

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине

ГЕОМЕТРИЯ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профиль «Математическое образование»,
«Информатика и информационные технологии в образовании»)

Разработчик:

доцент каф. геометрии и алгебры,

канд. физ.-мат. н.

С.А.Тихомиров

I. Цели и задачи дисциплины.

Цель дисциплины «Геометрия»:

формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых геометрических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными **задачами** курса являются:

понимание:

- основных понятий геометрии, таких, как векторное пространство, линейная зависимость, прямая, плоскость, кривая второго порядка, поверхность второго порядка, метрическое пространство, топологическое пространство, непрерывность, гомеоморфизм, кривизна и кручение кривой, проективная прямая, проективная плоскость, принцип двойственности, проективное преобразование, аксиоматический подход, абсолютная геометрия, неевклидовы геометрии и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

- решать задачи из различных разделов геометрии, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

- применения аппарата геометрии, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

II. Тематика курсовых работ.

1. Геометрия и искусство.
2. Минимальное свойство круга.
3. Выпуклые тела и минимальное свойство шара.
4. Классификация конечных групп вращений трехмерного пространства.
5. Орнаменты на плоскости.

6. Теорема Эйлера для сетей и графов.
7. Равновеликие и равносторонние многоугольники и многогранники.
8. Точечные решетки на плоскости.
9. Построения на плоскости, выполняемые одной линейкой. Теорема Штейнера.
10. Геометрические построения, выполняемые одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони.
11. Геометрические построения, выполняемые некоторыми простейшими инструментами.
12. Задачи удвоения куба и трисекции угла.
13. Некоторые замечательные линии на поверхности.
14. Чебышевские сети на поверхности.
15. Геометрия на сфере.
16. Геометрия прямых и плоскостей многомерных евклидовых пространств.
17. Изображение геометрических фигур с помощью параллельного проектирования.
18. Конечные проективные плоскости.
19. Проективные плоскости над телами.
20. Девять геометрий на плоскости.
21. Геометрические построения на проективной плоскости.
22. Предложения, эквивалентные аксиоме параллельности.
23. Интерпретация Пуанкаре планиметрии Евклида.
24. Геометрия псевдоевклидовой плоскости.
25. Геометрия Минковского.
26. Элементы гиперболической геометрии Лобачевского.
27. Геометрия на орисфере и на эквидистантной поверхности в пространстве Лобачевского.
28. Элементы эллиптической геометрии Римана.

III. Тематика рефератов (проектов).

1. Комплексные числа и круговая геометрия плоскости.
2. Применение комплексных чисел в элементарной геометрии.
3. Инверсия и ее применение к решению задач элементарной геометрии.
4. Алгебра кватернионов и ее геометрические приложения.
5. Задачи на экстремум в планиметрии.
6. Группа движений.
7. Алгоритмы построения выпуклой оболочки множества точек.
8. Некоторые задачи вычислительной геометрии.
9. Применение методов аналитической геометрии к задачам школьного курса.
10. Простейшие топологические инварианты.
11. Индекс пересечения.
12. Кривая Пеано.
13. Проблема четырех красок.
14. «Дикая сфера».
15. Узлы.
16. Коэффициент зацепления.
17. Фундаментальная группа.
18. Циклы и гомологии.
19. Топологическое произведение.
20. Расслоения.

VI. Контрольная работа.

Контрольная работа проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Выдается от 3 до 10 вариантов (в зависимости от числа студентов в группе). Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для получения оценки «зачет» на итоговом зачете или допуска к экзамену.

Примерные задания для контрольных работ

I семестр

Контрольная работа №1

1. Докажите, что из медиан треугольника можно составить треугольник.
2. Докажите, что четыре отрезка, соединяющие вершины тетраэдра с точкой пересечения медиан противоположной грани, пересекаются в одной точке и этой точкой делятся в отношении 3:1, считая от вершины.
3. Проверить, образуют ли векторы $a(4,1,-1)$, $b(3,-1,0)$, $c(-1,1,1)$ базис пространства. Найти координаты векторов $l(4,4,-5)$, $n(0,3,-4)$ в этом базисе.
4. Дан параллелограмм ABCD. Точка M делит отрезок BC в отношении $\lambda = 2$, N – точка пересечения медиан треугольника BCD. Найти координаты векторов BD, AC, AM, AN, MN,
5. Точки A(-1,2), C(2,-2) – диагональные точки ромба ABCD. Найти координаты вершин B и D, если BD=10.

Контрольная работа №2

1. Дан тетраэдр ABCD. A(1,2,1); B(0,3,4); C(-1,2,0); D(2,4,0).
 - a) Составьте уравнение плоскости ABC.
 - b) Составьте уравнение плоскости, перпендикулярной плоскостям ABC и ABD, и проходящей через точку A.
 - c) Найдите расстояние от точки D до плоскости ABC.
 - d) Найдите площадь треугольника ABC.
 - e) Найдите объем тетраэдра ABCD.
2. Даны вектор $\vec{a}(1,2,3)$, точки A(0,1,-1), B(2,-1,3) и плоскость $\pi: 2x-y+z+2=0$.
 - a) Составить параметрические уравнения прямой m, с направляющим вектором $\vec{a}$ и проходящей через точку A.
 - b) Составить каноническое уравнение прямой n, перпендикулярной прямой m, проходящей через точку B и параллельную плоскости π .

- с) Найти расстояние от точки А до прямой п.
3. Найти высоту треугольника, образованного линиями пересечения плоскости α : $2x+5y+10z-50=0$ с плоскостями координат, проведенную из вершины, лежащей на оси Oz.
4. Исследовать взаимное расположение прямых (пересекаются, параллельны, скрещиваются, расстояние между прямыми): $x=1+2t, y=2-2t, z=-t$; $x=-2t, y=-5+3t, z=4t$.
5. Написать уравнение прямой, содержащей биссектрису AD треугольника ABC, если $A(4,1,-2), B(2,0,0), C(-2,3,-5)$.

II семестр

Контрольная работа №1

1. Записать каноническое уравнение эллипса, если расстояние между вершинами, лежащими на большой оси, равно 16, а расстояние между фокусами равно 10. Вычислить эксцентриситет данного эллипса и найти уравнения директрис.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если точка $A(7; -2\sqrt{3})$, принадлежащая гиперболе, удалена от левого фокуса на расстояние $4\sqrt{7}$.
3. Записать уравнение касательной, перпендикулярной прямой $l: 2x+y-4=0$, к параболе, заданной каноническим уравнением $y^2=10x$.
4. Определить тип кривой второго порядка, заданной уравнением $2x^2+6xy+10y^2-121=0$.
5. При каком значении C прямая $x+y+C=0$ касается окружности $(x-1)^2+(y+2)^2=4$?

Контрольная работа №2

1. Найти уравнение поверхности, получаемой вращением кривой $x^2+y^2-4x+3=0$ вокруг оси Oy.
2. Определить вид линии пересечения поверхностей $x^2+y^2=2z, x^2+y^2+z^2=8$ и найти ее параметрические уравнения.
3. Образующие цилиндра параллельны оси Oz, его направляющая - эллипс $x^2+y^2=2z, x+y+z=1$. Доказать, что это прямой круговой цилиндр, записать его

уравнение. Найти ось и радиус.

4. Определить тип поверхности $(x+y)(x+y+1)=1$.
5. Найти уравнения прямолинейных образующих поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, проходящих через точку $M(1;1;1)$.

III семестр

Контрольная работа №1

1. Показать, что кривая L , заданная параметрически, совпадает с кривой L' , заданной уравнениями в декартовых координатах: $(L): x=t, y=t, z=2t^2$, $(L'): z = x^2 + y^2, y = x$.
2. Кривая в плоскости XOY задана уравнением: $y=\ln \cos x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/3$.
3. Кривая задана параметрически: $x=t^4/4, y=t^3/3, z=t^2/2, 0 < t < \infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+3y+2z=0$.
4. Написать уравнения нормальной плоскости кривой $z = x^2 + y^2, y = x$ в точке $(3, 3, 18)$.
5. Вычислить кручение кривой $x = e^t, y = e^{-t}, z=t\sqrt{2}$ в точке $(1, 1, 0)$.

Контрольная работа №2

1. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xy^2 + z^3 = 12$ в точке $M_0(1, 2, 2)$.
2. Вычислить первую квадратичную форму плоскости, заданной уравнениями $x=u, y=v, z=0$.
3. Доказать, что поверхность $x=4(u+v), y=3(u-v), z=2uv$ является гиперболическим параболоидом, и вычислить угол между кривыми $u+v=0$ и $u-v=0$ в их точке пересечения.
4. Вычислить полную и среднюю кривизны гиперболического параболоида $z = x^2 - y^2$ в произвольной точке.
5. Найти геодезические линии круговой цилиндрической поверхности.

IV семестр

Контрольная работа №1

1. Рассмотрим множество R , состоящее из двух точек a и b . Открытыми множествами будем считать множество R , пустое множество и точку a . Показать, что R — топологическое пространство.
2. Выяснить, какие множества евклидова пространства TE_3 , приведенные ниже, являются замкнутыми: а) отрезок с концами a и b ; б) открытый луч; в) множество всех точек некоторой прямой; г) множество всех точек сферы.
3. Показать, что в евклидовом пространстве внутренность шара с центром в данной точке является окрестностью данной точки.
4. Доказать, что в топологическом пространстве пересечение любого числа замкнутых множеств (конечного или бесконечного) и объединение конечного числа замкнутых множеств — замкнутое множество.
5. Будут ли следующие множества точек плоскости TE_2 связными: а) множество точек плоскости, каждая из которых имеет хотя бы одну рациональную координату; б) множество точек плоскости, имеющих только одну рациональную координату; в) множество точек плоскости, имеющих ровно две рациональные координаты?

Контрольная работа №2

1. Доказать, что следующее отображение является непрерывным: $f: P_2 \rightarrow a$, где P_2 — евклидова плоскость, a — прямая этой плоскости, f — ортогональное проектирование плоскости на прямую.
2. Показать, что отрезок, интервал и полуинтервал не гомеоморфны между собой.
3. Доказать, что интервал и прямая гомеоморфны между собой.
4. Найти эйлерову характеристику сферы.
5. Доказать, что не существует выпуклого многогранника, все грани которого — шестиугольники.

V семестр

Контрольная работа №1

1. В плоскости трехвершинника ABC дана точка S , не лежащая на его сторонах. Пусть $A' = \{AS\} \cap (BC)$, $B' = (BS) \cap \{AC\}$, $C' = (CS) \cap (AB)$. Доказать, что точки $(BC) \cap (B'C)$, $(AC) \cap (A'C)$ и $(AB) \cap (A'B')$ коллинеарны.
2. Даны три различные точки A , B и C прямой g . Построить на той же прямой точку X , для которой $(ABCX) = -1$.
3. Проективное отображение $f: (l) \rightarrow (l')$ задано тремя парами соответственных точек $A, A'=f(A)$; $B, B'=f(B)$; $C, C'=f(C)$. Для точки M прямой l построить ее образ $M'=f(M)$ в предположении, что l не совпадает с l' .
4. Даны три точки плоскости $A(1:2:3)$, $B(-3:2:4)$ и $C(-2/7; 4/7:1)$. Доказать, что они лежат на одной прямой, и найти координаты точки D , для которой $AB \stackrel{h}{=} CD$.
5. На плоскости дана проективная система координат (O_1, O_2, O_3, E) ; построить точки $K(0:1: -1)$ и $P(1:2:1)$.

Контрольная работа №2

1. Написать формулы преобразования координат, если точки O_1', O_2', O_3', E' новой системы координат имеют по отношению к старой системе координат следующие координаты: $O_1'(1:1: 0)$, $O_2'(0:-1:2)$, $O_3'(1:1:1)$, $E'(2: 3: -5)$.
2. Найти неподвижные точки и инвариантные прямые коллинеации $\rho x_1' = 4x_1 - x_2$, $\rho x_2' = 6x_1 - 3x_2$, $\rho x_3' = x_1 - x_2 - x_3$.
3. Гомология f плоскости P_2 задана центром O , осью g и парой различных соответственных точек A и A' . Построить образ M' произвольной точки M плоскости. Рассмотреть два случая: а) O принадлежит g ; б) O не принадлежит g .
4. Дана линия второго порядка $G: 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 - 6x_1x_2 + 4x_2x_3 = 0$. Написать уравнение поляры относительно G точки $M(2:-1:5)$.
5. Найти уравнения касательных, проведенных из точки $A(3:-2:2)$ к линии, заданной уравнением $3x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$.

VI семестр

Контрольная работа №1

1. Докажите, что если в одном треугольнике сумма углов равна двум прямым, то сумма углов любого треугольника равна двум прямым.
2. Докажите, что следующее предложение эквивалентно аксиоме параллельности: если различные прямые a и b не перпендикулярны, то перпендикуляр, проведенный в любой точке прямой a , пересекает прямую b
3. Пользуясь аксиомами абсолютной геометрии докажите, что в четырехугольнике Саккери $ABCD$ ($\angle A = \angle D = \alpha; AB = DC$) углы ABC и BCD равны. Какими они будут на плоскости Лобачевского L_2 прямыми, тупыми, острыми?
4. На плоскости L_2 задан четырехугольник Саккери $ABCD$ ($\angle A = \angle D = \alpha; AB = DC$). Выясните взаимное расположение прямых: а) AB и DC ; б) AD и BC .
5. Докажите, что на плоскости Лобачевского L_2 для любого острого угла всегда можно найти прямую, перпендикулярную к одной стороне и параллельную в то же время к другой его стороне.

Контрольная работа №2

1. Докажите, что на плоскости L_2 угол, вписанный в окружность и опирающийся на диаметр, меньше прямого угла.
2. Методом «от противного» докажите, что 3 точки, равноудаленные от данной прямой, не лежат на одной прямой в плоскости L_2 .
3. Докажите, что длина отрезка, соединяющего середину двух сторон треугольника больше половины третьей стороны.
4. Пользуясь только аксиомами I группы Гильберта, докажите, что каждой плоскости принадлежат по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой.
5. Докажите неравенство треугольника, используя аксиоматику Вейля.

V. Итоговый зачет.

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение семестра, поэтому при его проведении учитываются следующие факторы:

1. характер работы на практических занятиях, степень участия в решении задач на занятиях, в работе малых групп, уровень ответов при решении задачи на доске;
2. наличие/отсутствие пропусков занятий по неуважительной причине;
3. оценка за контрольные работы, проводимые в течение семестра; выполнение/невыполнение домашних заданий.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

II семестр

1. Кривые на плоскости. Кривые второго порядка.
2. Эллипс. Определение. Каноническое уравнение.
3. Параметрическое задание эллипса.
4. Эксцентриситет и директриса эллипса. Геометрические свойства эллипса.
5. Оптическое свойство эллипса.
6. Гипербола. Определение. Каноническое уравнение.
7. Параметризации гиперболы.
8. Эксцентриситет и директриса гиперболы. Геометрические свойства гиперболы.
9. Оптическое свойство гиперболы.
10. Парабола. Определение. Каноническое уравнение.
11. Параметризации параболы.
12. Оптическое свойство параболы.
13. Кривые второго порядка как сечения конуса.
14. Полярная система координат. Уравнения кривых второго порядка в полярной системе координат.
15. Преобразования декартовой системы координат.
16. Вращение и параллельный перенос.
17. Приведение уравнения коники к каноническому виду.
18. Поверхности. Поверхности второго порядка.
19. Сфера. Поверхности вращения.
20. Цилиндры.

- 21.Эллипсоид.
- 22.Гиперболоид.
- 23.Параболоид.
- 24.Линейчатые поверхности.

III семестр

1. Вектор-функция одного скалярного аргумента и ее характеристики.
2. Кривая как вектор-функция одного скалярного аргумента. Гладкие, регулярные кривые.
3. Вычисление длины регулярной кривой.
4. Натуральная параметризация регулярной кривой. Теорема о существовании натуральной параметризации.
5. Сопровождающий трехгранник Френе.
6. Формулы Френе.
7. Нахождение кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Гладкие и регулярные поверхности. Координаты точки на поверхности.
11. Кривая на поверхности, координатные кривые. Координатная сеть. Поверхности вращения. Регулярность поверхности вращения. Координатные кривые на поверхности вращения.
12. Линейчатые поверхности. Поверхность касательных, цилиндрические и конические поверхности. Регулярность поверхности касательных.
13. Полная кривизна поверхности.
14. Главные кривизны поверхности. Поверхности с нулевой, положительной и отрицательной кривизной.
15. Геодезическая на поверхности. Два определения геодезической.

VI. Экзамен.

Экзамен является итогом учебной деятельности студента в течение семестра, поэтому при рассмотрении вопроса о допуске к нему учитываются

следующие факторы:

1. характер работы на практических занятиях, степень участия в решении задач на занятиях, в работе малых групп, уровень ответов при решении задачи на доске;
2. наличие/отсутствие пропусков занятий по неуважительной причине;
3. оценка за контрольные работы, проводимые в течение семестра; выполнение/невыполнение домашних заданий.

Примерные вопросы для самоподготовки к экзамену

I семестр

1. Понятие векторного пространства.
2. Сложение двух векторов. Правило треугольника, правило параллелограмма. Свойства операции сложения.
3. Умножение вектора на число. Свойства операции умножения вектора на число.
4. Линейная зависимость векторов. Простейшие свойства линейно зависимых и линейно независимых векторов. Линейная зависимость на плоскости и в пространстве. Условие коллинеарности и компланарности векторов.
5. Базис. Координаты вектора в базисе и их единственность.
6. Аффинная система координат в пространстве. Метод координат в пространстве.
7. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов.
8. Ортонормированный базис. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Геометрические приложения.
9. Векторное произведение векторов. Основные свойства векторного произведения. Геометрические приложения: Площадь параллелограмма (треугольника), построенного на паре векторов пространства, расстояние от точки до прямой. Условие коллинеарности двух векторов.
10. Тройное (смешанное) произведение векторов. Основные свойства тройного произведения. Условие компланарности трех векторов. Объем

параллелепипеда, построенного на трех векторах пространства. Объем тетраэдра.

