td rowspan="7">Тема 5.1 Элементы теории вероятностей и математической статистики</td><td colspan="2">Содержание учебного материала</td><td rowspan="3">4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Непрерывные случайные величины, их числовые характеристики. Нормальное и показательное распределение.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторные работы</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практические занятия
№ 11. Случайные величины.</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Контрольные работы
№1. Контрольная работа по курсу «Математика».</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашних заданий, выполнение домашней контрольной работы по индивидуальному варианту, изучение учебной литературы</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="right">Всего:</td><td>72</td></tr>
</table>

Связь С$_{21}$: связь между содержанием и целями обучения математике

Покажем, что предложенные принципы отбора содержания действительно способствуют реализации целей математического образования. На теоретическом уровне это продемонстрировано в таблице 13.

Таблица 13

Принципы отбора содержания как средства достижения целей обучения математике

	Цель 1 – содержательная	Цель 3 – прикладная	Цель 2 – мировоззренческая	Цель 4 – общекультурная
1	2	3	4	5
Принцип профессиональной направленности	Овладение обучающимися знаниями, необходимыми в их будущей профессии	Демонстрация возможности применения математических знаний в различных областях	Демонстрация возможности применения математических знаний в различных областях	Восприятие математических знаний и методов как средства решения профессиональных задач
Принцип профилирования	Овладение обучающимися знаниями, необходимыми в их будущей профессии	Демонстрация возможности применения математических знаний в различных реальных ситуациях	Демонстрация возможности применения математических знаний в различных областях профессиональной деятельности	Восприятие математических знаний и методов как средства решения профессиональных задач
Принцип структурного единства инвариантного и вариативного компонентов	Включение в вариативную часть содержания, необходимого при изучении смежных дисциплин	Включение в вариативную часть содержания, демонстрирующего прикладной характер изучаемых математических методов	Включение в вариативную часть содержания, демонстрирующего применение законов математики в различных сферах деятельности	Включение в вариативную часть содержания, направленного на развитие профессиональной культуры: исторический материал, демонстрация достижений науки и техники и роли математики в достижениях

Продолжение таблицы 13

1	2	3	4	5
Принцип научности	Овладение научными знаниями и методами	Демонстрация возможности применения научных знаний и методов в реальной жизни	Формирование представления о математике как науке	Формирование общего научного мировоззрения
Принцип фундаментальности	Овладение обобщенными знаниями и методами	Демонстрация возможности применения общих научных знаний и методов в реальной жизни	Овладение научным мировоззрением и методами познания	Формирование общего научного мировоззрения
Принцип преемственности	Овладение знаниями, востребованными на следующих ступенях образования	Демонстрация связи математики со смежными дисциплинами средствами решения прикладных задач	Демонстрация связи математики со смежными дисциплинами	Подготовка обучающихся к продолжению образования, повышению квалификации
Принцип гуманитаризации	Включение в содержание математического образования знаний, соответствующих уровню подготовки учащихся	Повышение мотивации обучения средствами демонстрации прикладного характера изучаемых методов решения задач	Повышение мотивации обучения средствами демонстрации универсальности законов математики	Повышение общей профессиональной культуры за счет овладения приемами и способами решения задач

Таким образом, все принципы отбора содержания направлены на достижение всех вышеобозначенных целей обучения математике в колледжах технического профиля.

2.4.4 Вторая оболочка графа соответствия, ведущий элемент – методы обучения

Связь C_{13}: влияние целей обучения на отбор методов обучения математике.

Метод обучения выполняет важные функции в процессе обучения: с его помощью осуществляется передача учащимся содержания изучаемых предметов, управление познавательной деятельностью учащихся, интеллектуальное развитие учащихся и формирование необходимых личностных качеств. Метод также выполняет стимулирующую, коммуникативную, диагностико-коррекционную функции, необходимые для нормального функционирования учебного процесса. Рассмотрим влияние целей обучения на выбор методов обучения математике.

Цель 1 – содержательная. Для достижения поставленной цели применяются традиционные методы обучения: лекции, практические занятия, лабораторные занятия, тренинги, зачеты. Применение перечисленных методов имеет свою специфику – демонстрация двух видов влияния: реальная жизнь порождает теорию, а теория применяется при решении практических задач.

Связь теории с реальной жизнью демонстрируется, во-первых, при изучении теоретических сведений математики. Большая часть теоретических знаний была получена с целью решения задач, возникающих в конкретной жизненной ситуации. Например, к понятию «производная» может привести множество задач, в том числе задача о мгновенной скорости или мгновенной силе тока, понятие «интеграл» может быть получено как результат решения задачи об объеме тела вращения.

Связь теории с практикой может демонстрироваться на примерах задач, возникающих в профессиональной деятельности. Примерами таких задач могут быть задачи, предложенные в графе соответствия между темами курса математики и темами профессиональных дисциплин.

Таким образом, связь теории с практикой, реальной жизнью и профессиональной деятельностью носит двусторонний характер: с одной стороны, решение задач реальной жизни приводит к понятиям теоретического курса математики, а полученные теоретические знания помогают решать задачи практического курса, в том числе, профессионально-ориентированные задачи.

Цель 2 – прикладная. Прикладной характер изучаемых математических методов решения задач раскрывается через систематическое решение профессионально-ориентированных и прикладных задач на всех этапах обучения: при изучении нового материала, при закреплении изученного на практических занятиях, при организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов.

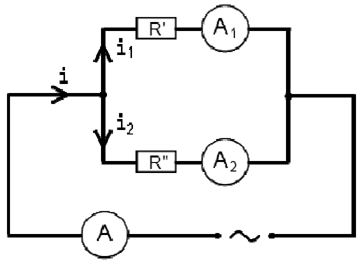
Цель 3 – мировоззренческая. Универсальность законов математики выражается в том, что один и тот же математический аппарат применяется для решения разных технических задач. Представление об универсальности законов математики возникает в процессе систематического решения профессионально-ориентированных задач. Приведем примеры таких задач для различных специальностей технического профиля.

Пример 5. Экран монитора имеет размеры $a \times b$. Составить уравнение траектории точки на экране, движущейся из левого нижнего угла в правый верхний угол. Начало координат разместить в левом нижнем углу.

Подобная задача возникает при решении задачи программирования графических объектов. Ее решение требует знаний по теме «Аналитическая геометрия. Уравнение прямой на плоскости».

Решение. Если начало координат разместить в левом нижнем углу, то соответствующая точка будет иметь координаты $(0;0)$, точка в верхнем правом углу будет иметь координаты $(a;b)$. Тогда уравнение прямой можно составить в виде $y = kx$, где k – угловой коэффициент, равный тангенсу угла наклона прямой. Тангенс угла наклона может быть вычислен по формуле $tg\alpha = \frac{b}{a}$. Тогда уравнение траектории будет иметь вид: $y = \frac{b}{a}x$. Можно предложить несколько способов модификации этой задачи путем переноса точек в разные места экрана. Задача будет иметь разные способы решения, но решение, казалось бы, формальной задачи составления уравнения прямой по двум точкам приобретает прикладной характер и является профессионально-ориентированным.

Пример 6. Включим в цепь переменного тока две параллельные ветви, содержащие некое сопротивление. Нам известны амплитуда, частота и начальная фаза токов:



$i_1 = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right), i_2 = 1\sin\left(\omega t\right)$. Составить уравнение зависимости силы тока от времени в неразветвленной цепи.

Задача может быть предложена при изучении темы «Комплексные числа. Выполнение действий с комплексными числами, записанными в различной форме», с ее помощью демонстрируется связь математики с дисциплиной «Электротехника» [24,148].

Можно рассмотреть со студентами несколько решений задачи.

Первое решение базируется на законе Кирхгофа. Согласно ему, алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. Тогда $i_1 + i_2 - i = 0$, отсюда $i = i_1 + i_2$. Получаем:

$$i = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right) + 1\sin\left(\omega t\right) = 2\sin\omega t\cos 30^o + 2\cos\omega t\sin 30^0 + 1\sin\omega t =$$
$$\sqrt{3}\sin\omega t + \cos\omega t + \sin\omega t = \left(\sqrt{3}+1\right)\sin\omega t + \cos\omega t.$$

Для приведения уравнения к виду $i = A\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$ вычислим φ_0 из представления формулы синуса суммы углов $\sin\left(\alpha + \beta\right) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ и основного тригонометрического тождества $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$. Получаем:

$\left(\frac{\sqrt{3}+1}{A}\right)^2 + \left(\frac{1}{A}\right)^2 = 1.$ Решая это уравнение, узнаем, что $A = \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} \approx 2{,}91$, тогда $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}} \approx 0{,}41$, $\beta \approx 20^0$. Окончательно получим $i = 2{,}91\sin(\omega t + 20^0)$.

Как видим, такая простая, на первый взгляд, задача сводится к совсем не тривиальному решению.

Второе решение задачи основано на действии с комплексными числами. Представим уравнение силы тока в виде комплексного числа в показательной форме:

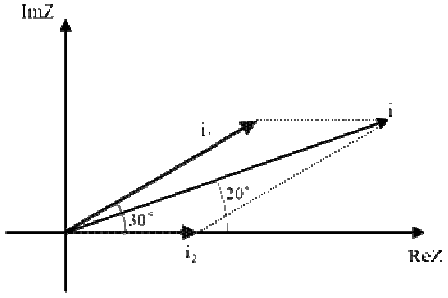
$$i_1 = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right) = 2e^{30^0 j} = 2\cdot\cos 30^0 + 2\cdot\sin 30^0\, j = 1{,}732 + j$$
$$i_2 = 1\sin\left(\omega t\right) = e^{0^0 j} = 1\cdot\cos 0^0 + 1\cdot\sin 0^0\, j = 1.$$

Тогда $i_1 + i_2 = 1{,}732 + j + 1 = 2{,}732 + j = \sqrt{2{,}732^2 + 1}\cdot e^{arctg\, 1/2{,}732} \approx 2{,}91\sin\left(\omega t + 20^0\right)$.

Применение комплексных чисел позволяет быстрее решать задачи на сложение колебаний силы тока, а это демонстрирует универсальность законов математики.

Третье решение задачи основано на действии с векторами и носит эмпирический характер.

Построим векторную диаграмму и произведем вычисления, например, эмпирическим путем. Такая демонстрация – еще одно подтверждение универсальности законов математики.



Студенты имеют возможность сравнить два решения, выявив при этом достоинства и недостатки каждого из них. Так простая техническая задача приводит к общенаучной операции сравнения, и этот метод широко используется для формирования научного мировоззрения.

Аналогичные примеры целесообразно приводить по всем темам курса математики, что позволит убедить учащихся в универсальности законов математики.

Цель 4 – общекультурная. Формирование общей профессиональной культуры специалиста среднего звена достигается следующими методами. Решая задачи математическими методами, студенты включают в ход решения элементы профессиональной деятельности. Так, например, студенты технических специальностей некомпьютерного цикла при решении задач линейной алгебры используют готовые программные продукты для проведения инженерных расчетов, а студенты цикла специальностей «Информатика» при решении задач составляют программный код. Включение элементов историзма на занятиях по математике осуществляется через подготовку сообщений, презентаций студентами или сообщение интересных фактов самим преподавателем. Учитывая, что студент колледжа технического профиля в своей будущей профессиональной деятельности будет решать в основном индивидуальные задачи, связанные с производством, разработкой продукта или процесса, целесообразно на занятиях давать студентам индивидуальные задания.

Связь C_{23}: влияние содержания обучения на отбор методов обучения.

Покажем влияние содержания обучения на отбор методов обучения математике. Не будем останавливаться на традиционных методах обучения, таких как лекция, практические занятия, зачеты и экзамены. Эти методы, безусловно, используются при обучении математике на любом профиле специальности. Остановимся на тех методах обучения, которые соответствуют принципам отбора содержания и специфичны для колледжей технического профиля. На теоретическом уровне эти методы перечислены в таблице 14.

Таблица 14

Влияние принципов отбора содержания на выбор методов обучения

Принцип отбора содержания	Применяемые методы для реализации принципа
Принцип профессиональной направленности	▪Воспроизведение элементов профессиональной деятельности ▪Визуализация изучаемых объектов ▪Профессионально-ориентированные задачи и проекты
Принцип профилирования	▪Визуализация изучаемых объектов ▪Воспроизведение элементов профессиональной деятельности ▪Математическое моделирование ▪Профессионально-ориентированные задачи и проекты
Принцип структурного единства инвариантного и вариативного компонентов	▪Воспроизведение элементов профессиональной деятельности ▪Обобщение и конкретизация ▪Математическое моделирование ▪Визуализация изучаемых объектов
Принцип научности	▪Обобщение и конкретизация ▪Анализ и синтез ▪Индукция и дедукция ▪Сравнение
Принцип фундаментальности	▪Обобщение и конкретизация ▪Воспроизведение элементов профессиональной деятельности ▪Математическое моделирование
Принцип преемственности	▪Обобщение и конкретизация ▪Математическое моделирование ▪Визуализация изучаемых объектов
Принцип гуманитаризации	▪Воспроизведение элементов профессиональной деятельности ▪Визуализация изучаемых объектов

Приведем несколько примеров применения перечисленных методов.

Обобщение. При изучении темы «Определитель» студенты решают задачу вычисления определителя матрицы размерностью 3×3, раскрывая его по строке или столбцу. Затем студенту предлагается самостоятельно вычислить определители матрицы размерностью 4×4 и более. Таким же образом обобщаются методы решения систем линейных уравнений на систему большей размерности, чем 3×3. При изучении темы «Комплексные числа» происходит обобщение понятия числа.

Конкретизация. При изучении темы «Дифференциальные уравнения» происходит отбор из общего решения частного, удовлетворяющего данным начальным условиям. Таким же образом из множества первообразных отбирается одна, удовлетворяющая данным начальным условиям. При решении оптимизационных задач из множества фигур данного вида (например, цилиндров) выбирается одна, удовлетворяющая условиям задачи (с наибольшим или наименьшим объемом, площадью поверхности и т.д.)

Анализ и синтез. При изучении темы «Решение систем линейных уравнений» анализируются методы решения систем, определяются достоинства и недостатки методов Крамера, Гаусса и обратной матрицы, разрабатываются рекомендации по применению того или иного метода в различных ситуациях: квадратная или неквадратная матрица системы, в зависимости от размерности матрицы, наличия нулевых элементов в матрице и прочих условиях. При решении конкретной задачи путем синтезирования отдельных рекомендаций в единое целое выбирается определенный метод решения системы. Аналогичные мыслительные операции производятся при выборе метода вычисления определителя, метода решения дифференциального уравнения первого порядка, метода нахождения интеграла, установления сходимости или расходимости числового ряда. Эта мыслительная операция очень важна для будущих техников и технологов, так как любой технологический процесс изначально разбивается на составные части (анализируется) с целью определить свойства и характерные черты, а затем путем синтезирования объединяется в единый технологический процесс.

Сравнение. При изучении темы «Комплексные числа» происходит их сравнение с различными алгебраическими объектами: вещественными числами, векторами, многочленами, степенью. При этом студентам предлагается всякий раз определять как общие свойства объектов (сопоставление), так и различные (противопоставление). Такие же мыслительные операции производятся при изучении производной и первообразной, матриц и векторов, кривых второго порядка, знакопостоянных и знакочередующихся рядов. Использование операции сравнения развивает научное мышление студентов, тем самым реализуется принцип научности обучения.

Индукция и дедукция. Индуктивный метод широко применяется при изучении курса математики на специальностях технического профиля. Умение делать из частных посылок общие выводы – очень важное свойство мыслительной деятельности будущего техника или технолога. С помощью индуктивных умозаключений устанавливаются такие факты, как:

- некоммутативность умножения матриц;
- свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов;
- формулы для вычисления комбинаторных объектов и ряд других.

В силу ограниченности времени, отводимого на изучение тем курса математики, нет возможности каждое математическое утверждение обосновывать строгим дедуктивным доказательством. Большая часть математических утверждений и формул дается без доказательства, основываясь, по возможности, на визуальных объектах. Так, при изучении теорем дифференциального исчисления утверждения обосновывается исходя из геометрического и физического смысла производной.

Воспроизведение элементов профессиональной деятельности. При решении задач линейной алгебры и аналитической геометрии приходится выполнять расчеты по объемным формулам. Для упрощения решения задачи студенты используют готовые программные продукты: MathCAD и Excel. Использование этих программных продуктов при решении задач – элемент дальнейшей профессиональной деятельности техников и технологов, а значит, воспроизводит ее. Изучение возможностей этих программ позволит им в дальнейшем упростить процедуру сложных инженерных расчетов. Для студентов группы специальностей «Информатика и вычислительная техника» изучение всех тем курса сопровождается выполнением лабораторного минимума, на котором студенты составляют программы для решения задач. Это является элементом их дальнейшей профессиональной деятельности, а значит, воспроизводит ее.

Визуализация изучаемых объектов. Принцип наглядности – один из основных дидактических принципов. Реализация этого принципа может осуществляться различными методами. Один из них – визуализация изучаемых объектов. Следуя работам А. В. Ястребова [161], будем трактовать понятие визуализации в контексте общего понятия модели: «Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте» [151]. Процесс построения и/или изучения модели называется моделированием. Приведем несколько примеров моделей, используемых в курсе математики колледжа технического профиля.

- *Объект* – электрическая цепь постоянного тока, *модель* – система линейных уравнений, составленная по законам Кирхгофа.
- *Объект* – это аналитически заданная функция, *модель* – это эскиз ее графика.
- *Объект* – это алгоритм, записанный на одном из языков программирования, *модель* – это блок-схема алгоритма.
- *Объект* – уравнение прямой линии на плоскости, *модель* – изображение этой линии в системе координат.
- *Объект* – комплексное число, *модель* – изображение комплексного числа на комплексной плоскости.
- *Объект* – производная функции в точке, *модель* – касательная, проведенная к графику функции в точке и ее угловой коэффициент – тангенс угла наклона касательной.

Безусловно, список таких моделей может быть продолжен с учетом специфики специальности, на которой ведется обучение математике.

Будем говорить, что модель называется зрительным образом объекта, если при ее изучении активно используются органы зрения. Процесс построения зрительного образа будем называть *визуализацией объекта*. Применение наглядных изображений объектов улучшает восприятие абстрактных объектов, подбирая им яркие и выразительные образы, можно получить инструмент для запоминания математических положений, фактов, решения задач. Примером такого образа может служить граф, примененный при решении задачи Гюйгенса в 2.2. Естественно, метод визуализации изучаемых объектов – это всего лишь один из возможных методов, реализующих принцип наглядности, но для контингента студентов колледжа этот метод, пожалуй, самый доступный для восприятия.

Примерами визуализации математических объектов при изучении математики в колледже технического профиля могут быть:

- Выделение из семейства интегральных кривых кривой, которая задана начальными условиями.
- При изучении аналитической геометрии – построение чертежей объектов, заданных в задаче.
- В теории комплексных чисел – геометрическая интерпретация комплексного числа.
- В теме «Элементы дифференциального и интегрального исчисления» – это графики функций, интегральные кривые, фигуры, площади и объемы которых приходится вычислять.
- В теории вероятности – геометрический подход в определении вероятности, представление дерева исходов, применение графов при решении задач.

Математическое моделирование.

Решение любой задачи прикладного характера связано с построением ее математической модели. От удачности построенной модели зависит успешность решения данной задачи.

Связь C_{33}: выбор методов обучения

Учитывая влияние целей и содержания на отбор методов обучения, мы пришли к выводу, что наряду с традиционными методами обучения, применяемыми в колледжах, такими как лекция, практическое занятие, лабораторная работа, зачет, экзамен и т.п., целесообразно применение специфичных для технического профиля методов. К таким методам можно отнести

- применение профессионально-ориентированных задач (ПОЗ);
- выполнение заданий, воспроизводящих элементы профессиональной деятельности будущего специалиста;
- выполнение профессионально-ориентированного проекта (ПОП);
- решение математических задач с помощью готовых программных продуктов – пакетов прикладных программ (ППП);
- выполнение индивидуальных заданий;
- методы, развивающие научное мышление;
- метод математического моделирования;
- визуализации изучаемых объектов.

Покажем, что применение этих методов наряду с традиционными обеспечивает достижение поставленных целей и принципов отбора содержания обучения.

Связь C_{32}: связь между методами обучения и содержанием обучения

Покажем, что применение вышеперечисленных методов обучения адекватно предложенным принципам отбора содержания.

Через *традиционные методы* обучения реализуются все принципы отбора содержания. Средствами *профессионально-ориентированных задач* достигаются принципы профилирования, профессиональной направленности, преемственности и гуманитаризации. *Моделируя* на занятиях *будущую профессиональную деятельность*, мы реализуем аналогичные принципы. Использование *профессионально-ориентированных проектов* способствует реализации принципов профилирования, структурного единства инвариантного и вариативного компонента, профессиональной направленности, преемственности и гуманитаризации. Путем *индивидуализации заданий* достигаются принципы профилирования, научности, фундаментальности, профессиональной направленности, преемственности и гуманитаризации. *Решение задач с применением пакетов прикладных задач* способствует реализации принципов профилирования и профессиональной направленности.

Математическое моделирование и визуализация позволяют реализовать все принципы отбора содержания.

Связь C_{31}: связь между методами обучения и целями обучения

Покажем, что все предложенные методы обучения позволяют достичь всех необходимых целей обучения математике.

Традиционные методы. Применение традиционных методов направлено на достижение всех поставленных целей. На всех занятиях при ознакомлении с теоретическим материалом и закреплении на практических занятиях демонстрируется прикладной, универсальный характер математических знаний и методов решения задач.

Профессионально-ориентированные задачи и профессионально-ориентированные проекты. Средствами профессионально-ориентированных задач и проектов возможна демонстрация знаний, необходимых для решения задач из профессиональной сферы и повседневной жизни (содержательная, мировоззренческая и прикладная цели), формируется профессиональная культура специалиста среднего звена (общекультурная цель).

Моделирование профессиональной деятельности. Моделируя профессиональную деятельность, мы имеем возможность демонстрировать прикладной характер математических методов решения задач (прикладная цель), это, в свою очередь, ведет к пониманию универсальности законов математики (мировоззренческая цель) и формирует профессиональную культуру будущего специалиста (общекультурная цель).

Индивидуализация заданий. Решение индивидуальных заданий формирует чувство персональной ответственности за принятое решение, что ведет к формированию общей профессиональной культуры (общекультурная цель).

Применение пакетов прикладных задач. Применение программных средств дает знания, необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности и для изучения других технических дисциплин (содержательная цель). Средствами применения программных средств на специальностях компьютерного цикла возникает возможность показать применение профессиональных знаний для решения математических задач (мировоззренческая цель). Применение программных средств формирует особые качества личности: алгоритмичность мышления, логичность мышления. Эти качества являются профессионально важными для специалистов технического профиля (общекультурная цель).

Математическое моделирование. При решении задач, возникающих в реальной жизни, средствами математики необходимо построить математическую модель задачи, для этого необходимы конкретные знания (содержательная цель). Овладение методом моделирования дает возможность осознать прикладной характер математических знаний и методов решения задач (мировоззренческая цель) и универсальный характер математических законов (прикладная цель). Умение моделировать ситуацию является профессионально важным качеством, а значит, развивая умение математического моделирования, мы формируем профессиональную культуру будущего специалиста (общекультурная цель).

Средствами *визуализации* можно сделать доступными для органов зрения многие математические модели, а значит, визуализация позволяет достичь всех заявленных целей обучения математике в колледжах технического профиля.

2.4.5. Третья оболочка графа, ведущий элемент – формы обучения

В педагогической литературе нет единого подхода к определению и классификации форм обучения. В статье «О понятии «форма обучения» С. А. Михеева проводит сравнительный анализ определения понятия «форма обучения» в различных источниках [76]. Анализируя работы И. М. Чередова [153], М. И. Махмутова [72-74], А. М. Новикова [87-89], П. И. Пидкасистого [95], она предлагает свое определение и классификацию форм обучения: форма организации учебных занятий и форма организации учебной деятельности [76]. В своей работе мы будем придерживаться определения «формы обучения», данного А. М. Новиковым: «механизм упорядочения учебного процесса в отношении позиций его субъектов, их функций, а также завершенности циклов, структурных единиц обучения во времени» и классификации, предложенной С. А. Михеевой.

Связь C_{14}: связь между целями обучения математике и формами обучения

Цель 1 – содержательная. Для достижения поставленной цели используются такие формы организации учебного процесса, которые обеспечивают процесс овладения званиями и контролируют этот процесс. К ним традиционно относят формы, направленные на теоретическую подготовку обучающихся: лекции, семинарские занятия, консультации и формы организации контроля: зачеты, контрольные работы, защиты рефератов, экзамены.

Цель 2 – прикладная. Возможность применения математических методов при решении задач, возникающих в реальной жизни и профессиональной деятельности, может демонстрироваться при любой форме организации учебного процесса: на теоретических занятиях, на практических занятиях, при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы. Для наиболее ярких демонстраций можно привлекать преподавателей, ведущих смежные дисциплины, которые имеют возможность на материале своей дисциплины показать применение математических методов решения задач. Такие занятия могут быть организованы в форме бинарных уроков или интегрированных уроков, проводимых несколькими преподавателями. В таблице 15 составлен список дисциплин, смежных с темами курса «Математика». При составлении таблицы 15 использован материал графов соответствия МПС. При описании связи $\boldsymbol{C_{44}}$ будет раскрыта методика проведения таких занятий.

Таблица 15

Список дисциплин, смежных с темами курса «Математика»

Тема занятия	Смежные дисциплины
1	2
Вычисление определителей	Программирование Техническая механика
Решение систем линейных уравнений	Программирование Электротехника Техническая механика
Комплексные числа	Электротехника
Векторы. Уравнения прямой и плоскости.	Программирование Электротехника

Продолжение таблицы 15

1	2
Кривые второго порядка	Программирование Техническая механика
Дифференциальное и интегральное исчисление	Техническая механика Электротехника
Дифференциальные уравнения	Техническая механика
Ряды	Программирование
Элементы теории вероятности	Теория передачи информации Проектирование компьютерных сетей
Элементы математической статистики	Техническая механика Метрология, стандартизация и сертификация Проектирование компьютерных сетей
Элементы математической логики	Электротехника Микросхемотехника

Особое место в достижении прикладной цели занимает такая форма организации учебного процесса, как лабораторная работа с применением пакетов прикладных программ. Поскольку будущим техникам в своей профессиональной деятельности придется решать ряд задач, связанных с использованием математических моделей, выполнять сложные математические расчеты, то имеется необходимость ознакомления студентов с инструментами для решения этих задач. В качестве таких инструментов могут использоваться табличный редактор Excel и программный комплекс MathCAD. При обучении студентов на специальностях «Программирование в компьютерных системах» используется еще один программный продукт – среда программирования Delphi. Подробно методика выполнения лабораторных работ с применением прикладных программ изложена в 2.3.2.

Цель 3 – мировоззренческая. Традиционные формы организации учебного процесса способны систематически демонстрировать на всех этапах обучения универсальность законов математики и возможность использования математических законов в различных областях деятельности. Эти демонстрации могут быть предоставлены и самим преподавателям во время изложения нового материала и могут быть предложены как темы для подготовки докладов студентов на практических занятиях. Для достижения мировоззренческой цели целесообразно в рамках внеаудиторной самостоятельной работы студентов подключать их к научно-исследовательской деятельности. Привлечение студентов к самостоятельному исследованию под руководством педагога – мощный инструмент, который позволяет достигать сразу ряд целей обучения: содержательную, прикладную, мировоззренческую, общекультурную. Свое место в достижении мировоззренческой цели занимает проектная деятельность как одна из форм организации учебной деятельности на аудиторных занятиях и во внеаудиторной учебной деятельности.

Цель 4 – общекультурная. Для достижения цели формирования общей профессиональной культуры специалиста среднего звена на занятиях по математике могут использоваться различные формы организации обучения. Это коллективные формы, групповые формы: работа в парах постоянного и сменного состава, работа в малых группах постоянного и сменного состава, индивидуальная работа. Методика групповой работы, описанная в работе М. Л. Зуевой [51], может применяться не только для учащихся школ, но и для учащихся колледжей 1 и 2 курса. При организации работы в группах возможно распределение ролей между участниками процесса и их функционала. Это имитирует их профессиональную деятельность, воспитывает чувство ответственности за выполненную работу.

Связь C_{24}: связь между содержанием обучения и формами обучения

Рассмотрим влияние содержания обучения математике на отбор форм обучения. Выше были сформулированы принципы отбора содержания, покажем, что некоторые из этих принципов должны учитываться при выборе форм обучения математике в колледжах технического профиля.

Принцип профилирования, научности, профессиональной направленности. Реализация этих принципов достигается при теоретическом обучении традиционными формами проведения занятий и применением бинарных и интегрированных уроков, на практических занятиях в форме семинаров, лабораторных работ с применением ППП, при организации внеаудиторной работы в форме научно-исследовательской деятельности. Согласно принципу научности должна быть выстроена проверка знаний студентов.

Принцип гуманитаризации. Этот принцип отбора содержания влияет на форму организации деятельности студентов. Групповые и индивидуальные формы проведения занятий способствуют реализации такого принципа.

Связь C_{34}: связь между методами обучения и формами обучения

Метод обучения выступает как способ организации обучающей деятельности преподавателя и учебной работы учащихся по решению таких дидактических задач, как овладение теоретической, практической и мировоззренческой стороной изучаемого материала, развитие умений и навыков по применению знаний при решении практических задач, проверка и оценка знаний учащихся и т.д. Для решения каждой из этих задач используются определенные методы. Таким образом, понятие «метод обучения» характеризует содержательно-процессуальную, или внутреннюю сторону учебного процесса. Понятие же формы организации учебного процесса имеет иной смысл. Латинское слово «forma» означает наружный вид, внешнее очертание. Следовательно, форма обучения как дидактическая категория обозначает внешнюю сторону организации учебного процесса, которая связана с количеством обучающихся, временем и местом обучения, а также порядком его осуществления. Однако, будучи внешней стороной организации учебного процесса, форма обучения органически связана и с его внутренней, содержательно-процессуальной стороной. С этой точки зрения одна и та же форма обучения может иметь различную внешнюю модификацию и разную структуру в зависимости от задач и методов учебной работы.

Так, например, лекция как форма изучения нового материала может осуществляться различными методами: лекция с элементами беседы, с применением интерактивных методов обучения, проблемная лекция. В ее проведении может участвовать один педагог или несколько, например, два, тогда это становится бинарной лекцией. Лабораторная работа как форма проведения практических занятий может осуществляться различными методами, например, для специальностей технического профиля с применением пакетов прикладных задач. Внеаудиторная самостоятельная работа как форма обучения может осуществляться различными методами, например, выполнение индивидуальных заданий (типовой расчет), разработка профессионально-ориентированного проекта, который может разрабатываться как индивидуально, так и в групповой форме. Эти примеры показывают неразрывную связь между формами и методами обучения.

Связь C_{44}: формы обучения, применяемые при обучении математике в колледже технического профиля

С учетом описанного выше влияния целей, содержания и методов обучения на выбор форм обучения математике в колледже технического профиля, перечислим основные формы обучения математике, применяемые в колледже технического профиля.