11. Прямая на плоскости. Общее, каноническое, параметрические уравнения прямой на плоскости. Нормальный вектор к прямой на плоскости.
12. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
13. Уравнение плоскости. Разные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Параметрические уравнения плоскости.
14. Неполные уравнения плоскости. Взаиморасположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями.
15. Задание полупространств. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.
16. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Взаиморасположение пары прямых в пространстве.
17. Взаиморасположение прямой и плоскости. Точка пересечения прямой и плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

IV семестр

1. Метрическое пространство.
2. Топологическое пространство. Замкнутые и открытые множества.
3. Внутренние и внешние точки. База топологии.
4. Непрерывность. Гомеоморфизм.
5. Отделимость. Компактность. Связность.
6. Многообразия.
7. Клеточное разложение. Эйлерова характеристика многообразия.
8. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия.
9. Классификация компактных двумерных многообразий.
10. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости.
11. Геометрическое тело.
12. Выпуклые многогранники.

13. Правильные многогранники.

14. Группы симметрий правильных многогранников.

V семестр

1. Проективная плоскость. Модели проективной плоскости.
2. Принцип двойственности на плоскости и в пространстве.
3. Теорема Дезарга.
4. Гармонизм и его свойства.
5. Система координат на проективной прямой.
6. Система координат на проективной плоскости.
7. Уравнение прямой на проективной плоскости.
8. Сложное отношение и его свойства.
9. Сложное отношение в координатах.
10. Проективное отображение прямой на прямую. Его задание и свойства.
11. Теорема Папа.
12. Перспектива и ее свойства. Композиции перспективных отображений.
13. Проективное отображение прямой и его свойства.
14. Классификация проективных преобразований прямой.
15. Проективное преобразование прямой в координатах.
16. Инволюция на прямой.
17. Инволюция в координатах.
18. Определение, свойства и задание кривой второго порядка на P_2 .
19. Теорема Паскаля.
20. Предельные случаи теоремы Паскаля. Теорема Брианшона.
21. Полярное соответствие и его свойства.
22. Аффинная и евклидова геометрии с проективной точки зрения.

VI семестр

1. «Начала» Евклида. Структура, примеры теорем.
2. «Начала» Евклида с современной точки зрения.

3. V постулат и попытки его доказательства.
4. Эквиваленты V постулата.
5. Работы Саккери и Ламберта по теории параллельных линий.
6. Работы Лежандра по теории параллельных линий.
7. Аксиома Лобачевского и следствия из нее.
8. Определение и свойства параллельных прямых на L_2 .
9. Симметричность отношения параллельности на L_2 .
10. Сумма углов треугольника и четырехугольника на L_2 .
11. Дефект треугольника и его свойства.
12. Функция Лобачевского и ее свойства.
13. Взаимное расположение расходящихся прямых на L_2 .
14. Взаимное расположение пересекающихся прямых на L_2 .
15. Взаимное расположение параллельных прямых на L_2 .
16. Пучки прямых на L_2 и их задание.
17. Теорема о серединных перпендикулярах к сторонам треугольника.
18. Секущие равного наклона и их построение в пучках.
19. Орицикл и его свойства.
20. Эквидистанта и ее свойства.
21. Непротиворечивость системы аксиом.
22. Независимость системы аксиом.
23. Полнота системы аксиом.
24. Параллельные прямые на модели Клейна L_2 . Аксиома Лобачевского.
25. Перпендикулярность на модели Клейна. Функция Лобачевского.
26. Система аксиом Гильберта E_2 . I и II группы аксиом и их следствия.
27. III и IV группы системы аксиом Гильберта и их следствия.
28. Арифметическая модель системы аксиом Гильберта.
29. Система аксиом Вейля E_3 .
30. Эрлангенская программа Ф. Клейна. Геометрия Евклида с проективной точки зрения.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профиль «Математическое образование»,
«Информатика и информационные технологии в образовании»)

Разработчик:

доцент каф. геометрии и алгебры,

канд. физ.-мат. н.

Т.Л.Трошина

I. Цели и задачи дисциплины.

Цель дисциплины «Алгебра и теория чисел»: формирование специальных компетенций через понимание и изучение классических фактов и утверждений дисциплины, овладение навыками решения типовых алгебраических и теоретико-числовых задач, развитие умения логически и алгоритмически мыслить, развитие логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными навыками и методами работы с информацией, развитие умения осуществлять связь дисциплины со школьным курсом математики.

Основными **задачами** курса являются:

понимание:

- основных понятий алгебры и теории чисел, таких, как множество, отношение, алгебраическая структура, поле комплексных чисел, векторное пространство, линейно независимая система векторов, матрица, определитель, евклидово пространство, отношение делимости, сравнение по модулю, класс вычетов по модулю, первообразный корень, индекс и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

- решать задачи из различных разделов алгебры и теории чисел, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

- применения алгебраического и теоретико-числового аппарата, решения задач и доказательства утверждений в этой области

II. Тематика курсовых работ.

Курсовые работы не предусмотрены.

III. Тематика рефератов.

21. Симметрическая группа S_n .
22. Цикловая структура перестановки.
23. Классические группы малых размерностей.
24. Конечные группы. Теорема Кэли.
25. Циклические группы.
26. Конечные группы. Классификация конечных групп порядка ≤ 6 .
27. Группы в геометрии.
28. Коммутативные кольца и их идеалы. Факторкольца.

29. Поле частных области целостности.
30. Алгебры над полем.
31. Группа корней n -й степени из единицы.
32. Применение комплексных чисел к решению задач элементарной математики.
33. Системы линейных неравенств.
34. Определители специальных матриц.
35. Двойственное пространство.
36. Билинейные формы.
37. Симметричные и кососимметричные формы.
38. Квадратичные формы.
39. Положительно определённые формы и матрицы.
40. Жорданова нормальная форма.
41. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы.
42. Эрмитовы векторные пространства.
43. Унитарные матрицы.
44. Изометрии.
45. Канонический вид изометрий.
46. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
47. П.Л.Чебышев и его вклад в исследование простых чисел.
48. Диофантовы уравнения.
49. Непрерывные дроби.
50. Сравнения второй степени. Символы Лежандра и Якоби.
51. Системы сравнений первой степени.
52. Приближение действительных чисел рациональными дробями.
53. Целые гауссовы числа. Каноническое разложение суммы двух квадратов.
54. Расширения полей.
55. Группа Галуа.
56. Классические задачи на построение.
57. Применение симметрических многочленов при решении задач школьного курса.
58. Смежные классы по подгруппе.
59. Действие групп на множествах.
60. Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп.
61. Коммутант.
62. Произведения групп.
63. Образующие и определяющие соотношения.

- 64. Разрешимые и простые группы.
- 65. Строение конечно порождённых абелевых групп.
- 66. Модули.
- 67. Конечные поля.

IV. Контрольная работа.

Контрольная работа проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Выдается от 3 до 10 вариантов (в зависимости от числа студентов в группе). Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для получения оценки «зачет» на итоговом зачете или допуска к экзамену.

Примерные задания для контрольных работ

II семестр

Контрольная работа №1

1. Является ли отношение ρ на множестве N отношением эквивалентности:

$$x \rho y \leftrightarrow x = y^k \text{ для некоторого натурального } k.$$

2. Выясните, образует ли группу:

- а) множество Z относительно операции $+$;
- б) множество целых чисел, кратных данному натуральному числу n , относительно операции $+$;
- в) степени данного действительного числа a ($a \neq 0; 1$) с целыми показателями относительно операции умножения.

3. Выяснить, являются ли кольцами и полями следующие множества относительно указанных операций:

- а) множество целых чисел Z относительно операций сложения и умножения;
- б) множество рациональных чисел Q относительно операций сложения и умножения.

4. Вычислить:

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{102} + (2 - 3i)^2}{5 + 4i}.$$

5. Извлечь корень из комплексного числа:

$$\text{a) } \sqrt[3]{-i}; \quad \text{b) } \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}.$$

Контрольная работа №2

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -10, \\ -3x_1 - x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Является ли векторным пространством над полем $\mathbb{C}$ множество n -мерных строк комплексных чисел с операцией сложения

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) + (b_1, b_2, \dots, b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$$

и с операцией $\circ$ умножения строки на комплексное число, определенной следующим образом:

$$(x + yi) \circ (a_1, a_2, \dots, a_n) = (xa_1, ya_2, \dots, xa_n), \quad x, y \in \mathbb{R}$$

3. Для следующих векторных пространств найдите какой-либо базис и определите размерность:

а) пространство квадратных матриц второго порядка с элементами из поля $\mathbb{R}$ над полем $\mathbb{R}$;

б) пространство квадратных матриц второго порядка с элементами из поля $\mathbb{C}$ над полем $\mathbb{R}$.

4. Какие из следующих систем векторов в $\mathbb{R}^2$ линейно независимы:

(1) $a_1 = (-2, 2)$, $a_2 = (1, -1)$; (2) $a_1 = (-1, 9)$, $a_2 = (9, -1)$; (3) $a_1 = (-1, 3)$, $a_2 = (6, 2)$, $a_3 = (1, 1)$; (4) $a_1 = (-4, 6)$; (5) $a_1 = (0, 0)$?

5. Можно ли вектор b линейно разложить по векторам a_1 , a_2 , a_3 ? В случае положительного ответа написать какое-либо разложение: $a_1 = (2, 3, 5)$, $a_2 = (3, 7, 8)$, $a_3 = (1, -6, 1)$, $b = (7, -2, 15)$.

III семестр

Контрольная работа №1

1. Выполнить действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & -2 \\ -3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2. \text{ Вычислить ранг матрицы } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу, обратную данной, с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти фундаментальный набор решений системы

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 7x_4 - x_6 = 0. \end{cases}$$

5. Найти какой-либо базис системы векторов и выразить через базис все остальные векторы системы:

$$\alpha_1 = (1, 1, 0),$$

$$\alpha_2 = (1, 0, 2),$$

$$\alpha_3 = (0, 2, 1),$$

$$\alpha_4 = (0, 3, 2),$$

$$\alpha_5 = (1, 1, 1).$$

Контрольная работа №2

1. Определить четность перестановки: 1, 5, 3, 2, 6, 7, 4.

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 10; \\ 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

4. Найти матрицу, обратную данной, с помощью определителей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Пусть e_1, e_2, e_3 -- базис векторного пространства L над полем P и $a = 6e_1 + e_2 - 3e_3$ -- вектор из L . Найти координаты вектора a в базисе e'_1, e'_2, e'_3 , если $e'_1 = e_2 + e_3$, $e'_2 = e_1 - e_3$, $e'_3 = 2e_2 - e_3$.

IV семестр

Контрольная работа №1

1. Является ли следующее отображение векторных пространств линейным:

$$\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : \varphi((x_1, x_2, x_3)) = (2x_1, 3x_2, 0)?$$

2. Найти матрицу оператора $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1, x_1 + 2x_2, x_2 + 3x_3)$ в пространстве $\mathbb{R}^3$ в базисе из единичных векторов.

3. Пусть линейный оператор в пространстве V в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 3 \\ 6 & 1 & -1 & 7 \end{pmatrix}. \text{ Найти матрицу этого оператора в базисе } (e_4, e_2, e_1, e_3).$$

4. Найти характеристические числа и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

5. Дана матрица скалярного произведения в $\mathbb{R}^3$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти скалярное произведение

векторов $X=(1,-2,3)$ и $Y=(-1,3,0)$.

Контрольная работа №2

- Найти НОД чисел 1654 и 2438 с помощью алгоритма Евклида.
- Найти линейное представление НОД чисел 84 и 218.
- Найти каноническое разложение числа 13248.
- Найти сумму и произведение чисел 132_6 и 415_6 .
- Записать число 73645_8 в системе счисления с основанием 7.

V семестр

Контрольная работа №1

1. Решить сравнение: $75x \equiv 54 \pmod{21}$.

2. Решить в целых числах уравнение $17x + 4y = 21$.

3. Найти остаток от деления 9^{1997} на 11.
4. Решить сравнение с помощью индексов: $25x^7 \equiv -7 \pmod{31}$.
5. Найти длину периода десятичной дроби, в которую обращаются обыкновенные несократимые дроби со знаменателем 208.

Контрольная работа №2

1. Определить кратность корня x_0 многочлена $f(x)$:

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

2. Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = -1.$$

3. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов $f(x)$ и $g(x)$ и его линейное выражение через $f(x)$ и $g(x)$:

$$f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5, \quad g(x) = x^5 + x^2 - x + 1.$$

4. Методом неопределенных коэффициентов подобрать для многочленов $f(x)$ и $g(x)$ из задания 3 такие многочлены $u(x)$ и $v(x)$, что

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x),$$

где $d(x) = (f(x), g(x))$.

5. Выделив кратные неприводимые множители многочлена, разложить его на неприводимые множители над полем $\mathbf{R}$:

$$f(x) = x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27.$$

VI семестр

Контрольная работа №1

1. Решить уравнение 3-й степени по формуле Кардано:

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 4 + 2i = 0.$$

2. Решить уравнение 4-й степени методом Феррари:

$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0.$$

3. Построить нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий двойной корень 1 и простой корень $1 + 2i$.

4. Найти рациональные корни многочлена:

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 6.$$

5. Не решая уравнение $x^3 + 2x^2 - 3x - 5 = 0$, найти сумму квадратов его корней (над полем $\mathbf{C}$).

Контрольная работа №2

10. Выразить через элементарные симметрические многочлены:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 5x_1x_2x_3.$$

11. Решить систему

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19, \\ x^2 - 3xy + y^2 = 31. \end{cases}$$

12. Избавиться от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{a}{a+1}$, где a – корень уравнения

$$a^3 - 3a + 1 = 0.$$

13. Найти многочлен наименьшей степени с целыми коэффициентами, имеющий корень

$$\sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

14. Найти степень расширения $[\mathbb{Q}(1 + \sqrt[4]{5}) : \mathbb{Q}]$.

Критерии оценки

Каждая задача оценивается по 3-балльной шкале:

0 – задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки;

1 – задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки;

2 – задача решена верно.

Каждая контрольная работа содержит 5 задач. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно получить за решение задач варианта – 10. Оценка «зачет» за контрольную работу ставится, если студент получил 5 и более баллов за решение задач варианта. Оценка «незачет» за контрольную работу ставится, если студент получил 4 и менее баллов за решение задач варианта.

V. Итоговый зачет.

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение семестра, поэтому при его проведении учитываются следующие факторы:

6. посещение лекционных и практических занятий: - 1 балл за пропуск (в случае, если занятие пропущено по уважительной причине и студент предъявил конспект лекции или выполненные задания, балл не снимается);
7. характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 10 баллов за семестр), при этом учитываются:
 - сформированность представлений об основных математических понятиях и методах,
 - владение понятийным аппаратом курса для выбора методов решения задач,
 - понимание в целом возможностей применения математических методов;

- умение решать задачи по основным разделам курса;
- способность логично и корректно излагать материал курса при ответе на вопросы;
- 8. оценки за контрольные работы, проводимые в течение семестра;
- 9. выполнение домашних заданий;
- выполнение реферата.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

1. Сравнения и их свойства. Приложение: признаки делимости натуральных чисел в систематической записи.
2. Кольцо классов вычетов по данному модулю, его свойства. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю.
3. Мультипликативная группа Γ_m обратимых элементов кольца $\mathbf{Z}_m$. Функция Эйлера $\varphi(m)$. Ее свойства.
4. Нахождение $\varphi(m)$ по каноническому разложению числа m . Теоремы Эйлера и Ферма.
5. Решение сравнений первой степени. Необходимые и достаточные условия существования решения.
6. Сравнения первой степени и неопределенные (диофантовы) уравнения с двумя неизвестными.
7. Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Свойства порядка.
8. Первообразные корни. Число классов вычетов данного порядка в Γ_m . Существование первообразных корней по простому модулю.
9. Индексы по простому модулю и их свойства. Таблицы индексов. Решение сравнений при помощи индексов.
10. Двучленные сравнения по простому модулю. Степенные вычеты.
11. Арифметические приложения теории сравнений: число знаков в периоде десятичной дроби, нахождение остатков при делении на данное число, признаки делимости, проверка результатов арифметических действий.
12. Алгебраическое определение многочлена. Кольцо $K[x]$ многочленов от одной переменной с коэффициентами из кольца K .
13. Кольцо многочленов над областью целостности. Многочлены как функции.
14. Деление многочлена с остатком на двучлен.
15. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
16. Многочлены над полем P . Кратность корней многочлена.
17. Евклидово кольцо. Деление с остатком многочленов в кольце $P[x]$.

18.Идеал коммутативного кольца. Кольцо главных идеалов. Евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

19.Наибольший общий делитель многочленов из кольца $R[x]$.

20.Вычисление наибольшего общего делителя с помощью алгоритма Евклида. Линейное выражение наибольшего общего делителя.

21.Наименьшее общее кратное многочленов из кольца $R[x]$.

22.Факториальные кольца. Факториальность кольца главных идеалов.

23.Разложение на неприводимые множители в кольце $R[x]$.

24.Дифференцирование многочленов. Свойства дифференцирования. Изменение кратности неприводимого делителя при дифференцировании.

25.Результант двух многочленов. Дискриминант многочлена.

VI. Экзамен.

Экзамен является итогом учебной деятельности студента в течение семестра, поэтому при рассмотрении вопроса о допуске к нему учитываются следующие факторы:

10. посещение лекционных и практических занятий: - 1 балл за пропуск (в случае, если занятие пропущено по уважительной причине и студент предъявил конспект лекции или выполненные задания, балл не снимается);
11. характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 10 баллов за семестр), при этом учитываются:
 - сформированность представлений об основных математических понятиях и методах,
 - владение понятийным аппаратом курса для выбора методов решения задач,
 - понимание в целом возможностей применения математических методов;
 - умение решать задачи по основным разделам курса;
 - способность логично и корректно излагать материал курса при ответе на вопросы;
12. оценки за контрольные работы, проводимые в течение семестра;
13. выполнение домашних заданий;
- выполнение реферата.

Примерные вопросы для самоподготовки к экзамену

II семестр

1. Множества. Операции над множествами. Отображения множеств.
2. Отношения на множествах. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Отношение порядка.
3. Бинарные алгебраические операции, их свойства. Понятие алгебраической структуры.

4. Группы. Простейшие свойства групп. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
5. Кольца. Области целостности. Простейшие свойства колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
6. Поля. Простейшие свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы полей.
7. Поле комплексных чисел. Построение. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.
8. Системы линейных уравнений. Множество решений системы. Равносильные системы. Совместные и несовместные системы. Элементарные преобразования систем.
9. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
10. Критерий несовместности системы. Уравнения, являющиеся следствием данной системы.
11. Однородные системы линейных уравнений. Теорема о существовании ненулевых решений однородной системы.
12. Векторные пространства над полем. Примеры. Простейшие свойства.
13. Линейная зависимость. Утверждения о линейной зависимости.
14. Базис системы векторов и векторного пространства. Число векторов в разных базисах векторного пространства. Размерность векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе.
15. Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств равной размерности над одним и тем же полем.
16. Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Векторные многообразия.

IV семестр

1. Ранг системы векторов. Матрицы. Элементарные преобразования над матрицами. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Вычисление строчечного ранга матрицы.
2. Совпадение строчечного и столбцевого рангов матрицы. Ранг матрицы.
3. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений. Число решений совместной системы. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений.
4. Однородная система уравнений. Необходимое и достаточное условие существования ненулевых решений однородной системы. Размерность и базис пространства решений (фундаментальная система решений) однородной системы.

5. Операции над матрицами и их свойства. Кольцо квадратных матриц. Понятие обратной матрицы. Необходимое и достаточное условие обратимости матрицы.

6. Практический способ нахождения обратной матрицы.

7. Группа перестановок.

8. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.

9. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.

10. Применение определителей к нахождению обратной матрицы, решению системы n линейных уравнений с n неизвестными (метод Крамера) и нахождению ранга матрицы.

11. Связь между различными базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.

12. Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Взаимно однозначные линейные отображения и невырожденные матрицы. Обратное отображение. Связь между умножением линейных отображений и умножением матриц.

13. Ядро и образ линейного отображения. Ранг линейного отображения. Совпадение ранга линейного отображения с рангом его матрицы.

14. Линейный оператор. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.

15. Алгебра линейных операторов $\text{End}_F(V)$ и алгебра матриц $M(n, F)$, их изоморфизм.

16. Собственные числа, собственные векторы и собственные подпространства линейного оператора. Характеристическое уравнение. Нахождение собственных подпространств линейного оператора.

17. Диагонализируемые линейные операторы. Критерий диагонализируемости линейного оператора (совпадение суммы размерностей его собственных подпространств с размерностью пространства).

18. Векторные пространства со скалярным произведением. Евклидовы пространства. Примеры.

19. Процесс ортогонализации, дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

20. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

21. Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление с остатком в кольце целых чисел.

22. Наибольший общий делитель (НОД) целых чисел. Алгоритм Евклида. Свойства НОД.
- 23.. Линейное представление НОД. Наименьшее общее кратное (НОК) целых чисел. Свойства НОК.
24. Взаимно простые числа и их свойства. Связь НОД и НОК.
25. Простые и составные числа и их свойства.
26. Асимптотический закон распределения простых чисел в натуральном ряду.
27. Существование и единственность канонического разложения натурального числа на простые сомножители, каноническая запись делителя натурального числа, НОД и НОК двух натуральных чисел.
28. Число $\tau(n)$ и сумма $\sigma(n)$ делителей натурального числа n . Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел в арифметических прогрессиях.
29. Систематические числа. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

VI семестр

1. Многочлены над полем $\mathbb{C}$. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел (основная теорема алгебры многочленов). Формулы Виета.
2. Многочлены над полем $\mathbb{R}$.
3. Решение уравнений третьей степени. Формула Кардано.
4. Решение уравнений четвертой степени. Метод Феррари.
5. Многочлены над полем $\mathbb{Q}$. Нахождение рациональных корней многочлена из $\mathbb{Q}[x]$. Признак Эйзенштейна неприводимости многочлена над $\mathbb{Q}$.
6. Кольцо многочленов от нескольких переменных над кольцом K .
7. Отсутствие делителей нуля в кольце многочленов от нескольких переменных над областью целостности. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем.
8. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.
9. Алгебраические и трансцендентные числа. Существование трансцендентных чисел. Числа, алгебраические над полем P . Кольцо $P[a]$, где a – алгебраическое над P число.
10. Поле частных области целостности. Простые расширения числовых полей. Кольцо $P[a]$, где a – число, алгебраическое над P , является полем
11. Критерий алгебраичности числа над заданным полем. Конечные расширения числовых полей, свойство их транзитивности.
12. Поле алгебраических чисел.
13. Простота конечных расширений.

14. Понятие разрешимости уравнений в радикалах. Разрешимость в квадратных радикалах, ее связь с разрешимостью геометрических задач на построение циркулем и линейкой.
15. Неразрешимость некоторых задач на построение.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине
МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профиль «Математическое образование»,
«Информатика и информационные технологии в образовании»)

Разработчики:

профессор кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
доктор педагогических наук
доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
кандидат педагогических наук
доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
кандидат педагогических наук

А.В. Ястребов

Т.Н. Карпова

Г.Ю. Буракова

I. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Методика обучения и воспитания в области математики» - формирование методической подготовки будущего учителя математики как основы для развития профессиональных и специальных компетенций, раскрывающих содержание профессионально-предметной деятельности учителя математики. Изучение дисциплины должно обеспечить овладение деятельностью по самостоятельной постановке методических задач, выявлению наиболее эффективных путей их решения; овладение исследовательской и экспериментальной деятельностью, контролю и оценке своих действий; прогнозированию результатов обучения.

Изучение курса должно обеспечить условия для активизации познавательной деятельности и формирования опыта методической работы, приобретения опыта профессиональной деятельности; стимулирование самостоятельной деятельности по освоению содержания дисциплины, саморазвития, развития математических способностей.

Основными **задачами** курса являются:

понимания (знание): концепции школьного курса математики, о путях формирования системы математических знаний учащихся об актуализации и обобщении субъектного опыта учащихся, необходимости учета возрастных особенностей учащихся, о формировании метапредметных знаний, необходимости творческого подхода к работе учителя, различных подходов к изучению темы;

овладение навыками (опытом): конструирование уроков разных типов, методики работы с теоремой, задачей, составление задач разного уровня сложности, в том числе заданий творческого характера, обобщения и систематизации знаний, использование проектной деятельности, игровых форм, организации диалога, осуществление воспитательной работы через предмет;

развитие умений: анализировать и обобщать, сравнивать, классифицировать, систематизировать учебный материал, решать задачи разными методами, работать с теоремой и задачей, осуществлять мотивацию, строить уроки разных типов в различных технологиях, оценивать знания учащихся, осуществлять разные виды контроля, составлять творческие задания, методические проекты.

II. Тематика курсовых работ (проектов)

1. Формирование исследовательских умений учащихся при изучении тригонометрии.
2. Формирование предметной мотивации школьников в процессе обучения математике.
3. Методика обучения решению иррациональных уравнений и неравенств.
4. Деятельностный подход в обучении геометрии (на примере темы «Объемы многогранников»).
5. Использование ИКТ при изучении стереометрии (на примере одной из тем курса стереометрии).
6. Роль математических задач в изучении математики.
7. Роль методических задач в курсе методики обучения математике.
8. Подготовка школьников к итоговой государственной аттестации.
9. Развитие мыслительных операций школьников при решении алгебраических задач.
10. Методика обучения построению графиков функций в средней школе.
11. Контроль и оценивание деятельности школьника при обучении математике.
12. Задачи с практическим содержанием в курсе алгебры основной школы
13. Развитие алгоритмического мышления у учащихся при изучении алгебры основной школы.
14. Приемы составления задач по алгебре в школе.
15. Организация проектной деятельности при изучении геометрии.
16. Геометрические неравенства в задачах

17. Использование дополнительных построений при решении геометрических задач.
18. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе изучения многогранников.
19. Иррациональные уравнения и неравенства в средней школе и их роль в подготовке старшеклассников к ЕГЭ по математике.
20. Разработка элективного курса для учащихся основной школы по теме «Интересные натуральные числа»
21. Систематизация знаний по математике учащихся средней школы.
22. Методическое портфолио по теме «Числовая линия в средней школе»
23. Методическое портфолио по теме «Функции в основной школе»
24. Неравенства Коши и их использование в учебном процессе.
25. Неравенства Ки Фана и их использование в учебном процессе.
26. Различные способы введения понятия производной.
27. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе решения стереометрических задач.
28. Метод развертки при решении стереометрических задач.
29. Использование информационно-компьютерных технологий при изучении темы «Сечения многогранников».
30. Методы решения стереометрических задач на нахождение наибольших и наименьших значений.
31. Инновационные формы и методы обучения и воспитания в области математики
32. Метод проблемного обучения (на примере одной из тем школьного курса математики)
33. Развитие вариативного мышления при изучении математики
34. Организация интегрированных уроков
35. Межпредметные связи на примере изучения одной из тем курса.
36. Задачи элементарной математики в олимпиадах школьников.
37. Методические особенности работы с одаренными детьми
38. Методика подготовки учащихся к школьным олимпиадам (конкурсам, конференциям)

III. Примерная тематика рефератов (докладов)

1. Математические понятия и методика их формирования.
2. Методика обучения доказательству теорем в школьном курсе математики.
3. Математические предложения и их доказательства в школьном курсе математики.
4. Применение анализа и синтеза при решении геометрических задач.
5. Классификации в алгебре и геометрии.
6. Организация обучения ориентированного на взаимообучение учащихся.
7. Разработка заданий для репродуктивной самостоятельной работы.
8. Задача одна – решения разные (в алгебре, в геометрии).
9. Координатный и векторный методы при доказательстве теорем.
10. Координатный и векторный методы в решении планиметрических (стереометрических) задач.
11. Методика обучения решению задач практического содержания в курсе алгебры (планиметрии).
12. Методика составления творческих задания для учащихся по теме.
13. Методика проведения уроков изучения и первичного заключения знаний по теме «Деление с остатком».
14. Методика проведения дидактической игры по определенной теме.
15. Формы работы на уроках математики со старшеклассниками.
16. Взаимосвязь различных определений понятий элементарной математики
17. Урок одной задачи.

18. Методика обучения решению задач с практическим содержанием при изучении тригонометрии.
19. Обобщение и систематизация знаний по теме «Симметрия»
20. Математическое путешествие по Ярославлю.
21. Методика изучения кривых второго порядка в школьном курсе математики.
22. Методика работы с задачей в контексте деятельностного подхода.
23. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе решения стереометрических задач.
24. Метод развертки при решении стереометрических задач.
25. Приемы формирования грамотной математической речи учащихся при изучении математики
26. Формирование у учащихся представлений о математических моделях и их использовании.

IV. Методические комментарии к проведению практических и лабораторных работ

Тема занятия: «Объект и предмет методики обучения математике»

Цель: раскрыть общую структуру школьного курса математики как способа организации процесса передачи математических знаний обучающимся; познакомить студентов с основной терминологией курса; раскрыть взаимосвязи курса методики обучения математике с другими вузовскими дисциплинами, более детальная проработка самими студентами теоретического материала, изложенного в лекции № 1, закрепление понятия методической системы обучения математике; знакомство с различными учебными комплектами по математике для основной и средней школы, утвержденным Министерством образования и науки Российской Федерации.

Понятия, которые должны быть усвоены:

- методическая система обучения математике и ее составные части;
- общая структура основных нормативных документов, обеспечивающих математическое образование в средней школе;
- общая структура учебного комплекта по математике для основной школы; для старших классов.

Вопросы к занятию:

- принципы и методы обучения, изученные в курсе дидактики; понятие дидактической системы;
- возрастные особенности учащихся и понятия, связанные с мышлением, которые изучены в курсе психологии;
- особенности обучения математике в начальной школе.
- особенности учебных комплектов по математике для основной школы;
- особенности учебных комплектов по математике для старших классов.
- возрастные особенности учащихся и понятия, связанные с мышлением, которые изучены в курсе психологии;

Практические задания к занятию:

- изучение структуры федерального образовательного стандарта по математике для средней школы каждым студентом с комментариями преподавателя;
- изучение структуры учебной программы по математике для средней школы каждым студентом с комментариями преподавателя;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по математике для 5-6 классов;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по алгебре для основной школы;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по алгебре и началам анализа для 10-11 классов;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по геометрии.

Тема занятия: «Математическое понятие и методика его формирования. Теорема и методика ее изучения»

Цель: формирование знаний студентов об основных дидактических единицах школьного курса математики; основных принципах конструирования уроков математики различных типов,

изучение и усвоение ведущих компонентов методики работы с основными дидактическими единицами на уроке математики; общих требований к конструированию уроков различных типов.

Понятия, которые должны быть усвоены:

- математические понятия и способы их определения;
- основные этапы методики введения нового понятия на уроке;
- основные этапы методики работы с теоремой на уроке;
- основные этапы методики работы с учебной задачей на уроке;
- основные требования к организованному набору задач;
- общая схема конспекта урока математики;
- технологическая карта урока математики.

Вопросы к занятию:

- изучить и усвоить основные этапы технологии изучения математического понятия: актуализация знаний, мотивация, введение нового понятия, осознание и осмысление, закрепление и применение нового понятия, введение нового понятия в систему знаний учащегося;
- знакомство с общей схемой конспекта урока по математике;
- изучение и усвоение основных этапов технологии изучения теоремы на уроке математики;
- знакомство с различными подходами к классификации задач школьного курса математики;
- изучение и усвоение основных этапов технологии работы с отдельной математической задачей на примере сюжетной задачи;
- знакомство с основными принципами составления организованных наборов и систем задач. Систематизация знаний студентов по вопросу «Общие подходы к конструированию уроков математики различных типов» - устный опрос;

Практические задания к занятию:

- разработка малой группой фрагмента урока по введению математического понятия, представление результатов всей группе;
- пополнение собственного портфолио.
- разработка малой группой фрагмента урока по изучению теоремы на уроке, представление результатов всей группе;
- представление студентами результатов собственной разработки урока по избранной теме.

Тема занятия: Методика изучения числовых систем (Методика изучения натуральных и целых чисел. Методика изучения иррациональных чисел).

Общее задание:

1. Подготовить краткие исторические справки о возникновении и развитии понятий: натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби, отрицательные числа, иррациональные числа.
2. Выписать определения и ознакомиться с примерами различных видов чисел (числа-близнецы, совершенные числа, дружественные числа, числа Фибоначчи, фигурные числа, треугольные числа).

Индивидуальные задания:

1. Введение понятия десятичной дроби. Разработайте фрагмент урока. Разработка должна отражать цели урока, описание оборудования, разработку этапов: актуализации знаний. Введение нового материала, закрепления (с элементами самостоятельной работы учащихся).
2. Различные формы записи рациональных чисел и их взаимосвязь.
3. Введение понятия иррационального числа. Примеры иррациональных чисел.
4. Последовательность изучения действительных чисел в альтернативных учебниках основной школы авторов Ю.Н. Макарычева, А.Г. Мордковича, Г.В. Дорофеева, С.Н. Никольского. Проследите выполнения схемы введения новых чисел.

Тема занятия: Методика изучения линии неравенств в курсе алгебры основной школы

Основная учебная цель изучения линии неравенств в школьном курсе математики. Изучения

теории неравенств в 5-6 классах. Методические особенности изучения темы «Числовые неравенства и их свойства». Содержание тем «Линейные неравенства с одной переменной», «Системы неравенств с одной переменной». Методика обучения учащихся доказательству неравенств. Обучение учащихся разным способам решения квадратных неравенств. Формирование навыка проведения равносильных преобразований неравенств. Использование метода интервалов при решении неравенств вида $|x - a| < b$, $(x - a)(x + b) > 0$. Решение текстовых задач, требующих составления и решения неравенств или систем неравенств.

Общее задание

1. Перечислить основные определения, связанные с неравенствами, свойства равносильности неравенств.
2. Выполнить анализ темы «Квадратные неравенства»:
 - методы решения квадратных неравенств,
 - функциональный подход при решении квадратных неравенств,
 - разработка варианта справочной таблицы по решению квадратных неравенств, в основе которой лежит функциональный подход.

Индивидуальные задания

1. Методика обучения решению неравенств методом интервалов (предварительное разложение на множители, учет кратности корней соответствующего уравнения, изолированные и выколотые точки ...)
2. Методика обучения решению систем неравенств в курсе алгебры 8-9 классов.

Литература

1. Школьные учебники алгебры основной школы разных авторов.
2. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн.ред. Н.Л. Стефановой, Н.С.Подходовой. -М.:Дрофа, 2005.
3. Э.Г.Гельфман и др. Неравенства в алгебре.-изд-во Томского ун-та, Томск, 1999.
4. Мельникова Т.П. Устное решение квадратных уравнений. - газета Математика 10/1997.
5. Э.Г.Гельфман и др. Квадратные уравнения.-изд-во Томского ун-та, Томск,.
6. Э.Г.Гельфман и др. Системы уравнений...-изд-во Томского ун-та, Томск

Тема занятия: Вероятностно-статистическая линия в курсе алгебры и начал анализа.