Формы организации аудиторной работы. Теоретическое обучение

Лекции в традиционной форме проведения: монолог учителя, беседа, дискуссия, диспут, проблемная лекция. Нетрадиционные формы проведения лекций: *бинарная лекция, интегрированная лекция.* Бинарная лекция – форма проведения лекционного занятия, в проведении которой задействованы два преподавателя разных дисциплин; интегрированная лекция – лекция, в проведении которой может быть задействовано несколько преподавателей разных дисциплин. Использование бинарной и интегрированной лекции для реализации профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля имеет свою специфику. В проведении лекции участвует два или более педагога: математик и преподаватель смежной дисциплины, в которой применяются знания или методы решения задач, изучаемые на лекции. Преподаватель математики проводит постепенное погружение студентов в изучаемый материал, а преподаватель смежной дисциплины по мере изучения материала демонстрирует примеры его применения в своей дисциплине. Такие занятия наиболее эффективны при изучении тем «Решение систем линейных уравнений», «Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной действительной переменной», «Комплексные числа», поскольку материал этих тем наиболее тесно связан со смежными дисциплинами. Другой вариант проведения бинарной лекции – привлечение преподавателя смежной дисциплины для демонстрации применения методов, изучаемых в смежной дисциплине для решения задач математики. Наиболее удачны, на наш взгляд, занятия по математике с привлечением преподавателей дисциплины «Основы программирования» для студентов специальности компьютерного цикла. Математика дает мощную базу для решения задач программирования. Такие занятия показывают двойственность связи математики и программирования: с одной стороны, математика – база для решения задач, с другой стороны программирование – мощный инструмент для упрощения процедуры решения задач. Такие занятия особенно эффективны при изучении тем «Линейная алгебра и геометрия» и «Числовые ряды», поскольку на этом учебном материале наиболее наглядно иллюстрируется возможность решения задач программными методами.

Семинары: выступления учащихся с докладами, защита рефератов.

Практическое обучение. Практические занятия: решение задач, включая профессионально-ориентированные задачи. Лабораторные работы: решение задач с применением пакетов прикладных программ.

Формы контроля. Традиционные: контрольные работы, тестирование, собеседование, зачет, экзамен, *нетрадиционные*: защита профессионально-ориентированных проектов.

Формы внеаудиторной работы обучающихся. Традиционные: выполнение домашних заданий, общих для всех, выполнение индивидуальных домашних заданий – типовых расчетов, участие в научно-исследовательской деятельности, разработка профессионально-ориентированных проектов. Покажем, что использование всех вышеперечисленных форм организации учебной деятельности позволит использовать все методы обучения, раскрыть содержание и достичь целей обучения математике в колледже технического профиля.

Связь C_{43}: связь между формами обучения и методами обучения

Покажем, что использование всех заявленных выше форм обучения позволит реализовать все предложенные методы обучения.

Лекции в традиционной форме, бинарные и интегрированные лекции. При такой форме организации обучения студентов возможно применение традиционных методов обучения, подача нового материала может осуществляться через решение профессионально-ориентированной задачи, при изучении теоретического материала методами визуализации можно осуществлять математическое моделирование различных ситуаций.

Семинары. Проведение практических занятий в форме семинаров может осуществляться через индивидуализацию заданий и работу в малых группах. Темами для выступлений могут служить задачи, возникающие в реальной жизни и профессиональной деятельности. На семинарах можно обсудить применение различных моделей для решения задач, выбрать наиболее рациональную.

Пример. По теме «Кривые второго порядка» проводится семинар, на котором студентам предлагается выступить со следующими докладами: кривые второго порядка, в качестве конических сечений, уравнения кривых второго порядка, записанные в различной форме, оптические свойства кривых второго порядка и их практическое использование, способы построения кривых второго порядка, различные способы задания параболы. В каждом выступлении используется визуальная модель кривой второго порядка и аналитическая модель, при обсуждении способов задания параболы используются различные модели: график квадратичной функции, способ интерполяции функции, заданной тремя точками, траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Практические занятия по решению задач. На таких занятиях широко применяется метод решения профессионально-ориентированных задач, моделирование профессиональной деятельности путем включения в метод решения задач элементов профессиональной деятельности, например, проведение сложных инженерных расчетов по формулам и алгоритмам, разработка шаблонов, алгоритмов и программ для решения задач. Задания могут быть общими для всех или персональными для каждого или для малой группы учащихся.

Лабораторные работы с применением ППП. При организации практических работ в такой форме используются методы решения профессионально-ориентированных задач, применение пакетов прикладных задач для их решения.

Традиционные формы контроля. При проведении контрольных занятий возможно применение методов индивидуализации заданий, применение пакетов прикладных программ для решения задач, с целью упрощения расчетов.

Контроль в форме защиты ПОП. Такая форма контроля использует методы работы в малых группах, моделирование профессиональной деятельности.

Внеаудиторная самостоятельная работа. При организации внеаудиторной самостоятельной работы могут применяться традиционные методы и такие как работа над профессионально-ориентированными проектами, персонификация заданий и работа в малых группах.

Таким образом, использование всех вышеперечисленных форм организации учебной деятельности дает возможность применить все заявленные методы обучения математике.

Связь C_{42}: связь между формами обучения и содержанием обучения.

Покажем, что использование всех заявленных форм организации учебной деятельности позволит реализовать все описанные выше принципы отбора содержания.

Лекции в традиционной форме, бинарные и интегрированные лекции. При организации изучения теоретического материала в форме лекционных занятий реализуются принципы научности и фундаментальности. При построении лекции педагог адаптирует содержание курса математики для конкретной специальности, но при этом общий научный подход к построению содержания должен сохраняться. При изучении теоретического материала на лекциях реализуются принципы профилирования и профессиональной направленности содержания. Через демонстрацию связи теории с практикой педагог подбирает примеры, с помощью которых знания приобретают практическую значимость.

Семинары. Семинарское занятие как форма группового обучения применяется для коллективной проработки тем учебной дисциплины, усвоение которых определяет качество профессиональной подготовки, для обсуждения сложных разделов, наиболее трудных для индивидуального понимания и усвоения. Основной целью семинарского занятия является не столько проверка знаний, сколько углубление, закрепление и полное усвоение того материала, в котором лекция ориентировала студентов, на базе умения самостоятельной работы с литературой и другими источниками. Такой подход позволяет максимально приблизить содержание учебного материала к реальным потребностям практики и условиям профессиональной деятельности. Из этого следует, что семинарская форма организации занятий позволяет реализовать принципы профессиональной направленности, профилирования содержания. Эффективность семинарских занятий определяется тем, что они проводятся как заранее подготовленное совместное обсуждение выдвинутых вопросов с коллективным поиском ответов на них. Это обязывает преподавателя так организовать обсуждение, чтобы добиться интенсивного общения со студентами через активизацию их мыслительной деятельности, пробуждение интереса к обсуждаемой проблеме, что позволяет реализовать принцип гуманитаризации. При изучении новых теоретических сведений идет опора на уже имеющиеся у студентов знания и представления об изучаемом объекте, следовательно, реализуется принцип преемственности.

Практические занятия по решению задач. При решении задач осуществляется связь теоретических знаний с практической деятельностью, тем самым реализуется принцип научности и фундаментальности отбора содержания. Через решение профессионально-ориентированных и прикладных задач реализуются принципы профилирования, профессиональной направленности. Поскольку при решении задач студенты используют не только новые знания, но и изученные ранее методы решения задач, то на занятиях, проводимых в форме практикума по решению задач, реализуется принцип преемственности.

Лабораторные работы с применением ППП. Применение прикладного программного обеспечения позволяет погружать студентов в атмосферу профессиональной деятельности, а значит, реализует принципы профилирования и профессиональной направленности. Использование прикладных программ при решении задач стимулирует интерес учащихся, повышает мотивацию, поэтому позволяет реализовать принцип гуманитаризации.

Традиционные формы контроля. Применение традиционных форм контроля дает возможность судить о степени усвоения учащимися теоретического материала, методов решения задач, поэтому способствуют реализации принципов научности, фундаментальности и преемственности отбора содержания.

Контроль в форме защиты ПОП реализует принцип профилирования и профессиональной направленности. Кроме того, через выполнение проектов повышается интерес к предмету, когда применяется групповая форма работы над проектами – развиваются профессионально важные качества личности: ответственность, взаимопомощь, взаимоконтроль, а значит, реализуется принцип гуманитаризации.

Внеаудиторная самостоятельная работа. Внеаудиторная работа может быть организована и в индивидуальной форме, и в групповой, задания могут носить краткосрочный и долгосрочный характер. Через выполнение заданий во время внеаудиторной самостоятельной работы могут быть реализованы все принципы отбора содержания.

Таким образом, все заявленные формы организации учебной деятельности позволяют реализовать все описанные методы обучения математике.

Связь C_{41}: связь между формами обучения и целями обучения математике.

Покажем, что использование всех описанных выше форм организации учебной деятельности способствует достижению всех продекларированных целей.

Лекции в традиционной форме, бинарные и интегрированные лекции. Использование указанных форм теоретического обучения математике способствуют овладению обучающимися необходимым объемом знаний (содержательная цель), а также позволяет продемонстрировать связь теории с практикой (мировоззренческая цель).

Семинары. Проведение семинарских занятий позволяет обучающимся овладевать необходимыми знаниями (содержательная цель), тематика выступлений должна быть подобрана так, чтобы показать связь математики с реальной жизнью (мировоззренческая цель), что дает возможность продемонстрировать универсальность математических методов (прикладная цель) и формирует общую профессиональную культуру будущих специалистов (общекультурная цель).

Практические занятия по решению задач. При решении задач необходимо вкраплять в задачный материал задачи с профессиональным содержанием и задачи, имеющие прикладной характер. Тем самым достигаются все цели обучения.

Лабораторные работы с применением ППП. Такая форма проведения практических занятий демонстрирует прикладной характер изучаемых математических методов решения задач (прикладная цель) и способствует формированию общей профессиональной культуры специалиста среднего звена (общекультурная цель).

Традиционные формы контроля (контрольная работа, зачет, экзамен). При проведении контрольных занятий у педагога есть возможность оценить степень овладения учащимися объемом математических знаний (содержательная цель). Включение в содержание практической части прикладных и профессионально-ориентированных задач позволит проверить у учащихся способность решать такие задачи математическими методами (мировоззренческая и прикладная цели).

Контроль в форме защиты ПОП. При проведении контроля в форме защиты профессионально-ориентированного проекта возникает возможность показать связь математики с реальной жизнью и профессиональной деятельностью (мировоззренческая и прикладная цели) и формировать общепрофессиональную культуру специалиста среднего звена (общекультурная цель).

Внеаудиторная самостоятельная работа. Содержание внеаудиторной самостоятельной работы может быть сориентировано на достижение всех указанных целей обучения математике. Это могут быть задания для самостоятельного изучения отдельных тем и подготовка докладов по этим темам (содержательная цель). При подготовке сообщений можно придерживаться связи математики с реальной жизнью и профессиональной деятельностью, например при работе над ПОП (мировоззренческая и прикладная цели). Организуя работу в малых группах или выполняя индивидуальные задания, педагог способствует формированию общей профессиональной культуры специалиста (общекультурная цель).

Таким образом, применение всех описанных форм организации учебного процесса способствует достижению поставленных целей обучения математике.

2.4.6 Четвертая оболочка графа, ведущий элемент – средства обучения

Рассмотрим следующий компонент методической системы – средства обучения и их связь с целями, содержанием, методами и формами обучения математике в колледже технического профиля. Под средствами обучения мы будем понимать идеальный или материальный объект, который используется для освоения знаний, формирования опыта, познавательной и практической деятельности. Это могут быть объекты любой природы, удовлетворяющие условиям того, что они либо полностью представляют изучаемый объект, либо частично его заменяют и дают новую информацию об изучаемом объекте. Таким образом, средства обучения рассматривают как совокупность моделей самой различной природы. Главное дидактическое назначение средств обучения – ускорить процесс усвоения учебного материала. Традиционно средства обучения подразделяются на идеальные и материальные. Идеальные средства обучения – это те усвоенные ранее знания и умения, которые используются для усвоения новых знаний. Материальные средства обучения – это физические объекты, которые используются для детализированного обучения. По субъекту деятельности средства обучения можно условно разделить на средства обучения и средства учения. Средствами обучения используется для объяснения и закрепления учебного материала, а средствами учения пользуются учащиеся для его усвоения. К средствам учения могут быть отнесены дидактический материал (в печатном или электронном виде), оборудование и документация. Средства обучения имеют существенное значение для реализации информационной и управляющей функций учителя. Они помогают возбудить и поддерживать познавательные интересы учащихся, улучшают наглядность учебного материала, делают его наиболее доступным, обеспечивают более точную информацию об изучаемом явлении, интенсифицируют самостоятельную работу и позволяют вести её в индивидуальном темпе. Их можно разделить на средства объяснения нового материала, средства закрепления и средства контроля. Рассмотрим влияние всех компонентов методической системы на выбор средств обучения.

Связь C_{15}: связь между целями обучения и средствами обучения математике.

Цель 1 – содержательная. Для более успешного и ускоренного усвоения знаний преподаватель использует материальные и идеальные средства обучения. Образовательные стандарты, рабочие программы, учебники, задачники, методические рекомендации по изучению отдельных тем, рекомендации по организации внеаудиторной самостоятельной работы – вот перечень печатных учебных пособий, направленных на достижение цели по овладению знаниями. К техническим средствам обучения, направленным на усвоение знаний, могут быть отнесены персональные компьютеры с программным обеспечением, мультимедийный проектор и экран, интерактивная доска. К средствам наглядности могут быть отнесены все модели, демонстрируемые при изучении нового материала как непосредственно преподавателем, так и с помощью технических средств. Для обеспечения контроля над степенью освоения знаний могут применяться раздаточный дидактический материал, тесты на печатной основе и электронных носителях, он-лайн тестирование через сеть Интернет, например средствами Интернет-тренажеров «i-exam».

Цель 2 – прикладная. С целью демонстрации прикладного характера изучаемых математических методов решения задач используется дидактический материал, включающий задачи соответствующего содержания. Задача педагога – пополнять банк таких задач новыми примерами, показывающими связь математики с реальной жизнью, профессиональной деятельностью, с другими изучаемыми дисциплинами.

Цель 3 – мировоззренческая. С целью демонстрации универсальности математических законов могут применяться устные сообщения педагога и обучающихся, учебные кинофильмы, исторический материал.

Цель 4 – общекультурная. С целью формирования общей профессиональной культуры специалиста среднего звена средства обучения должны демонстрировать связь с профессиональной деятельностью и технически соответствовать уровню общего технического развития отрасли.

Связь C_{25}: связь между содержанием обучения и средствами обучения математике.

Для реализации принципов отбора содержания возможно применение различного рода средств обучения. Если говорить *о принципе профилирования и профессиональной направленности*, то для его реализации средства обучения должны носить профильный характер, то есть демонстрировать такие модели, которые связаны с будущей профессиональной деятельностью. Так, например, для студентов специальности «Монтаж и техническое обслуживание оборудования» это могут быть модели деталей машин, инструментов, оборудования, для студентов специальностей компьютерного цикла блок-схемы алгоритмов, применяемых для решения задач, схемы электрических цепей. Для реализации *принципа преемственности* средства обучения должны быть едины на всех ступенях образования, это значит, что в колледже должны применяться средства обучения, схожие со школой и вузом. Безусловно, их содержание будет отличаться из-за специфики учебного заведения, но общие принципы применения должны быть общие. К ним можно отнести следующие: принцип доступности, наглядности, творческой активности, систематичности, развития познавательных сил. Для реализации *принципов научности и фундаментальности* в средствах обучения должны применяться модели, адекватные современному состоянию науки и техники. Для реализации *принципа гуманитаризации* при отборе средств обучения важную роль играет создание положительного эмоционального фона, обеспечение рефлексии на занятиях.

Связь C_{35}: *связь между методами обучения и средствами обучения математике.*

Одна из задач средств обучения – обеспечение применения методов обучения. Рассмотрим, какие средства обучения могут сопровождать применение описанных выше методов обучения. *Традиционные методы обучения* обеспечиваются традиционными средствами обучения: печатными, словесными, наглядными, техническими, языково-логическими. Для обеспечения метода *профессиональной ориентированности* применяется дидактический материал: задачники, содержащие профессионально-ориентированные задачи, курс лекций, подборка видеосюжетов, презентации, демонстрирующие связь математики с профессиональной деятельностью. Для обеспечения метода индивидуализации задач и работы в малых группах должны быть разработаны задания в достаточном количестве вариантов, указания по выполнению заданий. Применение пакетов прикладных программ требует наличия компьютерного класса с необходимым программным обеспечением: программы Microsoft Office, MathCAD, калькулятор. Схемы, плакаты, различные модели позволяют обеспечить применение *метода визуализации и математического моделирования.*

Связь C_{45}: связь между формами обучения и средствами обучения математике.

При использовании различных форм обучения могут применяться различные средства обучения. *Теоретическое обучение.* Наглядные, технические, печатные, языковые и логические средства обучения могут применяться при изучении теоретического материала. При проведении семинарских занятий используются технические средства обучения: мультимедийный проектор и экран, интерактивная доска.

Практическое обучение. При проведении практических занятий в форме решения задач используются печатные и технические средства обучения. При проведении лабораторных работ применяется программное обеспечение и персональные компьютеры.

Формы контроля. Для проведения контрольных работ применяются печатные средства обучения, различные тестовые оболочки, например «My Test», интернет-тренажеры, например «i-exam». Защиту рефератов сопровождает показ схем, таблиц, моделей. Для фиксации результатов контроля могут применяться различные электронные журналы. Преподаватель может разработать свой журнал с помощью табличного редактора Excel.

Для выполнения *внеаудиторной самостоятельной работы* обучающихся необходимо обеспечить средствами учения: учебниками, задачниками, указаниями по выполнению работ, лекциями, видеофильмами, презентациями. Их основная задача – интенсифицировать самостоятельную работу обучающихся.

Связь C_{55}:. средства обучения, применяемые в колледжах технического профиля при обучении математике.

Таким образом, проведя анализ влияния компонентов методической системы на выбор средств обучения, можно выполнить классификацию средств обучения. *Учебники и учебные пособия*: учебники и задачники, дидактический материал, разработанный преподавателем, курс лекций. *Средства осуществления практической деятельности:* сборники задач, рекомендации и указания по выполнению практических и лабораторных работ, внеаудиторной самостоятельной работы. *Средства наглядности*: таблицы, схемы, плакаты, модели. *Технические средства обучения*: мультимедийный проектор и экран, персональные компьютеры, интерактивная доска. *Вспомогательные средства учебного процесса:* программное обеспечение, база учебных видеофильмов, мультимедийных презентаций, интернет-ресурсы.

Комплексное использование перечисленных средств обучения позволит обеспечить реализацию всех описанных выше компонентов методической системы. Покажем это на конкретных примерах.

Связь C_{54}: связь между средствами обучения и формами обучения математике.

Покажем, что применение перечисленных средств обучения обеспечит реализацию всех вышеописанных форм обучения. *Печатные средства обучения* позволяют обеспечить реализацию всех форм обучения. При теоретическом обучении учебники, лекции, дидактический материал обеспечат более эффективное усвоение теоретических сведений, на практических занятиях и лабораторных работах указания по выполнению практических и лабораторных работ являются печатными пособиями. При применении всех форм контроля также используются печатные средства обучения. *Средства наглядности* могут быть применены для организации учебной деятельности в любой из указанных в предыдущем форм. Так, при проведении теоретических занятий преподаватель использует различные модели, схемы, графики, плакаты. При проведении практических работ и контрольных занятий аудиторно и внеаудиторно задания могут быть составлены по готовой модели, либо разработка определенной модели может служить заданием для практической работы, например, построение графика функции при изучении темы «Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной», построение таблицы истинности для высказывания при изучении «Элементов математической логики». При выполнении лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ в качестве заданий может служить построение модели с применением ЭВМ. *Технические средства обучения* сопровождают обучение при любой форме его организации. Эти средства облегчают демонстрацию моделей, сокращают время педагога на их построение, делают обучение эмоционально окрашенным. Применение *вспомогательных средств* является сопровождением всех выше перечисленных средств обучения, а значит, обеспечивает организацию всех форм обучения.

Связь C_{53}: связь между средствами обучения и методами обучения математике.

Продемонстрируем, как средства обучения обеспечивают применение перечисленных выше методов обучения математике. Учебники, учебные пособия, дидактический материал, задачники, методические указания по выполнению работ – *печатные средства обучения* обеспечивают применение *традиционных методов обучения*, содержат *профессионально-ориентрованные задачи*, описание *профессионально-ориентированных проектов*, описание различных *моделей* и их *визуальную* реализацию. Индивидуализация заданий и работа в малых группах осуществляется при сопровождении печатными средствами обучения. Таким образом, эти средства обучения сопровождают применение соответствующих методов обучения. Средства *наглядности* применяются при использовании традиционных методов обучения, при постановке профессионально-ориентрованных задач и проектов, для обеспечения математического моделирования и визуализации моделей. *Технические средства обучения* сопровождают применение всех методов обучения. При изучении теоретического материала – с помощью мультимедийного проектора демонстрируются математические модели и их визуальная реализация, учебные фильмы позволяют обеспечить метод профессиональной направленности. Применение ЭВМ и соответствующего программного обеспечения (как вспомогательного средства обучения) позволяет обеспечить метод моделирования профессиональной деятельности. Примером могут быть задания, решаемые с помощью программной среды Delphi при решении задач линейной алгебры и аналитической геометрии, а также при решении задач численными методами: приближенное решение уравнений, интерполяция функций, численное интегрирование. С помощью ЭВМ осуществляется индивидуализация заданий, каждый студент получает индивидуальное задание и выполняет его с применением различных программных сред.

Таким образом, все обозначенные выше средства обучения сопровождают реализацию всех описанных выше методов обучения.

Связь C_{52}: связь между средствами обучения и содержанием обучения математике.

Применение *печатных средств обучения* позволяют реализовать принципы научности, фундаментальности, профессиональной направленности отбора содержания. Традиционные учебники, задачники составлены в соответствии с принципами научности, фундаментальности, преемственности содержания образования. При условии недостаточного количества прикладных и профессионально-ориентированных задач для реализации принципа профилирования и профессиональной направленности отбора содержания педагог составляет свои задачники, банки задач и насыщает их соответствующим задачным материалом. *Средства наглядности* позволяют реализовать принцип профилирования и профессиональной направленности отбора содержания через демонстрацию моделей, связанных с будущей профессиональной деятельностью студентов. Эти средства позволяют реализовать принцип гуманитаризации отбора содержания, поскольку делают обучение эмоционально окрашенным и повышают интерес у учащихся. Использование *технических средств обучения* позволяет реализовать принципы профилирования и профессиональной направленности отбора содержания, демонстрация с помощью ТСО фильмов, презентация моделей позволяют реализовать принципы научности, фундаментальности, преемственности и гуманитаризации. Вспомогательные средства обучения сопровождают применение ТСО, а значит, обеспечивают реализацию аналогичных принципов отбора содержания.

Таким образом, все перечисленные средства обучения направлены на реализацию всех обозначенных принципов отбора содержания обучения математике.

Связь C_{51}: связь между средствами обучения и целями обучения математике.

И наконец, покажем, что применение всех средств обучения, описанных в связи C_{55}, направлено на достижение всех целей обучения, описанных в связи C_{11}. *Печатные средства обучения, средства наглядности и технические средства обучения* выполняют информативную функцию при построении процесса обучения. Следовательно, применение этих средств направлено на овладение обучающимися определенным объемом знаний (содержательная цель). Эти же средства являются одним из источников демонстраций связи математики с реальной жизнью, через приведение примеров прикладных и профессионально-ориентированных задач (цели мировоззренческая и прикладная). Знакомство с профессиональной деятельностью и применением математических методов решения задач, возникающих в профессиональной деятельности, возможно через применение *технических средств обучения*, следовательно эти средства обучения обеспечивают формирование общей профессиональной культуры будущего специалиста (общекультурная цель). *Средства наглядности* способны продемонстрировать прикладной характер математических методов решения задач, связь математики с реальной жизнью, поэтому использование средств наглядности обеспечивают достижение мировоззренческой и прикладной цели обучения математике. Таким образом, использование всех перечисленных выше средств обучения позволяет обеспечить достижение всех обозначенных выше целей обучения математике в колледжах технического профиля.

2.4.7 Свойства графа соответствия при описании методической системы

Мы закончили описание методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля с помощью графа соответствия. Описаны все связи в этом графе по правилу «северо-западного угла». Реализация описания графа в режиме гиперссылок позволит облегчить навигацию по графу. Описанная таким образом методическая система содержит полное обоснованное описание всех ее компонентов: через описание влияния описанных выше компонентов системы приводится отбор конкретного содержания следующего компонента системы, и показано, что проведенный таким образом отбор позволяет реализовывать все описанные выше компоненты системы. Подобная методика описания может быть применена для описания связи между отдельными компонентами любой системы, в том числе методической системы обучения любой дисциплине в учебных заведениях любого типа. Граф соответствия, использованный для описания методической системы, обладает рядом специфических свойств. Перечислим их.

Первое свойство графа соответствия состоит в том, что он является полным, содержательным и детальным описанием методической системы. Действительно, с помощью предложенной методики удалось полностью описать, во-первых, все компоненты методической системы и, во-вторых, все существующие связи между компонентами. Описание носит достаточно детальный характер, что повышает степень информативности графа.

Второе свойство графа заключается в его универсальности. Есть полные основания говорить о новой технологии описания методической системы. Описание алгоритмично и легко воспроизводимо в любых новых условиях. Применяя предложенную технологию, пользователь наполнит граф своим содержанием.

Третье свойство графа соответствия состоит в его гибкости. Действительно, наполнение содержанием компонентов МС – элементов C_{ii} – может меняться в зависимости от типа учебного заведения, специфики преподаваемого предмета, особенностей контингента учащихся. Описание связей C_{ij} может быть адаптировано пользователем применительно к любому конкретному предмету в любом типе учебного заведения. Пользователь сам определит степень детализации описания компонентов МС и связей, по мере увеличения степени детализации граф будет «обрастать» педагогическими приемами, методами, банками задач и проч. В итоге мы имеем «живую» и гибкую технологию описания методической системы. При этом, если изменять содержание ведущего элемента, то для пользователя автоматически возникает необходимость изменения всей его оболочки, а это повлечет за собой просмотр и всех остальных оболочек графа, что позволит сохранить целостность методической системы, отследить целесообразность того или иного изменения.

Конечно, полное описание методической системы с помощью графа соответствия достаточно громоздко. Но с помощью режима гиперссылок навигация по графу упрощается и делает его простым и удобным в использовании.

2.5 Педагогический эксперимент и его результаты

Основная цель педагогического эксперимента – проверка гипотезы проводимого исследования: методическая система профессионально-ориентированного обучения математике студентов колледжа технического профиля с применением комплекса профессионально-ориентированных заданий будет способствовать повышению уровня математической подготовки студентов, а также повышению учебной мотивации.

Предлагаемая методическая система профессионально-ориентированного обучения математике определяется задачами исследования, которые призваны выявить, что внедрение методической системы обеспечивает:

- формирование знаний, умений и навыков использования математических методов при решении задач из смежных спецдисциплин профессионального цикла технического профиля;
- повышение уровня учебной мотивации студентов и поддержание мотивации на устойчивом высоком уровне.

Основными средствами решения поставленных задач являются:

- установление эффективных межпредметных связей математических дисциплин со спецдисциплинами профессионального цикла технического профиля;

– систематическое решение профессионально-ориентированных задач;

– применения пакетов прикладных программ для решения профессионально-ориентированных задач в курсе математики и смежных дисциплин.

Исходя из этого, экспериментальную проверку проводили по следующим направлениям:

– анализ и сравнение полученных знаний, умений и навыков студентов по математическим дисциплинам («Математика» для групп специальностей технологического профиля и «Элементы высшей математики» для групп специальностей информационного профиля);

– измерение уровня мотивации обучения студентов колледжа технического профиля в результате внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения математике.

Проверка этих предположений осуществлялась в ходе опытно-экспериментальной работы, в которой принимали участие студенты и преподаватели ГОУ СПО ЯО Рыбинский полиграфический колледж.

Педагогический эксперимент проводился со студентами второго курса двух направлений: «Информатика и вычислительная техника» (информационный профиль) и «Полиграфическое производство», «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования» (технологический профиль). Были организованы экспериментальная и контрольная группы. Занятия с контрольной группой проводились по традиционной методике, а в экспериментальной группе внедрялась методическая система профессионально-ориентированного обучения математике с использованием профессионально-ориентированных заданий. В экспериментальную и контрольную группы вошли:

– 20 и 22 студента специальностей информационного цикла (соответственно);

– 15 и 17 студентов специальностей технологического цикла.

Отбор в контрольную и экспериментальную группы производился в начале второго курса непосредственно перед изучением дисциплин «Элементы высшей математики» и «Математика» таким образом, чтобы в обеих группах был пример-но одинаковый уровень мотивации и уровень математической подготовки студентов.

Успешность педагогического эксперимента обеспечивается использованием таких методов исследования, которые гарантируют получение достоверного педагогического результата на каждой стадии педагогического эксперимента. С этой целью нами были отобраны следующие методы педагогического эксперимента: анкетирование студентов и преподавателей, педагогические наблюдения на всех стадиях эксперимента; контрольные работы; анализ выполнения лабораторных работ; анализ результатов зачетов и экзаменов в экспериментальной и контрольной группах.

В ходе поискового этапа педагогического эксперимента был проведен анализ состояния проблемы исследования и поиск путей разрешения поставленной проблемы по повышению качества математической подготовки студентов колледжа технического профиля, обеспечение дальнейшего успешного применения математических знаний и умений при изучении профессиональных дисциплин.

На *констатирующем этапе* основными задачами являлись:

- постановка и уточнение гипотезы;
- анализ психолого-педагогических аспектов проблемы исследования;
- выбор и обоснование основных целей и задач исследования;
- изучение опыта работы преподавателей по проблеме профессионально-ориентированного обучения в целом и математике, в том числе в учебных заведениях различного типа и профиля;
- накопление собственного преподавательского опыта и его анализ.

При этом использовались методы: *аналитические*, в том числе:

- изучение мнения преподавателей;
- изучение мирового опыта реализации профессионально-ориентированного обучения математике на ступени среднего профессионального образования;
- сравнение студентов колледжа с обучающимися других типов учебных заведений по следующим факторам: мотивационная сфера (методики

Е. М. Лепешевой [65], М. И. Лукьяновой и Н. В. Калининой [67]), математическая подготовка (контрольная работа), математические способности (тест математических аналогий В. Н. Дружинина [40]);

– теоретический анализ и разработка путей внедрения профессионально-ориентированной системы обучения математике в колледже технического профиля;

– анализ справочной, методической и психолого-педагогической литературы по вопросам исследования.

На втором этапе исследования в ходе *поискового эксперимента* были поставлены следующие задачи:

– разработка и уточнение теоретических положений и ключевых понятий, составляющих основу исследования;

– определение путей и способов внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в систему профессиональной подготовки будущих специалистов среднего звена технического профиля с помощью наблюдения, анкетирования, бесед, анализ работ учащихся;

– разработка дидактической модели профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля с использованием ПОЗ.

На третьем этапе в ходе *формирующего эксперимента* осуществлялась опытно-экспериментальная работа по внедрению методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в учебный процесс обучения математике студентов информационного и технологического направления. Эта работа заключалась в следующем:

– обоснование выбора и уточнение критериев эффективности обучения математике с использованием методической системы профессионально-ориентированного обучения;

– изучение динамики обученности студентов в условиях экспериментального обучения математике с использованием методической системы профессионально-ориентированного обучения;

– изучение изменения в мотивационной сфере студентов в условиях экспериментального обучения математике с применением методической системы профессионально-ориентированного обучения;

– были сделаны соответствующие выводы и анализ статистическими методами результатов эксперимента, оформлен текст диссертации.

При этом использовались следующие методы: беседы, анкетирование, наблюдение за действиями студентов на занятиях, анализ качественных показателей контрольных работ студентов.