Цели изучения элементов теории вероятностей и статистики в школе. Содержание темы и требования к учащимся. Особенности изучения основных понятий тем «Комбинаторика», «Случайные события», «Статистический анализ данных» в 10-11 классах. Методика обучения учащихся решению комбинаторных задач. Методика введения понятия «вероятность» (классического геометрического, статистического). Методика изучения основных понятий теории вероятностей (случайные события, частота событий, графическое представление частот...). Типология вероятностных задач. Элементы статистики в школьном курсе математики (прикладное значение статистической линии, сбор и обработка статистической информации, методика изучения статистического материала...). Особенности построения системы упражнений.

Задания по группам:

- I гр: Элементы теории вероятностей
II гр: Элементы статистики
III гр: Комбинаторика

План:

1. Сравнительный анализ изложения темы в учебниках разных авторов
2. Исторические сведения
3. Задачи для мотивации, прикладные аспекты
4. Разноуровневые дидактические материалы (самостоятельные работы, контрольные работы, тесты, зачеты, индивидуальные задания...)

5. Фрагменты уроков или уроки разных типов
6. Методические находки
7. Тематическое повторение к ГИА
8. Презентация
9. Список литературы.

Тема занятия: Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве (Особенности изучения темы «Параллельность в пространстве»)

Групповые задания:

1 группа:

«Параллельные прямые в пространстве»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, теорема существования, лемма (без доказательства), теорема (с. 11) с доказательством.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

2 группа:

«Параллельность прямой и плоскости»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, работа с определением, признак параллельности с доказательством, два дополнительных утверждения.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

3 группа:

«Параллельность плоскостей»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, работа с определением, признак параллельности с доказательством, свойства.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

Общее задание. Методика работы с задачей [1] №20,28,33,58,59

Литература

1. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 19-е изд., – М.: Просвещение, 2010
2. Саакян С.М. Изучение геометрии в 10-11 классах. Книга для учителя, – М.: Просвещение, 2010
3. Шарыгин И. Ф. Геометрия 10-11 классы, 2001
4. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия 10-11, 2001
5. Смирнова И. М. Сборник устных задач и упражнений по геометрии для 10-11 классов средней школы. – М.: аквариум, 1998

V. Перечень вопросов для зачета и экзамена

Перечень вопросов для зачета:

4 семестр

1. Раскройте общую структуру Федерального государственного образовательного стандарта основного общего (среднего (полного) общего) образования. Перечислите предметные результаты освоения ООП по математике. Раскройте общую структуру и содержание Профессионального стандарта «Педагог» (в том числе модуль «Предметное обучение. Математика»).
2. Раскройте общую структуру программы по математике основной школы (5-6 кл., 7-9 кл.); для старших классов.
3. Как реализуется индивидуализация обучения математике в практике школы?

4. Какие методы научного познания применяются в процессе обучения школьников математике?
5. Приведите конкретные примеры применения одного из методов или их сочетания в процесс решения геометрической задачи из школьного учебника.
6. Раскройте связь понятий «методы научного познания» и «метапредметные знания обучающихся».
7. Что такое «Универсальные учебные действия» в контексте ФГОС?
8. Назовите способы определения математических понятий.
9. Раскройте сущность методики введения нового понятия на уроке математики.
10. Раскройте сущность методики изучения теоремы на уроке математики.
11. Раскройте этапы работы с математической учебной задачей на уроке.
12. Сформулируйте требования, предъявляемые к минимальной системе задач; к организованному набору задач.
13. Какие типы уроков используются в обучении математике?
14. Раскройте общие требования предъявляемые к уроку математики соответствующего типа.

5 семестр

1. Методика изучения числовых систем в курсе алгебры основной школы.
2. Методика изучения целых чисел.
3. Методика изучения десятичных дробей.
4. Методика изучения обыкновенных дробей.
5. Методика формирования понятия иррационального числа. Множество действительных чисел.
6. Методика изучения тождественных преобразований.
7. Методика формирования понятий степени с рациональным показателем и арифметического корня n -ой степени. Вынесение множителя под знака корня и внесение множителя под знак корня.
8. Методика изучения линии уравнений. Классификация уравнений.
9. Методика изучения линейных уравнений и их систем в курсе алгебры основной школы.
10. Методика изучения квадратных уравнений (введение понятия, способы решения, приложения) к курсу алгебры основной школы.
11. Методика изучения теорема Виета (доказательство, применение).
12. Методика изучения линии неравенств в курсе алгебры основной школы.
13. Числовые неравенства, их свойства. Применение свойств к решению задач.
14. Методика изучения неравенств второй степени в курсе алгебры основной школе.
15. Методика обучения учащихся доказательству неравенства в курсе алгебры основной школы.
16. Методика введения общих функциональных понятий в курсе алгебры 7 класса.
17. Методика изучения линейной функции.
18. Методика изучения квадратичной функции.
19. Методика изучения функции $y = \frac{k}{x}$.
20. Методика обучения учащихся преобразованиям графиков в основной школе.
21. Методика изучения элементов комбинаторики в курсе алгебры основной школы.
22. Методика изучения статистической линии в курсе математики основной школы.
23. Методика изучения элементов теории вероятностей в основной школе.

6 семестр

1. Логическое строение школьного курса стереометрии. Методические особенности изучения аксиом, их следствий и первых теорем стереометрии.
2. Изображение плоских фигур в стереометрии. Параллельная проекция и ее свойства.
3. Методы построения сечений многоугольников плоскостью. Вычисление площадей сечений.

4. Методика изучения темы «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве». Параллельность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей.
5. Особенности изучения темы «Перпендикулярность в пространстве». Перпендикулярность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние между геометрическими фигурами.
6. Скрещивающиеся прямые. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы вычисления расстояний между прямыми. Методика работы с задачей. Примеры решения задач разными способами.
7. Скрещивающиеся прямые. Вычисление углов между прямыми. Методика работы с задачей.
8. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Теорема о трех косинусах, следствие из нее. Методика работы с задачей.
9. Вычисление углов между плоскостями. Методика работы с задачей.
10. Векторный метод решения задач на плоскости и в пространстве. Методика изучения темы «Векторы». Определения понятия вектора в различных школьных учебниках. Операции над векторами. Обучение векторному методу решения задач.
11. Координатный метод решения задач на плоскости и в пространстве. Методика изучения темы «Декартовы координаты». Обучение координатному методу решения задач.
12. Методика изучения многогранников. Эйлерова характеристика многогранника. Правильные многогранники.
13. Сечения многогранников.
14. Площади поверхностей стереометрических фигур. Методика работы со стереометрической задачей.
15. Методика изучения темы «Объемы тел».

Перечень вопросов для экзамена:

7 семестр

1. Особенности и методика изучения функциональной линии в 10 и 11 классе (определение функции, общие свойства, метод исследования, анализ задачного материала, класс элементарных функций)
2. Операции на множестве функций. Методика обучения сложению и умножению графиков функций. Система упражнений.
3. Композиция функций и методика ее изучения (введение понятия, система упражнений, в каких темах используется и как)
4. Методика обучения построению графиков композиции функций на основе теорем согласования свойств функций с операциями на множестве функций
5. Применение производной к исследованию функций (доказательство опорных теорем, общая схема исследования)
6. Обратные функции и методика их изучения
7. Методика изучения тригонометрических функций числового аргумента (базовые понятия, определения, доказательство свойств, методы построения графиков), ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$)
8. Методика обучения решению простейших тригонометрических уравнений
9. Методика обучения решению тригонометрических уравнений (классификация тригонометрических уравнений, методы решений, обобщающее повторение)
10. Методика изучения показательной функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
11. Методика изучения логарифмической функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
12. Методика изучения степенной функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
13. Предел и непрерывность функции в школьном курсе математики
14. Методика введения понятия производной; теоремы дифференциального исчисления, связанные с техникой дифференцирования; анализ задачного материала учебников.

- 15.Методика изучения темы “Касательная к графику функций” в школьном курсе математики.
- 16.Методика обучения решению задач на оптимизацию без производной. Анализ задачного материала школьных учебников.
- 17.Методика обучения решению задач на оптимизацию (с производной). Анализ задачного материала школьных учебников.
- 18.Первообразная и интеграл в старших классах средней школы (определение, свойства, анализ задачного материала).
- 19.Методика изучения основных понятий теории вероятностей в школьном курсе математики.
- 20.Методика изучения основных теорем теории вероятностей и основных характеристик случайных величин.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по производственной практике
ПРАКТИКА ПО ПОЛУЧЕНИЮ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ И ОПЫТА
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профиль «Математическое образование»,
«Информатика и информационные технологии в образовании»)

Разработчики:

теории и методики обучения математике,
кандидат педагогических наук
доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
кандидат педагогических наук

Т.Н. Карпова

Г.Ю. Буракова

I. Цели практики

Целью производственной практики является: получение профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности в области организации учебной деятельности обучающихся, приобретение опыта самостоятельной профессиональной деятельности в основной школе, опыта использования разнообразных приемов, методов и средства обучения; реализации разнообразных образовательных программ в соответствии требований ФГОС

II. Задачи практики

Задачами практики являются:

- **понимание** метапредметных знаний;
- **овладение навыками** творческого подхода к работе учителя, особенностей и содержания деятельности учителя в школьном коллективе; организации учебной и воспитательной деятельности в школьном коллективе.

развитие умений использовать проектную деятельность, игровые формы, ИКТ, учитывать возрастные особенности обучаемых; отбирать и составлять дидактические материалы в соответствии с целями занятий, с педагогическими технологиями

III. Методические рекомендации

Отчетной документацией по производственной практике (по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности) является отчет и дневник студента-практиканта с ежедневными записями о проделанной работе и приложения к дневнику, включающие оформленные задания по практике.

Отчет и итоговый дневник студента по практике хранится на кафедре в течение трех лет.

1. В ходе практики студент составляет итоговый письменный отчет. Цель отчета – показать степень полноты выполнения студентом программы практики. В отчете отражаются итоги деятельности студента во время прохождения практики в соответствии с разделами и позициями, соответствующие расчеты, анализ, обоснования, выводы и предложения.

2. Объем отчета (основной текст) – 25- 30 страниц. Таблицы, схемы, диаграммы, чертежи можно поместить в приложения, в этом случае в основной объем отчета они не входят. Список документов, нормативных и инструктивных материалов и литературы в основной объем отчета не включаются.

3. Отчет о практике должен содержать:

3.1. Титульный лист (по форме университета в год сдачи отчета).

3.2. Оглавление (содержание) отчета.

3.3. Введение (обоснование актуальности практик, формулирование цели и задач, которые студент ставит перед собой на время практики, планируемые результаты).

3.4. Содержание и анализ всех видов деятельности в период практики (согласно заданию по практике). Результаты работы оформляются в виде таблиц, графиков с последующим анализом.

3.5. Дневник практики.

3.6. Заключение (анализ достигнутых результатов).

3.7. Список литературы.

3.8. Приложения (Таблицы, схемы, иллюстрации, фотографии, расчёты, литература).

3.9. Характеристика студента-практиканта, подписанная руководителем организации.

В основной части отчет по практике необходимо отразить следующие позиции:

- характеристика основных направлений деятельности организации (предприятия);
- характеристика выполненных заданий;
- материалы по разделам
- выводы и рекомендации о прохождении практики.
- отчет брошюруется в папку.

4. По окончании практики отчет вместе с дневником представляется руководителю практики от организации, проверяется и подписывается им и заверяется печатью. Затем сдается вместе с дневником и отзывом-характеристикой руководителя практики от организации, после

его регистрации на кафедре, руководителю практики от кафедры.

Дневник прохождения практики

1. Выполненную за каждый день работу с указанием сведений, материалов, полученных при прохождении практики, студент-практикант отражает в дневнике практики.

2. Дневник содержит:

- информацию о месте и сроках прохождения практики;
- календарный график прохождения практики;
- наименование подразделений, где проходила практика;
- содержание разрабатываемых и изучаемых вопросов практики, выполненная по ним работа;
- календарные сроки выполнения всех позиций проведенных работ;
- список материалов, собранных студентом в период прохождения практики для написания ВКР (если имеется);
- замечания и рекомендации руководителя практики от кафедры.

3. По окончании практики дневник подписывается руководителем практики от организации.

4. Дневник сдается вместе с отчетом о практике, после его регистрации на кафедре, руководителю практики от кафедры.

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по подготовке к
государственной итоговой аттестации
для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профиль «Математическое образование»,
«Информатика и информационные технологии в образовании»)

Разработчик:
профессор кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
доктор педагогических наук

Е.И. Смирнов

Методические рекомендации по подготовке к государственному экзамену

В ходе государственного экзамена определяется практическая и теоретическая подготовленность бакалавра педагогического образования к выполнению профессиональных задач, установленных ФГОС ВО:

- владение теоретическими знаниями, современными технологиями, разнообразными методами, приемами и средствами обучения информатики;
- знание школьной системы математического образования;
- знание основных нормативных и законодательных актов, регулирующих деятельность образовательных учреждений;
- осуществление обучения и воспитания с учетом специфики информатики и предметов математического цикла как школьного предмета.

Государственный экзамен должен выявить степень готовности бакалавра к продолжению научного образования.

Государственные экзамены проводятся в устной форме по экзаменационным билетам.

Каждый экзаменационный билет по математике и методике обучения и воспитания в области математики включает два вопроса: первый по теоретическим вопросам математики, второй – по методике обучения и воспитания в области математики.

Экзаменационный билет информатике и методике преподавания информатики включает три вопроса: по теоретическим вопросам информатики, второй – по методике преподавания информатики, третий – по информационным технологиям обучения.

На подготовку к ответу студенту дается до 1 академического часа. При подготовке студентам предоставляется возможность пользоваться программой государственного экзамена, выполнять необходимые записи по каждому вопросу на листах бумаги со штампом вуза или факультета, выдаваемых секретарем экзаменационной комиссии.

Студенту, завершившему ответ по экзаменационному билету, могут быть заданы вопросы уточняющего и дополнительного характера в пределах перечня вопросов, вынесенных на государственный экзамен.

После завершения ответа студента на все вопросы следует объявление председателем комиссии окончания опроса экзаменуемого. Члены экзаменационной комиссии проставляют оценки за ответы экзаменуемого на каждый вопрос и по их совокупности. По завершении экзамена экзаменационная комиссия на закрытом заседании обсуждает характер ответов каждого студента и ставит итоговую оценку в баллах: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». В случае расхождения мнений членов экзаменационной комиссии, в соответствии с Положением об итоговой аттестации выпускников вузов РФ, решение принимается простым большинством голосов. При равном числе голосов голос председателя комиссии является решающим.

Итоговая оценка заносится в протокол заседания экзаменационной комиссии, проставляется в зачетную книжку студента, в которой расписываются председатель и все члены экзаменационной комиссии, сообщается студентам.

Программа раздела государственного экзамена в части курса математики

Математический анализ

1. Мощность множества. Шкала мощностей (упорядочение, неограниченность сверху, линейность). Счетные множества. Несчетность континуума.
2. Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Три теории действительных чисел.
3. Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления. Двоичная система счисления и ЭВМ.
4. Отображение множеств, типы и классификация. Операции над отображениями ($\pm$, $/$, $\circ$, $()^{-1}$, $\circ$).

5. Основные элементарные функции, множество элементарных функций. Классификация элементарных функций. Неэлементарные функции.
6. Элементарные функции в комплексной плоскости.
7. Асимптотическое представление основных элементарных функций. Формула и ряд Тейлора.
8. Предел функции в точке a . Пространство Lim_a . Односторонние и бесконечные пределы. Признаки существования предела. Замечательные пределы.
9. Топология числовой прямой. Окрестность точки в $\mathbf{R}$. Строение открытых и замкнутых множеств в $\mathbf{R}$.
10. Метрические пространства $(\mathbf{R}, C_{[a;b]}, C^1_{(a;b)}, C^\infty_{(a;b)})$. Сходимость в метрическом пространстве. Полные метрические пространства. Метод последовательных приближений.
11. Непрерывность функции в точке метрического пространства. Алгебраическая структура и полнота пространства $C_{[a;b]}$.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Метод Больцано.
13. Задачи, приводящие к понятию производной. Дифференциал функции. Пространство $C^1_{(a;b)}$.
14. Развитие понятия производной: $f':\mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}$, $f':\mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}^n$, $f':\mathbf{R}^n\rightarrow\mathbf{R}^n$, $f':\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{C}$. Условие дифференцируемости функции.
15. Исследование функции на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывно дифференцируемой на отрезке.
16. Интегрирование как обратная операция к дифференцированию. Формула Ньютона-Лейбница. Техника неопределенного интегрирования.
17. Задачи, приводящие к понятию интеграла. Интеграл Римана. Класс интегрируемых функций.
18. Равномерная сходимость функционального ряда. Методы разложения элементарных функций. Определение $\sin x$ и $\cos x$.
19. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Применение к колебательным процессам.
20. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теорема Пикара. Дифференциальные уравнения основных элементарных функций.

Геометрия

21. Векторы на плоскости и в пространстве. Координатный метод.
22. Скалярное, векторное и тройное (смешанное) произведения векторов.
23. Прямая линия на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.
24. Кривые второго порядка (эллипс, гипербола и парабола) в их каноническом виде.
25. Поверхности второго порядка: основные типы, канонические уравнения, исследование геометрической формы поверхностей по каноническим уравнениям методом сечений.
26. Группа подобий, движений и аффинных преобразований плоскости.
27. Система аксиом евклидовой плоскости.
28. Полнота, непротиворечивость и независимость системы аксиом (понятие об интерпретации на модели системы аксиом).
29. Теория параллельных прямых в геометрии Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Угол параллельности. Функция Лобачевского.