Экспериментальная методика профессионально-ориентированного обучения математике с использованием профессионально-ориентированных заданий строилась на основе их использования на всех этапах обучения: при изучении нового материала как мотивирующая задача, на этапе закрепления как качественная задача, в самостоятельной работе студентов как профессионально-ориентированный проект. С этой целью разработаны три учебных пособия по двум направлениям специальностей соответственно, в которых содержится перечень задач, методические рекомендации по их решению. Для внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения математике разработаны рекомендации по проведению лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ для специальностей двух направлений технического профиля.

С целью проверки эффективности реализованного экспериментального обучения следует выделить критерии, на основании которых будет произведена оценка степени усвоения учащимися предметных знаний и степени повышения мотивации обучения. Для оценки степени усвоения предметных знаний были выбраны следующие критерии:

– успеваемость – объем успешно усвоенных дидактических единиц в процентном соотношении по сравнению с обязательным минимумом содержания математического образования, а также приращение знаний по математическим дисциплинам, которое характеризуется способностью решать задачи различного уровня сложности;

– качество – использование предметных знаний при решении профессионально-ориентированных задач и в практических действиях, которое характеризуется выбором оптимального способа решения задач, применением математических знаний в практических ситуациях, а также способностью решать задачи прикладного характера.

Для оценки динамики изменения мотивации к изучению математических и общепрофессиональных дисциплин были использованы следующие методики: А. А. Реана и В. А. Якунина, Т. Д. Дубовицкой.

Методика А. А. Реана и В. А. Якунина [52] направлена на диагностику учебной мотивации в целом с целью выявления преобладающих видов мотивов учебной деятельности. Методика позволяет выявить преобладающий тип мотивов, проследить динамику изменения структуры учебной мотивации (приложение Ж).

Методика Т. Д. Дубовицкой [41] позволяет выявить направленность и уровень развития внутренней мотивации учебной деятельности студентов при изучении математических дисциплин, проследить динамику изменения направленности мотивации на внешнюю или внутреннюю мотивацию (приложение Ж).

Результаты, полученные при исследовании по каждой из методик, будем расценивать в качестве показателя эффективности.

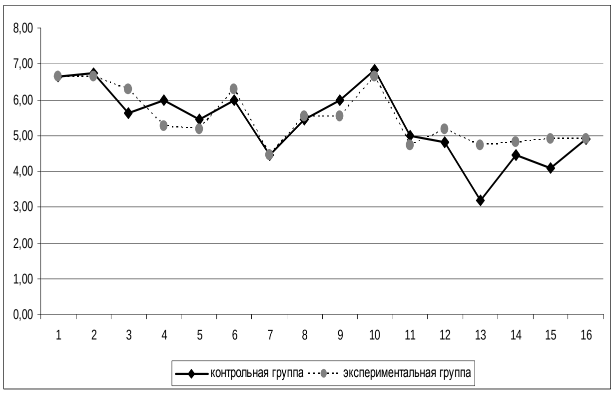
После завершения эксперимента фиксация преобладающего вида мотивации к изучению математических дисциплин производилась при помощи методик А. А. Реана, Т. Д. Дубовицкой.

В таблице 16 представлены результаты подсчетов средних баллов по каждому виду учебных мотивов в шкале А. А. Реана и ранг мотива в общей шкале, на рис. 13 полученные данные визуализированы с помощью графиков. Сравнительный анализ таблицы 16 и рис. 13 позволяет сделать вывод о том, что до начала эксперимента уровни мотивов в контрольной и экспериментальной группе не отличались, после эксперимента видны отличия по уровням мотивов, причем, за исключением мотива избегания неудач и наказания, уровень в экспериментальной группе выше, чем в контрольной.

Таблица 16

Обработка результатов анкетирования (опросник Реана-Якунина)

Учебные мотивы	до эксперимента				после эксперимента			
	КГ		ЭГ		КГ		ЭГ	
	средний балл	ранг	средний балл	ранг	средний балл	ранг	средний балл	ранг
1	6,64	3	6,64	1	6,65	1	6,75	2
2	6,73	2	6,64	1	6,25	3	6,75	2
3	5,64	5	6,27	2	6	4	6,25	5
4	6,00	4	5,27	4	4,48	10	6,25	5
5	5,45	6	5,18	5	4,85	8	5,5	7
6	6,00	4	6,27	2	6,25	3	6,75	2
7	4,45	10	4,45	3	5	7	5,2	8
8	5,45	6	5,55	3	5,5	5	6,5	4
9	6,00	4	5,55	3	5,5	5	5,8	6
10	6,82	1	6,64	1	6,5	2	6,85	1
11	5,00	7	4,73	8	5,2	6	5,5	7
12	4,82	8	5,18	5	3,56	11	4,95	9
13	3,18	12	4,73	8	3,5	12	4,25	11
14	4,45	10	4,82	7	5	7	6,55	3
15	4,09	11	4,91	6	5	7	4,52	10
16	4,91	9	4,91	6	4,5	9	6,75	2



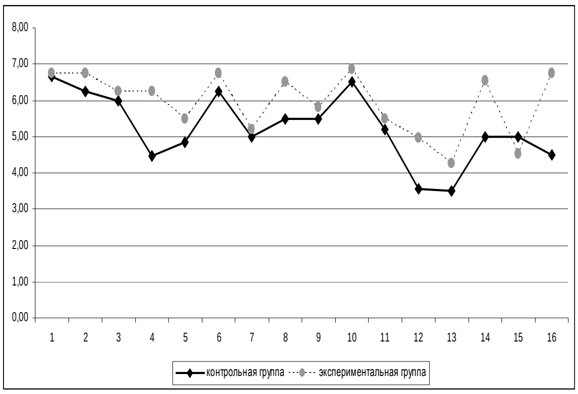


Рис. 13. Структура учебных мотивов по Реану до и после эксперимента

В таблице 17 представлены преобладающие мотивы учебной деятельности, выявленные в контрольной и экспериментальной группе с помощью опросника Реана-Якунина.

Таблица 17

Преобладающие мотивы в группах до и после эксперимента

Контрольная группа	Экспериментальная группа
до эксперимента	
Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности.	Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности.
Получить диплом.	Стать высококвалифицированным специалистом.
Стать высококвалифицированным специалистом.	Получить диплом.
Успешно учиться, сдавать экзамены на хорошо и отлично.	Успешно продолжить обучение на последующих курсах.
Приобрести глубокие и прочные знания.	Приобрести глубокие и прочные знания.
Не отставать от сокурсников.	Не запускать предметы учебного цикла.
после эксперимента	
Стать высококвалифицированным специалистом	Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности.
Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности	Стать высококвалифицированным специалистом.
Приобрести глубокие и прочные знания.	Получить диплом.
Успешно продолжить обучение на последующих курсах.	Приобрести глубокие и прочные знания.
Не запускать предметы учебного цикла.	Добиться одобрения родителей и окружающих.
Не отставать от сокурсников.	Не запускать предметы учебного цикла.

Анализ таблицы 17 позволяет сделать вывод о преобладании внутренней мотивации в обеих группах до и после эксперимента. Виды преобладающих мотивов до эксперимента отличались на 28 %, после эксперимента на 28 %, совпадение по рангам до эксперимента составляло 50 %, после эксперимента 42 %.

В таблице 18 приведены результаты статистического сравнения контрольной и экспериментальной группы до и после эксперимента. В качестве рабочих гипотез были сформулированы следующие утверждения: H_0 – уровни мотивации обучения в сравниваемых группах не различается; H_1 – уровни мотивации обучения в сравниваемых группах различается. Применяемый критерий – Вилкоксона-Манна-Уитни.

Таблица 18

Статистическое сравнение уровней учебной мотивации контрольной и экспериментальной группы до и после эксперимента

до эксперимента			после эксперимента		
$W_{эмп}$	$W_{крит}$	принимаемая гипотеза	$W_{эмп}$	$W_{крит}$	принимаемая гипотеза
0,1508	1,96	H_0	2,186	1,96	H_1

Расчеты проведены автоматически с помощью программного обеспечения «Педагогическая статистика» [53].

Статистический анализ позволяет заключить о том, что на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ начальные (до начала эксперимента) состояния экспериментальной и контрольной групп совпадают, а конечные (после окончания эксперимента) – различаются.

В таблице 19 представлены результаты исследования направленности мотивации изучения математики на внутреннюю и внешнюю в контрольной и экспериментальной группе студентов до и после эксперимента.

Таблица 19

Направленность мотивации изучения математики на внутреннюю и внешнюю в контрольной и экспериментальной группе (методика Т. Д. Дубовицкой)

до эксперимента				после эксперимента			
КГ		ЭГ		КГ		ЭГ	
внутренняя мотивация	внешняя мотивация	внутренняя мотивация	внешняя мотивация	внутренняя мотивация	внешняя мотивация	внутренняя мотивация	внешняя мотивация
67 %	33 %	71 %	29 %	79 %	21 %	86 %	14 %

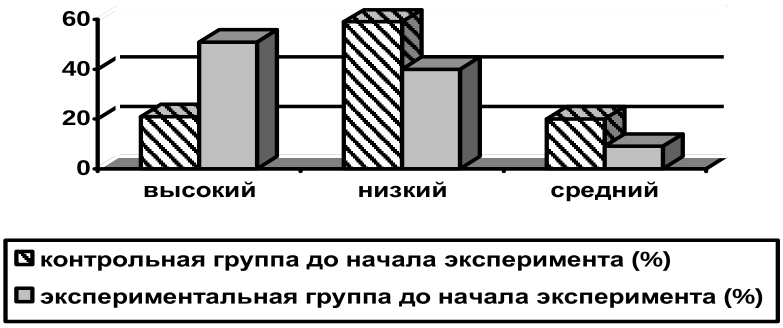
Таким образом, в обеих группах до и после эксперимента преобладает внутренняя мотивация, наблюдается положительная динамика роста относительного числа студентов с преобладанием внутренней мотивации. Но в экспериментальной группе относительное число студентов с преобладанием внутренней мотивации выше как до, так и после эксперимента, прирост составляет 15 %, что выше, чем в контрольной группе (13 %).

В таблице 20 представлено распределение относительного числа студентов в контрольной и экспериментальной группе по трем уровням внутренней мотивации: низкий, средний, высокий (методика Т. Д. Дубовицкой). На рис. 14 данные представлены в виде диаграммы.

Таблица 20

Уровни внутренней мотивации в контрольной и экспериментальной группе (методика Т. Д. Дубовицкой)

до эксперимента					
контрольная группа			экспериментальная группа		
высокий	средний	низкий	высокий	средний	низкий
21 %	59 %	20 %	51 %	40 %	9 %
после эксперимента					
контрольная группа			экспериментальная группа		
высокий	средний	низкий	высокий	средний	низкий
33 %	49 %	18 %	60 %	40 %	0 %



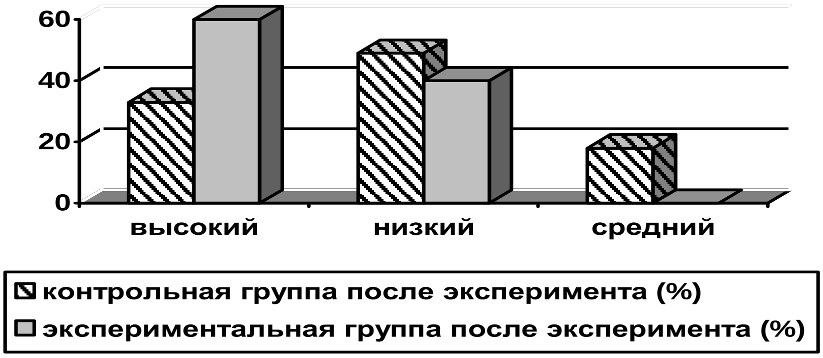


Рис.14. Распределение внутренней мотивации студентов контрольной и экспериментальной группы по уровням до и после эксперимента.

Сравнительный анализ полученных данных позволяет сделать вывод, что до и после эксперимента в контрольной группе преобладал средний уровень мотивации, в экспериментальной группе – высокий уровень мотивации. Наблюдается положительная динамика в обеих группах, но в экспериментальной группе динамика более выраженная: увеличилась доля студентов с высоким уровнем внутренней мотивации на 9 % и уменьшилась доля студентов с низким уровнем внутренней мотивации на 9 % (до 0 % после проведения эксперимента). В контрольной группе на 12 % возросла доля студентов с высоким уровнем внутренней мотивации, но на 10 % уменьшилась доля студентов со средним уровнем внутренней мотивации.

Для проверки эффективности внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения математике были проведены две контрольные работы со студентами второго курса, обучающимися по специальностям технического профиля. Первая контрольная работа проводилась в начале второго курса как стартовая контрольная работа. Ее основная цель – оценить готовность студентов контрольной и экспериментальной групп к обучению математике. Контрольная работа содержала задания базового (14 заданий) и повышенного уровня (3 задания) по математике за курс средней школы, включая 8 заданий прикладного содержания (47 % от общего числа заданий) (приложение 3). Вторая контрольная работа проводилась по окончании курса дисциплин «Математика» и «Элементы высшей математики» для исследования итогов и анализа результатов обучения. Контрольная работа содержала 10 заданий базового и 5 заданий повышенного уровня по дисциплинам «Математика» и «Элементы высшей математики», наряду с заданиями чисто математического содержания (11 заданий) были включены 4 задания прикладного характера, включая профессионально-ориентированные задания, что составляет 27 % от общего числа заданий (приложение 3). Студенты экспериментальной группы при решении контрольной работы имели возможность использовать пакеты прикладных программ как инструмент для выполнения сложных расчетов.

Основной целью педагогического эксперимента являлась проверка поставленной гипотезы. Экспериментальная проверка проводилась по двум направлениям:

1) проверка эффективности внедрения методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля;

2) анализ и сравнение остаточных знаний, умений и навыков студентов по математике у студентов второго курса специальностей технического профиля.

Сравнение уровней сформированности знаний, умений и навыков студентов по математике в начале изучаемого курса выявило наличие сходства уровня математической подготовки в контрольной и экспериментальной группе. Сравнение уровней сформированности знаний, умений и навыков студентов по математике после изучаемого курса выявило наличие отличий уровней математической подготовки в контрольной и экспериментальной группе. В таблице 21 представлены результаты, полученные при обработке данных до и после эксперимента.

Таблица 21

Результаты контрольных работ до и после эксперимента

	до эксперимента		после эксперимента	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
Контрольная работа в целом				
Справились с контрольной работой (%):	90	94	90	94
в том числе выполнили				
более 90% от общего объема работы	5	9	10	14
от 75 до 90% от общего объема работы	13	20	18	34
от 50 до 75% от общего объема работы	62	65	67	46
менее 50% от общего объема работы	10	6	10	6
Задания повышенного уровня сложности				
Доля студентов, выполнивших:				
более 50% заданий повышенного уровня сложности	5	14	5	54
менее 50% заданий повышенного уровня сложности	13	17	26	29
не приступили к решению заданий повышенного уровня сложности	82	79	69	17
Задания прикладного характера				
Доля студентов, выполнивших задания прикладного характера, в том числе:				
более 50% заданий	38	43	51	60
менее 50 % заданий	62	57	49	40

Сравнительный анализ позволяет сделать вывод о положительной динамике уровня математической подготовки в обеих группах. В экспериментальной группе динамика более выражена: увеличилась на 14 % доля студентов, справившихся от 75 до 90 % от общего объема заданий (на 5 % в контрольной группе), уменьшилась на 19 % доля студентов, справившихся от 50 до 75 % от общего объема заданий (в контрольной группе увеличилась на 5 %). На 40 % увеличилась доля студентов в экспериментальной группе, справившихся более чем с 50 % заданий повышенного уровня (в контрольной группе показатель не изменился). На 17 % увеличилась доля студентов, справившихся более чем с 50 % заданий прикладного характера (в контрольной группе показатель увеличился на 13%).

На стартовой и завершающей позициях необходимо проверить, отличается ли уровень математической подготовки студентов в контрольной группе от уровня математической подготовки студентов в экспериментальной группе. Были сформулированы рабочие гипотезы:

H_0 – уровни математической подготовки в двух группах не отличаются.

H_1 – уровни математической подготовки в двух группах различны.

В таблицах 22 – 25 представлены результаты статистической обработки полученных данных. Обработка проводилась с помощью программы для автоматического расчета t-критерия Стьюдента [3].

Таблица 22

Статистические параметры уровней математической подготовки в контрольной и экспериментальной группы до и после эксперимента

Параметры	Контрольная группа до начала эксперимента	Контрольная группа после окончания эксперимента	Экспериментальная группа до начала эксперимента	Экспериментальная группа после окончания эксперимента
Объем выборки	39	39	35	35
Среднее	12,8462	13,4615	13,6971	15,0298
Медиана	12	13	13	15

Анализ таблицы 22 позволяет утверждать о положительной динамике в обеих группах, но в экспериментальной группе динамика более выраженная: средний балл за контрольную работу вырос на 1,57 (в контрольной группе на 0,85), рост медианы выборки на 2 балла в экспериментальной группе и на 1 балл в контрольной группе.

Проверим гипотезу о нормальном распределении выборок. Применим для этого критерий Пирсона. Сформулируем рабочие гипотезы: H_0 – эмпирическое распределение подчиняется нормальному закону распределения, H_1 – эмпирическое распределение подчиняется другому закону распределения. Подробная статистическая обработка выборок приведена в приложении 3 (таблицы 3.1 – 3.3). Результаты проверки гипотез приведены в таблице 23.

Таблица 23

Результаты проверки гипотезы о нормальности распределения

	до эксперимента			после эксперимента		
КГ	$\chi^2_{эмп}$	$\chi^2_{крит}$	принимаемая гипотеза	$\chi^2_{эмп}$	$\chi^2_{крит}$	принимаемая гипотеза
	16,64	19,68	H_0	12,56	18,3	H_0
ЭГ	$\chi^2_{эмп}$	$\chi^2_{крит}$	принимаемая гипотеза	$\chi^2_{эмп}$	$\chi^2_{крит}$	принимаемая гипотеза
	17,6	18,3	H_0	9,96	19,68	H_0

Поскольку установлено, что все распределения подчиняются нормальному закону, то для дальнейшего сравнения выборок был выбран критерий Стьюдента.

Таблица 24

Статистическая обработка данных до эксперимента

№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	19	19	6.15	5.63	37.8225	31.6969
2	20	20	7.15	6.63	51.1225	43.9569
3	15	20	2.15	6.63	4.6225	43.9569
4	16	15	3.15	1.63	9.9225	2.6569
5	16	16	3.15	2.63	9.9225	6.9169
6	17	17	4.15	3.63	17.2225	13.1769
7	18	18	5.15	4.63	26.5225	21.4369
8	11	15	-1.85	1.63	3.4225	2.6569
9	11	15	-1.85	1.63	3.4225	2.6569
10	11	16	-1.85	2.63	3.4225	6.9169
11	11	11	-1.85	-2.37	3.4225	5.6169
12	11	11	-1.85	-2.37	3.4225	5.6169
13	12	11	-0.85	-2.37	0.7225	5.6169
14	12	11	-0.85	-2.37	0.7225	5.6169
15	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769
16	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769
17	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769
18	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769
19	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769

Продолжение таблицы 24

1	2	3	4	5	6	7
20	12	12	-0.85	-1.37	0.7225	1.8769
21	12	13	-0.85	-0.37	0.7225	0.1369
22	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
23	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
24	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
25	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
26	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
27	13	13	0.15	-0.37	0.0225	0.1369
28	13	14	0.15	0.63	0.0225	0.3969
29	13	14	0.15	0.63	0.0225	0.3969
30	14	14	1.15	0.63	1.3225	0.3969
31	14	14	1.15	0.63	1.3225	0.3969
32	14	10	1.15	-3.37	1.3225	11.3569
33	14	8	1.15	-5.37	1.3225	28.8369
34	11	8	-1.85	-5.37	3.4225	28.8369
35	12	8	-0.85	-5.37	0.7225	28.8369
36	10	–	-2.85	–	8.1225	–
37	9	–	-3.85	–	14.8225	–
38	8	–	-4.85	–	23.5225	–
39	7	–	-5.85	–	34.2225	–
Суммы:	501	468	-0.15	0.05	271.0775	310.1715
Среднее:	12.85	13.37				

Таблица 25

Статистическая обработка данных после эксперимента

№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ
1	2	3	4	5	6	7
1	19	19	5.51	3.91	30.3601	15.2881
2	19	21	5.51	5.91	30.3601	34.9281
3	19	20	5.51	4.91	30.3601	24.1081
4	20	20	6.51	4.91	42.3801	24.1081
5	15	20	1.51	4.91	2.2801	24.1081
6	15	18	1.51	2.91	2.2801	8.4681
7	16	18	2.51	2.91	6.3001	8.4681
8	16	18	2.51	2.91	6.3001	8.4681

Продолжение таблицы 25

1	2	3	4	5	6	7
9	17	18	3.51	2.91	12.3201	8.4681
10	17	17	3.51	1.91	12.3201	3.6481
11	18	17	4.51	1.91	20.3401	3.6481
12	11	17	-2.49	1.91	6.2001	3.6481
13	11	17	-2.49	1.91	6.2001	3.6481
14	11	16	-2.49	0.91	6.2001	0.8281
15	11	16	-2.49	0.91	6.2001	0.8281
16	11	16	-2.49	0.91	6.2001	0.8281
17	11	15	-2.49	-0.09	6.2001	0.0081
18	12	15	-1.49	-0.09	2.2201	0.0081
19	12	15	-1.49	-0.09	2.2201	0.0081
20	13	14	-0.49	-1.09	0.2401	1.1881
21	12	14	-1.49	-1.09	2.2201	1.1881
22	12	14	-1.49	-1.09	2.2201	1.1881
23	12	14	-1.49	-1.09	2.2201	1.1881
24	12	13	-1.49	-2.09	2.2201	4.3681
25	13	13	-0.49	-2.09	0.2401	4.3681
26	13	13	-0.49	-2.09	0.2401	4.3681
27	13	12	-0.49	-3.09	0.2401	9.5481
28	13	12	-0.49	-3.09	0.2401	9.5481
29	13	12	-0.49	-3.09	0.2401	9.5481
30	13	12	-0.49	-3.09	0.2401	9.5481
31	13	12	-0.49	-3.09	0.2401	9.5481
32	14	11	0.51	-4.09	0.2601	16.7281
33	14	11	0.51	-4.09	0.2601	16.7281
34	14	9	0.51	-6.09	0.2601	37.0881
35	14	9	0.51	-6.09	0.2601	37.0881
36	10		-3.49		12.1801	
37	10		-3.49		12.1801	
38	9		-4.49		20.1601	
39	8		-5.49		30.1401	
Суммы:	526	528	-0.11	-0.15	323.7439	346.7435
Среднее:	13.49	15.09				

Таблица 26

Результаты статистической проверки гипотез

до эксперимента			после эксперимента		
$t_{эмп}$	$t_{крит}$	принимаемая гипотеза	$t_{эмп}$	$t_{крит}$	принимаемая гипотеза
0,8	1,99	H_0	2,3	1,99	H_1

Полученные данные свидетельствуют о том, что на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ уровни математической подготовки в контрольной и экспериментальной группе до начала эксперимента сходятся и различаются после проведения эксперимента.

Таким образом, полученные результаты проведенного педагогического эксперимента свидетельствуют о том, что гипотеза исследования подтвердилась, а именно внедрение в процесс обучения математике в колледже технического профиля профессионально-ориентированной методической системы обучения, основанной на принципе интеграции математики со смежными дисциплинами, раскрывающей содержание межпредметных связей и реализуемой через использование комплекса профессионально-ориентированных заданий, способствует повышению уровня математической подготовки и учебной мотивации студентов.

ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

1. На основе эмпирических исследований было проведено сравнение студентов колледжа с обучающимися той же возрастной категории других типов учебных заведений: школы и вуза. Сравнение велось по трем факторам: сравнение мотивации, обученности и математических способностей. На основе сравнения сделаны выводы, что наряду с имеющимися сходствами существуют различия по всем трем факторам. Уровень мотивации учащихся колледжа выше, чем обучающихся других типов учебных заведений. Уровень обученности студентов колледжа ниже, чем учащихся 10 класса школы и студентов 1 курса вуза, ниже и уровень их математических способностей. Это еще раз дает возможность утверждать, что при обучении студентов колледжа можно использовать педагогические, методические и т.п. средства, который используется в школе и в вузе. Но обнаруженные отличия позволяют сделать вывод о том, что, применяя при обучении студентов колледжа тот или иной педагогический инструмент, мы должны учитывать специфику колледжа, а еще лучше, разработать педагогический инструмент, который будет применяться именно в колледже.

2. В исследовании дано понятие и разработана методика описания связей между рядами объектов с помощью графа соответствия. Раскрыты возможности и обоснована методика использования графов соответствия для описания математических объектов, педагогических моделей и межпредметных связей математики со спецдисциплинами для колледжа технического профиля.

3. В исследовании разработана типология графов соответствия для описания межпредметных связей математики со спецдисциплинами, для каждого типа графа соответствия описана методика его построения, разработан банк графов соответствия описания межпредметных связей.

4. В исследовании разработана и детально описана методическая система профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля. При описании методической системы использовался граф соответствия между рядами объектов. Раскрыто содержание основных компонентов

методической системы и связей между ними. При раскрытии содержания показаны механизмы реализации принципа профессиональной направленности при обучении математике в колледже технического профиля.

5. Разработана методика описания методической системы обучения с помощью графа соответствия: описан алгоритм заполнения графа связями между элементами, дано понятие «метода северо-западного угла» для заполнения графа, понятие «оболочки графа» и «ведущего элемента оболочки». Раскрыты преимущества использования метода графа соответствия для описания связей между рядами объектов.

6. Разработан комплекс профессионально-ориентированных заданий, состоящий из профессионально-ориентированных задач, заданий для выполнения лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ (Excel, MathCAD), профессионально-ориентированных проектов. Описана методика использования комплекса при обучении математике.

7. Проведенные исследования показали, что внедрение методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля дает возможности более эффективного достижения основного результата обучения – умения применять математические методы при решении задач, возникающих в профессиональной деятельности. При этом углубляются знания студентов в предметной области математики и смежных спецдисциплин, усиливается интерес к изучаемым дисциплинам и, как следствие, совершенствуется профессиональная подготовка специалиста среднего звена.

8. Полученные результаты свидетельствуют о том, что внедрение в процесс обучения математике в колледже технического профиля профессионально-ориентированной методической системы обучения, основанной на принципе интеграции математики со смежными дисциплинами, раскрывающей содержание межпредметных связей и реализуемой через использование комплекса профессионально-ориентированных заданий, способствует повышению уровня математической подготовки и учебной мотивации студентов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе всестороннего анализа методологической, методической, психолого-педагогической литературы по проблеме исследования процесса профессионально-ориентированного обучения математике в учреждениях среднего профессионального образования были выявлены и обоснованы возможности реализации принципа профессиональной направленности обучения в условиях исполнения ФГОС СПО.

В ходе многофакторного сравнения контингента обучающихся в системе СПО с обучающимися других типов учебных заведений были выявлены отличительные особенности студентов колледжа. Это приводит к необходимости разработать особый инструментарий для организации профессионально-ориентированного обучения математике в колледже. Анализ исследований по данной проблематике показал недостаточность изученности проблемы реализации профессиональной направленности при обучении математике в условиях реализации ФГОС СПО.

В диссертационном исследовании обосновано, что основными механизмами, реализующими принцип профессиональной направленности в колледже, являются межпредметные связи и комплекс профессионально-ориентированных заданий. Межпредметные связи реализуют содержательный аспект профессионально-ориентированного обучения, комплекс профессионально-ориентированных заданий реализует процессуальный аспект.

В исследовании разработана дидактическая модель профессионально-ориентированного обучения в колледже технического профиля, направленная на реализацию принципа профессиональной направленности. Специфика разработанной дидактической модели заключается в том, что она направлена на реализацию межпредметных связей математики со спецдисциплинами, изучаемыми в колледже технического профиля. Учет межпредметных связей при отборе содержания обучения математике ставит их на один уровень с целями обучения, то есть выводит межпредметные связи на уровень системообразующего компонента.

Профессионально-ориентированные задания являются ядром практической компоненты дидактической системы, а специфика модели проявляется в особом способе включения профессионально-ориентированных заданий в процесс обучения. Систематическое выполнение такого рода заданий на всех этапах обучения математике, использование разнообразных форм организации учебного процесса, позволяющих включать профессионально-ориентированные задания в процесс обучения, делают возможным при поддержке высокого уровня учебной мотивации обучающихся добиваться одновременно освоения математических знаний и умений и расширения представления обучающихся о прикладном и профессиональном значении математики.

В диссертационном исследовании была разработана и апробирована методика описания связей между рядами объектов с помощью графа соответствия. Описан понятийный аппарат методики, показаны возможности применения графов для описания математических объектов, педагогических моделей, межпредметных связей математики со спецдисциплинами. При описании межпредметных связей введена типология, согласно которой разработаны графы соответствия различного типа.

Разработанная на основе дидактической модели методическая система профессионально-ориентированного обучения математике наполняет модель практическим содержанием. Диссертационное исследование содержит детальное описание методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледже технического профиля, реализованное с помощью графа соответствия. При этом обоснован и апробирован алгоритм заполнения графа – описания методической системы, раскрыты сущности компонентов методической системы и характер связей между ними, обоснованы преимущества использования графа соответствия для описания методической системы.

Разработан банк профессионально-ориентированных заданий различного типа: профессионально-ориентированных задач, заданий для проведения лабораторных работ с применением пакетов прикладных программ, профессионально-ориентированных проектов. Для каждого типа заданий обозначены выполняемые им функции, раскрыта методика применения в процессе обучения математике, описаны механизмы достижения основной цели их применения – повышение уровня математической подготовки и учебной мотивации студентов, повышение интереса к получаемой профессии.

В исследовании экспериментально проверена эффективность внедрения разработанной методической системы в процесс обучения математике в колледже. Результаты педагогического эксперимента показывают, что использование банка профессионально-ориентированных заданий, составленного на принципах интеграции математики со спецдисциплинами с учетом межпредметных связей, на всех этапах обучения способствуют повышению качества математической подготовки студентов. Данные, полученные в ходе педагогического эксперимента, позволяют признать верность исходной гипотезы исследования и эффективность разработанной модели профессионально-ориентированного обучения.

В результате педагогического эксперимента был сделан вывод о том, что у студентов технического профиля повышается мотивация изучения математики и дисциплин профессионального цикла за счет повышения интереса к изучаемому материалу, выполнения профессионально-ориентированных заданий, погружения в сферу их профессиональных интересов. Помимо этого, у студентов экспериментальной группы наблюдается рост успеваемости более высокими темпами, что связано с изучением возможности применения математических знаний на конкретных задачах из области профессиональной деятельности. Использование пакетов прикладных программ как мощного инструмента, помогающего решать сложные инженерные задачи, отодвигает рутинную работу по выполнению сложных расчетов на второй план, выводя на передний план универсальность математических методов и возможности их использования в профессиональной деятельности.

Можно утверждать, что реализация методической системы профессионально-ориентированного обучения математике в колледжах технического профиля, основанной на принципе интеграции математики со смежными дисциплинами, раскрывающей содержание межпредметных связей и реализуемой через использование комплекса профессионально-ориентированных заданий, дает возможность повышать уровень математической подготовки будущих специалистов среднего звена, реализовать принципы практической и профессиональной направленности обучения в колледже технического профиля, совершенствует профессиональную подготовку будущего специалиста.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абдикаримова, А. Б.Профессиональная направленность обучения математике студентов учреждений среднего профессионального образования [Текст] / А. Б. Абдикаримова // Образование. – 2012. – № 2. – С. 77-80.
2. Абдикаримова, А. Б. Дифференцированное математическое образование студентов средних профессиональных учебных заведений экономического и технического профилей [Текст] : дис. ...канд. пед. наук / А. Б. Абдикаримова. – М., 2015. – 155 с.
3. Автоматический расчет t-критерия Стьюдента / [Электронный ресурс] – Режим доступа http : // www.psychol-ok.ru/statistics/student / – дата обращения 16.10.2012.
4. Алешина, Т. Н. О разработке дидактических материалов по математике с профессиональной направленностью [Текст] / Т. Н. Алешина // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 44.
5. Алешина,Т. Н. Профессионально значимые знания в курсе математики средних ПТУ [Текст] / Т. Н. Алешина // Профессиональная направленность преподавания общеобразовательных предметов в средних ПТУ. – М.: НИИ школ МП РСФСР, 1982. – С. 32–44.
6. Алешина, Т. Н. Урок математики: применение дидактических материалов с профессиональной направленностью [Текст] : [метод. пособие] / Т. Н. Алешина. – М.: Высш. шк., 1991. – 63 с.
7. Алиева, Т. М. Пути совершенствования методики преподавания математики [Текст] / Т. М. Алиева. – Баку : АзПИ, 1985. – 126 с.
8. Аркуша, А. И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов [Текст] / А. И. Аркуша. – М. : Высш. шк., 2008. – 352 с.
9. Афанасьев, В. В. Теория вероятностей в вопросах и задачах [Текст] : учебное пособие. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2004. – 250 с.

10. Афанасьев, В. В. Профессионализация предметной подготовки учителя математики в педагогическом вузе [Текст] / В. В. Афанасьев, Ю. П. Поваренков, Е. И. Смирнов, В. Д. Шадриков. – Ярославль, 2000. – 389 с.
11. Бабанский, Ю. К. Педагогика [Текст] : учебное пособие для студентов пед. институтов / Ю. К. Бабанский, В. А. Сластенин, Н. А. Сорокин и др.; под ред. Ю. К. Бабанского. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Просвещение, 1988. – 608 с.
12. Баврин, И. И. Начала анализа и математические модели в естествознании и экономике [Текст] / И. И. Баврин. – М.: Просвещение, 1999. – 78 с.
13. Батурина, Г. И. Межпредметные связи в истории советской школы и педагогики [Текст] / Г. И. Батурина // Межпредметные связи в учебном процессе. – М., 1974. – С. 35–37.
14. Батышев, С. Я. Научная организация учебно-воспитательного процесса [Текст] / С. Я. Батышев. – М.: Высшая школа, 1975. – 448 с.
15. Батышев, С. Я. Подготовка рабочих профессионалов [Текст] / С. Я. Батышев. – М.: Ассоциация «Профессиональное образование», 1995. – 246 с.
16. Батышев, С. Я. Подготовка рабочих широкого профиля в условиях перехода к рыночной экономике [Текст] / С. Я. Батышев. – М.: Ассоциация «Профессиональное образование», 1993. – 394 с.
17. Башмаков, М. И Примерная программа учебной дисциплины «Математика» для профессий начального профессионального образования и специальностей среднего профессионального образования [Текст] / М. И Башмаков. – М.: О ФГУ ФИРО Минобрнауки, 2008. – 19 с.
18. Бегенина, Л. Ю. Реализация прикладной направленности обучения математике в средних специальных учебных заведениях с использованием информационных технологий [Текст] : дис. …канд. пед. наук / Л. Ю. Бегенина. – Арзамас, 2003. – 179 с.
19. Беляева, А. П. Проблема методики профессионального образования в средних профессионально-технических училищах [Текст] / А. П. Беляева. – М.: Высшая школа, 1985. – 128 с.

20. Краевский, В. В. Общие основы педагогики [Текст]: учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений / Краевский В. В. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 256 с.
21. Бочкарева, О. В. Профессиональная направленность обучения математике студентов инженерно-строительных специальностей вуза [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / О. В. Бочкарева. – Саранск, 2006. – 17 с.
22. Бужикова, Р. И. Педагогические технологии профессионально-ориентированного обучения студентов экономических колледжей [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Р. И. Бужикова. – Киев, 2010. – 137 с.
23. Буланова-Топоркова, М. В. Педагогика и психология высшей школы [Текст] : учебное пособие / М. В. Буланова-Топоркова. – Ростов н/Д: Феникс, 2002. – 544 с.
24. Бурцева, Н. М. Межпредметные связи как средство формирования ценностного отношения учащихся к физическим знаниям [Текст] : дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02. / Н. М. Бурцева. – СПб. – 2001. – 231 с.
25. Бутырин, П. А. Электротехника[Текст]: учебник для нач. проф. образования / П. А. Бутырин. – М. : Академия, 2007. – 272 с.
26. Васяк, Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально-ориентированных задач [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Л.В. Васяк. – Омск, 2007. – С. 9.
27. Вербицкий, А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход [Текст] / А. А. Вербицкий. – М. : Высшая школа, 1991. – 204 с.
28. Виленский, М. Я. Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе [Текст] / М. Я. Виленский, П. И. Образцов, А. И. Уман. – М.: Педагогическое общество России, 2004. – 192 с.
29. Воскобойников, Ю. Е. Математическая статистика (с примерами в Excel) [Текст]: учеб. пособие / Ю. Е. Воскобойников, Е. И. Тимошенко; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – 2-е изд., перераб. и доп. – Новосибирск: НГА-СУ (Сибстрин), 2006. – 152 с.

30. Гаранина, И.Ю. Профессионально-личностное обучение математике студентов технологических специальностей системы СПО [Текст] / И.Ю. Гаранина // «Среднее профессиональное образование» – М.: Миратос, 2008. – № 1 – С. 49–51.

31. Гаранина, И. Ю. Личностно-ориентированный подход к профессионально-направленному обучению математике студентов учреждений среднего профессионального образования [Текст] : дис. ...канд. пед. наук : 13.00.08 / И.Ю. Гаранина. – Калуга, 2010. – 242 с.

32. Гаранина, И. Ю. Профессиональная направленность обучения математике студентов системы СПО в процессе осуществления профессионально-личностного подхода [Текст] / И. Ю. Гаранина // Сборник научных работ лауреатов областных премий и стипендий. Вып. 2. Ч. 1. – Калуга: КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2006. – С. 115–121.

33. Гаранина, И. Ю. Пути учета и формирования уровня предметных знаний в процессе осуществления профессионально-личностного подхода к обучению математике студентов системы СПО [Текст] / И. Ю. Гаранина // Подготовка конкурентоспособного специалиста в условиях модернизации профессионального образования: материалы региональной научно-методической конференции. – Калуга: Палитра, 2006. – С. 25–28.

34. Гельман, В. Я. Решение математических задач средствами Excel: Практикум. [Текст] / В. Я. Гельман. – СПб.: Питер, 2003. – 237 с.

35. Гнеденко, Б. В. Математическое образование в вузах [Текст]: научное издание / Б. В. Гнеденко. – М. : Высш.шк., 1981. – 174 с.

36. Грушевая, Н. Н. Профессиональная направленность математической подготовки курсантов судоводительского отделения речных училищ [Текст] : дис. ...канд. пед. наук / Н.Н Грушевая. – Астрахань, 2008. – 199 с.

37. Гусев, В. А. Психолого-педагогические основы обучения математике [Текст] / В. А. Гусев. – М. : Вербум-М: Академия, 2003. – 428 с.

38. Далингер, В. А. Совершенствование процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей [Текст] / В. А. Далингер. – Омск: ОмИПКРО, 1993. – 323 с.
39. Дракина, И. К. Учебно-методическое пособие по курсу «Анализ профессиональных компетенций и разработка модульных образовательных программ, основанных на компетенциях» [Текст] / И. К. Дракина, Н. Л. Гунявина. – СПб, 2008. – 50 с.
40. Дружинин, В. Н. Диагностика математических способностей [Текст] / Методы психологической диагностики / под. ред. В. Н. Дружинина, Т. В. Галкиной. – М.: Российская Академия наук, 1993. – 88 с.
41. Дубовицкая, Т. Д. Методика диагностики направленности учебной мотивации [Текст] / Т. Д. Дубовицкая // Психологическая наука и образование. – 2002. – №2. – С.42–46.
42. Дьяченко, В. К. Организационная структура учебного процесса и ее развитие [Текст] / В. К. Дьяченко. – М.: Педагогика, 1989. – 159 с.
43. Егорова, И. П. Проектирование и реализация системы профессионально-направленного обучения математике студентов технических вузов [Текст] : автореф. дис. … канд. пед. наук. – Тольятти, 2002. – 24 с.
44. Ефименко, В. Ф., Батурин, В. К. Методологические проблемы математизации процесса формирования мировоззрения [Текст] / В. Ф. Ефименко, В. К. Батурин // Методы научного познания в обучении физике. – М. : МОПИ им. Н.К. Крупской, 1986. – С. 36–42.
45. Загвязинский, В. И. Теория обучения: современная интерпретация [Текст] : учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В. И. Загвязинский. – М. : Академия, 2001. – 192 с.
46. Зайкин, Р. М. Профессионально ориентированные математические задачи в подготовке управленческих кадров [Текст]: монография / Р. М. Зайкин. – Арзамас : АГПИ, 2009. – 121 с.

47. Зайниев, Р. М. Преемственность профессионально-ориентированного содержания математического образования в системе "школа-колледж-вуз" [Текст] : дис. ... д-ра. пед. наук : 13.00.08.- Ярославль, 2012. – 432 с.
48. Зверев, И. Д. Межпредметные связи в современной школе [Текст] / И. Д. Зверев, В. Н. Максимова. – М. : Педагогика, 1981. – 160 с.
49. Зверев, И. Д. Взаимная связь учебных предметов [Текст] / И. Д. Зверев. – М. : Знание, 1977. – 213 с.
50. Зубова, Е. А. Формирование творческой активности будущих инженеров в процессе обучения математике на основе исследования и решения профессионально-ориентированных задач : [Текст] : дис...канд. пед. наук: 13.00.02. / Е. А. Зубова. – Ярославль, 2009. – 189 с.
51. Зуева, М. Л. Формирование ключевых образовательных компетенций при обучении математике в средней (полной) школе [Текст] : дис…канд. пед. наук : 13.00.02. – Ярославль, 2008. – 196 с.
52. Ильин, Е. П. Мотивы человека: теория и методы изучения [Текст] / Е. П. Ильин. – Киев : Вища шк., 1998. – 292 с.
53. Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН [электронный ресурс] / Портал "Теория управления организационными системами". – URL: http://www.mtas.ru/practice/statist_metod.php – дата обращения 24.08.2013.
54. Колягин, Ю. М., Пикан, В. В. О прикладной и практической направленности обучения математике [Текст] / Ю. М. Колягин // Математика в школе. – 1985. –№ 6. – С. 27–32.
55. Комарова, Ж. В. Формирование профессиональной компетентности будущей медицинской сестры при освоении естетственно-научных дисциплин в колледже [Текст] : автореф. дис... канд. пед. наук:. 13.00.08. / Ж. В. Комарова. – Челябинск, 2012. – 24 с.
56. Королева, К. П. Межпредметные связи и их влияние на формирование знаний и способов деятельности учащихся (на материале истории и литературы 8 класса) [Текст] : дис. ...канд. пед. наук / К. П. Королева. – М., 1968. – 214 с.

57. Краевский, В. В. Методология педагогического исследования [Текст] / В. В. Краевский. – Самара: Изд-во САМГПИ, 1994. – 164 с.

58. Краевский, В. В. Общие основы педагогики [Текст]: Учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений / Краевский В. В. – М. : Издательский центр «Академия», 2003. – 256 с.

59. Кудрявцев, А. Я. К проблеме принципов обучения [Текст] / А. Я. Кудрявцев // Советская педагогика. – 1981. – № 8. – С. 100–106.

60. Кудрявцев, Л. Д. Современная математика и ее обучение [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Кудрявцев. – 2-е изд., доп. – М. : Наука, 1985. – 170 с.

61. Кузьмина, Л. П. Проектирование содержания специализированной математической подготовки маркетолога в колледже [Текст] : дис. . канд. пед. наук. 13.00.01. / Л.П. Кузьмина. – Казань, 1999. – 266 с.

62. Кузьмина, Н. В. Методические проблемы вузовской педагогики [Текст] / Н. В. Кузьмина, С. А. Тихомиров // Проблемы педагогики высшей школы. – Л., 1972. – С. 6–43.

63. Лавровская, О. Б. Методика формирования профессиональной компетентности в области информационно-коммуникационных технологий у студентов гуманитарных специальностей классических университетов: на базе специальности "История. Преподаватель" [Текст] : дис...канд. пед. наук: 13.00.02. / О. Б. Лавровская. – Ярославль, 2006. – 227 с.

64. Лемешко, Н. Н. Особенности профессиональной направленности математической подготовки в средних специальных учебных заведениях [Текст] : дис... канд. пед. наук / Н. Н. Лемешко. – М., 1994. – 124 с.

65. Лепешова, Е. М. Методика диагностики типа школьной мотивации у старшеклассников [Текст] / Е. М. Лепешова // Школьный психолог. – 2007. – № 9. – С. 20–24.

66. Луканкин, Г. Л. Научно-методические основы профессиональной подготовки учителя математики в педагогическом институте [Текст] : автореф. дис. … д-ра пед. наук / Г. Л. Луканкин. – Л., 1989. – 59 с.

67. Лукьянова, М. И. Психолого-педагогические показатели деятельности школы: критерии и диагностика [Текст] / М. И. Лукьянова, Н. В. Калинина. – М : Сфера, 2004. – 208 с.
68. Майсеня, Л. И. Развитие содержания математического образования учащихся колледжей : теоретические основы и прикладные аспекты [Текст]: монография / Л. И. Майсеня. – Минск : МГВРК, 2008. – 540 с.
69. Максимова, Л. Г. Методическая система подготовки будущих учителей к обучению информатике на пропедевтическом уровне [Текст]: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л. Г. Максимова. – Нижний Новгород, 2011. – 141 с.
70. Маркова, А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте [Текст] / А. К. Маркова. – М. : Просвещение, 1983. – 96 с.
71. Маркова, А. К., Матис, Т. А., Орлов, А. Б. Формирование мотивации учения [Текст] / А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.
72. Махмутов, М. И. Принцип профессиональной направленности обучения [Текст] / М. И. Махмутов // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике. – Челябинск: ЧПУ, 1985. – С. 88–100.
73. Махмутов, М. И. Современный урок [Текст]: монография / М. И. Махмутов. – М. : Педагогика, 1985. – 183 с.
74. Махмутов, М. И., Власенков, А. М. Принципы профессиональной направленности обучения в среднем ПТУ [Текст] // Принципы обучения в среднем ПТУ: сб. научн. трудов / под ред. А. А. Кирсанова. – М: Изд-во АПН СССР, 1986. – С. 45.
75. Михайлова, И. Г. Математическая подготовка инженера в условиях профессиональной направленности межпредметных связей [Текст] : монография / И. Г. Михайлова. – Тобольск, 1998. – 172 с.
76. Михеева, С. А. О понятии "форма обучения" [Электронный ресурс] / С. А. Михеева // Эйдос. – Режим доступа : http://www.eidos.ru/journal/2010/0319-5.htm

77. Молостов, В. А. Принципы вузовской дидактики [Текст] / В. А. Молостов. – Киев : ВШ, 1982. – 31 с.

78. Монахов, В. М. Оптимизация объема и структуры учебного материала [Текст] / В. М. Монахов, В. Ю. Гуревич // Советская педагогика, 1981. – №12. – С. 19–26.

79. Монахов, В. М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса [Текст] / В. М. Монахов. – Волгоград : Перемена, 1995. – 152 с.

80. Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте [Текст] : автореф. дис. … д-ра пед. наук / А. Г. Мордкович. – М., 1986. – 36 с.

81. Мордкович, А. Г. О профессиональной направленности математической подготовки будущих учителей [Текст] / А. Г. Мордкович // Математика в школе. – 1984. – №6. – С. 42–44.

82. Мордкович, А. Г. О профессионально-педагогической направленности математической подготовки будущих учителей [Текст] // А. Г. Мордкович // Советская педагогика. – 1985. – №12. – С. 52–57.

83. Мордкович, А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом вузе [Текст] : дис. д-ра. пед. наук. – М., 1986. – 355 с.

84. Мусина, Е. М. Профессионально-ориентированные проблемные задачи по экономике для студентов технических специальностей среднего профессионального образования [Текст]: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08.– Москва, 2004. – 218 с.

85. Мухина, С. Н. Подготовка студентов к изучению специальных дисциплин в процессе обучения математике в техническом вузе [Текст] : монография / С. Н. Мухина. – Калининград, 2001. – 136 с.

86. Низамов, Р. А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов [Текст] / Р. А. Низамов. – Казань : КГУ, 1975. – 302 с.

87. Новиков, А. М. Методология учебной деятельности [Текст] / А. М. Новиков. – Рос. акад. образования, Ассоц. "Проф. образование". – М. : Эгвес, 2005. – 172 с.
88. Новиков, А. М. Профессиональное образование России: Перспективы развития [Текст] / А. М. Новиков. – М.: ИЦП НПО, 1997. – 254 с.
89. Новиков, А. М. Российское образование в новой эпохе: парадоксы наследия. Векторы развития[Текст]: Публицистическая монография / А. М. Новиков. – М.: Эгвес, 2000. – 272 с.
90. Новиков, Д. А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи) [Текст] / Д. А. Новиков. – М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.
91. Образцов, П. И. Проектирование и конструирование профессионально-ориентированной технологии обучения [Текст] / П. И. Образцов, А. И. Ахулкова, О. Ф. Черниченко. – Орел, 2005. – 61 с.
92. Ожегов, С. И. Словарь русского языка [Текст] / под ред. Н.Ю. Шведовой. – 22-е изд., стер. – М. : Рус. яз., 1990. – 921 с.
93. Олейникова, О. Н. Разработка модульных программ, основанных на компетенциях[Текст]: учебное пособие / О. Н. Олейникова, А. А. Муравьева, Ю. В. Коновалова, Е. В. Сартакова. – М. : Альфа-М, 2005. – 288 с.
94. Очков, В. Ф. MathCad-14 для студентов и инженеров [Текст] / В. Ф. Очков. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 368 с.
95. Педагогика[Текст]: учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей / под. ред. П.И. Пидкасистого. – М. : Педагогическое общество России, 2004. – 608 с.
96. Полат, Е. С. Метод проектов на уроках иностранного языка [Текст] / Е.С. Полат // ИЯШ: научно-методический журнал. – 2000. – № 2. – С. 3–10.
97. Полат, Е. С. Метод проектов [Электронный ресурс] / Е. С. Полат // Лаборатория дистанционного обучения. – Режим доступа : http://distant.ioso.ru/project/meth%20project/metod%20pro.htm (дата обращения 30.05.2013).

98. Пышкало, А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе [Текст]: авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», представленной на соискание … д-ра пед. наук. – М. : Академия пед. наук СССР, 1975. – 60 с.
99. Пышкало, А. М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе [Текст] : автореф. дис. … д-ра. пед. наук / А. М. Пышкало. – М. 1975. – 60 с.
100. Розов, Н. Х. Практическая педагогика высшей школы [Текст]:учебное пособие / Н. Х. Розов, В. А. Попков, А. В. Коржуев. – М. : Изд-во МГУ, 2008. – 160 с.
101. Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математике [Текст] / Г. И. Саранцев. – Саранск: Тип. «Крас. Окт.», 2001. – 144 с.
102. Саранцев, Г. И. Некоторые аспекты совершенствования профессиональной направленности обучения будущих учителей математики [Текст] / Г. И. Саранцев // Математика в школе. – 1988. – №5. - С. 21.
103. Саранцев, Г. И. Профессиональная направленность спецкурсов [Текст] / Г. И. Саранцев // Профессионально-педагогический подход к составлению учебных планов и программ: тезисы Всероссийского межвузовского семинара. – Казань, 1989. – С. 32.
104. Саранцев, Г. И, Миганова, Е. Ю. Межпредметные связи как средство улучшения подготовки математика в педвузе [Текст] / Г. И. Саранцев // Проблемы гуманизации математического образования в школе и вузе: сборник тезисов докладов научной межрегиональной конференции. – Саранск, 1995. – С. 62.
105. Светлакова, Г. Н. Методическая система обучения математике студентов экономического колледжа [Текст] : дис. …канд. пед. наук / Г. Н. Светлакова. – М.,2006. – 143 с.
106. Скаткин, М. Н. Проблемы современной дидактики [Текст] / М. Н. Скаткин. – М. : Педагогика, 1980. – 96 с.

107. Скорнякова, А. Ю. Опыт практической реализации подхода к управлению учебным процессом педвуза с использованием информационно-коммуникационной среды [Текст] / Скорнякова А. Ю // Информатика и образование. – 2013. – №1.– С. 20–25
108. Скорнякова, А. Ю. Формирование исследовательских компетенций в обучении математике будущих бакалавров педагогического образования с использованием информационно-коммуникационной среды [Текст] : дис…канд. пед. наук : 13.00.02. – Ярославль, 2013. – 229 с.
109. Скоробогатова, Н. В. Наглядное моделирование профессионально-ориентированных математических задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов [Текст] : дис…канд. пед. наук : 13.00.02 – Ярославль, 2006. – 183 с.
110. Сластенин, В. А. Формирование личности учителя советской школы в процессе профессиональной подготовки [Текст] / В. А. Сластенин. – М.: Просвещение,1976. – 160 с.
111. Смирнов, Е. И. Технология наглядно-модельного обучения математике [Текст] / Е. И. Смирнов. – Ярославль: ЯГПУ, 1998. – 312 с.
112. Смирнов, Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога [Текст]: монография // Е.И. Смирнов. – Ярославль, 2012. – 646 с.
113. Смирнов, С. Д. Педагогика и психология высшего образования: от деятельности к личности [Текст] : учебное пособие / С. Д. Смирнов. – М.: Аспект - Пресс,1995. – 271 с.
114. Смольская, В. Ю. Профессионально-ориентированное взаимодействие субъектов обучения в системе "лицей - колледж - вуз" [Текст] : дис ... канд. пед. наук : 13.00.08. – Самара, 2006. – 137 с.
115. Смольская, В. Ю. Профессионально ориентированное взаимодействие при подготовке экономистов в системе «лицей - колледж — вуз» / В. Ю. Лысакова // Университет и гимназия : опыт становления научно-учебно-

методического комплекса в условиях глобализации образования : сб. науч. ст. / Научная книга. – Саратов, 2005. – С. 73–75.

116. Смольская, В. Ю. Организация профессионально ориентированного взаимодействия субъектов обучения в системе «лицей - колледж - вуз»/ В. Ю. Смольская // Непрерывное профессиональное образование: проблемы, инновации, образовательные технологии [Текст] : международный сборник научных трудов / отв. ред. Л. Н. Рыблова. – Саратов : Наука, 2008.– С. 179.
117. Соловьянюк, В. Г. Педагогические условия реализации профессиональной направленности основ наук при обучении в профессиональных училищах [Текст]: дис. ...канд. пед. наук / В. Г. Соловьянюк. – Уфа,1995. – 256 с.
118. Сорокин, Н. А. Дидактическое значение межпредметных связей [Текст] / Н. А. Сорокин // Советская педагогика. – 1971. – №8. – С. 53–60.
119. Талызина, Н. Ф. Пути разработки профиля специалиста [Текст] / Н. Ф. Талызина. – Саратов: Изд-во СГУ, 1987. – 176 с.
120. Тестов, В. А. О формировании профессиональной компетентности учителя математики [Текст] / В. А. Тестов // Сибирский учитель. – 2007. – № 6. – С. 35–37.
121. Тестов, В.А. Фундаментальность образования: современные подходы [Текст] / В. А. Тестов // Педагогика. – 2006. – №4. – С. 3–9.
122. Тестов, В. А. Стратегия обучения математике [Текст] / В. А. Тестов. – М.: Технологическая Школа Бизнеса, 1999. – 304 с.
123. Тогжанова, Л. К. Профессионально-ориентированное обучение русскому языку учащихся медицинского колледжа [Текст] : Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Алматы, 2009. – 176 с.
124. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 151031 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (утвержден приказом Минобрнауки России от 24 ноября 2009 г. № 661) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.

125. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 151901 Технология машиностроения (утвержден приказом Минобрнауки России от 12 ноября 2009 г. № 582) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
126. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах (утвержден приказом Минобрнауки России от 23 июня 2010 г. № 696) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
127. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 230111 Компьютерные сети (утвержден приказом Минобрнауки России от 23 июня 2010 г. № 685) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
128. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 230401 Информационные системы (утвержден приказом Минобрнауки России от 23 июня 2010 г. № 688) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
129. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 261701 Полиграфическое производство (утвержден приказом Минобрнауки России от 02 апреля 2010 г. № 257) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
130. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 261707 Производство изделий из бумаги и картона (утвержден приказом Минобрнауки России от 07 апреля 2010 г. № 298) / [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://минобрнауки.рф.
131. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ.

132. Федорец, Г. Ф. Межпредметные связи в процессе обучения [Текст] / Г. Ф. Федорец. – Л.: Изд-во Ленинградского госпединститута им. А. И. Герцена, 1983. – 88 с.

133. Федорова, В Н., Кирюшкин Д. М. Межпредметные связи [Текст] / В. Н. Федорова, Д. М. Кирюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 152 с.

134. Фёдорова, О. Н. Применение аналитической геометрии при решении задач по программированию объектов компьютерной графики [Текст] / О. Н. Федорова // Математика и информатика и совершенствование их преподавания: материалы международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ч. I. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2013. – С. 133–143.

135. Федорова, О. Н. Особенности студентов колледжа в сравнении с обучающимися других типов учебных заведений [Текст] / О. Н. Федорова // Среднее профессиональное образование. – 2014. – № 6. – С. 28–30.

136. Федорова, О. Н. Сравнение мотивационных сфер студентов колледжа с учащимися других типов учебных заведений [Текст] / Федорова О. Н. // Ярославский педагогический вестник. – 2014. – №3. – С. 31–37.

137. Федорова, О. Н. Инвариантное ядро целей обучения математике в колледже [Текст] О.Н.Федорова // Среднее профессиональное образование. – 2014. – № 6. – С. 28–30

138. Федорова, О. Н. Описание методической системы с помощью графа соответствия [Текст] / Федорова О. Н. // Ярославский педагогический вестник.– 2015. – №.4. – С. 73–80

139. Фёдорова, О. Н. Реализация профессиональной направленности преподавания математики студентам группы специальности «Информатика и вычислительная техника» средствами дидактических модулей [Текст] /О. Н. Федорова // Социальное партнерство в сфере образования как путь к формированию компетентного специалиста: материалы научно-практической конференции. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – С. 100–102.

140. Фёдорова, О. Н. Применение пакетов прикладных программ при обучении студентов колледжей технического профиля предмету «Элементы высшей математики» [Текст] /О. Н. Федорова// Математика и физика, экономика и технология и совершенствование их преподавания: материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. – С. 85–91.

141. Федорова, О. Н. Сравнение студентов колледжа с обучающимися других учебных заведений [Текст] / О. Н. Федорова // Научное творчество XXI века: сборник трудов по итогам VII Международной заочной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Красноярск : Научно-инновационный центр, 2013. – С. 296–299.

142. Федорова, О. Н. Сравнение студентов колледжа с учащимися общеобразовательной школы и вуза [Текст] / О. Н. Федорова // Приложение к журналу СПО. – М., 2014. – №5. – С. 3–15.

143. Фёдорова, О. Н. Сравнение студентов колледжа с обучающимися других типов учебных заведений [Текст] / О. Н. Федорова // Математика и физика, экономика и технология и совершенствование их преподавания: материалы международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2014. – С. 145–156.

144. Фёдорова, О. Н. Применение графов соответствия различного типа в преподавании математики в колледжах технического профиля [Текст] / О. Н. Федорова // Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и технология и совершенствование их преподавания: материалы международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2015. – С. 84–94.

145. Федорова, О. Н. Учет целей обучения при отборе содержания обучения математике в колледжах технического профиля [Текст] / О. Н. Федорова // Материалы 20-й Всероссийской конференции «Инновации в профессиональном и профессионально-педагогическом образовании». – Екатеринбург, 2015. – Т. 1. С. 168–172.

146. Федорова, О. Н. Учет межпредметных связей при проектировании содержания обучения [Текст] / О. Н. Федорова // Сравнительная педагогика в условиях международного сотрудничества и европейской интеграции: сб. материалов VII Междунар. науч.-практ. конф. – Брест: БрГУ, 2015. – С. 245–250.

147. Харламов, И. Ф. Педагогика [Текст] : учеб. пособие / И. Ф. Харламов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрист, 1997. – 512 с.

148. Хорхордина, Т. В. Профессионально-ориентированное краеведение в системе подготовки студентов медицинского колледжа [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08. : Белгород, 2001. – 253 с.

149. Худякова, Г. И. Методические основы реализации экономической направленности обучения математике в военно-экономическом вузе [Текст] : дис. … канд. пед. наук / Г. И. Худякова. – Ярославль, 2001. – 192 с.

150. Хуторской, А. В Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированного образования [Текст] / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64.

151. Хуторской, А. В. Современная дидактика [Текст] : учеб. для вузов / А. В. Хуторский. – СПб. : Питер, 2001. – 544 с.

152. Хуторской, А. В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал "Эйдос". – 2002. Режим доступа http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm дата обращения 12.12.2013.

153. Чередов, И. М. Система форм организации обучения в советской общеобразовательной школе [Текст] / И. М. Чередов. – М.: Педагогика, 1987. – 152 с.

154. Чистоедов, Л. А. Электротехника [Текст]: программир. учебное пособие для техникумов ж.-д. трансп. / Л. А. Чистоедов. – М.: Высш. шк., 1989. – 352 с.

155. Шершнева, В. А. Качество математического образования инженера: традиции и инновации [Текст] / М. В. Носков, В. А. Шершнева // Педагогика. – 2006. – № 6. – С. 35–42.

156. Шершнева, В. А. Как оценить междисциплинарные компетентности студента [Текст] / В. А. Шершнева // Высшее образование в России. – 2007. – № 10. – С. 48–50.
157. Шиханович, Ю. А. Введение в современную математику (начальные понятия) [Текст]. – М. : Наука, 1965. – 376 с.
158. Ястребов, А. В. Моделирование научных исследований как средство оптимизации обучения студента педагогического вуза [Текст] : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.08. – Ярославль, 1997. – 386 с.
159. Ястребов, А. В. Граф соответствия и педагогические модели [Текст] // Математика в современном мире: материалы Международной конференции, посвященной 150-летию Д. А. Граве, г. Вологда, ВГПУ, 7-10 октября 2013 г. – Вологда : Изд-во ВГПУ, 2013. – С. 153–155.
160. Ястребов, А. В. Дуалистические свойства математики и их отражение в процессе обучения [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2001. – № 1. – С. 48–53.
161. Ястребов, А. В. Задачи по общей методике обучения математики [Текст]: учебное пособие / А. В. Ястребов. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2009. – 148 с.
162. Ястребов, А. В., Федорова, О. Н. Граф соответствия между рядами объектов и его использование в методике обучения математики [Текст] /Ястребов А. В., Федорова О. Н. // Ярославский педагогический вестник. – 2013. – № 3. – С. 92–102.

ПРИЛОЖЕНИЯ К ОСНОВНОМУ ТЕКСТУ ДИССЕРТАЦИИ

Приложение А

Диагностика мотивации по методике Е. М. Лепешевой

ТЕКСТ ОПРОСНИКА

Уважаемый старшеклассник(студент)! Этот опросник касается твоей учебы в школе (колледже, вузе). На каждый вопрос нужно ответить «да» или «нет» в специальном бланке. Пожалуйста, будь предельно искренен, твои ответы помогут сделать обучение в нашей школе (колледже, вузе) более эффективным.

1) Мне кажется, лидером в классе (группе) достоин стать только ученик (студент), который имеет хорошие результаты в учебе.