Алгебра

30. Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля. Примеры. Свойства. Поле комплексных чисел.
31. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования системы. Метод

Гаусса решения системы линейных уравнений. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений.

32. Векторное пространство над полем. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, свойства. Базис векторного пространства. Теорема о постоянстве количества базисных векторов. Размерность векторного пространства.

33. Линейные операторы в векторном пространстве. Примеры, свойства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.

34. Определители, их основные свойства. Приложения определителей.

35. Кольцо целых чисел. Деление с остатком. НОД двух чисел и алгоритм Евклида. Систематические числа. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.

36. Числовые сравнения и их свойства. Построение кольца классов вычетов по заданному модулю. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Приложения теории сравнений к задачам школьного курса.

37. Деление с остатком в кольце $R[x]$. Схема Горнера. Теорема Безу и ее следствия. Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены над полями Q , R , C . Теорема Виета.

Теория вероятностей

38. Вероятность, комбинаторика и графы.

39. Случайные события.

40. Случайные величины.

41. Энтропия и информация.

42. Элементы математической статистики.

Программные аннотированные вопросы к государственному экзамену по математике

Математический анализ

1. *Мощность множества. Шкала мощностей (упорядочение, неограниченность сверху, линейность). Счетные множества. Несчетность континуума.*

Построение шкалы мощностей с помощью факторизации по отношению эквивалентности. Несчетность интервала и всей прямой (доказать). Счетность множества рациональных чисел (доказать). Указать мощность множеств N , Z , R , A , I , T . 10 примеров множеств мощности континуума. Частичный порядок на шкале мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна (доказать). Сформулировать теорему Кантора о высших мощностях и проиллюстрировать для множества из n элементов.

2. *Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Три теории действительных чисел.*

Основные группы аксиом: сложение, умножение, порядок, связи, аксиома непрерывности (в какой-либо форме). Лемма Кантора о вложенных отрезках (доказать). Натуральные числа, метод математической индукции (примеры). Подклассы R (N , целые Z , рациональные Q , иррациональные I , алгебраические A , трансцендентные числа T), их мощности. Теории действительных чисел Г.Кантора, Р.Дедекинда, К.Вейерштрасса (исторический анализ, различие и взаимосвязи).

3. *Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления. Двоичная система счисления и ЭВМ.*

Формулировка и геометрическая трактовка принципа Архимеда. Приложение принципа Архимеда. (Приложение принципа Архимеда к нахождению $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.) Плотность множества Q

в $\mathbf{R}$ (доказать). Рациональное приближение действительных чисел. Позиционная система счисления, взаимный переход из одной системы счисления в другую. Запись информации в память ЭВМ, понятие бита и байта информации.

4. *Отображение множеств, типы и классификация. Операции над отображениями ($\pm$, $/$, $\circ$, $()^{-1}$, $|$).*

Отображение множеств (эволюция понятия, современная трактовка понятия функции). Типы отображений: инъекция, сюръекция, биекция (примеры). Классификация отображений: $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$, $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$ (примеры). Операции над отображениями: арифметические, композиции, обращение, сужение, продолжение (примеры). Построить непрерывное продолжение показательной функции $\exp(x)$ в $\mathbf{Q}$ на $\mathbf{R}$ (провести доказательство непрерывности и теоремы сложения).

5. *Основные элементарные функции, множество элементарных функций. Классификация элементарных функций. Неэлементарные функции.*

Основные элементарные функции: постоянная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические; графики и основные свойства. (Системы координат на плоскости и в пространстве (декартова, полярная, параметрическая), задание элементарных функций, взаимопереход различных систем координат). Мера угла, построение тригонометрических функций (вычисление площади сектора или длины дуги). Многочлены, рациональные, иррациональные, алгебраические, трансцендентные функции (примеры). Неэлементарные функции (примеры).

6. *Элементарные функции в комплексной плоскости.*

Основные элементарные функции в комплексной плоскости: $f(z) = \frac{ax+b}{cx+d}$, $f(z) = z^n$, $f(z) = e^z$, $f(z) = \operatorname{Ln} z$, $f(z) = \sin z$, различные подходы к определению, идея аналитического продолжения, свойства. Доказательство формулы $e^{iz} = \cos z + i \sin z$.

7. *Асимптотическое представление основных элементарных функций. Формула и ряд Тейлора.*

Линейное, квадратичное, полиномиальное приближение основных элементарных функций. Формулы Лагранжа и Тейлора (доказать), ряд Тейлора. Остаточные члены в форме Пеано и Лагранжа. Разложения основных элементарных функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^m$, $\ln(1+x)$. Единственность разложения в ряд Тейлора (доказать).

8. *Предел функции в точке a . Пространство Lim_a . Односторонние и бесконечные пределы. Признаки существования предела. Замечательные пределы.*

Предел функции в точке (окрестностное определение), $(\varepsilon-\delta)$ -язык, язык последовательностей (по Гейне). Эквивалентность $(\varepsilon-\delta)$ -языка и языка Гейне (доказать). Предел последовательности (определение). Алгебраическая структура $(+, -, \cdot, /)$ и структура отношения порядка $\leq$ на множестве Lim_a . Замечательные пределы (перечислить), число e . Доказать один из признаков существования предела.

9. *Топология числовой прямой. Окрестность точки в $\mathbf{R}$. Строение открытых и замкнутых множеств в $\mathbf{R}$.*

Окрестность точки в $\bar{\mathbf{R}}$. Отделимость окрестностей (доказать). Классификация точек: предельная, внутренняя и граничные точки множества (10 примеров). Строение открытых и замкнутых множеств в $\mathbf{R}$ (доказать). Методы решения неравенств, содержащих модуль (примеры).

10. *Метрические пространства $(\mathbf{R}, C_{[a;b]}, C^1_{(a;b)}, C^\infty_{(a;b)})$. Сходимость в метрическом пространстве. Полные метрические пространства. Метод последовательных приближений.*

Метрические пространства (примеры). Доказательство неравенства Коши-Буняковского. Покоординатная сходимость, равномерная сходимость, интегральная сходимость (примеры). Теорема Банаха (сформулировать). Сжимающие операторы в $\mathbf{R}$, приложение к приближенному решению уравнения $F(x)=0$. Вычисление $\sqrt{a}$ методом последовательных приближений.

11. *Непрерывность функции в точке метрического пространства. Алгебраическая*

структура и полнота пространства $C_{[a;b]}$.

Непрерывность функции в метрическом пространстве $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$, $f: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$. Непрерывность основных элементарных функций (доказать для одной функции). Алгебраическая структура $(+, -, \cdot, /)$ и полнота пространства $C_{[a;b]}$ в равномерной метрике. Использование непрерывности при нахождении предела функции (10 примеров).

12. *Свойства функций, непрерывных на отрезке. Метод Больцано.*

Теоремы Больцано-Коши и Вейерштрасса, непрерывность композиции и обращение (доказать теорему Больцано-Коши методом Больцано). Показать включение $C^1_{(a;b)} \subset C_{[a;b]}$. Привести пример непрерывной, но не дифференцируемой в некоторых точках функции (обосновать) (10 примеров).

13. *Задачи, приводящие к понятию производной. Дифференциал функции. Пространство $C^1_{(a;b)}$.*

Задачи о касательной, о плотности, о скорости (обосновать). Исторические подходы к введению производной (Ньютон, Лейбниц). Дифференциал функции как средство приближенного выражения приращения функции, его геометрический и механический смысл. Производные основных элементарных функций (вывод одной из формул) (использовать цепное правило дифференцирования и производную обратной функции). Алгебраическая структура пространства $C^1_{(a;b)}$.

14. *Развитие понятия производной: $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f': \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^n$, $f': \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $f': \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$. Условие дифференцируемости функции.*

Развитие понятия производной (число, вектор-функция, градиент, оператор) – определения и взаимосвязи. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции комплексного переменного (доказать). Конкретные примеры производной на каждый случай. Геометрический и физический смысл производных.

15. *Исследование функции на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывно дифференцируемой на отрезке.*

Локальный и глобальный экстремумы функции (определение и примеры в $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}^n$ ($n \geq 2$), $\mathbf{C}$). Необходимое (теорема Ферма) и 3 достаточных условия существования экстремума в $\mathbf{R}$ (доказать одну теорему). Стационарные и критические точки функции (5 примеров в $\mathbf{R}$, 5 примеров в $\mathbf{R}^n$). Метод наискорейшего спуска для $\mathbf{R}^2$ (алгоритм). Нахождение $\max f$ и $\min f$ ($f \in C^1_{(a;b)}$; рассмотреть решение геометрической или физической задачи).

16. *Интегрирование как обратная операция к дифференцированию. Формула Ньютона-Лейбница. Техника неопределенного интегрирования.*

Задача восстановления F из выражения $dF(x) = F'(x)dx$, обращение дифференциального оператора $\frac{d}{dx}: C^1 \rightarrow C$, линейность и структура ядра N оператора $\frac{d}{dx}$ (доказать). Существование

$\left(\frac{d}{dx}\right)^{-1}: C \rightarrow C^1/N$, линейность и обратимость $\left(\frac{d}{dx}\right)^{-1}$ (доказать), обозначение $\left(\frac{d}{dx}\right)^{-1} = \int \underbrace{\quad} dx$

(10 примеров первообразных функций), геометрический и физический смысл первообразной, основная теорема интегрального исчисления. Техника неопределенного интегрирования (по частям, подстановка, интегрирование рациональных функций) – примеры на каждый случай.

17. *Задачи, приводящие к понятию интеграла. Интеграл Римана. Класс интегрируемых функций.*

Метод бесконечно малых. Задачи о площади плоской фигуры, о длине дуги кривой, об объеме тела, о работе силового поля, о массе линейного стержня. Интеграл Римана (посредством интегральных сумм, аксиомы непрерывности или разделяющего числа – суммы Дарбу). Класс L интегрируемых функций (алгебраическая структура, отношение порядка), аддитивность и монотонность интеграла Римана (10 примеров из класса L). Примеры неинтегрируемой по Риману функции (5 примеров). Решение интегрированием поставленных выше задач. Методика применения интеграла Римана к решению практических задач.

18. *Равномерная сходимость функционального ряда. Методы разложения элементарных*

функций. Определения $\sin$ и $\cos$.

Равномерная сходимость – сходимость в метрике $C_{[a;b]}$. Примеры равномерно и неравномерно сходящихся рядов (по 2 примера). Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда (доказать). Методы разложения элементарных функций в функциональный ряд (геометрическая прогрессия, $\frac{d}{dx}$, $\int$) (обосновать на конкретных примерах). Числа e , π , $\ln p$ (вычисление и оценка погрешности). Определение $\sin$ и $\cos$ посредством функционального ряда (теоремы сложения, периодичность) (обоснование).

19. *Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Применение к колебательным процессам.*

Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и неоднородные). Структура общего решения. Задача Коши и единственность ее решения. Геометрическое и физическое истолкование начальных условий. Нахождение общего решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ (характеристическое уравнение, 3 формулы общего решения – доказать). Исследовать решение дифференциального уравнения колебательного процесса (свободные и вынужденные колебания, резонанс).

20. *Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теорема Пикара. Дифференциальные уравнения основных элементарных функций.*

Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения (3 примера, обосновать). Постановка задачи Коши, геометрический и физический смысл. Доказательство теоремы Пикара для уравнения $y' = f(x, y)$ методом последовательных приближений. Функциональные и дифференциальные уравнения основных элементарных функций и их решения методом функциональных рядов.

Геометрия

21. *Векторы на плоскости и в пространстве. Координатный метод.*

Линейные операции над векторами (сложение векторов, умножение вектора на действительное число). Свойства операции сложения векторов. Свойства операции умножения вектора на действительное число. Приложения линейных операций над векторами для решения геометрических задач.

Аксиоматика евклидовой геометрии: Гильберт, Вейль, Колмогоров, Погорелов и др. Системы координат. Координаты вектора (точки) как коэффициенты разложения вектора в данном базисе (репере). Теорема о единственности координат вектора в данном базисе. Решение основных аффинных задач в координатной форме: середина отрезка, деление отрезка в данном отношении, условия коллинеарности векторов, компланарность четырех точек.

22. *Скалярное, векторное и тройное произведения векторов.*

Скалярное произведение двух векторов, его свойства. Применение скалярного произведения: длина вектора, перпендикулярность векторов, косинус угла между двумя векторами, проекция вектора на ось.

Векторное произведение векторов, его свойства. Геометрические приложения векторного произведения: вычисление площади параллелограмма, построенного на двух векторах, нахождение синуса угла между векторами, условие коллинеарности двух векторов в пространстве.

Тройное произведение векторов, его свойства. Геометрические приложения тройного произведения: вычисление объема ориентированного параллелепипеда (тетраэдра), установление расположения четырех точек в пространстве.

23. *Прямая линия на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.*

Уравнения прямой на плоскости в различных формах: параметрические уравнения, каноническое уравнение, нормальное уравнение, общее уравнение. Необходимое и достаточное условия принадлежности точки прямой. Взаимное расположение двух прямых. Основные задачи на прямую на плоскости: расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми и

т.д. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

Уравнения плоскости в пространстве в различных формах: общее уравнение, нормальное уравнение, уравнение по трем точкам. Уравнения прямой, расположенной в пространстве: по двум точкам, точке и направляющему вектору, прямая как пересечение двух плоскостей. Основные задачи на прямую и плоскость в пространстве: расстояние от точки до плоскости, угол между двумя плоскостями, между прямой и плоскостью, между двумя прямыми и т.д. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей и прямых в пространстве.

24. *Кривые второго порядка (эллипс, гипербола и парабола) в их каноническом виде.*

Эллипс: определение, вывод канонического уравнения, простейшие свойства, вершины, фокусы, большая и малая полуоси, фокусное расстояние, эксцентриситет, директрисы, директориальное свойство эллипса, уравнение касательной.

Гипербола: определение, вывод канонического уравнения, простейшие свойства, вершины, фокусы, действительная и мнимая полуоси, фокусное расстояние, эксцентриситет, директрисы, директориальное свойство гиперболы, уравнение касательной.

Парабола: определение, вывод канонического уравнения, простейшие свойства, вершина, фокус, ось, директриса, уравнение касательной, оптическое свойство параболы.

Общий подход к определению кривой 2-го порядка в полярных координатах.

25. *Поверхности второго порядка: основные типы, канонические уравнения, исследование геометрической формы поверхностей по каноническим уравнениям методом сечений.*

Эллипсоид: каноническое уравнение, простейшие свойства, вершины, полуоси, сечение эллипсоида плоскостями вида $x=C$, $y=C$, $z=C$, эллипсоид вращения.

Гиперболоиды (однополостный и двуполостный): канонические уравнения, простейшие свойства, полуоси, сечение гиперболоида плоскостями вида $x=C$, $y=C$, $z=C$, гиперболоид вращения.

Параболоиды (эллиптический и гиперболический): канонические уравнения, простейшие свойства, ось, вершина, сечение параболоида плоскостями вида $x=C$, $y=C$, $z=C$, параболоид вращения.

Цилиндры (эллиптический, гиперболический, параболический): канонические уравнения, простейшие свойства, направляющая линия, образующая цилиндра, сечение цилиндра плоскостями вида $x=C$, $y=C$, $z=C$.

Конус второго порядка: каноническое уравнение, простейшие свойства, вершина, сечение конуса плоскостями вида $x=C$, $y=C$, $z=C$, конус вращения.

26. *Группа подобий, движений и аффинных преобразований плоскости.*

Преобразование подобия на плоскости, свойства подобий. Группа подобий плоскости. Координатное задание преобразования подобия. Классификация подобий. Применение преобразования подобия к решению геометрических задач.

Движение на плоскости, свойства движений. Группа движений плоскости. Роль осевой симметрии в группе движений плоскости. Координатные задания движений. Применение движений плоскости к решению геометрических задач.

Аффинное преобразование плоскости, свойства (линейные, групповые) аффинных преобразований, их конструктивное и аналитическое задания. Неподвижные точки и инвариантные направления проективных преобразований плоскости. Классификация аффинных преобразований плоскости, родственные преобразования. Применение аффинных преобразований к решению геометрических задач.

27. *Система аксиом евклидовой плоскости.*

Аксиоматика Евклида. Возникновение неевклидовых геометрий, различные эквивалентные аксиоматики евклидовой плоскости: аксиоматика Гильберта, аксиоматика Вейля, аксиоматика Колмогорова, аксиоматика Погорелова и др. Схема одной из аксиоматик: основные понятия, группы аксиом, основные теоремы, вытекающие из каждой группы. Положительные и отрицательные стороны этих систем аксиом. Сравнение каких-либо двух систем аксиом школьной геометрии.

28. *Полнота, непротиворечивость и независимость системы аксиом (понятие об*

интерпретации на модели системы аксиом).

Непротиворечивость, независимость, полнота систем аксиом. Примеры: независимость аксиомы параллельности от остальных аксиом евклидовой плоскости; общая схема проверки непротиворечивости аксиоматики Гильберта (на примере арифметической модели) или аксиоматики Лобачевского (на примере интерпретации Пуанкаре или интерпретации Бельтрами-Клейна).

29. *Теория параллельных прямых в геометрии Лобачевского. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского. Угол параллельности. Функция Лобачевского.*

Аксиоматика плоскости Лобачевского. Абсолютная геометрия. Неевклидова геометрия (геометрия Лобачевского) и ее следствия: теория параллельных, тригонометрия плоскости Лобачевского, теоремы о метрических соотношениях на плоскости Лобачевского и т.д. Последовательность введения понятия параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Свойства отношения параллельности на плоскости Лобачевского, взаимное расположение параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского. Функция Лобачевского и ее свойства.