2) Родители всегда поощряют меня за хорошие отметки в школе (колледже, вузе).

3) Я очень люблю узнавать что-то новое.

4) Мне нравится брать сложные задания, преодолевать трудности в их выполнении.

5) Я хочу, чтобы одноклассники (однокурсники) считали меня хорошим учеником (студентом).

6) Я стремлюсь к тому, чтобы учитель (преподаватель) похвалил меня, если я правильно выполнил задание.

7) Я всегда рассказываю об успехах в учебе своим родителям.

8) Меня пугает возможность остаться на второй год или быть отчисленным из школы (колледжа, вуза) за плохую успеваемость.

9) Я часто скрываю свои плохие отметки от родителей, чтобы избежать наказания.

10) Я учусь прежде всего потому, что знания пригодятся мне в будущем, помогут найти хорошую работу.

11) Школа (колледж, вуз) для меня прежде всего место общения с друзьями.

12) Мне нравится участвовать в различных мероприятиях, и было бы здорово не тратить в школе (колледже, вузе) столько времени на уроки.

13) Учеба для меня сейчас — одна из основных сфер, где я могу проявить себя.

14) Ребята в нашем классе (группе) не будут хорошо относиться к человеку, если он плохо учится, несмотря на другие его заслуги.

15) Мое образование часто становится темой для разговоров в нашей семье.

16) Мне нравится проводить самостоятельные исследования, делать какие-то открытия.

17) Мне важно доказать самому себе, что я способен хорошо учиться.

18) Когда я получаю хорошую отметку, я стремлюсь, чтобы об этом знали мои одноклассники (однокурсники).

19) Я расстраиваюсь, когда получаю тетрадь и вижу, что учитель (преподаватель) никак не отметил мою работу.

20) Я начинаю стараться на занятиях, если знаю, что родители как-то поощрят мои старания.

21) Я начинаю учиться старательнее, если знаю, что мою успеваемость будут разбирать на педсовете, на линейке.

22) Я прилагаю больше усилий к учебе, если знаю, что дома буду наказан за плохую успеваемость.

23) Мне важно вырасти культурным, образованным человеком.

24) Мне нравятся те занятия, где есть возможность работать в группе, обсуждать с одноклассниками (однокурсниками) учебный материал.

25) Можно сказать, что в школе (колледже, вузе) я больше заинтересован играми и другими интересными делами, чем учебными занятиями.

26) Я люблю участвовать в различных олимпиадах и викторинах, потому что для меня это способ заявить о себе.

27) Ребята в нашем классе (группе) всегда интересуются результатами контрольных работ друг друга.

28) Для моих родителей очень важно, чтобы я был успешен в учебе.

29) Мне нравится придумывать новые способы решения задач.

30) Мне хотелось бы быть лучшим учеником в классе (группе).

31) Я хочу выглядеть в хорошем свете перед одноклассниками (однокурсниками), поэтому стараюсь хорошо учиться.

32) Мне нравится, когда преподаватели в конце урока перечисляют учеников, чья работа на уроке была самой лучшей.

33) Мне очень важно, чтоб родители считали меня способным учеником (студентом).

34) Я расстраиваюсь из-за плохих отметок, потому что понимаю: это значит, что учителя теперь считают меня неспособным учеником (студентом).

35) Я очень переживаю, если родители называют меня неспособным, неуспешным учеником (студентом).

36) Я уже сейчас задумываюсь о том, в какой вуз я буду поступать и какие знания мне для этого понадобятся.

37) Я всегда очень радуюсь, когда отменяют урок и можно пообщаться с одноклассниками (однокурсниками).

38) Я бы хотел, чтобы в школе (колледже, вузе) остались одни перемены.

39) Я люблю высказывать на уроке свою точку зрения и отстаивать ее.

Таблица А.1

Средние баллы по шкалам мотивов

Шкалы мотивов			1 курс, колледж	2 курс, колледж	10 класс, школа	1 курс, вуз
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	Шкала1а	Престижность учебы в классе	1,07	1,43	1,14	1,09
2	Шкала 1б	Престижность учебы в семье	1,97	1,74	2,10	2
3	Шкала 2	Познавательный интерес	1,7	1,87	1,62	1,64

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5	6	7
4	Шкала 3	Мотивация достижения	1,4	1,43	1,62	1,55
5	Шкала 4	Мотив социального одобрения	1,61	1,62	1,67	1,45
6	Шкала 5	Боязнь наказания	1,72	1,57	1,90	1,27
7	Шкала 6	Осознание социальной необходимости	2,6	2,91	1,86	2,73
8	Шкала 7	Мотив общения	1,83	1,61	1,52	2,09
9	Шкала 8	Внеучебная мотивация	1,17	0,70	1,38	1,64
10	Шкала 9	Мотив самореализации	1,53	1,26	2,38	1,82

Сравним статистическими методами распределение баллов по шкалам мотивов среди различных групп учащихся. Для каждой пары групп сформулируем рабочие гипотезы. H_0 – распределения средних баллов по различным видам мотивации в группах учащихся статистически *не отличаются*. H_1 – распределения средних баллов по различным видам мотивации в группах учащихся статистически *различно*. За исходные данные возьмем результаты, полученные при обработке теста (таблица А.1). Средние баллы по шкалам мотивов можно рассматривать как средние частоты появления признака в выборке. Так как сравниваются средние баллы, то имеем порядковую шкалу с числом градаций больше, чем 3, следовательно, в качестве статистического критерия используем критерий χ^2 [90]. Расчеты эмпирического значения критерия будем производить по формуле:

$$\chi^2_{эмп} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i},$$

где L – число градаций признака, в нашем случае $L = 10$; n_i – значения частот в первой выборке; $N = \sum n_i$ – сумма частот в первой выборке; m_i – значения частот во второй выборке; $M = \sum m_i$ – сумма частот во второй выборке.

Значение $\chi^2_{крит}$ определяем по таблице [90] для L = 10 и уровня значимости 0,05.

Таблица А.2

Результаты расчета χ^2-критерия

Группы учащихся		$\chi^2_{эмп}$	$\chi^2_{крит}$	Принимаемая гипотеза
2 курс колледж	1 курс вуз	0,64	16,92	H_0
1 курс колледж	10 класс СОШ	0,89	16,92	H_0

Поскольку значение $\chi^2_{эмп} < \chi^2_{крит}$, то делаем вывод о том, что на уровне значимости 0,05 результаты тестирования во всех группах статистически не отличаются.

Таблица А.3

Расчет критерия χ^2 для сравнения распределения среднего балла в группах 2 курса колледжа и 1 курса вуза

Шкала мотива	Эмпирическая частота $f_э$	Теоретическая частота $f_т$	Эмпирическая частота $f_э$	Теоретическая частота $f_т$	$f_э - f_т$		$(f_э - f_т)^2$		$\frac{(f_э - f_т)^2}{f_т}$	
	1 курс	1 курс	4 курс	4 курс	1 курс	4 курс	1 курс	4 курс	1 курс	4 курс
1а	1,43	1,22	1,09	1,30	0,21	-0,21	0,05	0,05	0,04	0,03
1б	1,74	1,81	2	1,93	-0,07	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,87	1,70	1,64	1,81	0,17	-0,17	0,03	0,03	0,02	0,02
3	1,43	1,44	1,55	1,54	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
4	1,62	1,48	1,45	1,59	0,14	-0,14	0,02	0,02	0,01	0,01
5	1,57	1,37	1,27	1,47	0,20	-0,20	0,04	0,04	0,03	0,03
6	2,91	2,72	2,73	2,92	0,19	-0,19	0,03	0,03	0,01	0,01
7	1,61	1,79	2,09	1,91	-0,18	0,18	0,03	0,03	0,02	0,02
8	0,7	1,13	1,64	1,21	-0,43	0,43	0,18	0,18	0,16	0,15
9	1,26	1,49	1,82	1,59	-0,23	0,23	0,05	0,05	0,03	0,03
Суммы	16,14	16,14	17,28	17,28	0,00	0,00	–	–	**0,33**	**0,31**

Получаем эмпирическое значение критерия $\chi^2 = 0{,}64$.

Поскольку $\chi^2_{эмп} < \chi^2_{крит}$, то следует принять нулевую гипотезу: распределения средних баллов по различным видам мотивации по результатам тестовой методики в группах статистически не отличаются.

Приложение Б

Исследование мотивационной сферы с помощью методики Лукьяновой-Калининой

Инструкция. «Внимательно прочитай каждое неоконченное предложение и все варианты ответов к нему. Подчеркни два варианта ответов, которые совпадают с твоим собственным мнением».

I 1. Обучение в школе и знания необходимы мне для...

а) дальнейшей жизни;

б) поступления в вуз, дальнейшего образования;

в) моего общего развития, совершенствования;

г) будущей профессии;

д) ориентировки в обществе (вообще в жизни);

е) создания карьеры;

ж) получения стартовой квалификации и устройства на работу.

2. Я бы не учился, если бы...

а) не было школы;

б) не было необходимости в этом;

в) не поступление в вуз и будущая жизнь;

г) не чувствовал, что это надо;

д) не думал о том, что будет дальше.

3. Мне нравится, когда меня хвалят за...

а) знания;

б) успехи в учёбе;

в) хорошую успеваемость и хорошо сделанную работу;

г) способности и ум;

д) трудолюбие и работоспособность;

е) хорошие отметки.

II 4. Мне кажется, что цель моей жизни...

а) получить образование;

б) создать семью;

в) сделать карьеру;

г) в развитии и совершенствовании;

д) быть счастливым;

е) быть полезным;

ж) принять достойное участие в эволюционном процессе человечества;

з) пока не определена.

5. Моя цель на уроке...

а) получение информации;

б)получение знаний;

в) попытаться понять и усвоить как можно больше;

г) выбрать для себя необходимое;

д) внимательно слушать учителя;

е) получить хорошую отметку;

ж) пообщаться с друзьями.

6. При планировании своей работы, я...

а) обдумываю её, вникаю в условия;

б) сначала отдыхаю;

в) стараюсь сделать всё прилежно;

г) выполняю самое сложное сначала;

д) стараюсь сделать её побыстрей.

III 7. Самое интересное на уроке...

а) обсуждение интересного мне вопроса;

б) малоизвестные факты;

в) практика, выполнение заданий;

г) интересное сообщение учителя;

д) диалог, обсуждение, дискуссия;

е) получить отметку «5»;

ж) общение с друзьями.

8. Я изучаю материал добросовестно, если...

а) он мне очень интересен;

б) он мне нужен;

в) мне нужна хорошая отметка;

г) стараюсь всегда;

д) меня заставляют;

е) у меня хорошее настроение.

9. Мне нравится делать уроки, когда...

а) их мало и они не трудные;

б) когда я знаю, как их делать и у меня всё получается;

в) они мне потребуются;

г) они требуют усердия;

д) отдохну после уроков в школе и дополнительных занятий;

е) у меня есть настроение;

ж) материал или задание интересны;

з) всегда, так как это необходимо для глубоких знаний.

IV 10. Учиться лучше меня побуждает...

а) мысль о будущем;

б) конкуренция и мысли об аттестате;

в) совесть, чувство долга;

г) стремление получить высшее образование в престижном вузе;

д) ответственность;

е) родители (друзья) или учителя.

11.Я более активно работаю на уроках, если...

а) ожидаю одобрения окружающих;

б) мне интересна выполняемая работа;

в) мне нужна отметка;

г) хочу больше узнать;

д) хочу, чтоб меня заметили;

е) изучаемый материал мне нужен.

12. Хорошие отметки — это результат...

а) моего напряжённого труда;

б) труда учителя;

в) подготовленности и понимания темы;

г) везения;

д) добросовестного отношения к учёбе;

е) таланта или способностей.

V 13. Мой успех в выполнении заданий на уроке зависит от...

а) настроения и самочувствия;

б) понимания материала;

в) везения;

г) подготовки, прилагаемых усилий;

д) заинтересованности в хороших отметках;

е) внимания к объяснению учителя.

14. Я буду активным на уроке, если...

а) хорошо знаю тему и понимаю материал;

б) смогу справиться;

в) почти всегда;

г) не будут ругать за ошибку;

д) твёрдо уверен в своих успехах;

е) довольно часто.

15. Если какой-либо учебный материал мне не понятен (труден для меня), то я...

а) ничего не предпринимаю;

б) прибегаю к помощи других;

в) мирюсь с ситуацией;

г) стараюсь разобраться во что бы то ни стало;

д) надеюсь, что пойму потом;

е) вспоминаю объяснение учителя и просматриваю записи на уроке.

VI 16. Ошибившись в выполнении задания, я...

а) делаю его снова, исправляя ошибки;

б) теряюсь;

в) прошу помощи;

г) приношу извинения;

д) продолжаю думать над заданием;

е) бросаю это задание.

17. Если я не знаю, как выполнить какое-либо действие, то я...

а) обращаюсь за помощью;

б) бросаю его;

в) думаю и рассуждаю;

г) не выполняю его, потом списываю;

д) обращаюсь к учебнику;

е) огорчаюсь и откладываю его.

18. Мне не нравится выполнять задания, если они требуют...

а) большого умственного напряжения;

б) слишком лёгкие, не требуют усилий;

в) зубрёжки и выполнения по «шаблону»;

г) не требуют сообразительности (смекалки);

д) сложные и большие;

е) неинтересные, не требуют логического мышления.

Спасибо за ответы!

Сравним способность к целеполаганию. В качестве гипотез выдвинем утверждения: H_0 - уровень способности к целеполаганию в сравниваемых группах не различается, H_1 - уровень способности к целеполаганию в сравниваемых группах различается.

Таблица Б.1

Сравнение способности к целеполаганию

Сравниваемые группы	$t_{эмп}$	$t_{крит}$	Принимаемая гипотеза
1 курс колледж и 10 класс	3,7	2,02	H_1
2 курс колледж и 1 курс вуз	1,4	2,02	H_0

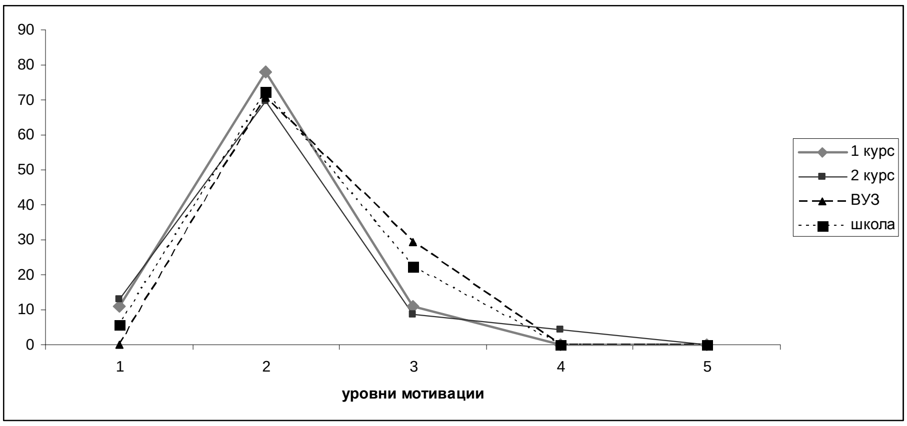
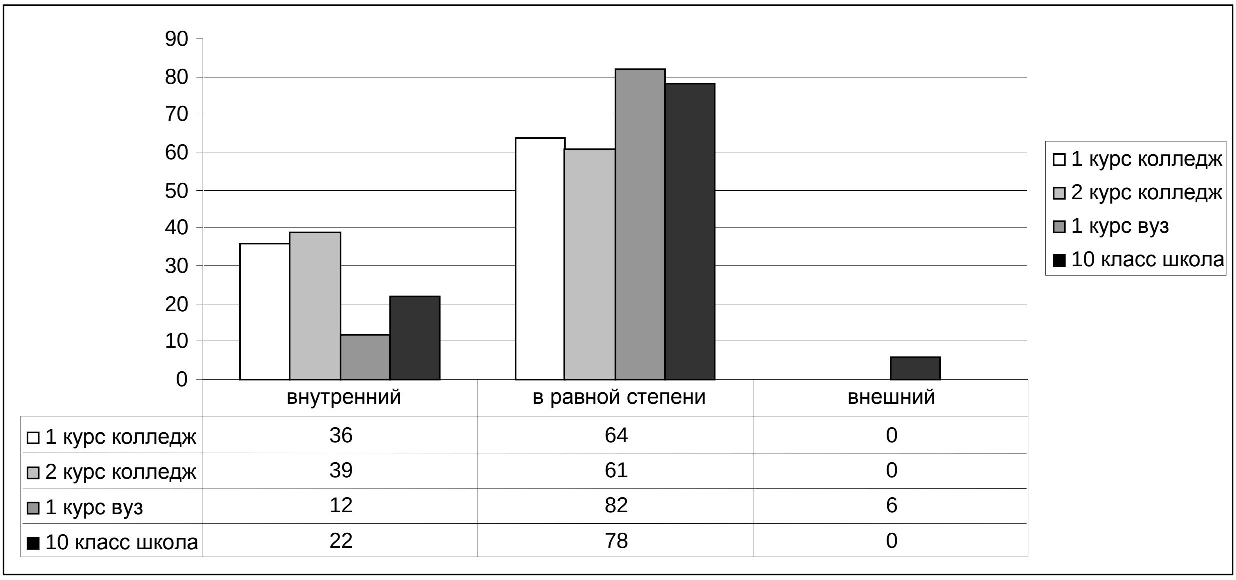
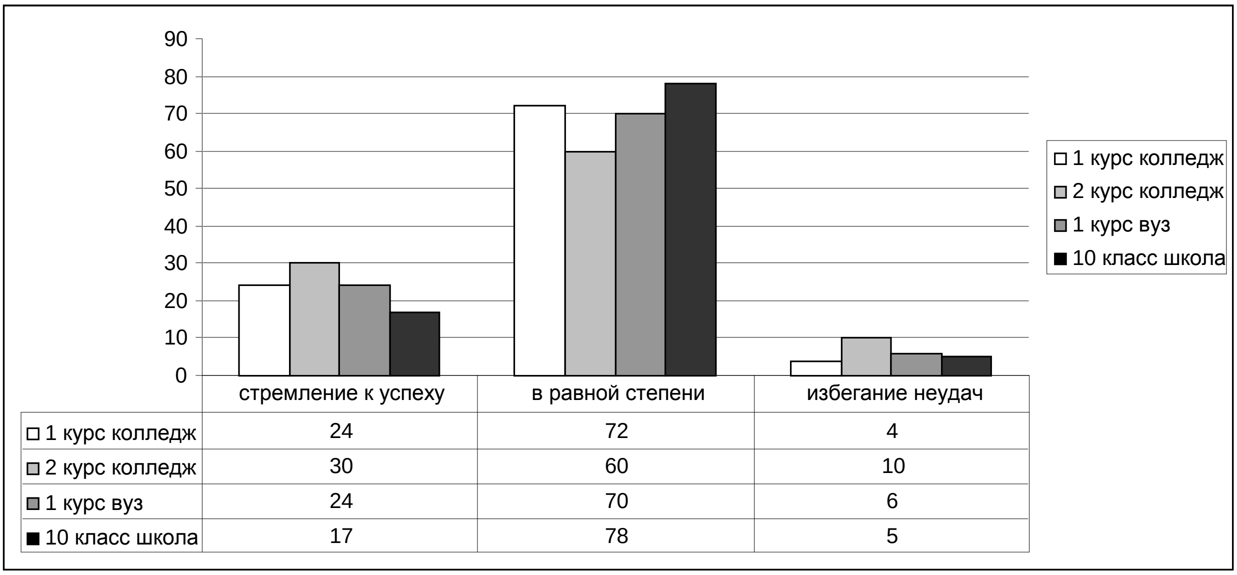


Рис. Б.1. Распределение относительного числа учащихся (в %) по уровням мотивации как способности к целеполаганию



	внутренний	в равной степени	внешний
1 курс колледж	36	64	0
2 курс колледж	39	61	0
1 курс вуз	12	82	6
10 класс школа	22	78	0

Рис. Б.2. Преобладание внутренней и внешней мотивации в разных группах учащихся (%)



	стремление к успеху	в равной степени	избегание неудач
1 курс колледж	24	72	4
2 курс колледж	30	60	10
1 курс вуз	24	70	6
10 класс школа	17	78	5

Рис.Б.3. Преобладание стремления к успеху или избегания неудач

На рис. Б.4 построена лепестковая диаграмма, на которой указаны распределения мотивов учащихся по видам мотивов. Условно обозначены У – учебный мотив; С – социальный мотив; П – позиционный мотив; О – оценочный мотив; И – игровой мотив; В – внешний мотив.

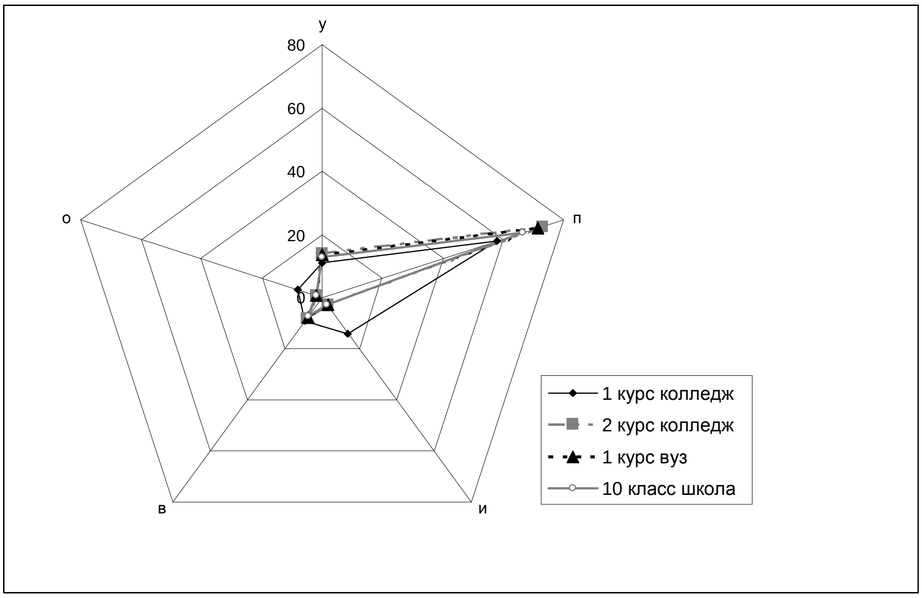


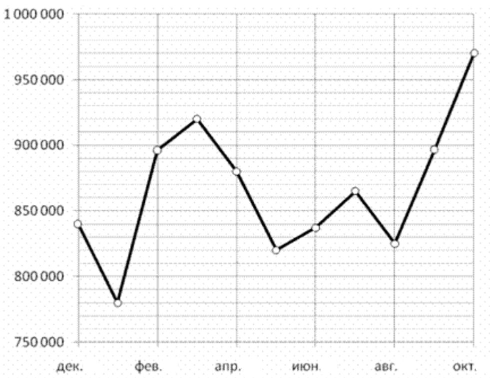
Рис. Б.4. Распределение мотивов по видам

Приложение В

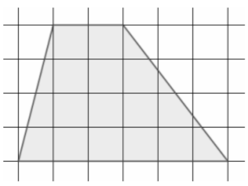
Исследование степени обученности студентов

Часть 1. Базовый уровень

1 При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Лёша хочет положить на счёт своего мобильного телефона не меньше 250 рублей. Какую минимальную сумму он должен положить в данный терминал?

2 

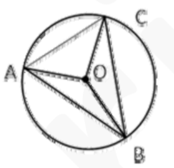
На рисунке жирными точками показана средняя дневная аудитория посетителей сайта Yax.ru с декабря 2014 по октябрь 2015 г. По горизонтали указаны месяцы, по вертикали количество человек, посетивших сайт хотя бы один раз в день (в среднем за все будние дни месяца). Для наглядности точки соединены линией. Определите по графику, сколько месяцев из указанного периода средняя дневная аудитория была больше 870000 человек.

3 

Каждая клетка имеет размер 1см × 1 см. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

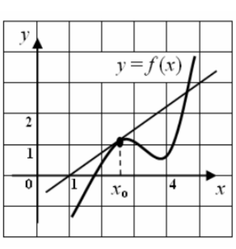
4 Вася загружает на свой компьютер из Интернета файл размером 30 Мб за 27 секунд. Петя загружает файл размером 28 Мб за 26 секунд, а Миша загружает файл размером 32 Мб за 29 секунд. Сколько секунд будет загружаться файл размером 390 Мб на компьютер с наибольшей скоростью загрузки?

5 Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 3x} = 2$

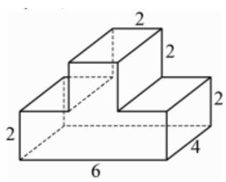
6 

Точка О – центр окружности $\angle$ BAO= 24^0, $\angle$ BCO = 26^0. Найдите величину большего из углов треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.

7 Найти значение выражения: $\dfrac{3\cos^2 17^0 - 3\sin^2 17^0}{2\sin 56^0}$

8 

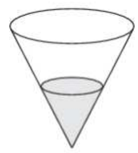
К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 проведена касательная. Определите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.

9 

Найдите объем детали, изображенной на рисунке. Все двугранные углы прямые.

10 Некоторый прибор состоит из трёх блоков. Если в работе одного из блоков происходит сбой, прибор отключается. Вероятность сбоя в течение года для первого блока составляет 0,2, для второго блока – 0,3, а для третьего блока – 0,1. Какова вероятность, что в течение года произойдёт хотя бы одно отключение данного прибора?

11 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы. Действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в Ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha\rho g r^3$, где $\alpha = 4{,}2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м^3 – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте g = 10 Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

12 

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень воды достигает половину высоты конуса. Объем налитой жидкости составляет 27 мл. Сколько миллилитров жидкости необходимо долить в сосуд, чтобы он стал полностью наполненным?

13 Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 25% цинка, а второй - 50% меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в 2 раза выше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого сплава и 300 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 28% цинка. Определите, сколько килограммов меди содержится в новом сплаве.

14 Найдите наибольшее значение функции $y = 3 + 27x - x^3$ на отрезке [-3; 3].

Часть 2. Повышенный уровень

15 а) Решите уравнение: $4\sin^2 x + 4\cos(\frac{\pi}{2} + x) = 3\sin\frac{\pi}{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$

16 В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра $AB = 8\sqrt{3}$ и $SC = 17$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M – точка пересечения медиан грани SBC.

17 Решите систему неравенств: $\begin{cases} 4^{x+2} - 257 \cdot 2^{x} + 16 \le 0 \\ 2\log_2 \dfrac{x+2}{x-4} + \log_2 (x-4)^2 \ge 2 \end{cases}$

Таблица В.1

Результаты выполнения контрольной работы различными группами учащихся

№	Тема	Количество учащихся, выполнивших правильно задание (в %)			
		1 курс, колледж	2 курс, колледж	1 курс, вуз	10 класс, школа
1	Простейшая текстовая задача	88	83	91	88
2	Чтение диаграммы	94	90	95	96
3	Вычисление площади фигуры	78	83	91	80
4	Выбор оптимального варианта	94	96	95	92
5	Иррациональное уравнение	88	81	91	88
6	Планиметрия, задача на вычисление углов в треугольнике	82	90	95	92
7	Вычисление значения тригонометрического выражения	47	60	82	80
8	Геометрический смысл производной	63	67	86	80
9	Стереометрия, прямоугольный параллелепипед	78	80	86	84
10	Теория вероятности	75	73	91	92
11	Стереометрия, тела вращения	63	63	77	64
12	Задача прикладного характера физического содержания	63	87	82	80
13	Текстовая задача на составление уравнения	31	27	59	64
14	Наименьшее значение функции	75	63	77	80
15	Тригонометрическое уравнение, отбор корней	16	17	50	40
16	Стереометрия, угол между плоскостями	6	10	59	48
17	Система неравенств	3	10	36	32

Таблица В.2

Расчет t-критерия Стьюдента для пары 1 курс колледж (В.1) и 10 класс школа (В.2)

№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	В.1	В.2	В.1	В.2	В.1	В.2
1	18	25	-4.28	2.17	18.3184	4.7089
2	23	21	0.72	-1.83	0.5184	3.3489
3	20	24	-2.28	1.17	5.1984	1.3689
4	17	20	-5.28	-2.83	27.8784	8.0089
5	26	25	3.72	2.17	13.8384	4.7089
6	22	23	-0.28	0.17	0.0784	0.0289
7	20	24	-2.28	1.17	5.1984	1.3689
8	25	25	2.72	2.17	7.3984	4.7089
9	25	24	2.72	1.17	7.3984	1.3689
10	21	23	-1.28	0.17	1.6384	0.0289
11	25	24	2.72	1.17	7.3984	1.3689
12	22	25	-0.28	2.17	0.0784	4.7089
13	19	20	-3.28	-2.83	10.7584	8.0089
14	25	21	2.72	-1.83	7.3984	3.3489
15	24	26	1.72	3.17	2.9584	10.0489
16	23	24	0.72	1.17	0.5184	1.3689
17	21	23	-1.28	0.17	1.6384	0.0289
18	25	22	2.72	-0.83	7.3984	0.6889
19	–	19	–	-3.83	–	14.6689
20	–	17	–	-5.83	–	33.9889
21	–	24	–	1.17	–	1.3689
22	–	21	–	-1.83	–	3.3489
23	–	25	–	2.17	–	4.7089
24	–	23	–	0.17	–	0.0289
Суммы:	401	548	-0.04	0.08	125.6112	117.3336
Среднее:	22.28	22.83	–	–	–	–

Результат: $t_{эмп} = 0{,}7$. Все расчеты произведены с помощью прикладного программного обеспечения [3].

Критические значения $t_{кр} = 2{,}02$ (при уровне значимости α=0,05).

Таблица В.3

Расчет t-критерия Стьюдента для пары 2 курс колледжа (В.3) и 1 курс вуза (В.4)

№	Выборки		Отклонения от среднего		Квадраты отклонений	
	В.3	В.4	В.3	В.4	В.3	В.4
1	23	21	-0.7	-0.65	0.49	0.4225
2	21	23	-2.7	1.35	7.29	1.8225
3	23	21	-0.7	-0.65	0.49	0.4225
4	27	20	3.3	-1.65	10.89	2.7225
5	24	18	0.3	-3.65	0.09	13.3225
6	24	25	0.3	3.35	0.09	11.2225
7	23	23	-0.7	1.35	0.49	1.8225
8	26	21	2.3	-0.65	5.29	0.4225
9	24	20	0.3	-1.65	0.09	2.7225
10	25	23	1.3	1.35	1.69	1.8225
11	25	23	1.3	1.35	1.69	1.8225
12	23	22	-0.7	0.35	0.49	0.1225
13	23	23	-0.7	1.35	0.49	1.8225
14	25	18	1.3	-3.65	1.69	13.3225
15	25	22	1.3	0.35	1.69	0.1225
16	24	24	0.3	2.35	0.09	5.5225
17	22	21	-1.7	-0.65	2.89	0.4225
18	24	–	0.3	–	0.09	–
19	20	–	-3.7	–	13.69	–
20	25	–	1.3	–	1.69	–
21	24	–	0.3	–	0.09	–
22	23	–	-0.7	–	0.49	–
23	22	–	-1.7	–	2.89	–
Суммы:	545	368	-0.1	-0.05	54.87	59.8825
Среднее:	23.7	21.65	–	–	–	–

Результат: $t_{эмп} = 3{,}7$.

Критические значения $t_{кр} = 2{,}02$ (при уровне значимости α = 0,05).

Проведем попарное сравнение результатов студентов колледжа и вуза, колледжа и учащимися школы. Формулируем рабочие гипотезы для каждой пары: H_0

– среднее число выполненных заданий по результатам контрольной работы в группах статистически не различаются. H_1 – среднее число выполненных заданий по результатам контрольной работы в группах статистически различно. В качестве исходных данных использовалась таблица, в которой указаны количества правильно решенных заданий учащимися различных групп. Для автоматизации расчетов был использован табличный процессор Microsoft Excel [29]. Поскольку сравниваются количества учащихся, правильно справившихся с заданиями, применим критерий Крамера-Уэлча [90].

Эмпирическое значение критерия будем вычислять по формуле:

$$T_{\text{эмп}} = \frac{\sqrt{M \cdot N}\left|\bar{x} - \bar{y}\right|}{\sqrt{M \cdot D_x + N \cdot D_y}},$$

где N, M – объемы выборок x и y, $\bar{x}$ и $\bar{y}$ - выборочные средние, D_x и D_y – дисперсии выборок.

В таблице В.4 представлены результаты расчетов промежуточных величин для вычисления критерия Крамера-Уэлча.

Таблица В.4

Промежуточные вычисления величин для вычисления критерия Крамера-Уэлча

	Объем выборки	Выборочные средние	Дисперсии
1 курс, колледж	32	10,72	8,76
2 курс, колледж	30	11,28	19,98
1 курс, вуз	22	15,23	7,99
10 класс, школа	30	14,37	6,90

Критическое значений критерия $T_{крит}$ на уровне значимости 0,05 определяем по таблице [90] $T_{\text{крит}} = 1{,}96$. Результаты статистической обработки представлены в таблице В.5.

Таблица В.5

Результаты статистической обработки результатов теста

Группы учащихся		$T_{эмп}$	$T_{\text{крит}}$	Принимаемая гипотеза
2 курс, колледж	1 курс, вуз	3,64	1,96	H_1
1 курс, колледж	10 класс	5,12	1,96	H_1

Поскольку для обеих пар значение $T_{эмп} > \text{Т}_{\text{крит}}$, то делаем вывод о том, что на уровне значимости 0,05 результаты контрольной работы для каждой из пар статистически различны.

Приложение Г

Исследование способностей обучающихся мыслить математическими аналогиями по методике Дружинина

Тест математических аналогий (ТМА) – вариант 1.

1. Найдите неизвестное число:

	$5x-1=3x+3$	
СИНУС	$7x+6=8x+2$	25
КУБ	$6x-2=16$	81
РОМБ		?

2. Найдите неизвестное число:

$В \times Д - Ж = 8$

$Д + Б + А - В = ?$

3. Из данных уравнений исключите одно:

$2x+1=11$

$x^2-3x-10=0$

5

$\frac{3x}{2}=\frac{15}{2}$

$x-5=10$

4. Найдите неизвестное число:

$\frac{4+x}{x}=\frac{3}{2}$ — 64

$3x-8=13$ — ?

5. Найдите неизвестную букву:

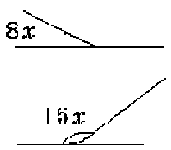
$3x+11=x+23$ — Е

$5x-7=13$ — ?

6. Найдите неизвестное число:

$5x-3=42$

$5+3x=26$



108^0

?

7. Найдите неизвестное число:

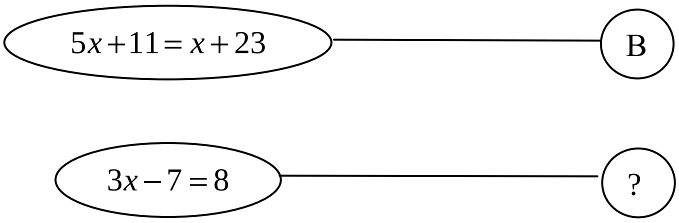
$15-4a$	$3x+1=15$	-1
$5a-4$	$8-3x=2$	?

8. Найдите пропущенное число:

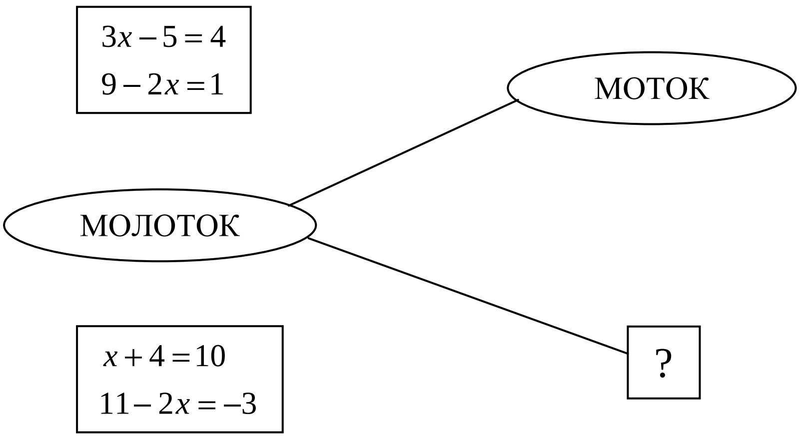
$5x-2=3$	$3x-4=2$	$9x+8=35$	$6x-3=21$
1	8	27	?

9. Найдите неизвестную букву:

А Б В Г Д Е Ё Ж З



10. Найдите неизвестное число:



В таблице Г.1 представлено распределение в группах по количеству учащихся, выполнивших правильно данное количество заданий.

Таблица Г.1

Распределение количества учащихся по числу правильно выполненных заданий

	1 курс	2 курс	10 класс	1 курс ВУЗ
0	0	1	0	0
1	8	2	0	0
2	5	5	1	0
3	6	3	6	4
4	6	3	6	1
5	4	3	9	4
6	1	1	3	5
7	3	3	4	6
8	1	1	1	2
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Как видно из полученных данных, уровень развития математических способностей студентов колледжа ниже, чем у учащихся 10 класса школы и студентов вуза. Проверим это утверждение статистическими методами.

Воспользуемся критерием Манна-Уитни.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Уровень математических способностей учащихся 10 класса *не выше* уровня математических способностей студентов 1 курса.

H_1: Уровень математических способностей учащихся 10 класса *выше* уровня математических способностей студентов 1 курса.

Проранжируем все значения числа правильно решенных заданий учащимися 1 курса колледжа и 10 класса средней школы так, как если бы они принадлежали одной выборке.

Таблица Г.2

Статистическая обработка результатов ТМА

Студенты 1 курса колледжа ($n_1 = 34$)		Учащиеся 10 класса школы ($n_2 = 30$)	
Число правильно решенных заданий	Ранг	Число правильно решенных заданий	Ранг
1	**2**	**3**	**4**
8	63,5	8	63,5
7	59	7	59
7	59	7	59
7	59	7	59
		7	59
6	53,5	6	53,5
		6	53,5
		6	53,5
5	45	5	45
5	45	5	45
5	45	5	45
5	45	5	45
		5	45
		5	45
		5	45
		5	45
		5	45
4	32,5	4	32,5
4	32,5	4	32,5
4	32,5	4	32,5
4	32,5	4	32,5
4	32,5	4	32,5
4	32,5	4	32,5
3	20,5	3	20,5
3	20,5	3	20,5
3	20,5	3	20,5
3	20,5	3	20,5
3	20,5	3	20,5
3	20,5	3	20,5

Продолжение таблицы Г.2

1	2	3	4
2	11,5	2	11,5
2	11,5		
2	11,5		
2	11,5		
2	11,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
1	4,5		
Сумма	885,5		1194,5

Общая сумма рангов: $885{,}5 + 1194{,}5 = 2080$.

Расчетная сумма рангов: $\frac{64 \cdot 65}{2} = 2080$.

Итак, общая сумма рангов совпадает с расчетной суммой рангов.

Определим эмпирическое значение U по следующей формуле:

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_{m \cdot}(n_m + 1)}{2} - R_m,$$

где n_1 – количество испытуемых в выборке 1,

n_2 – количество испытуемых в выборке 2,

n_m – количество испытуемых в выборке с большей суммой рангов,

R_m – большая из двух ранговых сумм.

Следовательно, $U = 34 \cdot 30 + \frac{34 \cdot 35}{2} - 1194{,}5 = 420{,}5$.

Поскольку в нашем случае $n_1 \neq n_2$, подсчитаем эмпирическую величину критерия U и для второй ранговой суммы:

$$U = 34 \cdot 30 + \frac{30 \cdot 31}{2} - 885{,}5 = 174{,}5$$

Для сопоставления с критическим значением выбираем меньшую из двух вычисленных величин: $U_{эмп}$ = 174,5.

Определим критические значения критерия U по таблице [90]: $U_{кр} = 223$, (p=0,05).

Итак, $U_{эмп} < U_{кр\ 0,05}$. Следовательно, принимается гипотеза H_1 при уровне значимости 0,05. Таким образом, наше предположение о превышении уровня математических способностей у учащихся 10 класса по сравнению со студентами 1 курса колледжа статистически подтвердилось.

Проверим предположение о том, что уровень математических способностей у студентов вуза выше, чем у студентов 2 курса колледжа.

Сформулируем гипотезы.

H_0: Уровень математических способностей студентов 1 курса вуза *не выше* уровня математических способностей студентов 2 курса.

H_1: Уровень математических способностей студентов 1 курса вуза *выше* уровня математических способностей студентов 2 курса.

Проранжируем все значения числа правильно решенных заданий учащимися 2 курса колледжа и 1 курса вуза так, как если бы они принадлежали одной выборке.

Таблица Г.3

Статистическая обработка результатов ТМА

Студенты 2 курса колледжа ($n_1 = 22$)		Студенты 1 курса РГАТУ ($n_2 = 22$)	
Число правильно решенных заданий	Ранг	Число правильно решенных заданий	Ранг
1	**2**	**3**	**4**
8	43	8	43
		8	43
7	37	7	37
7	37	7	37
7	37	7	37
		7	37
		7	37

Продолжение таблицы Г.3

1	2	3	4
		7	37
6	29,5	6	29,5
		6	29,5
		6	29,5
		6	29,5
		6	29,5
5	23	5	23
5	23	5	23
5	23	5	23
		5	23
4	17,5	4	17,5
4	17,5		
4	17,5		
3	12	3	12
3	12	3	12
3	12	3	12
		3	12
2	6		
2	6		
2	6		
2	6		
2	6		
1	2,5		
1	2,5		
0	1		
Сумма	377		613

Общая сумма рангов: $377 + 613 = 990$.

Расчетная сумма рангов: $\frac{44 \cdot 45}{2} = 990$.

Итак, общая сумма рангов совпадает с расчетной суммой рангов.

Определим эмпирическое значение U по следующей формуле:

$$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_{m\cdot}(n_m + 1)}{2} - R_m,$$

где n_1 – количество испытуемых в выборке 1,

n_2 – количество испытуемых в выборке 2,

n_m – количество испытуемых в выборке с большей суммой рангов,

R_m – большая из двух ранговых сумм.

Следовательно, $U = 22 \cdot 22 + \frac{22 \cdot 23}{2} - 613 = 124$.

Подсчитаем эмпирическую величину критерия U и для второй ранговой суммы:

$$U = 22 \cdot 30 + \frac{22 \cdot 23}{2} - 377 = 536.$$

Для сопоставления с критическим значением выбираем меньшую из двух вычисленных величин: $U_{эмп} = 124$.

Определим критические значения критерия U по таблице [90]:

$U_{кр} = 166$ (p=0,05)

Итак, $U_{эмп} < U_{кр\ 0,05.}$ Следовательно, гипотеза H_0 отвергается, принимается гипотеза H_1 при уровне значимости 0,05. Таким образом, наше предположение о превышении уровня математических способностей у студентов 1 курса вуза по сравнению со студентами 2 курса колледжа статистически подтвердилось.

Приложение Д

Графы соответствия различных типов и описание межпредметных связей

Граф соответствия I типа

Составлен на примере специальности «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования»

Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень некоторых разделов курса математики, изучаемых в колледже.

$\boldsymbol{M_1}$ – Векторная алгебра.

$\boldsymbol{M_2}$ – Линейная алгебра.

$\boldsymbol{M_3}$ – Решение треугольников.

$\boldsymbol{M_4}$ – Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_5}$ – Интегральное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_6}$ – Кривые второго порядка, конические сечения.

$\boldsymbol{M_7}$ – Стандартный вид числа.

$\boldsymbol{M_8}$ – Элементы математической статистики.

$\boldsymbol{M_9}$ – Стереометрия.

$\boldsymbol{M_{10}}$ – Процент числа.

Второй ряд объектов – перечень профессиональных дисциплин и междисциплинарных курсов, изучаемых на специальности, при изучении которых необходимы математические знания.

$\boldsymbol{S_1}$ – Инженерная графика.

$\boldsymbol{S_2}$ – Техническая механика.

$\boldsymbol{S_3}$ – Материаловедение.

$\boldsymbol{S_4}$ – Метрология, стандартизация и сертификация.

$\boldsymbol{S_5}$ – Процессы формообразования и инструменты.

$\boldsymbol{S_6}$ – Технологическое оборудование.

Таблица Д.1

Граф соответствия I типа

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
M_1		C_{12}			C_{15}	
M_2		C_{22}				
M_3		C_{32}				
M_4		C_{42}				
M_5		C_{52}				
M_6		C_{62}				
M_7						C_{76}
M_8				C_{84}		
M_9	C_{91}				C_{95}	
M_{10}			$C_{10\text{-}3}$		$C_{10\text{-}5}$	

Связь C_{91}: при изучении правил построения проекций и сечений необходимы знания основных аксиом стереометрии, следствий из них, признаков параллельности прямой и плоскости, плоскостей.

Связь C_{12}: при *нахождении геометрической суммы сил, приложенной к телу*, применяются знания о способах сложения векторов и о свойствах операции сложения векторов. При изучении правила «силового треугольника» применяются знания о правиле многоугольника для сложения нескольких сил. *Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам*. Задача разложения силы на две составляющие силы, приложенные к той же точке, решается по правилу параллелограмма.

Связь C_{22}: *условие равновесия плоской системы сходящихся сил*. При аналитическом решении задачи о составлении условия равновесия плоской системы сходящихся сил потребуются знания о способах решения систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Связь C_{32}: *нахождение модуля и направления равнодействующей сил*. Для нахождения модуля равнодействующей двух сил учащиеся пользуются теоремой косинусов, для нахождения направления – теоремой синусов.

Связь C_{42}: *задача о мгновенной скорости*. При решении задачи о линейной скорости применяются знания о способах вычисления пределов. При *нахождении скорости и ускорения точки,* движение которой задано естественным образом (как уравнение зависимости координаты тела от времени), потребуются знания таблицы производных основных элементарных функций и правил дифференцирования.

Связь C_{52}: при изучении темы «*Координаты центра тяжести*» для нахождения координат центра тяжести необходимы знания о способах вычисления определенного интеграла. Методом интегралов учащиеся выводят формулы для нахождения координат центров тяжести фигур особого вида: дуги окружности, треугольника, кругового сектора, параболического треугольника, пирамиды. При нахождении *перемещения точки* применяются знания о способах вычисления определенного интеграла. При графическом способе задания скорости движения применяется правило нахождения площади криволинейной трапеции. При вычислении *работы переменной силы* на участке траектории вычисляется определенный интеграл. При нахождении *момента инерции* требуются знания о способах вычисления определенного интеграла. При решении задачи о кручении круглого прямого бруса возникает необходимость вычисления *полярного момента* инерции. Для этого используется определенный интеграл. *Моменты инерции сечений* также вычисляется с помощью определенного интеграла. При *вычислении линейных и угловых перемещений* при изгибах применяется определенный интеграл.

Связь C_{62}: при решении задач на нахождение сил трения, потребуется знания о способах вычисления геометрических величин, характеризующих элементы конуса.

Связь $C_{10\text{-}3}$: при вычислении процентного содержания чистого вещества в различных сплавах необходимы знания о процентах.

Связь C_{84}: при проведении измерений учащимся требуются знания по теории погрешностей и статистической обработке серии измерений.

Связь $C_{10\text{-}5}$: при изучении темы «Инструменты и материалы» применяются знания о проценте.

Связь C_{95}: при изучении темы *«Точение и строгание»* применяются знания из стереометрии о двугранном угле, угле между прямой и плоскостью.

Связь C_{15}: при изучении темы *«Точение и строгание»* и *«Сверление»* применяются знание о сложении сил, разложении вектора на сумму неколлинеарных векторов.

Связь C_{76}: при выполнении расчетов при изучении цикла дисциплин и междисциплинарных курсов применяются знания о стандартном виде числа и правилах выполнения действий с ними, правила разрешения уравнения относительно неизвестного.

Граф соответствия II типа

Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень разделов курса математики, изучаемых в колледже.

$\boldsymbol{M_1}$ – Векторная алгебра.

$\boldsymbol{M_2}$ – Линейная алгебра.

$\boldsymbol{M_3}$ – Комплексные числа.

$\boldsymbol{M_4}$ – Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_5}$ – Интегральное исчисление функции одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_6}$ – Преобразования графиков функций.

$\boldsymbol{M_7}$ – Теория погрешностей.

$\boldsymbol{M_8}$ – Алгебра логики.

Второй ряд объектов S_i представляет собой перечень важных теоретических вопросов, изучаемых в дисциплине «Электротехника» [25, 154], при изучении которых необходимы знания теоретических положений из дисциплины «Математика» .

$\boldsymbol{S_1}$ – Расчет электрических цепей постоянного тока. Законы Ома и Кирхгофа

$\boldsymbol{S_2}$ – Электромагнитная индукция.

$\boldsymbol{S_3}$ – Расчет электрических цепей переменного тока.

$\boldsymbol{S_4}$ – Электроизмерительные приборы и измерения.

$\boldsymbol{S_5}$ – Трансформаторы.

$\boldsymbol{S_6}$ – Электрические машины.

$\boldsymbol{S_7}$ – Полупроводниковые приборы.

Таблица Д.2

Граф соответствия II типа

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
M_1			C_{13}		C_{15}	C_{16}	
M_2	C_{21}						
M_3			C_{33}		C_{35}	C_{36}	
M_4		C_{42}			C_{45}		
M_5			C_{53}				
M_6			C_{63}				C_{67}
M_7				C_{74}			
M_8							C_{87}

Опишем взаимосвязи C_{ij}, которые существуют между соответствующими объектами. Для этого приведем перечень важных вопросов, решаемых в процессе изучения спецдисциплины «Электротехника», и покажем, какие знания из различных разделов математики необходимы студентам при изучении этих вопросов.

Связи C_{13}, C_{15}, C_{16}: при построении векторных диаграмм последовательных и параллельных *RLC*-цепей требуются знания о линейных операциях с векторами, причем как в геометрическом, так и в координатном виде. Эти же знания требуются при построении векторных диаграмм при анализе работы трансформатора синхронного генератора .

Связь C_{21}: при расчете характеристик цепей постоянного тока требуются знания о методах решения систем линейных уравнений с несколькими переменными.

Связи C_{33}, C_{35}, C_{36}: при расчете характеристик переменного синусоидального тока требуются знания о представлении комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной форме, переводе из одной формы в другую, выполнении действий с комплексными числами, записанными в различной форме. Эти же знания требуются при расчете характеристик трансформатора и асинхронного двигателя.

***Связи** C_{42}**, **C_{45}*: при нахождении значения ЭДС индукции по закону Фарадея в общем случае и расчете характеристик трансформатора требуется знание определения производной и методов дифференцирования.

***Связь** C_{53}*: при расчете действующего и среднего значения переменного тока требуются знания о методах вычисления определенного интеграла.

***Связи** C_{63}**, **C_{67}*: при построении графиков характеристик переменного тока и полупроводниковых приборов требуются знания о преобразованиях графиков функции (сдвиг, деформация, отображение).

***Связь** C_{74}*: при расчете погрешностей показаний электроизмерительных приборов требуются знания о методах вычисления абсолютной и относительной погрешности.

***Связь** C_{87}*: при нахождении характеристик простейших логических устройств требуются знания о составлении таблицы истинности логических операций, формулах алгебры логики.

Граф соответствия III типа

Связи между методами решения математических задач с одной из учебной дисциплин. В качестве дисциплины рассмотрим предмет «Теоретическая механика».

Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень некоторых разделов курса математики, изучаемых в колледже.

M_1 – Векторная алгебра.

M_2 – Линейная алгебра.

M_3 - Решение треугольников.

M_4 – Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного.

M_5 – Интегральное исчисление функции одного действительного переменного.

M_6 – Кривые второго порядка, конические сечения.

Второй ряд объектов S_i представляет собой перечень тем, изучаемых в дисциплине «Техническая механика», при изучении которых возникают задачи, решаемые математическими методами.

$\boldsymbol{S_1}$ – Статика.

$\boldsymbol{S_2}$ – Кинематика.

$\boldsymbol{S_3}$ – Динамика.

$\boldsymbol{S_4}$ – Сопротивление материалов.

Таблица Д.3

Граф соответствия III типа

	$\boldsymbol{S_1}$	$\boldsymbol{S_2}$	$\boldsymbol{S_3}$	$\boldsymbol{S_4}$
$\boldsymbol{M_1}$	$\boldsymbol{C_{11}}$			
$\boldsymbol{M_2}$	$\boldsymbol{C_{21}}$			
$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{C_{31}}$			
$\boldsymbol{M_4}$		$\boldsymbol{C_{42}}$		
$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{C_{51}}$	$\boldsymbol{C_{52}}$	$\boldsymbol{C_{53}}$	$\boldsymbol{C_{54}}$
$\boldsymbol{M_6}$	$\boldsymbol{C_{61}}$			

Опишем взаимосвязи C_{ij}, которые существуют между соответствующими объектами. Для этого приведем перечень тем и возникающих в рамках изучения темы практических задач, решаемых в процессе изучения спецдисциплин «Техническая механика» и покажем, какие умения из различных разделов математики необходимы студентам при решении этих задач.

Связь $\boldsymbol{C_{11}}$: нахождение геометрической суммы сил, приложенной к телу. Студент должен уметь складывать векторы правилом параллелограмма и правилом треугольника. Правило «силового треугольника» – правило многоугольника для сложения нескольких сил. *Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам*. Задачу разложения силы на две составляющие, приложенные к той же точке, решается по правилу параллелограмма.

Связь $\boldsymbol{C_{21}}$**:** условие равновесия плоской системы сходящихся сил. При аналитическом решении задачи о составлении условия равновесия плоской системы сходящихся сил студентам необходимо применить умение решать систему линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Связь C_{31}: нахождение модуля и направления равнодействующей сил. Для нахождения модуля равнодействующей двух сил учащиеся пользуются теоремой косинусов, для нахождения направления – теоремой синусов.

Связь C_{51}: координаты центра тяжести. При нахождении координат центра тяжести применяется умение вычислять определенные интегралы. Методом интегралов учащиеся выводят формулы для нахождения координат центров тяжести фигур особого вида: дуги окружности, треугольника, кругового сектора, параболического треугольника, пирамиды.

Связь C_{61}: конус трения. При решении задач на нахождение сил трения потребуется умение находить элементы конуса.

Связь C_{42}: задача о мгновенной скорости. При решении задачи о мгновенной скорости учащимся потребуется умение вычислять пределы. *Нахождение скорости и ускорения точки*. При нахождении скорости и ускорения точки, движение которой задано естественным образом (как уравнение зависимости координаты тела от времени) учащиеся применяют правила дифференцирования.

Связь C_{52}: нахождение перемещения точки. При нахождении перемещения точки применяется умение вычислять определенный интеграл. При графическом способе задания скорости движения применяется правило нахождения площади криволинейной трапеции.

Связь C_{53}: работа переменной силы на криволинейном пути. При вычислении работы переменной силы на участке траектории вычисляется определенный интеграл. *Момент инерции*. При нахождении момента инерции требуется умение вычислять определенный интеграл.

Связь C_{54}: полярный момент инерции. При решении задачи о кручении круглого прямого бруса возникает необходимость вычисления полярного момента инерции. Для этого используется определенный интеграл. *Моменты инерции сечений* также вычисляется с помощью определенного интеграла. При вычислении линейных и угловых перемещений при изгибах применяется определенный интеграл.

Граф соответствия IV типа

Связь математических методов решения задач со спецдисциплинами специальности «Компьютерные сети».

Первый ряд объектов M_i представляет собой перечень разделов курса математики, изучаемых в колледже.

$\boldsymbol{M_1}$ – Действия с матрицами.

$\boldsymbol{M_2}$ – Системы линейных уравнений.

$\boldsymbol{M_3}$ – Векторная алгебра.

$\boldsymbol{M_4}$ – Аналитическая геометрия.

$\boldsymbol{M_5}$ – Комплексные числа.

$\boldsymbol{M_6}$ – Дифференциальное исчисление функций одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_7}$ – Интегральное исчисление функций одного действительного переменного.

$\boldsymbol{M_8}$ – Теория рядов.

$\boldsymbol{M_9}$ – Вероятность случайных событий.

$\boldsymbol{M_{10}}$ – Математическая статистика.

$\boldsymbol{M_{11}}$ – Алгебра логики.

Второй ряд объектов S_i состоит из перечня спецдисциплин и решаемых в них типичных профессиональных задач.

$\boldsymbol{S_1}$ – Электротехника: расчет электрических цепей постоянного тока.

$\boldsymbol{S_2}$ – Электротехника: расчет электрических цепей переменного тока.

$\boldsymbol{S_3}$ – Электротехника: расчет характеристик постоянного электрического тока.

$\boldsymbol{S_4}$ – Электротехника: расчет количества электричества, протекающего через цепь.

$\boldsymbol{S_5}$ – Электротехника: расчет надежности электрической цепи.

S₆ – Электротехнические измерения: статистическая обработка результатов измерений.

S_7 – Основы программирования: программирование графических объектов.

S_8 – Основы программирования: программирование с помощью циклов различного типа.

S_9 – Микросхемотехника: расчет логических функций и функциональных схем.

S_{10} – Теория передачи информации: расчет помехоустойчивости при передаче информации.

S_{11} – Проектирование компьютерных сетей: расчет параметров компьютерной сети.

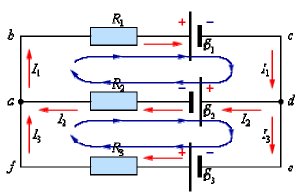
Граф соответствия между рядами объектов представлен в таблице Д.4.

Таблица Д.4

Граф соответствия IV типа

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}
M_1	C_{11}										
M_2	C_{21}										
M_3		C_{32}					C_{37}				
M_4							C_{47}				
M_5		C_{52}									
M_6			C_{63}								
M_7				C_{74}							
M_8								C_{88}			
M_9					C_{95}					$C_{9,10}$	$C_{9,11}$
M_{10}						$C_{10,6}$					$C_{10,11}$
M_{11}									$C_{11,9}$		

Связи C_{11}, C_{21}. Рассчитать токи и напряжения в цепи, изображенной на рисунке, если известны следующие данные



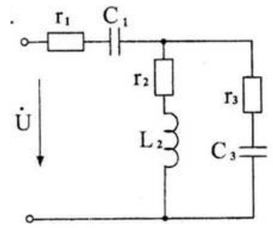
$$R_1 = 10\,\text{Ом},\ R_2 = 20\,\text{Ом},\ R_3 = 15\,\text{Ом},\ \varepsilon_1 = 6\,\text{В},\ \varepsilon_2 = 5\,\text{В},\ \varepsilon_3 = 4\,\text{В}.$$

Указания к решению. Воспользовавшись правилами Кирхгофа, получим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 10I_1 + 20I_2 = -11 \\ 15I_3 - 20I_2 = 9 \\ -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{cases}.$$

Далее полученная система решается либо методом Гаусса, либо методом обратной матрицы, либо по формулам Крамера.

Связи C_{32}, C_{52}. В электрической цепи однофазного синусоидального тока определить полное сопротивление электрической цеп и. Исходные данные для расчетов:



U = 127 В, r_1 = 15 Ом, C_1 = 60 мкФ, r_2 = 10 Ом, L_2 = 80 мГн, r_3 = 15 Ом , C_3 = 90 мкФ.

Указания к решению. При решении задачи каждое сопротивление представляется в виде комплексного числа в алгебраической форме, которое затем переводится в показательную форму:

$$Z_1 = r_1 - jX_{C1} = 15 - 53{,}1\mathrm{j} = 55{,}2\mathrm{e}^{-74{,}22\mathrm{j}} \text{ (Ом)}$$

$$Z_2 = r_1 + jX_{L2} = 10 + 25{,}12\mathrm{j} = 27{,}04\mathrm{e}^{68{,}3\mathrm{j}} \text{ (Ом)}$$

$$Z_3 = r_3 - jX_{C3} = 15 - 35{,}4\mathrm{j} = 38{,}45\mathrm{e}^{-67{,}04\mathrm{j}} \text{ (Ом)}.$$

Для определения полного сопротивления необходимо воспользоваться формулой $Z = Z_1 + \dfrac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$. Это означает, что придется выполнить целую серию арифметических действий в разных формах и серию переводов из одной формы в другую: сложить числа в знаменателе в алгебраической форме и перевести результат в показательную форму, затем выполнить умножение и деление в показательной форме и перевести результат в алгебраическую форму, затем сложить в алгебраической форме первое сопротивление и полученную дробь и перевести результат в показательную форму.

Связь C_{63}. Источник напряжения с ЭДС ε = 200 В и внутренним сопротивлением *r* =100 Ом замкнут на реостат. При каком токе мощность во внешней цепи будет максимальной?

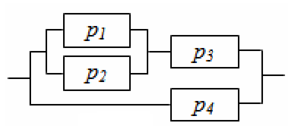
Указания к решению. Мощность во внешней цепи равна $P = U \cdot I$, применяя закон Ома для полной цепи, получим $P = \varepsilon \cdot I - I^2 \cdot r$. Далее полученная функция исследуется на экстремум либо методами дифференциального исчисления, либо методами элементарной математики.

Связь C_{74}. Вычислить количество электричества, протекающее через цепь за промежуток времени [0,01; 1], если ток изменяется по формуле $I(t) = 0{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. За элементарный промежуток времени протекает количество электричества $dq = I(t)dt$. Значит, общее количество электричества равно

$$q = \int_{0,01}^{1} 0{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)dt = 0{,}5\frac{1}{100\pi}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\Bigg|_{0,01}^{1} = \frac{1}{200\pi}\text{(Кл)}.$$

Связь C_{95}. Пусть заданы надежности работы элементов электрической цепи: $p_1=0{,}8$, $p_2=0{,}7$, $p_3=0{,}6$, $p_4=0{,}5$. Элементы отказывают независимо друг от друга. Найти надежность схемы, приведенной на рисунке.



Решение. При решении задачи воспользуемся теоремами сложения и умножения вероятности. Получим, что вероятность безотказной работы цепи вычисляется по формуле $p = 1 - ((1 - (p_3 - p_3(1 - p_1)(1 - p_2)))(1 - p_4))$, что после упрощения дает результат $p = p_1p_2p_3p_4 - p_1p_2p_3 - p_2p_3p_4 - p_1p_3p_4 + p_1p_3 + p_2p_3$, а после подстановки численных данных ответ $p = 0{,}522$.

Связь $C_{10,6}$. Многократные независимые равноточные измерения ряда параметров электрических сигналов дали результаты, представленные в таблице. Определить доверительный интервал, между границами которого с доверительной вероятностью p=0,99 находится истинное значение данного параметра, а также относительную квадратичную погрешность результата измерения.

Амплитуда импульса, кВ	0,113; 0,115; 0,118; 0,114; 0,116; 0,117; 0,118; 0,112; 0,116; 0,117; 0,110; 0,112; 0,115; 0,117; 0,116; 0,118; 0,112; 0,115

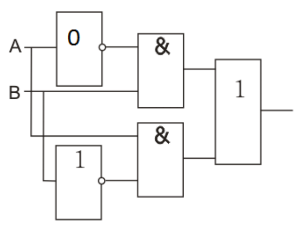
Указания к решению. При решении данной задачи необходимо воспользоваться методами математической статистики и вычислить среднее значение величины, точечную оценку среднего квадратичного отклонения, оценку среднего квадратичного отклонения для выборочной средней. По полученным данным определить коэффициент Стьюдента, с учетом надежности и вычислить величину доверительного интервала.