Алгебра

30. *Основные алгебраические системы: группы, кольца, поля. Примеры. Свойства. Поле комплексных чисел.*

Группа как множество с заданной на нем ассоциативной бинарной алгебраической операцией, для которой выполняются аксиомы о нейтральном и противоположном (обратном) элементах. Свойства и примеры групп: $(\mathbf{Z}, +)$, $(\mathbf{Q}, +)$, $(\mathbf{R}, +)$, $(\mathbf{C}, +)$, $(\mathbf{Q}^*, \cdot)$, $(\mathbf{R}^*, \cdot)$, $(\mathbf{C}^*, \cdot)$, μ_n , S_n , $M_n(\mathbf{P})$, $\{GL(n, \mathbf{P})\}$, $\mathbf{Z}_m$. Абелева группа, конечная и бесконечная группы. Гомоморфизм и изоморфизм групп.

Кольцо, свойства и примеры колец: $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$, $M_n(\mathbf{P})$, $\mathbf{Z}_m$. Коммутативное кольцо, кольцо с единицей. Гомоморфизм и изоморфизм колец.

Поле, свойства и примеры полей: $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{Z}_p$, где p – простое число. Поле комплексных чисел.

31. *Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования системы. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений.*

Система линейных уравнений, решение системы линейных уравнений, совместная и несовместная системы линейных уравнений, элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений, исследование системы линейных уравнений на основе метода Гаусса.

Однородная система линейных уравнений, теорема о пространстве решений однородной системы линейных уравнений.

Векторная и матричная формы записи системы линейных уравнений, ранги основной и расширенной матриц системы линейных уравнений. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений.

32. *Векторное пространство над полем. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, свойства. Базис векторного пространства. Теорема о постоянстве количества базисных векторов. Размерность векторного пространства.*

Векторное пространство над произвольным полем, свойства и примеры: пространства геометрических векторов плоскости и трехмерного пространства, арифметическое n -мерное пространство $\mathbf{R}^n$, пространство решений однородной системы линейных уравнений.

Линейно зависимая и линейно независимая системы векторов, основные свойства линейной зависимости.

Базис векторного пространства, теорема о количестве векторов в двух разных базисах векторного пространства, размерность векторного пространства.

33. *Линейные операторы в векторном пространстве. Примеры, свойства. Матрица*

линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.

Линейный оператор, свойства и примеры. Матрица линейного оператора в заданном базисе, связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.

Примеры линейных операторов, рассматриваемых в школьном курсе математики (симметрия относительно прямой, проходящей через начало координат, центральная симметрия относительно начала координат, гомотетия с центром в начале координат, проектирование на оси координат, поворот вокруг начала координат).

Собственный вектор, собственное число и собственное подпространство линейного оператора, свойства собственных векторов линейного оператора. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.

34. *Определители, их основные свойства. Приложения определителей.*

Подстановка порядка n , понятие о симметрической группе S_n , знак подстановки. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков. Алгебраическое дополнение элемента квадратной матрицы, разложение определителя по строке (столбцу). Свойства определителя квадратной матрицы. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (правило Крамера) и к нахождению обратной матрицы.

35. *Кольцо целых чисел. Деление с остатком. НОД двух чисел и алгоритм Евклида. Систематические числа. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.*

Отношение делимости и деление с остатком на множестве $\mathbf{Z}$, теорема существования и единственности деления с остатком на множестве $\mathbf{Z}$. Алгоритм Евклида на множестве $\mathbf{Z}$. Теорема о нахождении НОД двух целых чисел при помощи алгоритма Евклида, теорема о линейном представлении НОД. НОК двух целых чисел.

Позиционные и непозиционные системы счисления. Систематическая запись натурального числа по натуральному основанию $g > 1$. Теорема о систематической записи натурального числа по натуральному основанию $g > 1$. Переход от одного основания к другому, действия над числами в систематической записи.

Простые и составные числа, свойства простых чисел. Основная теорема арифметики, каноническое представление натурального числа.

36. *Числовые сравнения и их свойства. Построение кольца классов вычетов по заданному модулю. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Приложения теории сравнений к задачам школьного курса.*

Сравнимость двух целых чисел по заданному модулю m , свойства сравнений. Построение кольца классов вычетов $\mathbf{Z}_m$. Функция Эйлера $\phi(n)$. Теоремы Эйлера и Ферма. Приложения теории сравнений к задачам школьного курса: вывод признаков делимости на 3, на 9, на 11, на 7, 11, 13, на числа вида $2^\alpha \cdot 5^\beta$ ($\alpha, \beta \in \mathbf{Z}, \alpha, \beta \geq 0$), нахождение остатков при делении чисел, последней цифры числа.

37. *Деление с остатком в кольце $\mathbf{P}[x]$. Схема Горнера. Теорема Безу и ее следствия. Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены над полями $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$. Теорема Виета.*

Кольцо многочленов $\mathbf{P}[x]$, корень многочлена. Деление с остатком в кольце $\mathbf{P}[x]$, деление многочлена на двучлен, схема Горнера. Теорема Безу и ее следствия, кратность корня многочлена. Применения теоремы Безу и схемы Горнера.

Приводимые и неприводимые многочлены над заданным полем. Многочлены над полем комплексных чисел, основная теорема алгебры (без доказательства) и ее следствия, теорема Виета. Многочлены над полем действительных чисел, разложение на неприводимые множители в кольце $\mathbf{R}[x]$. Многочлены с рациональными и целыми коэффициентами, нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами, неприводимые многочлены над полем рациональных чисел.

Теория вероятностей

38. Вероятность, комбинаторика и графы.

Классическая вероятность и ее свойства. Основные правила комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания. Методы комбинаторики. Основные понятия теории графов. Вероятностный граф.

39. Случайные события.

Алгебра событий и пространства элементарных исходов. Правила сложения и умножения вероятностей и их интерпретация на графах. Условные вероятности. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли и ее обобщения. Вероятность и азартные игры. Граф и матрица перехода цепей Маркова. Аксиоматика Колмогорова.

40. Случайные величины.

Дискретные случайные величины. Закон и граф распределения. Характеристики положения и рассеивания дискретной случайной величины. Санкт-Петербургский парадокс, безобидные игры. Биномиальный закон распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Дифференциальная функция распределения и ее свойства. Нормальный закон распределения. Двумерные дискретные случайные величины. Ковариация, коэффициент корреляции и их вычисления на ковариационном графе. Многомерные случайные величины, корреляционный граф.

41. Энтропия и информация.

Энтропия как мера неопределенности. Формулы Хартли и Шеннона. Бит и другие единицы измерения меры неопределенности. Условные энтропии и их свойства. Энтропия дискретных случайных величин и ее интерпретация на графе. Количество информации и ее свойства. Решение логических задач с помощью подсчета информации.

42. Элементы математической статистики.

Вариационный и статистический ряд. Генеральная и выборочная совокупности. Полигон и гистограмма. Выборочные числовые характеристики вариационного ряда. Точечные и интервальные оценки генеральных числовых характеристик. Доверительный интервал. Выборочная ковариация и ее вычисления по ковариационному графу. Выборочный коэффициент корреляции и корреляционная зависимость. Ранговая корреляция. Статистические методы в педагогике.

Программа раздела государственного экзамена в части курса методики обучения и воспитания в области математики

Алгебра и начала анализа

43. Методика изучения множества действительных чисел в школьном курсе математики.

44. Методика изучения тождественных преобразований в основной школе.

45. Методика изучения уравнений в основной школе.

46. Методика обучения решению неравенств в основной школе.

47. Методика изучения функций в основной школе.

48. Методика изучения функционального материала в курсе алгебры и начал анализа.

49. Методика изучения тригонометрических функций в школе.

50. Методика изучения степенной функции.

51. Методика изучения показательной функции.

52. Методика изучения логарифмической функции.

53. Методика изучения темы ``Сложная функция".

54. Методика изучения темы ``Производная функции".

55. Методика изучения темы ``Применение производной к решению задач".

56. Методика обучения построению графиков функций без производной в старших классах средней школы. Функционально-графический метод решения задач.

57. Методика изучения основных понятий теории вероятностей в курсе математики основной школы.

Геометрия

58. Методика изучения многоугольников в курсе планиметрии. Геометрия треугольника. Разные виды четырехугольников в теоремах и задачах.
59. Геометрия окружности в школьном курсе планиметрии и методика ее изучения.
60. Методика изучения геометрических преобразований. Движения и их свойства. Применение движений к решению задач. Подобие фигур. Преобразования подобия в задачах.
61. Методика изучения темы ``Векторы''. Определения понятия вектора в различных школьных учебниках. Операции над векторами. Обучение векторному методу решения задач.
62. Методика изучения темы ``Декартовы координаты''. Обучение координатному методу решения задач.
63. Площади фигур. Различные подходы к определению понятия площади. Методические особенности вывода формул для вычисления площадей плоских фигур. Метод площадей в задачах.
64. Методика изучения темы ``Параллельность прямых и плоскостей в пространстве''. Параллельная проекция и ее свойства. Методы построения сечения многогранника плоскостью.
65. Методика изучения темы ``Перпендикулярность прямых и плоскостей''. Перпендикулярность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние между геометрическими фигурами.
66. Методика изучения многогранников. Эйлерова характеристика многогранника. Правильные многогранники.
67. Методика изучения темы ``Объемы тел''.

Теоретические основы обучения математике

68. Объект и предмет методики обучения математике. Цели, содержание и структура обучения математике в школе. Значимость педагогической профессии для прогрессивного развития общества. Профессиональная этика и культура учителя математики, необходимость непрерывного самообразования и самосовершенствования.
69. Нормативные документы, регламентирующие процесс обучения математике в средней школе. Стандарт школьного образования по математике. Назначение и функции общеобразовательного стандарта в школе. Общие и локальные нормативно-правовые акты, регулирующие деятельность школьного трудового коллектива. Использование правовых документов в процессе решения возникающих социальных и профессиональных задач.
70. Кабинет математики общеобразовательной школы. Оборудование кабинета и требования к нему. Чрезвычайные ситуации, опасные для жизни и здоровья; последовательность действий при возникновении чрезвычайных ситуаций.
71. Режим труда и гигиены школьника. Здоровье и факторы, влияющие на него. Роль и место физического образования в жизни личности и общества. Приемы оказания первой медицинской помощи пострадавшим, находящимся в неотложных состояниях. Смена вида деятельности, необходимость двигательной активности на уроках математики в 5-6 классах.
72. Средства обучения математике. Использование информационных и коммуникационных технологий при обучении математике. Современные школьные учебники математики: концептуальные особенности и отличия.
73. Развитие мыслительных операций школьников при изучении математики. Формирование предметной мотивации школьников в процессе обучения математике, развитие познавательного интереса к предмету и творческой активности. Приемы формирования грамотной математической речи учащихся при изучении математики. Методические особенности работы с одаренными детьми при обучении математике. Методика подготовки учащихся к школьным олимпиадам (конкурсам, конференциям).

74. Формы и методы обучения математике. Урок как основная форма обучения математике. Контроль и оценивание деятельности школьника при обучении математике. Систематизация знаний по математике учащихся средней школы. Инновационные формы и методы обучения и воспитания в области математики. Организация проектной деятельности при изучении математики. Метод проблемного обучения (на примере одной из тем школьного курса математики). Организация интегрированных уроков.

75. Формирование у учащихся представлений о математических моделях и их использовании. Формирование у учащихся основных характеристик естественнонаучной картины мира, осознания места и роли человека в природе.

76. Математические понятия и методика их формирования. Методика обучения доказательству теорем и математических предложений в школьном курсе математики. Роль математических задач в изучении математики. Методика работы с задачей в контексте деятельностного подхода. Применение анализа и синтеза при решении геометрических задач. Классификации в алгебре и геометрии.

Программные аннотированные вопросы к государственному экзамену по методике обучения и воспитания в области математики

Алгебра

43. *Методика изучения множества действительных чисел в школьном курсе математики.*

Цели и задачи изучения темы. Различные подходы к введению числовых множеств. Свойства основных числовых множеств. Схема расширения числовых множеств. Этапы изучения числовых множеств в курсе математики средней школы. Методические особенности изучения множеств натуральных, дробных, целых, действительных, комплексных чисел в учебных пособиях разных авторских коллективов.

44. *Методика изучения тождественных преобразований в основной школе.*

Цели и задачи изучения темы. Линия тождественных преобразований в школьном курсе математики. Пропедевтика тождественных преобразований в 5-6 классах. Определение понятий ``тождество'', ``тождественное преобразование'', ``выражение'' в школьных учебниках разных авторов. Содержание линии тождественных преобразований. Методика обучения учащихся общим и специальным приемам преобразований рациональных выражений и выражений, содержащих квадратные корни. Обучение учащихся основным приемам доказательства тождеств.

45. *Методика изучения уравнений в основной школе.*

Цели и задачи изучения темы. Типология уравнений в школьных учебниках разных авторов. Классификации уравнений, изучаемых в школьном курсе математики (основания, положенные в основу классификации). Основные этапы изучения линии уравнений в основной школе. Взаимосвязь изучаемых в теории уравнений понятий с другими линиями курса. Общие и частные методы решения уравнений, изучаемых в курсе алгебры основной школы.

Методика формирования понятия ОДЗ. Основные аспекты обучения учащихся решению сюжетных задач с помощью уравнений. Методика формирования начальных представлений о задаче решения уравнения с параметром. Методика обучения решению линейных и квадратных уравнений с параметром.

Формирование представлений учащихся об уравнениях как математическом аппарате решения разнообразных задач из математики, смежных областей знаний, практики.

46. *Методика обучения решению неравенств в основной школе.*

Основная учебная цель изучения линии неравенств в школьном курсе математики. Изучение элементов теории неравенств в 5-6 классах. Методические особенности изучения темы ``Числовые неравенства и их свойства''. Содержание тем ``Линейные неравенства с одной переменной'', ``Системы неравенств с одной переменной''.

Методика обучения учащихся доказательству неравенств. Обучение учащихся разным способам решения квадратных неравенств. Формирование навыка проведения равносильных

преобразований неравенств. Использование метода интервалов при решении неравенств вида $(x-a)(x+b)>0$.

47. Методика изучения функций в основной школе.

Цели и задачи изучения темы. Определение функции в школьных учебниках. Пропедевтика и введение понятия "функция". Формирование понятия "функция". Основные типы задач, решаемых в 7 классе при изучении темы "Понятие функции". Основные знания, формируемые при изучении темы "Функция". Проблемы, связанные с изучением функциональных понятий.

Введение понятия "Линейная функция". Структура системы задач, предназначенных для работы над усвоением учащимися определения понятия "линейная функция".

Введение понятия "квадратичная функция" через задачи. Методика изучения квадратичной функции. Обучение учащихся доказательству свойств квадратичной функции.

Элементарные функции, изучаемые в курсе математики основной школы.

Методика обучения учащихся а) проведению исследования функции с целью построения графика функции, б) преобразованиям графиков.

Формирование представлений учащихся о функции как математической модели реальных явлений.

48. Методика изучения функционального материала в курсе алгебры и начал анализа.

Систематизация сведений о функциях и графиках, изучаемых в основной школе. Определение числовой функции числового аргумента. Методика введения новых свойств функций (периодичность, чётность, монотонность, экстремумы) и новых понятий (обратная функция, композиция функций). Знакомство учащихся с операциями на множестве функций.

Методика обучения учащихся построению графиков функций на основе исследования свойств, с использованием преобразований, с помощью производной.

Систематизация и развитие знаний учащихся о функции как важнейшей математической модели, о способах задания и свойствах числовых функций, о графике функции как наглядном изображении функциональной зависимости, о содержании и прикладном значении задачи исследования функции.

49. Методика изучения тригонометрических функций в школе.

Цели и задачи изучения темы "Тригонометрические функции". Особенности изложения темы в школьных учебниках разных авторов. Методика обучения доказательству основных свойств тригонометрических функций. Исследование и построение графиков тригонометрических функций. Анализ системы задач для отработки умений и навыков, предусмотренных программой, представленный в учебнике одного из авторов. "Обратные тригонометрические функции" в школьном курсе "Алгебра и начала анализа".

Роль и место тем "Преобразования тригонометрических выражений" и "Тригонометрические уравнения" в школьном курсе математики. Различные подходы к нахождению формул общего решения простейших тригонометрических уравнений. Методы решения тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства в школьном курсе математики.

50. Методика изучения степенной функции.

Цели и задачи изучения темы "Степенная функция" в школьном курсе математики. Методика организации и проведения уроков математики в старших классах по теме "Обобщение понятия о степени". Методика изложения темы "Степенные функция, их свойства и графики" в учебниках разных авторов.

Методика организации изучения с учащимися формул дифференцирования и интегрирования функции $y = x^r$, где $r \in \mathbf{R}$. Методика обучения учащихся решению степенных уравнений, неравенств и их систем.

Последовательность изучения степенной, показательной и логарифмической функций в учебниках разных авторов. Взаимосвязь степенной функции с показательной и логарифмической функциями.

51. Методика изучения показательной функции.

Цели и задачи изучения темы. Последовательность изучения тем "Показательная, логарифмическая, степенная функции" в учебниках старших классов. Методика введения понятия "показательная функция". Методика изложения темы "Показательная функция, её свойства и график" в учебниках разных авторов. Методика ознакомления учащихся с числом e и свойствами функции $y = e^x$.

Методы и приёмы решения показательных уравнений и неравенств. Методика обучения учащихся решению систем показательных уравнений и неравенств.

Методика организации деятельности учащихся по выводу формул, связанных с дифференцированием и интегрированием показательной функции. Методика ознакомления учащихся с дифференциальными уравнениями показательного роста и показательного убывания.

52. Методика изучения логарифмической функции.

Цели и задачи изучения темы. Последовательность изучения тем "Показательная функция", "Логарифмическая функция", "Степенная функция" в учебниках старших классов.

Методика формирования понятия "логарифм числа" и изучения его свойств. Методика обучения доказательству теорем о логарифме произведения, частного, степени.