Связи C_{37}, C_{47}. Известны координаты точки и вершин треугольника. Определить, лежит ли точка внутри, на границе или вне этого треугольника, если дана точка К(-2;5) и вершины треугольника А(2;3), В(-1;7), С(4;-3).

Указания к решению. Для ответа на вопрос необходимо воспользоваться псевдоскалярным произведением векторов $\vec{a}\{a_1;a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1;b_2\}$, вычисляемым по формуле $\vec{a}\wedge\vec{b}=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$. Вычислим величины псевдоскалярных произведений $\overrightarrow{AK}\wedge\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BK}\wedge\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CK}\wedge\overrightarrow{CA}$. Если все произведения имеют одинаковый знак, то точка лежит внутри треугольника. Если произведения разных знаков, то точка лежит вне треугольника. Если одно из них равно нулю, то точка лежит на соответствующей стороне, причем если при этом два других произведения одного знака, то внутри треугольника, если разного – снаружи. И, наконец, если два произведения равны нулю, то точка совпадает с одной из вершин треугольника.

Связь C_{88}. Используя разложение в ряд Тейлора, составить программу для нахождения значения $\sin x$ с заданной точностью ε.

Указания к решению. Разложим функцию $\sin x$ в ряд Тейлора: $\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+o(x^{2n})$. С помощью цикла высчитываем значение суммы одного, двух, трех и т.д. членов ряда, проверяя на каждом шаге условие $\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}\geq\varepsilon$. Если условие выполнено, то высчитывается следующий член ряда и соответствующая сумма; если условие не выполнено, то вычисления заканчивается и результат выводится на экран.

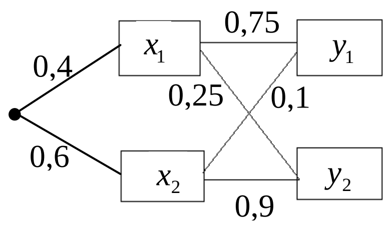


Связь $C_{11,9}$. Составить логическую функцию по функциональной схеме, представленной на рисунке, и определить сигнал на выходе, если А=0, В=1.

Указания к решению. При составлении логической функции пользуемся соответствием между логическими элементами схемами и логическими операциями. Получаем формулу алгебры логики и вычисляем ее значение при заданных значениях переменной.

Связь $C_{9,10}$. Пропускная способность канала связи в системах связи зависит от появления ошибки внутри канала. На вход канала могут подаваться два сигнала x_1 и x_2, на выходе принимаются соответственно y_1 и y_2. 40 % времени канал занят передачей сигнала x_1 и 60% времени – сигнала x_2. Вероятность безошибочной передачи сигнала x_1 как y_1 равна 0,75. Вероятность того, что входной сигнал x_1 будет ошибочно принят как y_2, равна 0,25. Аналогично, вероятность того, что сигнал, первоначально переданный как x_2, будет принят, как y_2 и y_1 равна соответственно 0,9 и 0,1. При заданных условиях получен выходной сигнал y_1. Какова вероятность того, что исходный сигнал был x_1?

Указания к решению. При решении задачи составим граф. Искомая вероятность вычисляется по формуле Байеса.



Связи $C_{9,11}$, $C_{10,11}$. Определите, сколько персональных компьютеров следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка (в процентах к среднему сроку службы компьютера) не превышала 3%. Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров по данным предыдущих обследований составляет 15%, а вся партия состоит из 1250 компьютеров.

Указания к решению. Для определения числа необходимых исследований n воспользуемся формулой для бесповторного отбора $n = \frac{t^2 s^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 s^2}$. В ней значение t определяется из таблицы Стьюдента.

Приложение Е

Комплекс профессионально-ориентированных заданий

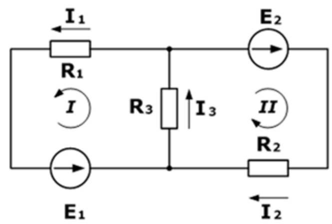
Банк профессионально-ориентированных задач для колледжей технического профиля

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1.1. Матрицы и определители

Тема 1.2. Системы линейных уравнений

Задача 1. Расчет цепей электрического тока по закону Кирхгофа.



Для данной схемы для известных сопротивлений и ЭДС источников рассчитать токи в ветвях цепи.

$R_1 = 100 Ом$, $R_2 = 150$ Ом, $R_3 = 150$ Ом, $\varepsilon_1 = 75$ В, $\varepsilon_2 = 100$ В.

Указания к решению.

Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна 0. Значит $I_3 - I_1 - I_2 = 0$.

Второй закон Кирхгофа гласит: алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме ЭДС ветвей этого контура. С помощью этого закона составим уравнения для первого и второго контура цепи: $R_1 I_1 + R_3 I_3 = \varepsilon_1$; $R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon_2$

Теперь из трёх уравнений составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_3 - I_1 - I_2 = 0 \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 = \varepsilon_1 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon_2 \end{cases} . \begin{cases} I_3 - I_1 - I_2 = 0 \\ 100 I_1 + 150 I_3 = 75 \\ 150 I_2 + 150 I_3 = 100 \end{cases}$$

Задача 2. Решение оптимизационных задач с помощью систем линейных уравнений.

Из некоторого листового материала необходимо выкроить 360 заготовок типа А, 300 заготовок типа Б и 675 заготовок типа В. При этом можно применять три способа раскроя. Количество заготовок, получаемых из каждого листа при каждом способе раскроя, указано в таблице:

Тип заготовки	Способ раскроя		
	1	2	3
А	3	2	1
Б	1	6	2
В	4	1	5

Записать в математической форме условия полного выполнения задания по раскрою.

Указания к решению

Обозначим через *x, y, z* количество листов материала, раскраиваемых соответственно первым, вторым и третьим способами. Тогда при первом способе раскроя *x* листов будет получено *3x* заготовок типа А, при втором - *2y*, при третьем - *z*.

Для полного выполнения задания по заготовкам типа А сумма 3x +2y +z должна равняться 360, т.е. *3x +2y + z =360*.

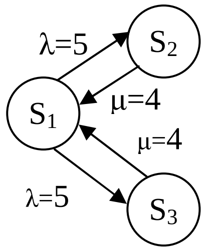
Аналогично получаем уравнения

x + 6y +2z = 300

4x + y + 5z = 675, которым должны удовлетворять неизвестные *x, y, z* для того, чтобы выполнить задание по заготовкам Б и В. Полученная система линейных уравнений и выражает в математической форме условия выполнения всего задания по заготовкам А, Б и В.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 360 \\ x + 6y + 2z = 300 \\ 4x + y + 5z = 675 \end{cases}$$

<u>Задача 3.</u> Расчет финальных вероятностей с помощью систем линейных уравнений.



Пусть некоторая система, состоящая из двух узлов, может находиться в одном из трех состояний: оба узла работают, работает только один из узлов. Интенсивность поломки узла составляет $\lambda = 5$ (в ед. времени), интенсивность ремонта узла составляет $\mu = 4$ (в ед. времени). Составьте уравнения Колмогорова для определения финальных вероятностей состояния системы и выясните, в каком состоянии вероятнее всего будет находиться система спустя бесконечно большой промежуток времени.

Указания к решению

Составим граф по условию задачи. Обозначим S_1 – первое состояние системы: оба узла работают, S_2 – второе состояние системы: работает только первый узел, S_3 – третье состояние системы: работает только второй узел. Стрелками покажем переходы системы из одного состояния в другое и интенсивности этих переходов.

Составим уравнения Колмогорова согласно правилу:

в левой части уравнения стоит финальная вероятность данного состояния, умноженная на суммарную интенсивность всех потоков, ведущих из данного состояния:

в правой части уравнения стоит сумма произведений интенсивности всех потоков, входящих в данное состояние, умноженное на вероятность тех состояний, из которых они исходят;

одно из уравнений отбрасывается, так как оно является следствием из других и заменяется на условие нормировки: сумма всех финальных вероятностей равна единице.

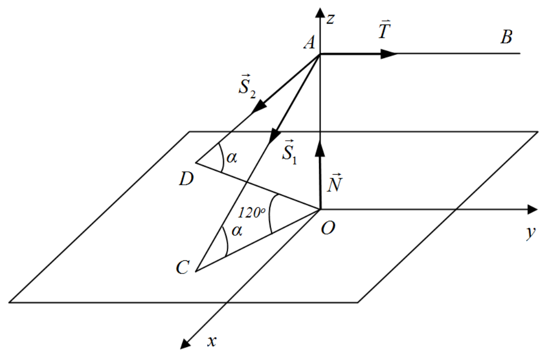
Получим систему:

$$\begin{cases} p_1(5+5)=4p_2+4p_3 \\ p_2(4)=5p_1 \\ p_3(4)=5p_1 \end{cases};$$

или после упрощения и нормирования:

$$\begin{cases} 10p_1-4p_2-4p_3=0 \\ 5p_1-4p_2=0 \\ p_1+p_2+p_3=1 \end{cases}.$$

<u>Задача 4.</u> Условие равновесия системы сходящихся сил.



На столб AO (идеальный стержень) высотой 6 м, укрепленный оттяжками AC и AD, которые симметрично расположены относительно плоскости yOz, действует сила натяжения провода T = 300 Н, которая направлена параллельно оси y. При этом $\angle COD = 120^o$, а OC = OD = 4,5 м. Определить натяжения тросов в оттяжках и усилие, действующее на столб.

Указания к решению.

Воспользуемся условием равновесия системы сходящихся сил:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0; \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0; \sum_{k=1}^{n} F_{kz} = 0;$$

1) В качестве объекта равновесия примем точку A.

2) Активной силой является сила натяжения $\vec{T}$ провода AB.

3) Отбрасывая связи (оттяжки AD, AC и столб AO), заменим их действие на объект равновесия реакциями $\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{N}$.

4) Запишем уравнения равновесия полученной системы сходящихся сил в принятой системе координат. Для удобства составим таблицу, которая является вспомогательной, а для сил $\vec{S}_1$ и $\vec{S}_2$ применим способ двойного проецирования.

$\vec{P}_k$	$\vec{T}$	$\vec{S}_1$	$\vec{S}_2$	$\vec{N}$
F_{kx}	0	$S_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos 30^0$	$-S_2 \cdot \cos\alpha \cdot \cos 30^0$	0
F_{ky}	T	$-S_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos 60^0$	$-S_2 \cdot \cos\alpha \cdot \cos 60^0$	0
F_{kz}	0	$-S_1 \cdot \sin\alpha$	$-S_2 \cdot \sin\alpha$	$-N$

Теперь для записи системы уравнений равновесия просуммируем элементы соответствующих строк таблицы и приравняем эти суммы нулю:

$$\begin{cases} S_1 \cos\alpha \cdot \cos 30^0 - S_2 \cos\alpha \cdot \cos 30^0 = 0 \\ T - S_1 \cos\alpha \cdot \cos 60^0 - S_2 \cos\alpha \cdot \cos 60^0 = 0, \\ S_1 \sin\alpha - S_2 \sin\alpha - N = 0 \end{cases}$$

$$\cos\alpha = \frac{CO}{AC} = \frac{4{,}5}{\sqrt{6^2 + 4{,}5^2}} = 0{,}6$$

$$\sin\alpha = \frac{AO}{AC} = \frac{6}{\sqrt{6^2 + 4{,}5^2}} = 0{,}8$$

Окончательно получим систему:

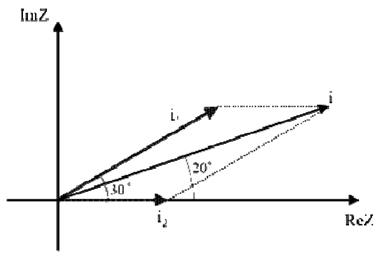
$$\begin{cases} 0{,}52S_1 - 0{,}52S_2 = 0 \\ T - 0{,}3S_1 - 0{,}3S_2 = 0 \\ 0{,}8S_1 - 0{,}8S_2 - N = 0 \end{cases}$$

Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

Тема 2.1. Векторы

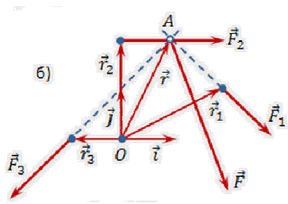
Задача 5. В цепи переменного тока две параллельные ветви, содержащие некое сопротивление. Известны амплитуда, частота и начальная фаза токов: $i_1 = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right), i_2 = 1\sin\left(\omega t\right)$. Средствами векторной диаграммы найти амплитудное значение и начальную фазу для силы тока в неразветвленном участке цепи.

Решение.



Графическое решение задачи дает ответ $i \approx 2{,}9A$, $\varphi_0 \approx 20^0$.

Задача 6. В стандартном базисе на плоскости заданы координаты системы трех сходящихся сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ и точек (радиус-векторов $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$) их приложения.



$\vec{F}_1 = \{1;-1\}$, $\vec{F}_2 = \{2;0\}$, $\vec{F}_1 = \{-2;-2\}$, $\vec{r}_1 = \{2;1\}$, $\vec{r}_2 = \{0;2\}$, $\vec{r}_3 = \{-1;0\}$

Требуется найти:

а) равнодействующую $\vec{F}$ и точку A (радиус-вектор $\vec{r}$) её приложения;

б) моменты каждой силы, момент равнодействующей $\vec{F}$.

Указания к решению.

а) Находим координаты равнодействующей всех сил: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

$\vec{F} = \{1;-3\}$.

Для нахождения радиус-вектора точки А надо найти разложение векторов $\vec{F}_1$ и $\Delta\vec{r}$ по вектору $\vec{F}_2$. Для этого применяется косое произведение. Находим коэффициент $\lambda = \dfrac{\Delta\vec{r} \wedge \vec{F}_2}{\vec{F}_1 \wedge \vec{F}_2}$. Получим $\lambda =$-1.

Далее находим вектор $\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \cdot \vec{F}_1$. Получим $\vec{r} = \{1;2\}$

б) Найдем по определению моменты сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}$ относительно точки О, используя векторное произведение: $\vec{m}_0(\vec{F}) = [\vec{r}, \vec{F}]$. Получим

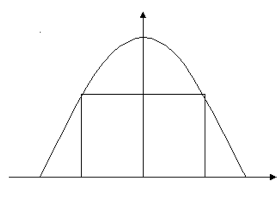
$\vec{m}_0(\vec{F}) = -5\vec{k}$, $\vec{m}_0(\vec{F}_1) = -3\vec{k}$, $\vec{m}_0(\vec{F}_2) = -4\vec{k}$, $\vec{m}_0(\vec{F}_3) = 2\vec{k}$.

Тема 2.2. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.

Задача 7. Известны координаты точки и вершин треугольника. Определить лежит ли точка внутри, на границе или вне этого треугольника, если дана точка К(-2;5) и вершины треугольника А(2;3), В(-1;7), С(4;-3).

Указания к решению.

Для решения задачи воспользуемся уравнением прямой и условием того, что две точки лежат по одну сторону от прямой. Составим уравнение прямой АВ и проверим, лежат ли точки С и К по одну сторону от нее или нет Для этого вычислим значение выражения $Ax + By + C$, где А, В, С – коэффициенты уравнения прямой, x и y – координаты точек. Если знаки выражений одинаковы, то точки лежат по одну сторону от прямой, если разные – по разные. Если выражение равно нулю, то точка лежит на прямой. В случае, если точки лежат по одну сторону, то необходимо выполнить проверку относительно остальных прямых.



Задача 8. Арка моста имеет вид параболы, уравнение которой $x^2 = -48y$. Найти высоту арки моста, если длина моста 24 м.

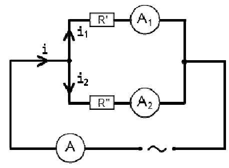
Решение.

Длина моста составляет $2x$, значит $x = 12$, тогда высота арки $y = \left| -\dfrac{x^2}{48} \right| = 3\,м.$

Раздел 3. Элементы теории комплексных чисел

Тема 3.1 Комплексные числа и действия с ними

Задача 9. В цепь переменного тока включены две параллельные ветви, содержащие некое сопротивление. Известны амплитуда, частота и начальная фаза токов: $i_1 = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right), i_2 = 1\sin\left(\omega t\right)$. Необходимо составить уравнение зависимости силы тока от времени в неразветвленной цепи.



Решение.

Представим уравнение силы тока в виде комплексного числа в показательной форме:

$$i_1 = 2\sin\left(\omega t + 30^0\right) = 2e^{30^0 j} = 2\cdot\cos 30^0 + 2\cdot\sin 30^0 j = 1{,}732 + j$$

$$i_2 = 1\sin\left(\omega t\right) = e^{0^0 j} = 1\cdot\cos 0^0 + 1\cdot\sin 0^0 j = 1\,.$$

Тогда $i_1 + i_2 = 1{,}732 + j + 1 = 2{,}732 + j = \sqrt{2{,}732^2 + 1}\cdot e^{arctg\, 1/2{,}732} \approx 2{,}91\sin\left(\omega t + 20^0\right)$.

Раздел 4. Элементы математического анализа

Тема 4.1. Дифференциальное исчисление функции одного действительного переменного

Задача 10. Задача, приводящая к понятию производной.

Напряжение на конденсаторе ёмкостью С изменяется по закону U(t). Найти ток, проходящий через конденсатор в момент времени t, если емкость конденсатора определяется по формуле $C = \frac{q}{t}$, где q – значение заряда одной из обкладок.

Решение.

За время с момента t до момента t + Δt через конденсатор пройдёт количество электричества Δq. Среднее значение тока за интервал времени Δt равно $\frac{\Delta q}{\Delta t}$. Пусть в некоторый момент времени t напряжение на конденсаторе U(t), а протекающий через него ток равен i(t).

Тогда значение заряда на одной из обкладок q (t) = C·U(t).

В момент времени t + Δt напряжение равно U(t+Δt), а заряд q(t+Δt) = C·U(t +Δt). Таким образом, за время Δt через конденсатор пройдёт количество электричества, равное Δq = q(t + Δt) – q(t) = C · U(t + Δt) – U(t).

Следовательно, среднее значение тока, протекающее через конденсатор за время Δt, составит $i_{ср\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C \cdot \frac{U(t+\Delta t) - U(t)}{\Delta t}$.

Полагая, что $\Delta t \to 0$, получим мгновенную величину тока при t как предел среднего значения тока.

Итак, $i_{ср\Delta t} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} i(t) = C \cdot U'(t)$.

<u>Задача 11.</u> Закон прямолинейного движения тела определяется формулой s(t)=3+4t^2+6t^3 (– в метрах, t – в секундах). Найти скорость и ускорение тела в конце 2-й секунды.

Указания к решению.

При решении задачи воспользуемся механическим смыслом производной.

<u>Задача 12.</u> Источник напряжения с ЭДС ε = 200 В и внутренним сопротивлением r =100 Ом замкнут на реостат. При каком токе мощность во внешней цепи будет максимальной?

Решение.

Мощность во внешней цепи равна P = U·J

Закон Ома для полной цепи:

$J = \frac{\varepsilon}{r+R}$, где *r* - внутреннее сопротивление, *R* - сопротивление нагрузки

$\mathrm{Jr} + \mathrm{JR} = \varepsilon$, $\mathrm{Jr} + \mathrm{U} = \varepsilon$, $\mathrm{U} = \varepsilon - \mathrm{Jr}$, $P = \varepsilon J - J^2 r$

Найдем производную функции P(J) и приравняем ее к нулю:

$P'(J) = \varepsilon - 2Jr$;

$\varepsilon - 2Jr = 0$;

$J = \frac{\varepsilon}{2r}$.

Найдем знак $P'(J)$ в точках $\frac{\varepsilon}{3r}$ и $\frac{\varepsilon}{r}$.

$P'\left(\frac{\varepsilon}{3r}\right)=\varepsilon-\frac{2\varepsilon r}{3r}>0$; $P'\left(\frac{\varepsilon}{r}\right)=\varepsilon-\frac{2\varepsilon r}{r}<0$

В точке $\frac{\varepsilon}{2r}$ знак производной меняется с «+» на «–».

Следовательно, при токе $J_{\max}=\frac{\varepsilon}{2r}=1A$.

Мощность во внешней цепи принимает максимальное значение и равна:

$$P_{\max}=\frac{\varepsilon^2}{2r}-\frac{\varepsilon^2 r}{4r^2}=\frac{\varepsilon^2}{2r}-\frac{\varepsilon^2}{4r}=\frac{\varepsilon^2}{4r}=\frac{40000B^2}{400Ом}=100Вт$$

<u>Задача 13.</u> Через алюминиевую шину прямоугольного сечения длины *l* пропускают ток силой 160 А и плотностью $1\frac{A}{мм^2}$. Чтобы шина не перегрелась, теплоотдача должна быть как можно больше, т.е. шина должна иметь боковую поверхность. Найти размеры сечения шины, при которых боковая поверхность шины максимальна, если по конструктивным соображениям требуется, чтобы толщина шины заключалась в пределах от 4 до 8 мм.

Решение.

Плотность электрического тока в проводнике с током J определяется по формуле $j=\frac{I}{S}$, где S – площадь сечения проводника, $м^2$.

$$S=\frac{I}{j}=\frac{160A}{1A/мм^2}=160мм^2.$$

Пусть $x_{мм}$ – ширина шины, $y_{мм}$ – её толщина.

$S_{сеч}=xy=160$;

Площадь боковой поверхности шины:

$S_б=2l(x+y)$, $S_б=2l(\frac{160}{y}+y)$.

Найдем производную функции $S_б(y)$ и приравняем ее к нулю:

$S_б{}'=2l\cdot(1-\frac{160}{y^2})$,

$S_б=0$.

$\frac{160}{y}+y=0$; $\quad y^2=160$; $\quad y=\pm\sqrt{160}$.

Т.к. y – толщина шины, следовательно, $y = \sqrt{S} = \sqrt{160 мм^2}$.

Найдем знак $S_б'(y)$ в точках $\frac{\sqrt{S}}{2}$ и $2\sqrt{S}$.

$$S_б'\left(\frac{\sqrt{S}}{2}\right) = 2l \cdot \left(1 - \frac{S \cdot 4}{S}\right) < 0;$$

$$S_б'\left(2\sqrt{S}\right) = 2l \cdot \left(1 - \frac{S}{4S}\right) > 0;$$

$$y_{\min} = \sqrt{S}.$$

По условию задачи $y \in [4;8]$, $\sqrt{160} > 8$.

Тогда функция $S_б(y)$ достигает наибольшего значения в одной из граничных точек, т.е. в точках $y = 4$ или $y = 8$. На интервале $\left[4;\sqrt{160}\right)$ $S_б'(y)$ принимает отрицательное значение, следовательно, функция $S_б(y)$ монотонно убывает на этом интервале. Максимальное значение функция $S_б(y)$ достигает в точке $y = 4$.

При $y = 4$, $x = \frac{160}{4} = 40$.

<u>Ответ:</u> толщина шины 4 мм, ширина шины 40 мм.

<u>Задача 14.</u> При каком коэффициенте трансформации k напряжение U между зажимами трехфазного трансформатора будет минимальным, если $U = U_0 \cdot \sqrt{1 - k + k^2}$, где U_0 – напряжение, под которые включаются обмотки трансформатора.

Решение.

$$U = U_0 \cdot \sqrt{1 - k + k^2};$$

$$U'(k) = U_0 \frac{2k - 1}{2\sqrt{1 - k + k^2}}; \; U'(k) = 0; \; U_0 \frac{2k - 1}{2\sqrt{1 - k + k^2}} = 0;$$

$1 - k + k^2 \neq 0$; (D < 0)

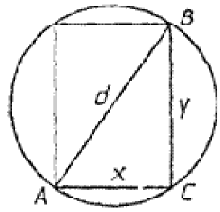
$$2k - 1 = 0, \; k = \frac{1}{2};$$

$$U'(0{,}4) = U_0 \frac{-0{,}2}{2\sqrt{0{,}76}} < 0;$$

$$U'(0{,}6) = U_0 \frac{0{,}2}{2\sqrt{0{,}76}} > 0;$$

$$k_{\min} = \frac{1}{2}.$$

Точка $k_{\min} = \frac{1}{2}$ является точкой минимума функции $U(k)$.



<u>Задача 15.</u> Известно, что прочность деревянной балки прямоугольного сечения на горизонтальный изгиб пропорциональна произведению ширины балки на квадрат ее высоты. Вычислить размеры наиболее прочной балки (то есть отношение ширины балки к высоте ее поперечного сечения), которую нужно изготовить из цилиндрического бревна, если его диаметр равен *d* линейных единиц.

Решение.

Пусть x – ширина, y – высота поперечного сечения,

$y^2 = d^2 - x^2$;

Тогда прочность балки

$P_{(x)} = \mathrm{k}xy^2 = \mathrm{k}x(d^2 - x^2) = \mathrm{k}d^2 x - \mathrm{k}x^3$

k – коэффициент прочности, $\mathrm{k} > 0$, $0 < x < d$.

$P'(x) = (d^2 - 3x^2)\,\mathrm{k}$.

$P'(x) = 0$, $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$, $x \in (0; d)$

$x = \frac{d\sqrt{3}}{3}$, $y = \frac{d\sqrt{6}}{3}$, $x : y = 1 : 1{,}4$

<u>Задача 16.</u> Диск радиусом м вращается вокруг неподвижной оси согласно уравнению $y = 25t + 5t^3$ (y – в радианах, t – в секундах). Определить угловую скорость и ускорение точки с момента времени t=2 с.

Указания к решению.

При решении задачи воспользуемся механическим смыслом производной.

<u>Задача 17.</u> Найти приращение тока, протекающего через резистор сопротивлением 100 Ом при напряжении 10 В, если сопротивление увеличивается на 10 Ом, а напряжение поддерживается постоянным.

Решение.

Закон Ома для участка цепи $U = J \cdot R$

$$\Delta J \approx \frac{dJ}{dR}\Delta R = -\frac{U}{R^2}\Delta R = -\frac{10}{10000} \cdot 10 = -0{,}01$$

Таким образом, ток уменьшается на $\approx 0{,}01A$.

Тема 4.2 Интегральное исчисление функции одного действительного переменного

Задача 18. Найти работу, которую нужно совершить при растяжении пружины на 0,02 м, если для ее растяжения на 1 см требуется сила 10 Н.

Решение.

Найдем коэффициент жесткости $k = \frac{F}{x} = 1000\, {}^{H}\!/\!{}_{м}$.

Значит сила, пропорциональная удлинению, будет равна $F = 1000 \cdot x$.

Работа по растяжению силы вычисляется по формуле:

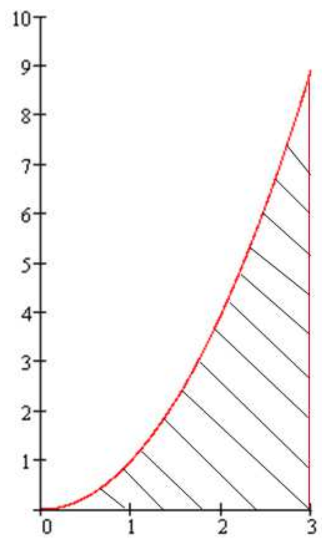
$$A = \int_0^{0,02} 1000x dx = 1000\frac{x^2}{2}\Big|_0^{0,02} = 0{,}2\,Дж.$$

Задача 19. Вычислить количество электричества, протекающее через цепь за промежуток времени [0,01; 1], если ток изменяется по формуле $I(t) = 0{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$.

Указания к решению.

Для решения задачи воспользуемся соотношением $Q = \int_{t_0}^{t_1} I(t)dt$.

Задача 20. Вычислить координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 3$. Решение иллюстрировать чертежом.



Решение.

Вычислим площадь заштрихованной фигуры.

$$S = \int_0^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^3 = 9$$

Вычислим первую координату центра тяжести.

$$x = \frac{\int_a^b x\cdot f(x)dx}{S} = \frac{\int_0^3 x\cdot x^2dx}{S} = \frac{\frac{x^4}{4}\Big|_0^3}{9} = \frac{\frac{81}{4}}{9} = 2{,}25$$

Вычислим вторую координату центра тяжести.

$$y = \frac{\int_a^b (f(x))^2 dx}{S} = \frac{\int_0^3 (x^2)^2 dx}{S} = \frac{\frac{x^5}{5}\Big|_0^3}{9} = \frac{\frac{243}{5}}{9} = 2{,}7$$

Ответ: C (2,25;2,7)

Задача 21. Найти момент инерции однородного стержня длины L относительно его конца.

Решение.

Воспользуемся формулой для нахождения момента инерции:

$I_0 = \int_a^b mr^2dx$, где r – расстояние от оси вращения до точки, m - масса стрежня.

Тогда $0 \le x \le L$, $r = x$, получим

$$I_0 = \int_0^L \gamma x^2 dx = \gamma\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^L = \frac{\gamma L^3}{3}.$$

Тема 4.3. Дифференциальные уравнения

Задача 22. Изолированному проводнику сообщен заряд Q_0=1000 Кл. Вследствие несовершенства изоляции проводник постепенно теряет свой заряд. Скорость потери в данный момент пропорциональна наличному заряду проводника. Какой заряд останется на проводнике по истечению времени t =10 мин, если за первую минуту потеряно 100 Кл ?

Указания к решению.

Так как эта скорость пропорциональна заряду Q, то дифференциальное уравнение процесса $-\frac{dQ}{dt} = kQ,$

Интегрируя это уравнение, получим общее решение $Q = Ce^{-kt}$

С учетом начальных условий $Q = 1000e^{-k\cdot t}$

Тема 4.4 Основы теории рядов

Задача 23. Используя разложение в ряд Тейлора, составить программу для нахождения значения $\sin x$ с заданной точностью ε.

Указания к решению.

Для решения задачи необходимо воспользоваться формулой разложения функции $\sin x$ в ряд:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots \; .$$

Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики

Тема 5.1. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Задача 24. На предприятие поступили комплектующие для 10 компьютеров. Сколькими способами можно распределить 10 поступивших материнских плат для этих компьютеров?

Указания к решению.

Решение задачи основано на применении комбинаторных объектов.

Задача 25. Шесть кабелей электродвигателя случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число кабелей, при условии, что все ящики не пустые.

Указания к решению.

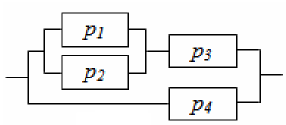
При решении задачи необходимо воспользоваться классическим определением вероятности.

Задача 26. К распределительному устройству подключено три потребителя с номинальной мощностью 20, 15 и 5 кВт. Вероятность включенного состояния потребителей равна $P_1 = 0,6$, $P_2 = 0,7$; $P_3 = 0,5$. Определить вероятность того, что нагрузка на распределительном устройстве составит 40 кВт.

Указания к решению.

Задача решается с помощью формул сложения и умножения вероятности.

Задача 27. Пусть заданы надежности работы элементов электрической цепи: p_1=0,8, p_2=0,7, p_3=0,6, p_4=0,5. Элементы отказывают независимо друг от друга. Найти надежность схемы, приведенной на рисунке.



Указания к решению.

Задача решается с помощью формул сложения и умножения вероятности.

Задача 28. Пропускная способность канала связи в системах связи зависит от появления ошибки внутри канала. На вход канала могут подаваться два сигнала x_1 и x_2, на выходе принимаются соответственно y_1 и y_2. 40 % времени канал занят передачей сигнала x_1 и 60% времени – сигнала x_2. Вероятность безошибочной передачи сигнала x_1 как y_1 равна 0,75. Вероятность того, что входной сигнал x_1 будет ошибочно принят как y_2, равна 0,25. Аналогично, вероятность того, что сигнал, первоначально переданный как x_2, будет принят, как y_2 и y_1, равна соответственно 0,9 и 0,1. При заданных условиях получен выходной сигнал y_1. Какова вероятность того, что исходный сигнал был x_1?