Методика введения понятия "логарифмическая функция". Методика изложения темы "Логарифмическая функция, её свойства и график" в учебниках разных авторов.

Методы и приёмы решения логарифмических уравнений и неравенств.

Методика обучения учащихся решению логарифмических уравнений, неравенств и их систем. Необходимость введения понятий следствия и равносильности.

Дифференцирование логарифмической функции. Знакомство учащихся с числом e и натуральным логарифмом. Методика формирования представления учащихся о взаимнообратных функциях.

53. Методика изучения темы "Сложная функция".

Цели и задачи изучения темы. Методические особенности введения понятия "сложная функция (композиция функций)" в учебниках разных авторов. Формирование навыка отыскания "внешней" и "внутренней" функций. Доказательство теоремы о дифференцировании функции вида $y = f(kx+m)$. Обучение учащихся нахождению производной сложной функции.

54. Методика изучения темы "Производная функции".

Цели и задачи изучения темы. Структура изложения материала в учебных пособиях разных авторов. Задачи, приводящие к понятию "производная". Различные варианты введения понятия "производная" (абстрактно-дедуктивный и конкретно-индуктивный). Ознакомление учащихся с идеей линеаризации функции, геометрическим истолкованием производной, понятием дифференциала.

Методика обучения учащихся выводу основных теорем, формул и правил дифференцирования. Особенности изложения темы "Понятие о непрерывности функции и предельном переходе" в учебниках математики старшей школы. Знания и умения учащихся, формируемые при изучении темы "Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы и для отыскания наибольших и наименьших значений величин". Взаимосвязь содержания данной темы с курсами физики, геометрии.

55. Методика изучения темы "Применение производной к решению задач".

Цели и задачи изучения темы. Значение темы для расширения мировоззрения учащихся и повышения практико-ориентированной составляющей курса математики. Методические особенности изучения теорем (достаточное условие монотонности, необходимое следствие экстремума, достаточное условие экстремума функции), лежащих в основе теории применения производной к исследованию функций на монотонность и экстремум. Методика обучения учащихся алгоритму отыскания наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной на отрезке. Взаимосвязь содержания данной темы с курсами физики, геометрии, химии.

56. Методика обучения построению графиков функций без производной в старших классах средней школы. Функционально-графический метод решения задач.

Цели и задачи овладения учащимися приёмами исследования и построения графиков

функций элементарными средствами. Обучение учащихся построению графиков а) на основе ранее изученных свойств функций, б) с помощью преобразований. Методика обучения учащихся а) решению задач на основе использования свойств функций и их графиков, б) частным методам и приёмам решения задач (метод оценки, метод сведения к задаче с параметрами, использование монотонности, использование предельных значений). Примеры.

57. *Методика изучения основных понятий теории вероятностей в курсе математики основной школы.*

Цели изучения элементов теории вероятностей и статистики в школе. Особенности изучения основных понятий тем "Комбинаторика", "Случайные события", "Статистический анализ данных" в 5-6, 7-9, 10-11 классах.

Методика обучения учащихся решению комбинаторных задач. Методика введения понятия "вероятность" (классическое, геометрическое, статистическое). Методика изучения основных понятий теории вероятностей (случайные события, частота событий, графическое представление частот). Типология вероятностных задач. Элементы статистики в школьном курсе математики (прикладное значение статистической линии, сбор и обработка статистической информации, методика изучения статистического материала). Особенности построения системы упражнений.

Геометрия

58. *Методика изучения многоугольников в курсе планиметрии. Геометрия треугольника. Разные виды четырехугольников в теоремах и задачах.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках.

Треугольники (классификация, формулировки признаков равенства и подобия, теоремы синусов и косинусов, теорема Пифагора, замечательные точки в треугольнике). Методические особенности обучения школьников доказательству признаков равенства треугольников.

Четырехугольники (классификация). Параллелограмм (определение, свойства, признаки, частные виды и их специальные свойства). Формирование понятия "необходимые и достаточные условия" на примере темы "Параллелограмм". Трапеция (определение, свойства, частные виды). Примеры ключевых задач с решением по разделу "Четырехугольники". Организация контроля ЗУН учащихся на примере темы "Трапеция". Возможности применения ИКТ при изучении всей темы. Планируемые результаты обучения.

59. *Геометрия окружности в школьном курсе планиметрии и методика ее изучения.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках разных авторов.

Окружность (определение, основные элементы, формулировки основных теорем, уравнение окружности). Вписанные и описанные многоугольники (определение, формулировки основных теорем). Методические особенности изучения темы "Длина окружности". Структура задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением. Организация обобщающего повторения материала темы в 9 классе. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

60. *Методика изучения геометрических преобразований. Движения и их свойства. Применение движений к решению задач. Подобие фигур. Преобразования подобия в задачах.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках планиметрии для общеобразовательных классов. Виды геометрических преобразований, изучаемых в средней школе. Формулировки основных свойств. Пропедевтическое изучение осевой и центральной симметрий в 5-6 классах. Симметрии в систематическом курсе планиметрии 7-8 классов. Методические особенности формирования понятия движения в 9 классе по общеобразовательной программе. Примеры задач с решением на применение свойств движений.

Преобразование гомотетии: определение, формулировки основных свойств. Структура задачного материала темы. Примеры задач с решением на применение свойств подобия. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

61. *Методика изучения темы "Векторы". Определения понятия вектора в различных школьных учебниках. Операции над векторами. Обучение векторному методу решения задач.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках по планиметрии и стереометрии. Сравнение подходов к введению понятия вектора в учебниках разных авторов. Методика введения операций над векторами, их свойств. Связь темы с координатным методом. Общие подходы к методике изучения темы "Векторы" в курсах планиметрии и стереометрии. Структура задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением (на плоскости и в пространстве). Связь темы со школьным курсом физики. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

62. *Методика изучения темы "Декартовы координаты". Обучение координатному методу решения задач.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках. Пропедевтическое изучение системы координат в курсе математики 5-6 классов. Методические особенности изучения координатного метода в 7-9 классах, 10-11 классах. Роль координатного метода для обеспечения внутрипредметных связей курсов алгебры и геометрии и межпредметных связей с физикой. Организация задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

63. *Площади фигур. Различные подходы к определению понятия площади. Методические особенности вывода формул для вычисления площадей плоских фигур. Метод площадей в задачах.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках по геометрии. Пропедевтика понятия площади в курсе математики 5-6 классов. Методика введения понятия площади в учебниках разных авторов. Последовательность вывода основных формул для вычисления площади многоугольников. Методические особенности вывода формулы площади круга. Организация задачного материала темы. Примеры вывода дополнительных формул при решении ключевых задач темы. Сущность метода площадей и его применение при решении задач (привести примеры). Осуществление дифференцированного подхода к обучению математике на примере задачного материала темы. Обеспечение наглядности при изучении темы. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

64. *Методика изучения темы "Параллельность прямых и плоскостей в пространстве". Параллельная проекция и ее свойства. Методы построения сечения многогранника плоскостью.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках. Аксиоматическое построение школьного курса геометрии. Методика формирования основных понятий темы. Формулировки основных теорем. Параллельная проекция и ее свойства. Сущность метода следов и метода внутреннего проектирования. Методические особенности обучения школьников построению сечений многогранников плоскостью. Примеры ключевых задач с решением. Структура задачного материала темы. Обеспечение наглядности обучения. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

65. *Методика изучения темы "Перпендикулярность прямых и плоскостей". Перпендикулярность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние между геометрическими фигурами.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках. Методика формирования основных понятий темы. Признаки перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей. Методика изучения теоремы о трех перпендикулярах. Организация задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением. Обеспечение наглядности обучения. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Место темы в подготовке учащихся к ЕГЭ по математике. Планируемые результаты обучения.

66. *Методика изучения многогранников. Эйлерова характеристика многогранника. Правильные многогранники.*

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках. Пропедевтика темы в основной школе. Классификация многогранников, включенных в школьную программу.

Методика формирования основных понятий темы. Изучение свойств многогранников. Теорема Эйлера о многогранниках. Методика изучения правильных многогранников. Структура задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением. Комбинации многогранников в задачах. Организация уровневого обучения решению задач на примере темы ``Пирамида''. Место темы в подготовке учащихся к ЕГЭ по математике. Обеспечение наглядности в процессе изучения материала темы. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Использование материала темы для организации внеурочной деятельности школьников. Планируемые результаты обучения.

67. Методика изучения темы ``Объемы тел''.

Цели и задачи изучения темы. Место темы в школьных учебниках. Пропедевтика темы в основной школе. Методика введения понятия объема тела в 11 классе. Принцип Кавальери. Объемы многогранников. Вывод формул объемов тел с помощью определенного интеграла. Структура задачного материала темы. Примеры ключевых задач с решением (с различными телами). Организация обобщающего повторения школьного курса геометрии на базе данной темы. Место темы в подготовке учащихся к ЕГЭ по математике. Обеспечение наглядности в процессе изучения материала темы. Возможности применения ИКТ при изучении темы. Планируемые результаты обучения.

Методические рекомендации по подготовке к государственному экзамену по информатике и методике преподавания информатики

Программа раздела комплексного государственного экзамена в части курса информатики

1. Основные комбинаторные конфигурации и формулы их вычисления. Примеры задач.
2. Рекуррентные соотношения. Примеры, нахождение явных формул. Примеры применения при решении задач методом динамического программирования.
3. Графы. Основные понятия и способы представления. Алгоритмы обхода в глубину и ширину.
4. Примеры алгоритмов на графах – построение остовного дерева, поиск кратчайшего пути, поиск эйлера пути и др.
5. Понятие и свойства алгоритма. Формальное определение алгоритмов (вычислимые функции, машины Тьюринга и Поста, нормальные алгоритмы Маркова).
6. Понятие "модель". Моделирование как метод познания. Примеры математических моделей в химии, биологии, экологии, экономике.
7. Моделирование стохастических систем.
8. Информация, её свойства. Различные подходы к определению информации и измерению количества информации.
9. Системы счисления, арифметика в них, перевод чисел из одной системы в другую. Примеры.
10. Понятие и принципы кодирования. Представление информации различных типов в ПК (текстовой, числовой и др.), знаковая и беззнаковая арифметика. Примеры.
11. Методы сжатия информации. Алгоритмы Шеннона-Фано, Хаффмана и другие.
12. Обзор алгоритмов сортировки информации, оценка трудоемкости, примеры.
13. Основные конструкции алгоритмических языков на примере языка Паскаль. Примеры.
14. Типы и структуры данных (статические) в алгоритмических языках на примере языка Паскаль. Примеры работы с ними.
15. Динамические структуры данных и примеры их использования на языке Паскаль.
16. Процедурное, модульное и объектно-ориентированное программирование.
17. Представление о логическом программировании. Представление знаний о предметной области в виде фактов и правил базы знаний Пролога. Механизм вывода в Прологе. Рекурсия и структуры данных в программах на Прологе.
18. Язык HTML, его назначение и функции, обзор основных конструкций.
19. Операционные системы (ОС) как средство распределения и управления ресурсами.

20. Прикладное программное обеспечение общего назначения.
21. Информационные системы. Системы управления базами данных.
22. Введение в SQL. Использование SQL для выборки данных из таблицы, создание SQL-запросов.
23. Компьютерные математические системы, их функции и основные возможности. Обзор различных КМС.
24. Компьютерные сети и интернет.
25. Обзор численных методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений, интерполяции, интегрирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
26. Обзор численных методов решения задач линейной алгебры, метод наименьших квадратов.
27. Линейное программирование, симплекс-метод.
28. Элементы математической статистики. Обзор критериев принятия решений.
29. Элементы теории игр, методы поиска решения матричных игр.
30. Элементы теории массового обслуживания.

Аннотация к вопросам ГЭК по информатике

1. Сформулировать принципы сложения и умножения. Пример задачи и общее правило на размещения с повторением. Примеры и правила для размещения без повторений, перестановки и сочетания без повторений. Биномиальные коэффициенты, некоторые из основных соотношений, их комбинаторные доказательства. Пример на перестановки и сочетания с повторениями.
2. Понятие и примеры рекуррентных соотношений. Линейные рекуррентные соотношения, общий способ их решения, описание множества всех решений, примеры второго (третьего) порядков. Общее описание метода динамического программирования. Примеры применения рекуррентных соотношений к решению задач этим методом.
3. Основные понятия теории графов: ребро, вершина, кратность, путь, цикл, ориентированный и мультиграф, взвешенный граф. Представление структуры графа с помощью матрицы смежности и матрицы инцидентности, примеры. Связность, компоненты связности, алгоритмы обхода вершин связного графа «в глубину» и «в ширину» с примерами.
4. Понятие эйлера цикла в обычном и ориентированном графе, условие его существования и алгоритм поиска. Примеры. Описание алгоритмов Дейкстры и Флойда (с примерами) для нахождения кратчайших путей в обычном и взвешенном графах. Постановка задачи нахождения остовного дерева в графе, описание алгоритмов Краскала и Прима, примеры.
5. Школьное определение алгоритма, свойства, способы задания. Необходимость строгого определения. Три различных подхода – Чёрча, Тьюринга и Маркова. Общее описание подходов, их эквивалентность. Примеры неразрешимых задач. Подробное описание одного из трёх подходов (на выбор отвечающего).
6. Моделирование и формализация. Этапы построения действующей модели. Классификация моделей. Прикладные модели из естественных наук – много примеров. Рассмотрение всех этапов на примере конкретной модели, например, колебаний маятника.
7. Общий принцип стохастического моделирования. Метод Монте-Карло и его приложения. Моделирование произвольной дискретной случайной величины. Моделирование абсолютно непрерывных случайных величин. Примеры – равномерно распределённая величина, нормально распределённая величина, случайная величина с пуассоновским законом распределения. Применение в системах массового обслуживания.
8. Различные определения информации в школьных учебниках. Свойства информации: объективность, полнота, достоверность, адекватность, доступность, актуальность. Носители информации, классификация по формам представления, по способам восприятия, по общественному значению. Основные информационные процессы (по одному из школьных учебников). Методы и модели оценки количества информации (объёмный, алгоритмический, энтропийный). Примеры.

9. Понятие позиционной и непозиционной системы счисления, примеры. Примеры таблиц умножения и сложения в системах счисления с основанием, отличным от 10. Алгоритмы перевода целых и дробных чисел из десятичной системы в любую другую и обратно. Перевод вещественных чисел из восьмеричной системы в 16-ю.
10. Основные понятия кодирования. Двоичный принцип кодирования информации в ПК. Кодирование текста, таблицы кодировки. Представление натуральных чисел в беззнаковой арифметике и действия с ними. Представление целых чисел в знаковой арифметике и действия с ними в ПК. Обработка переполнений в обоих случаях. Примеры. Представление вещественных чисел в ПК, мантисса и порядок.
11. Суть арифметического подхода, примеры кодирования. Суть алгоритмов Хаффмана и Шеннона-Фано, примеры построения деревьев и кодирования. Дополнительно – кодирование повторяющихся последовательностей, принципы работы известных архиваторов.
12. Школьные алгоритмы сортировки – «пузырек», метод вставок, их трудоемкость. Примеры, когда эти методы работают долго. Метод слияния, оценка его трудоемкости. Обзор других методов.
13. Общая структура программы на языке Паскаль. Конструкции ветвления и выбора на Паскале, примеры. Различные виды команды повторения на Паскале, их взаимосвязь. Работа с процедурами и функциями на Паскале, привала записи и исполнения, команда вызова. Процедуры и функции обработки строк на Паскале. Примеры простейших программ.
14. Массивы в Паскале, правила описания, обращения к элементам, базовые задачи обработки массивов: сумма и произведение всех элементов и ли их части, поиск, счетчик, минимум. Работа с множествами в Паскале: описание, ввод и вывод, примеры программ. Записи, их описание и обращение к отдельным полям, оператор присоединения. Примеры использования записей в программах. Файлы, их типы и виды (по доступу к элементам). Основные команды для работы с файлами, примеры программ.
15. Статическая и динамическая память при работе программы на Паскале. Понятие адреса и указателя. Принцип организации списков и деревьев. Виды списков: стеки, очереди, деки. Описание списков и примеры базовых задач работы со списками: удаление и добавление элементов, печать списка, поиск элемента и т.п. Примеры решения задач с использованием списков. Описание деревьев, примеры базовых задач работы с деревьями: обход, удаление и добавление элементов, печать дерева, поиск элемента и т.п. Примеры решения задач с использованием деревьев.
16. Представление о программировании в машинных кодах, о машинно-ориентированных языках низкого уровня (ассемблер). Языки высокого уровня. Изменение структуры программ по мере увеличения ее объема – возникновение процедур и функций для структурирования программ, объединение их в модули, смысл объектно-ориентированного программирования и три его основных свойства: инкапсуляция, наследование и полиморфизм. Жизненный цикл программ: написание, отладка, тестирование, эксплуатация, модернизация и отмирание.
17. Смысл логического программирования и его отличия от процедурного программирования. Структура программы на языке Пролог. Описание фактов и правил, запросы, простейшие примеры. Правило резолюции для вывода новых фактов в Прологе, примеры его применения. Механизм вывода в Прологе, (прямая и) обратная стратегия вывода. Организация, описание и работа со списками в Прологе, простейшие примеры программ. Использование рекурсии для решения базовых задач: поиск, удаление и добавление элементов, организация счетчиков, вычисление сумм, нахождение максимумов и т.п. Работа с файлами в Прологе, примеры простейших программ.
18. Язык HTML. Назначение языка, общая структура, основные конструкции. Примеры.
19. Операционная система DOS, ее состав и возможности. Оболочки над DOS, их назначение и устройство на примере Norton. Графическая оболочка и операционная система Windows,