Указания к решению.

Задача решается с помощью формулы полной вероятности.

Задача 29. В вычислительном центре работает 5 персональных компьютеров (ПК). Простейший поток задач, поступающих на ВЦ, имеет интенсивность 10 задач в час. Среднее время решения задачи равно 12 мин. Заявка получает отказ, если все ПК заняты. Найдите вероятностные характеристики системы обслуживания (ВЦ).

Указания к решению.

При вычислении вероятностных характеристик необходимо воспользоваться формулами расчета характеристик многоканальной СМО без очереди.

Задача 30. Многократные независимые равноточные измерения ряда параметров электрических сигналов дали результаты, представленные в таблице. Определить доверительный интервал, между границами которого с доверительной вероятностью p=0,99 находится истинное значение данного параметра, а также относительную квадратичную погрешность результата измерения.

Амплитуда импульса, кВ	0,113; 0,115; 0,118; 0,114; 0,116; 0,117; 0,118; 0,112; 0,116; 0,117; 0,110; 0,112; 0,115; 0,117; 0,116; 0,118; 0,112; 0,115

Указания к решению.

Задача решается по формулам математической статистики.

Задача 31. Определите, сколько персональных компьютеров следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка (в процентах к среднему сроку службы компьютера) не превышала 3%. Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров, по данным предыдущих обследований, составляет 15%, а вся партия состоит из 1250 компьютеров.

Указания к решению.

Задача решается по формулам математической статистики.

Задания для проведения лабораторных работ с применением прикладных программ

Лабораторные работы для специальностей технологического профиля

Лабораторная работа 1

Контрольные задания и вопросы для студентов по теме «Знакомство с программой MathCAD и ее применение при решении задач линейной алгебры и аналитической геометрии (типовые задания по вариантам)»

№1. Вычислить

	а	б	в
1 вар.	$\dfrac{2\cdot 2{,}2+3\cdot 1{,}5}{\sqrt{16-11{,}2}}$	$\sin 2\cdot\cos 3\cdot tg 5$	$arctg\dfrac{4}{3}$ - ответ получить в радианной и градусной мере.
2 вар.	$\dfrac{5\cdot 1{,}2-3\cdot\sqrt{1{,}5}}{\sqrt{16-11{,}2}}$	$\sin 4\cdot e^{\frac{2{,}2}{1-1{,}5}}$	$arcctg\dfrac{2}{3}$ - ответ получить в радианной и градусной мере.
3 вар.	$\dfrac{\sqrt{2\cdot 2{,}2+3\cdot 1{,}5}}{5{,}5+6{,}3}$	$tg\left(\dfrac{\sqrt{5{,}5}}{e^{-2}}\right)$	$\arcsin\dfrac{4}{5}$ - ответ получить в радианной и градусной мере.
4 вар.	$\dfrac{2\cdot 2{,}2-3\cdot 1{,}5}{\sqrt{16+0{,}2}}$	$\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{16}\cdot\cos\dfrac{\pi}{8}}{2^{\sqrt[3]{4}}}$	$\arccos\dfrac{1}{3}$ - ответ получить в радианной и градусной мере.
5 вар.	$\dfrac{5\cdot 2{,}2+3\cdot 2{,}5}{\sqrt{10-8{,}9}}$	$\sqrt{\dfrac{\sin\left(e^{\sqrt{2}}\right)}{tg 3}}$	$arctg\dfrac{7}{4}$ - ответ получить в радианной и градусной мере.

№2. Используя формулы решения квадратного уравнения, решить уравнение

	а	б	в
1 вар.	$x^2-4x-5=0$	$x^2-16x+64=0$	$x^2+4x+5=0$
2 вар.	$x^2-x-6=0$	$x^2+4x+4=0$	$x^2+8x+20=0$
3 вар.	$x^2+3x-4=0$	$x^2-6x+9=0$	$x^2+x+4=0$

4 вар.	$x^2-x-20=0$	$x^2+14x+49=0$	$x^2+3x+4=0$
5 вар.	$x^2+8x+12=0$	$x^2-8x+16=0$	$x^2+5x+8=0$

№3. Найти значение выражения:

а) Ответ получить в виде

- дроби с целой частью
- неправильной дроби
- десятичной дроби

1 вар.	$\left(2\frac{1}{3}-4\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{3}{5}$
2 вар.	$1{,}2\div\left(2\frac{1}{5}+5\frac{2}{7}\right)$
3 вар.	$\dfrac{3{,}5+\frac{1}{3}}{5\frac{1}{6}-2{,}3}$
4 вар.	$\left(2{,}5\cdot\frac{1}{3}-0{,}1\right)+\frac{1}{10}$
5 вар.	$\frac{5}{6}\cdot\left(4\frac{4}{7}-2{,}3\cdot\frac{1}{3}\right)$

№4. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -2 & 0\\ 5 & 1\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$$

Вычислить:

1 вар.	$A\cdot B+2\cdot C^T$
2 вар.	$A\cdot B-C^{-1}$
3 вар.	$2A-3B^T$
4 вар.	$(A\cdot B)^T+3\cdot C$
5 вар.	$2C-4A\cdot B$

№5. Решить систему уравнений

- методом обратной матрицы
- методом Крамера
- методом Гаусса

1 вар.	$\begin{cases} 6x - y - z = 0 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 4y + 4z = -1 \end{cases}$
2 вар.	$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 5x + 3y - z = 7 \end{cases}$
3 вар.	$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ 5x + z = 6 \end{cases}$
4 вар.	$\begin{cases} 3x + y - 2z = 2 \\ 4x - 2y - z = 1 \\ 6x + y = 7 \end{cases}$
5 вар.	$\begin{cases} 6x - y + 4y = 9 \\ 5x - y = 4 \\ 9x - 7y - 2z = 0 \end{cases}$

№6. Даны векторы

Вычислить а) длину вектора $\vec{a}$

б) скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$

в) векторное произведение векторов $\vec{a} \times \vec{b}$

г) смешанное произведение векторов $\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)$

д) угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

1 вар.	$\vec{a}(-1;2;2)$ $\vec{b}(1;-3;2)$ $\vec{c}(2;1;-1)$
2 вар.	$\vec{a}(1;2;-2)$ $\vec{b}(0;3;-2)$ $\vec{c}(-2;1;-1)$
3 вар.	$\vec{a}(3;0;-1)$ $\vec{b}(5;-3;-2)$ $\vec{c}(-2;4;-1)$
4 вар.	$\vec{a}(11;-2;-2)$ $\vec{b}(1;-3;-2)$ $\vec{c}(0;3;-4)$

5 вар.	$\vec{a}(0;0-2;3)$ $\vec{b}(-1;-3;-5)$ $\vec{c}(-2;-1;4)$

Лабораторная работа 2

Решение задач математического анализа с помощью программы MathCAD

Задания к лабораторной работе №2 (вариант №1)

1.Дана функция. Требуется:

а.Исследовать ее на непрерывность.

б.Найти асимптоты.

в.Найти производные первого и второго порядка.

г.Исследовать на экстремум.

д.Составить уравнение касательной в точке x = 0.

е.Построить график функции, наклонной асимптоты и касательной.

$y=\dfrac{x^2}{x-1}$.

2.Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2}{\sin^2 2x}$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2}{2x^3+3x+9}$.

3.Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\dfrac{(x-1)(x^2+3)}{x^2}dx$ б) $\int\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

4.Вычислить определенные и несобственные интегралы

а) $\int\limits_0^3 e^{\frac{x}{3}}dx$ б) $\int\limits_2^\infty \dfrac{x-1}{x^2}dx$

5.Построить фигуру, ограниченную линиями и найти

а.площадь фигуры

б.объем тела, полученного при вращении фигуры вокруг оси Ох

$y=x, y=2-x^2$

6.Исследовать сходимость ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n}{3^n}$

7.Разложить функцию в ряд Тейлора: $y=xe^x$

Лабораторные работы для специальностей информационного цикла

Лабораторная работа 1.

Контрольные задания для студентов по теме «Знакомство с программой MathCAD и ее применение при решении задач линейной алгебры».

№1.Вычислить №1, №2 с помощью MathCAD и Excel

	а	б
1 вар.	$\dfrac{2\cdot 2{,}2+3\cdot 1{,}5}{\sqrt{16-11{,}2}}$	$\dfrac{\sin 2^{\cos 3}}{\sqrt{tg 5}}$.
2 вар.	$\dfrac{5\cdot 1{,}2-3\cdot\sqrt{1{,}5}}{\sqrt{16-11{,}2}}$	$\lg\left(\dfrac{\sqrt[3]{\sin 6}}{e^{1.2}}\right)$
3 вар.	$\dfrac{\sqrt{2\cdot 2{,}2+3\cdot 1{,}5}}{5{,}5+6{,}3}$	$\sin\left(\dfrac{\sqrt[3]{\lg 25}}{\pi-2}\right)$
4 вар.	$\dfrac{2\cdot 2{,}2-3\cdot 1{,}5}{\sqrt{16+0{,}2}}$	$\sqrt[3]{\dfrac{\lg(\sin 1)}{tg 5}}$
5 вар.	$\dfrac{5\cdot 2{,}2+3\cdot 2{,}5}{\sqrt{10-8{,}9}}$	$e^{\dfrac{\sqrt{\lg 34}}{tg\frac{\pi}{5}}}$

№2. Даны матрицы

$$A=\begin{pmatrix}2 & 4 & 1\\ 1 & -2 & 3\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -2 & 0\\ 5 & 1\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}\quad D=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & -2 & 1\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}$$

Вычислить с помощью MathCAD и Excel:

а) матрицу, равную данному выражению

б) для данной матрицы найти определитель и обратную матрицу:

	а)	б)
1 вар.	$A\cdot B+2\cdot C^T$	$\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 3 & 2\\ 5 & 1 & 3\end{pmatrix}$
2 вар.	$B\cdot C^T\text{-}2\cdot A$	$\begin{pmatrix}-1 & -4 & 4\\ 2 & 5 & 5\\ -1 & 4 & -3\end{pmatrix}$

3 вар.	$A \cdot B + 3C^T$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
4 вар.	$A \cdot D - 2B^T$	$\begin{pmatrix} -1 & -5 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \\ -2 & -2 & -4 \end{pmatrix}$
5 вар.	$2A \cdot D + B^T$	$\begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 4 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

Лабораторная работа 2

Решение систем линейных уравнений

Решить данную систему

- методом Гаусса
- по формулам Крамера
- матричным методом

с использованием

- MathCAD
- Excel

Исходные данные:

1 вар.	$\begin{cases} 6x - y - z = 0 \\ x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 4y + 4z = -1 \end{cases}$
2 вар.	$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 5x + 3y - z = 7 \end{cases}$
3 вар.	$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ 5x + z = 6 \end{cases}$
4 вар.	$\begin{cases} 3x + y - 2z = 2 \\ 4x - 2y - z = 1 \\ 6x + y = 7 \end{cases}$
5 вар.	$\begin{cases} 6x - y + 4y = 9 \\ 5x - y = 4 \\ 9x - 7y - 2z = 0 \end{cases}$

Лабораторная работа 3

Выполнение действий с векторами

Для данных векторов $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ вычислить:

а) вектор $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$

б) модули векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$

в) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

г) угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$

д) проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$

е) векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$

ж) площадь параллелограмма и площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

з) смешанное произведение векторов $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$. Являются ли векторы компланарными?

и) объем параллелепипеда и объем тетраэдра, построенных на векторах $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$
1	$\{2;-1;3\}$	$\{0;1;-3\}$	$\{-2;2;3\}$
2	$\{-2;0;-1\}$	$\{1;-2;4\}$	$\{1;-2;0\}$
3	$\{-3;1;3\}$	$\{2;-1;-1\}$	$\{2;-1;0\}$
4	$\{4;1;-3\}$	$\{-2;1;4\}$	$\{1;0;-3\}$
5	$\{-2;2;3\}$	$\{2;-1;3\}$	$\{-2;0;-1\}$

Лабораторная работа 4

Построение графиков функций, заданных различными способами

1.Построить график функции *f(x)* с помощью программ MathCAD и Excel.

№ варианта	Задание
1 вариант	$\sqrt[3]{(1+x)(x^2+2x-2)}$
2 вариант	$\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$
3 вариант	$\sqrt[3]{(3+x)x^2}$
4 вариант	$\sqrt[3]{(2+x)^2(x^2-4)}$
5 вариант	$\sqrt[3]{(1+x)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$

2.Изобразите линии заданные неявно уравнением f(x,y)=0 с помощью программ MathCAD и Excel.

№ варианта	Задание
1 вариант	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}-1$
2 вариант	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-1$
3 вариант	$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}-1$
4 вариант	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}-1$
5 вариант	y^2-2x^2-4

3.Построить график функции в полярной системе координат в программе MathCAD и Excel.

№ варианта	Задание
1 вариант	$\rho^2=4\cos 2\varphi$
2 вариант	$\rho=2\sin 2\varphi$
3 вариант	$\rho=4\sin 3\varphi$
4 вариант	$\rho=2(1-\cos\varphi)$
5 вариант	$\rho=1+\cos\varphi$

4.Построить поверхности, заданные уравнениями.

№ варианта	Задание
1 вариант	$z=x^2y+\frac{x^2}{y}+\frac{4}{x}$
2 вариант	$z=2xy+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$
3 вариант	$z=\frac{1}{4}x^2y+\frac{x^2}{y}+\frac{2}{x}$
4 вариант	$z=2xy+\frac{3}{y}+\frac{27}{x^2y}$
5 вариант	$z=3x^3+3y^3+\frac{9}{xy}$

Результаты анкетирования студентов

АНКЕТА

Определите значение применения программы MathCAD при решении различных задач.

Значимость оцените по 5 – балльной системе, учитывая следующие рекомендации:

5 баллов: имеет большое значение, очень важно для меня.

4 балла: может использоваться лишь фрагментарно, поможет в моей дальнейшей деятельности.

3 балла: может использоваться только при решении узко специализированных задач, возможно, поможет в некоторых ситуациях.

2 балла: скорее всего значения не имеет, вряд ли поможет мне в дальнейшей деятельности.

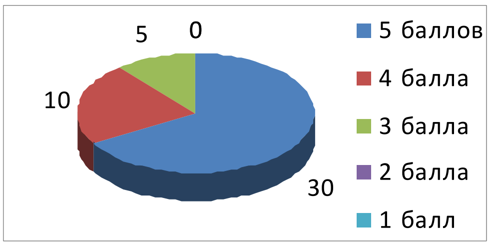
1 балл: не может использоваться ни при каких условиях, не имеет никакого значения.

ВОПРОСЫ АНКЕТЫ

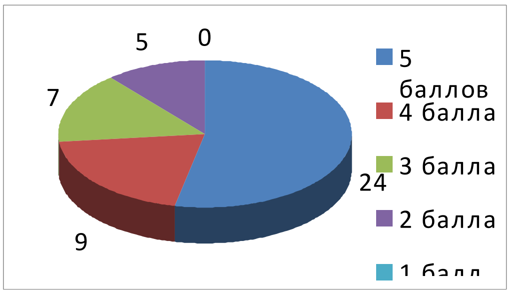
	5	4	3	2	1
Оцените важность данной программы для вычислительных задач.					
Оцените важность данной программы для решения задач линейной алгебры и геометрии.					
Оцените степень применимости программы в вашей дальнейшей учебной деятельности.					
Насколько важно знание этой программы в вашей профессиональной деятельности.					
Оцените практическую значимость урока.					
Оцените своевременность изучения программы.					
Насколько изучение программы повышает интерес к вашей будущей профессии.					

Результаты анкетирования представлены на следующих диаграммах:

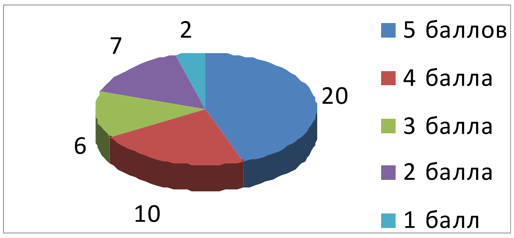
1.Применение программы MathCAD при решении вычислительных задач.



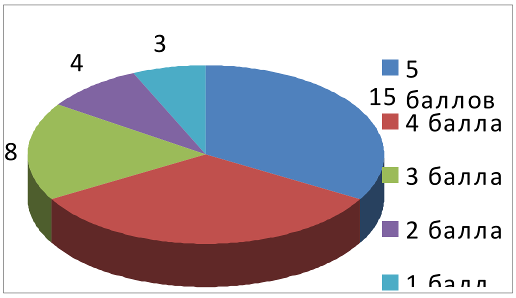
2.Применение программы MathCAD при решении задач линейной алгебры и аналитической геометрии.



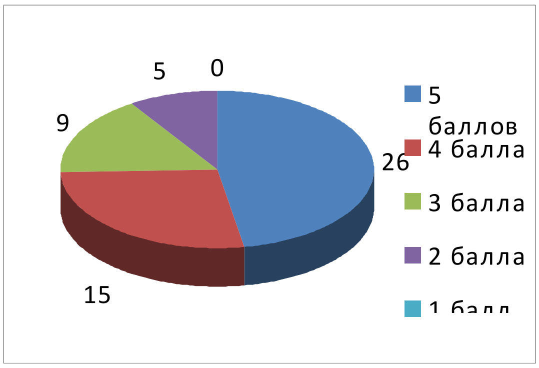
3.Применение программы MathCAD в дальнейшей учебной деятельности.



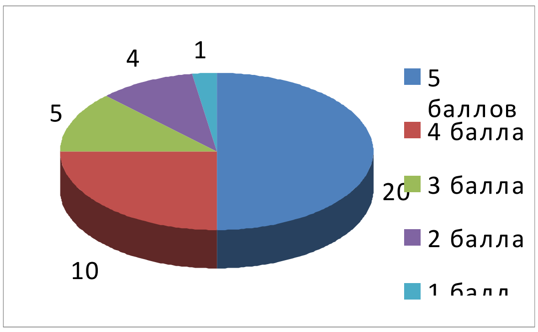
4.Применение программы MathCAD в профессиональной деятельности.



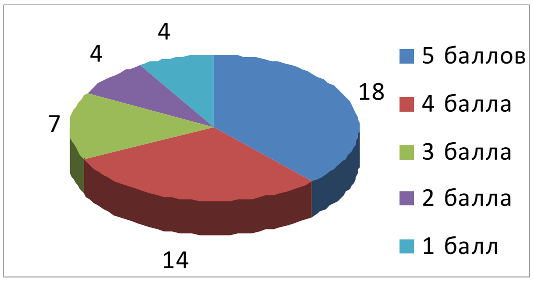
5.Практическая значимость урока.



6.Своевременность изучения программы в курсе математики.



7.Мотивация дальнейшей профессиональной деятельности.



Анализируя результаты анкетирования, можно сделать следующие выводы:

- Абсолютное большинство учащихся отмечают большое значение данной программы для упрощения вычислительных расчетов и решения математических задач.
- Знание программы MathCAD поможет учащимся и в учебной и в профессиональной деятельности.
- Большинство учащихся указывают на высокую практическую значимость урока.
- Изучение программы MathCAD стимулирует дальнейшую профессиональную деятельность учащихся.

Задания для профессионально-ориентированных проектов

<u>Задания для проекта процессуального типа (для информационного цикла).</u>

№ варианта	Задача
1	Вычислить определители матриц: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & -4 & 1 \\ 7 & 3 & 2 & -3 \end{vmatrix}$
2	Даны матрицы: A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Найти A^TB+2C^{-1}.
3	Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$

4	Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 3y - z = 4 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$
5	Решить систему уравнений матричным методом: $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$
6	Треугольник ABC задан координатами своих вершин A(-1;4), B(-3; 1), C(5; -2).Вычислить: а) периметр треугольника б) площадь треугольника в) углы треугольника г) длины его высот, биссектрис и медиан
7	Пирамида ABCD задана координатами своих вершин A (2, -1, 8), B (3, 4, 4), C (2, -1, 2), D (6, 1, 6). Вычислить: а) длину ребра AB б) угол между ребрами AB и AD в) площадь грани ABD
8	Параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ задан координатами своих 4 соседних вершин. A (2, -1, 8), B (3, 4, 1), D (2, -1, -4), A_1 (3, 1, -2). Вычислить: а) координаты его остальных вершин б) объем параллелепипеда в) площадь полной поверхности параллелепипеда
9	Пирамида ABCD задана координатами своих вершин A (3, 2, 1), B (-1, 3, 2), C (2, 0, -1), D (4, -2, 3). Вычислить: а) площадь полной поверхности пирамиды б) объем пирамиды в) длину высоты, опущенной на грань ABC
10	Параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ задан координатами своих 4 соседних вершин. A (1, -1, 5), B (-2, 4, 1), D (2, -1, 3), A_1 (-3, 1, 4). Вычислить: а) координаты его остальных вершин

	б) угол между гранями ABC и AA_1B в) длину высоты, опущенной на грань ABCD
11	Вычислить: $\left(\frac{3-i}{-2-6i}\right)^3$. Результат представить в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.
12	Параллелограмм ABCD задан координатами своих 3 соседних вершин A (-5, 2, 3), B (-3, 2, 1), D (-2, 5, 3). Вычислить: а) координаты его четвертой вершины б) периметр и площадь параллелограмма в) угол между его диагоналями
13	Составление программы «Калькулятор» для вычисления комбинаторных объектов
14	Составление программы «Калькулятор» для вычисления значений функции с помощью разложения в ряд

Тематика профессионально-ориентированных проектов содержательного типа.

1. Решение систем линейных уравнений при расчете токов в цепи.
2. Решение систем линейных уравнений при решении оптимизационных задач.
3. Решение систем линейных уравнений при расчете финальных вероятностей.
4. Выполнение действий с комплексными числами при расчете токов в цепи.
5. Применение производной в задачах механики.
6. Применение производной в задачах электротехники.
7. Применение определенного интеграла в задачах механики.
8. Применение определенного интеграла в задачах электротехники.
9. Применение стохастических методов в теории информации.

Приложение Ж

Исследование динамики мотивации с помощью опросника Реана - Якунина и методики Т. Д. Дубовицкой

Инструкция

Оцените приведенные в списке мотивы учебной деятельности по значимости их для вас по 7-балльной шкале. При этом считается, что 1 балл соответствует минимальной значимости мотива, а 7 баллов – максимальной. Оценивайте все приведенные в списке мотивы, не пропуская ни одного из них!

Список мотивов:

Стать высококвалифицированным специалистом.	
Получить диплом.	
Успешно продолжить обучение на последующих курсах.	
Успешно учиться, сдавать экзамены на хорошо и отлично.	
Постоянно получать стипендию.	
Приобрести глубокие и прочные знания.	
Быть постоянно готовым к очередным занятиям.	
Не запускать предметы учебного цикла.	
Не отставать от сокурсников.	
Обеспечить успешность будущей профессиональной деятельности.	
Выполнять педагогические требования.	
Достичь уважения преподавателей.	
Быть примером сокурсникам.	
Добиться одобрения родителей и окружающих.	
Избежать осуждения и наказания за плохую учебу.	
Получить интеллектуальное удовлетворение.	

Опросник Т. Д. Дубовицкой

Инструкция

Вам предлагается принять участие в исследовании, направленном на повышение эффективности обучения. Прочитайте каждое высказывание и выразите свое отношение к изучаемому предмету, проставив напротив номера высказывания свой ответ, используя для этого следующие обозначения:

- верно + +;
- пожалуй, +;
- пожалуй, неверно –;
- неверно – –.

Помните, что качество наших рекомендаций будет зависеть от искренности и точности ваших ответов.

Благодарим за участие в опросе.

1	Изучение данного предмета даст мне возможность узнать много важного для себя, проявить свои способности.	
2	Изучаемый предмет мне интересен, и я хочу знать по данному предмету как можно больше.	
3	В изучении данного предмета мне достаточно тех знаний, которые я получаю на занятиях.	
4	Учебные задания по данному предмету мне неинтересны, я их выполняю, потому что этого требует учитель (преподаватель).	
5	Трудности, возникающие при изучении данного предмета, делают его для меня еще более увлекательным.	
6	При изучении данного предмета кроме учебников и рекомендованной литературы самостоятельно читаю дополнительную литературу.	
7	Считаю, что трудные теоретические вопросы по данному предмету можно было бы не изучать.	
8	Если что-то не получается по данному предмету, стараюсь разобраться и дойти до сути.	
9	На занятиях по данному предмету у меня часто бывает такое состояние, когда «совсем не хочется учиться».	

10	Активно работаю и выполняю задания только под контролем учителя (преподавателя).	
11	Материал, изучаемый по данному предмету, с интересом обсуждаю в свободное время (на перемене, дома) со своими одноклассниками (друзьями).	
12	Стараюсь самостоятельно выполнять задания по данному предмету, не люблю, когда мне подсказывают и помогают.	
13	По возможности стараюсь списать у товарищей или прошу кого-то выполнить задание за меня.	
14	Считаю, что все знания по данному предмету являются ценными и по возможности нужно знать по данному предмету как можно больше.	
15	Оценка по этому предмету для меня важнее, чем знания.	
16	Если я плохо подготовлен к уроку, то особо не расстраиваюсь и не переживаю.	
17	Мои интересы и увлечения в свободное время связаны с данным предметом.	
18	Данный предмет дается мне с трудом, и мне приходится заставлять себя выполнять учебные задания.	
19	Если по болезни (или другим причинам) я пропускаю уроки по данному предмету, то меня это огорчает.	
20	Если бы было можно, то я исключил бы данный предмет из расписания (учебного плана).	

Приложение 3

Исследование динамики обученности математике

Итоговая контрольная работа по курсу «Математика» и «Элементы высшей математики»

Часть А. Базовый уровень

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти $A \cdot B + 3D$.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

3. Даны векторы $\vec{a}\{-1;4;3\}$ и $\vec{b}\{2;-2;0\}$. Найти $3\vec{a}-\vec{b}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(3{,}5)$, параллельно прямой $3x-y-2=0$.

5. Найти угол между плоскостями $2x-4y+4z-2=0$ и $3x-4y-2=0$.

6. Найти эксцентриситет кривой второго порядка $16x^2-9y^2=144$.

7. Даны два комплексных числа: $z_1=1+4i$, $z_2=2-3i$. Найти: $z_1 \cdot z_2$.

8. Найдите неопределенный интеграл $\int \left(x^2-\sin x+e^x\right)dx$.

9. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''-5y'+6y=0$.

10. Дан закон распределения дискретной случайной величины Y:

y_i	2	4	8
p_i	0,4	0,3	0,3

Найти математическое ожидание $M(y)$.

Часть Б. Повышенный уровень

11. Найти общее решение дифференциального уравнения: $(y+1)y'=x^2+2$.

12. (ИП) Известно, что сила тока в цепи подчиняется синусоидальному закону $i(t)=0{,}125\sin(100t+30)$. Определите заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за 10 с.

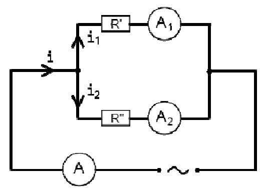
12. (ТП) Известно, что работа A переменной силы F в механике определяется соотношением $A(x) = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$. Используя это соотношение, вычислите, какая работа совершается силой, зависящей от координаты тела по закону $F(x) = 4e^{2x} + 10$ при перемещении тела из точки с координатой $x=0$ в точку с координатой $x=2$.

13. В результате 100 измерений величины силы тока в цепи были получены следующие данные:

Сила тока (мА)	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Число измерений	10	14	26	28	12	8	2

Найдите выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение силы тока в цепи.

14. В цепи переменного тока по двум параллельным ветвям, содержащим некое сопротивление, проходят переменные токи, подчиняющиеся законам: $i_1 = 10\sin(\omega t + 30^0), i_2 = 4\sin(\omega t - 90^0)$. Составить уравнение зависимости силы тока от времени в неразветвленной части цепи.



15. Пусть некоторая система, состоящая из двух узлов, может находиться в одном из трех состояний: оба узла работают, оба узла не работают, работает только один из узлов. Интенсивность поломки узла составляет $\lambda = 5$ (в ед. времени), интенсивность ремонта узла составляет $\mu = 4$ (в ед. времени). Составьте уравнения Колмогорова для определения финальных вероятностей состояния системы и выясните, в каком состоянии вероятнее всего будет находиться система спустя бесконечно большой промежуток времени.

Проверка гипотезы о нормальности распределения выборки.

Сформулируем рабочие гипотезы:

H_0 – эмпирическое распределение подчиняется нормальному закону распределения;

H_1 – эмпирическое распределение подчиняется другому закону распределения.

Таблица 3.1

Расчет показателей распределения

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	Накопленная частота, S	$\lvert x_i - x_{cp}\rvert \cdot f_i$	$(x_i - x_{cp})^2 \cdot f_i$	$\frac{f_i}{n}$
7	1	7	1	5.85	34.18	0.0256
8	1	8	2	4.85	23.49	0.0256
9	1	9	3	3.85	14.79	0.0256
10	1	10	4	2.85	8.1	0.0256
11	6	66	10	11.08	20.45	0.15
12	10	120	20	8.46	7.16	0.26
13	8	104	28	1.23	0.19	0.21
14	4	56	32	4.62	5.33	0.1
15	1	15	33	2.15	4.64	0.0256
16	2	32	35	6.31	19.89	0.0513
17	1	17	36	4.15	17.25	0.0256
18	1	18	37	5.15	26.56	0.0256
19	1	19	38	6.15	37.87	0.0256
20	1	20	39	7.15	51.18	0.0256
Итого	39	501		73.85	271.08	1

$\bar{x} = 12{,}85$

$D = 6{,}95$

$S^2 = 7{,}13$

$\sigma = 2{,}64$

$s = 2{,}67$

Таблица 3.2

Расчет теоретических частот

i	x_i	u_i	φ_i	n_i^*
1	7	-2.22	0,0339	0.5
2	8	-1.84	0,0734	1.09
3	9	-1.46	0,1374	2.03
4	10	-1.08	0,2227	3.29
5	11	-0.7	0,3101	4.59
6	12	-0.32	0,3778	5.59
7	13	0.0584	0,3982	5.89
8	14	0.44	0,3621	5.36
9	15	0.82	0,285	4.22
10	16	1.2	0,1942	2.87
11	17	1.58	0,1145	1.69
12	18	1.95	0,0584	0.86
13	19	2.33	0,0258	0.38
14	20	2.71	0,0099	0.15

Таблица 3.3

Расчет критерия Пирсона

i	n_i	n_i^*	$n_i - n_i^*$	$(n_i - n_i^*)^2$	$\frac{(n_i - n_i^*)^2}{n_i^*}$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	0.5	-0.5	0.25	0.5
2	1	1.09	0.0858	0.00736	0.00678
3	1	2.03	1.03	1.07	0.52
4	1	3.29	2.29	5.26	1.6
5	6	4.59	-1.41	2	0.44
6	10	5.59	-4.41	19.46	3.48
7	8	5.89	-2.11	4.45	0.76
8	4	5.36	1.36	1.84	0.34
9	1	4.22	3.22	10.34	2.45

Продолжение таблицы 3.3

1	2	3	4	5	6
10	2	2.87	0.87	0.76	0.27
11	1	1.69	0.69	0.48	0.28
12	1	0.86	-0.14	0.0185	0.0214
13	1	0.38	-0.62	0.38	1
14	1	0.15	-0.85	0.73	4.97
∑	39	39			16.64

$\chi^2_{эмп} = 16,64$

$\chi^2_{крит} = 19,68$

$\chi^2_{эмп} < \chi^2_{крит}$

Справедливо предположение о том, что данная выборка имеет нормальное распределение.