- ее различные версии. Различные виды окон, стандартные программы Windows, объекты рабочего стола. Многозадачные и многопользовательские системы. Управление процессами и потоками. Дополнительно – обзор других операционных систем.
20. Обзор прикладного программного обеспечения. Вирусы и антивирусные программы. Архиваторы, назначение, функции и использование. Органайзеры, назначение, функции и использование. Другие типы программ.
 21. Типы баз данных: реляционные, иерархические и сетевые. Устройство таблиц и их взаимосвязь в реляционных базах данных. Процесс нормализации данных, нормальные формы (первые три обязательно). Типы полей в СУБД Access. Варианты создания и редактирования таблиц, запросов, форм и отчетов. Различные виды запросов и форм (желательно с примерами). Использование макросов и модулей. Распределённые базы данных.
 22. SQL. Назначение, функции и использование. Примеры использования SQL для выборки данных из таблицы, создание SQL-запросов.
 23. Понятие компьютерной математической системы (КМС). Отличия от других классов программ, предоставляющих возможность проведения вычислений. Функции и основные возможности КМС. Компьютерные математические системы MathCAD, Derive, Mathematica, Maple: сравнительный анализ возможностей, интерфейса. Ввод и редактирование математических выражений, построение графиков функций в прямоугольной декартовой системе координат, полярной системе координат, графиков функций, заданных параметрически. Построение графиков функций двух переменных. Символьные преобразования многочленов, символьное интегрирование и дифференцирование, решение уравнений, неравенств, систем уравнений; подстановки для переменных. Упрощение выражений.
 24. Локальные и глобальные компьютерные сети, их топология. Доменный принцип адресации в сети Интернет, примеры. Основные сервисы Интернет и их описание: www, ftp, телеконференции. Поиск информации в Интернет. Электронная почта, организация ее работы.
 25. Постановка перечисленных задач, условия применения различных методов их решения, суть предлагаемых методов, условия окончания вычислений и оценки погрешностей в них, как теоретические, так и применяемые на практике. Примеры.
 26. Постановка задачи решения систем линейных уравнений. Качественный анализ. Описание общего метода Гаусса. Применения метода Гаусса для нахождения ранга матрицы, вычисления определителей, определения совместности системы, нахождения обратной матрицы. Условия применимости и этапы метода квадратного корня. Суть и условия применения метода прогонки. Общее описание, условие применимости и условие окончания вычислений метода простых итераций. Постановка задачи, качественный анализ, суть метода наименьших квадратов.
 27. Постановка основных задач линейного программирования. Примеры. Общая, каноническая и двойственные задачи, теоремы двойственности. Графический способ решения для случая двух переменных. Алгоритм и геометрический смысл симплекс-метода.
 28. Понятие ошибок первого и второго рода в статистике, уровня значимости, мощности критерия. Параметрические и непараметрические критерии. Обзор критериев Стьюдента, Манна-Уитни и Вилкоксона, χ^2 -Пирсона, λ -критерия Колмогорова-Смирнова.
 29. Антагонистическая конечная игра двух игроков с нулевой суммой. Понятия платежной матрицы, нижней и верхней цены игры, решения игры. Условие существования решения в чистых стратегиях, примеры. Понятие смешанной стратегии, формулировка теоремы о существовании решения в смешанных стратегиях. Сведение к задаче линейного программирования, графический способ решения для случая двух стратегий у одного из игроков. Примеры.

30. Основные понятия теории систем массового обслуживания. Простейшие потоки событий. Граф состояний системы, вывод уравнений для нахождения предельных вероятностей. Примеры. Основные характеристики СМО. Нахождение предельных вероятностей и вычисление основных характеристик для случая одноканальных и многоканальных СМО с отказами, с ограниченной и неограниченной очередью.

Программа раздела комплексного государственного экзамена в части курса методики преподавания информатики

31. Информатика как наука и учебный предмет в школе. Цели и задачи обучения информатике в школе. Структура обучения информатике в средней общеобразовательной школе.
32. Нормативные документы, регламентирующие процесс обучения информатике в школе. Стандарт школьного образования по информатике. Назначение и функции общеобразовательного стандарта в школе.
33. Формы и методы обучения информатике. Урок как основная форма обучения информатике.
34. Организация проверки и оценки результатов обучения.
35. Кабинет информатики общеобразовательной школы. Оборудование кабинета и требования к нему.
36. Средства обучения информатике. Аудиовизуальные технологии обучения информатике.
37. Современные школьные учебники информатики: концептуальные особенности и отличия.
38. Методика изучения темы «Информация и информационные процессы. Подходы к измерению количества информации».
39. Методика изучения представления числовой информации.
40. Методика изучения представления текстовой, графической и звуковой информации.
41. Методика изучения основных устройств компьютера.
42. Методика изучения темы «Виды программного обеспечения. Операционные системы».
43. Методика изучения темы «Алгоритмы». Алгоритмы работы с величинами и алгоритмы работы исполнителей в обстановке.
44. Методика знакомства учащихся с языком программирования: изучение основных алгоритмических конструкций.
45. Методика изучения понятия величины, типов величин, массивов как способов представления информации.
46. Методика изучения вспомогательных алгоритмов.
47. Методика изучения темы «Моделирование и формализация».
48. Методика изучения темы «Технологии создания и обработки текстовой информации».
49. Методика изучения темы «Технология создания и обработки графической и мультимедийной информации».
50. Методика обучения технологиям обработки числовой информации.
51. Методика изучения темы «Технологии поиска и хранения информации». Обучение технологии хранения, поиска и сортировки информации в базах данных.
52. Методика изучения темы «Средства и технологии обмена информацией с помощью компьютерных сетей».
53. Методика изучения темы «Социальная информатика».
54. Методика изучения темы «Информационные системы»
55. Методика изучения темы «Информационные основы управления».
56. Методика изучения темы «Логика».
57. Пропедевтический курс информатики.
58. Дифференцированное обучение информатике на старшей ступени школы (базовый уровень).

59. Дифференцированное обучение информатике на старшей ступени школы (профильный уровень).
60. Использование информационных и коммуникационных технологий в образовании.

Аннотация к вопросам ГЭК по методике преподавания информатики

- 1) Появление и начальное становление информатики как науки. Школьный учебный предмет информатики. Цели и задачи введения в школу предмета информатики. Понятие алгоритмической культуры, компьютерной грамотности, информационной культуры. Проблема места курса информатики в школе. Цели изучения информатики в школе в настоящее время. Общие цели: образовательная и развивающая, практическая, воспитательная. Конкретные цели обучения. Структура непрерывного курса информатики для современной общеобразовательной школы (пропедевтический курс, базовый курс, профильный курс) и задача его реализации в рамках базисного учебного плана. Методика преподавания информатики как раздел педагогической науки. Связь методики преподавания информатики с наукой информатикой, психологией, педагогикой и другими предметами.
- 2) Общедидактические принципы формирования содержания образования учащихся в области информатики. Формирование концепции содержания непрерывного курса информатики для средней школы. Стандартизация школьного образования в области информатики. Назначение и функции общеобразовательного стандарта в школе. Современный стандарт школьного образования по информатике, его назначение и функции, структура и содержание. Федеральный, региональный и школьный компонент стандарта образования. Обязательный минимум и примерные программы основного общего образования и среднего (полного) общего образования на базовом и профильном уровнях. Авторские программы школьного курса информатики.
- 3) Формы и методы обучения информатике в школе. Формы обучения. Классно-урочная форма обучения и ее альтернативы (лекции, семинары, групповые формы обучения, экскурсии, практикумы, деловые игры и др.). Урок как основная форма организации учебно-воспитательной работы, виды уроков, этапы уроков различных видов. Дидактические особенности урока информатики. Альтернативы классно-урочной формы обучения при обучении информатике: конкретные примеры. Методы обучения и их использование в обучении информатике в средней школе. Классификации методов обучения, примеры применения различных методов обучения при изучении тем школьного курса информатики.
- 4) Контроль знаний по информатике. Проверка и оценка результатов обучения. Примеры планируемых результатов обучения различных уровней. Виды контроля (предварительный, текущий, периодический, итоговый). Методы и формы контроля. Педагогический тест, характеристики теста, виды тестов, типы тестовых заданий. Оценка знаний учащихся. Функции оценки. Системы отметок.
- 5) Кабинет информатики общеобразовательной школы. Оборудование, необходимое в кабинете информатики (с указанием примерного количества и основных характеристик). Размещение оборудования в кабинете информатики. Санитарно-гигиенические нормы, предъявляемые к используемому помещению, оборудованию, организации работы в компьютерном классе. Организация работы в кабинете информатики..
- 6) Средства обучения. Виды средств обучения. Компьютеры; учебное, демонстрационное, лабораторное оборудование, сопрягаемое с ПЭВМ. Средства телекоммуникаций. Программное обеспечение, используемое на уроках информатики. Учебные диски. Электронные учебники. Образовательные веб-сайты. Экранно-звуковые пособия. Аудиовизуальные и мультимедийные технологии обучения информатике, их использование при изучении разделов школьного курса информатики. Учебники, учебные и методические материалы, их использование при обучении информатике. Печатные пособия по информатике: плакаты, схемы, таблицы. Модели и натуральные объекты. Требования к оснащению образовательного процесса.

7) Учебные издания по информатике, рекомендованные и допущенные Министерством образования Российской Федерации (на текущий учебный год и на предыдущие учебные годы), причины изменения списка рекомендованных и допущенных учебников. Концепции авторов, рассматриваемые темы, особенности учебников. Зависимость учебников от программных средств. Другие учебные издания по информатике. Соответствие содержания учебников стандартам школьного образования по информатике.

В ответах на вопросы №8-26 (методика изучения конкретной темы школьного курса информатики) должны быть рассмотрены:

- дидактические особенности изучения темы в средней школе, изменение подходов к изучению темы с момента начала преподавания информатики в школе по настоящее время;
- примерный объем изучаемого материала (см. обязательный минимум содержания основного общего образования по информатике и ИКТ и среднего (полного) общего образования на базовом и профильном уровне; примерные программы, рекомендованные министерством образования), количество часов, отводимое на изучение темы;
- основные понятия темы;
- требования к знаниям и умениям учащихся;
- место темы в курсе информатики, особенности изучения темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики (с учетом профиля), связь темы с другими темами курса информатики и с другими дисциплинами (математика, физика, биология и др.);
- особенности изложения материала темы в школьных учебниках информатики;
- формы и методы обучения информатике, используемые при изучении данной темы; используемые средства обучения, дидактические материалы для изучения данной темы; организация объяснения нового материала, задачи, приводящие к введению основных понятий; организация закрепления и контроля знаний (типы и конкретные примеры заданий);
- представление темы в ЕГЭ и ГИА.

8) Методические проблемы определения информации. Подходы к определению понятия информации, к измерению информации. Процессы хранения, обработки, передачи информации. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.

9) Языки представления числовой информации: системы счисления. Представление числовой информации в компьютере. Особенности изучения темы на разных этапах обучения. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.

10) Роль и место понятия языка в информатике. Формальные языки в курсе информатики. Выбор способа представления информации в соответствии с поставленной задачей. Универсальность дискретного (цифрового) представления информации. Представление текстовой, графической, звуковой информации. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.

11) Методические подходы к раскрытию понятия архитектуры ЭВМ. Основные устройства ЭВМ и принцип программного управления. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Проблемы организации закрепления и контроля знаний по данной теме. Изложение темы в школьных учебниках информатики.

- 12) Дидактические особенности темы «Программное обеспечение. Операционные системы». Основные понятия темы: программное обеспечение и его виды, функции операционной системы, классификация ОС, файловая структура, операции с файлами и папками, понятие интерфейса, графический интерфейс. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 13) Изучение темы «Алгоритм» на различных этапах обучения информатике. Основные понятия темы: алгоритм, свойства алгоритмов, исполнитель, система команд исполнителя, формальное исполнение алгоритмов. Методика обучения алгоритмизации на учебных исполнителях. Алгоритмы с величинами. Подходы к изучению темы «Алгоритм» в различных учебниках.
- 14) Подходы к изучению основных алгоритмических конструкций и особенности изучения темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Способы записи алгоритмов. Линейный алгоритм. Примеры. Структура программы и синтаксис (для изучаемого языка программирования). Введение понятия ветвления. Задачи, приводящие к введению понятия. Синтаксис. Примеры. Введение понятия цикла. Задачи, приводящие к введению понятия. Виды циклов. Синтаксис. Система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 15) Методика изучения понятия величины. Характеристики величин. Типы данных. Действия над величинами. Табличный способ представления данных. Введение понятия массива. Задачи, приводящие к введению понятия. Описание массивов. Обращение к элементам массивов. Основные задачи на обработку массивов. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Особенности изучения темы на разных этапах обучения информатике. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 16) Особенности изучения вспомогательных алгоритмов в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Понятие вспомогательного алгоритма. Задачи, приводящие к введению понятия. Использование вспомогательных алгоритмов. Система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 17) Модели, моделирование и формализация. Подходы к раскрытию понятий «Информационная модель», «Информационное моделирование». Информационное моделирование и базы данных. Информационное моделирование и электронные таблицы. Информационное моделирование и языки программирования. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Особенности изложения темы в школьных учебниках информатики.
- 18) Технологии обработки текста. Данные, обрабатываемые текстовыми редакторами (объекты документов, их свойства). Среда текстового редактора. Режимы работы, используемые команды. Технологии обработки текста, не привязанные к конкретному текстовому редактору. Текстовые редакторы, используемые при изучении темы в школе. Другие программные средства обработки текстовой информации. Использование систем двуязычного перевода и электронных словарей, специализированных средств редактирования математических текстов, систем распознавания текстов. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 19) Технологии обработки графики. Графические редакторы и их классификация. Данные, обрабатываемые графическими редакторами (виды графических изображений, объекты растровых и векторных изображений, их свойства). Среда графического редактора. Режимы работы, используемые команды. Технологии, не привязанные к конкретному графическому редактору. Графические редакторы и другие программные средства, используемые при изучении темы. Технологии обработки звука и видео, технологии создания компьютерных презентаций: основные понятия, объекты и методы их обработки.

Аппаратные средства, используемые при изучении темы. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.

- 20) Технологии обработки числовой информации. Области применения электронных таблиц (ЭТ). Среда табличного процессора. Режимы работы, система команд. Данные в ячейках ЭТ. Методы адресации в ЭТ. Другие программные средства обработки числовой информации. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики. Связи темы с другими темами курса информатики.
- 21) Технологии хранения, поиска и сортировки информации в базах данных. Области применения баз данных (БД). Классификация БД. Структура реляционной базы данных (РБД). Элементы РБД, режимы работы. Особенности изучения темы в базовом и профильном курсе информатики, используемые программные средства. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 22) Особенности изучения темы в базовом и профильном курсе информатики. Сетевые информационные технологии. Локальные и глобальные сети. Аппаратные средства сетей. Internet, информационные услуги Internet и WWW. Введение новых понятий, система упражнений для закрепления, контроль знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 23) Место темы «Социальная информатика» в школьном курсе информатики. Основные понятия темы: социальная информатика, информационное общество, информационная культура, информационная этика и право. Информационная безопасность. Экономика информационной сферы. Организация изучения нового материала, закрепления и контроля знаний по теме. Изложение темы в учебниках.
- 24) Понятие системы, его место в школьном курсе информатики. Понятие системы. Информационные системы. Системология. Введение новых понятий, закрепление и контроль материала. Изложение материала темы в школьных учебниках информатики. Связь темы «Информационные системы» с другими темами школьного курса информатики.
- 25) Информационные основы управления. Управление как подготовка, принятие решения и выработка управляющего воздействия. Виды управления. Роль обратной связи в управлении. Замкнутые и разомкнутые системы управления. Самоуправляемые системы, их особенности. Понятие о сложных системах управления, принцип иерархичности систем. Самоорганизующиеся системы. Введение новых понятий, закрепление и контроль материала. Изложение материала темы в школьных учебниках информатики. Связь темы с другими темами школьного курса информатики.
- 26) Логика в школьном курсе информатики. Изучение темы в пропедевтическом, базовом, профильном курсе информатики; связь с другими темами курса информатики. Имена, логические операции, кванторы, правила построения и семантика. Примеры записи утверждений на логическом языке. Логические формулы при поиске в базе данных. Дизъюнктивная нормальная форма. Логические функции. Схемы из функциональных элементов. Особенности введения новых понятий на различных этапах изучения темы; организация закрепления и контроля знаний. Изложение темы в школьных учебниках информатики.
- 27) Цели и задачи обучения пропедевтическому курсу информатики в начальной школе. Подходы к обучению информатике в начальной школе. Содержание обучения, специфика форм и методов обучения информатике на пропедевтическом этапе. Учебники информатики для 1-6 классов, программные средства поддержки пропедевтического курса информатики.

- 28) Профильные курсы как средство дифференциации обучения информатике на старшей ступени школы. Цели и задачи профильно-дифференцированных курсов. Дифференцированное обучение информатике на старшей ступени школы (базовый уровень). Профили, в которых информатика изучается на базовом уровне; количество часов в неделю, содержание курса информатики, особенности изучения отдельных тем, учебники, элективные курсы.
- 29) Профильные курсы как средство дифференциации обучения информатике на старшей ступени школы. Цели и задачи профильно-дифференцированных курсов. Дифференцированное обучение информатике на старшей ступени школы (профильный уровень). Профили, в которых информатика изучается на профильном уровне; количество часов в неделю, содержание курса информатики, особенности изучения отдельных тем, учебники, элективные курсы.
- 30) Информационные и коммуникационные технологии (ИКТ). Возможности использования ИКТ в образовании, целесообразность использования ИКТ. Организация учебной деятельности с использованием ИКТ. Электронные средства учебного назначения. Современные подходы к их проектированию и разработке, оценка качества. Автоматизация информационного обеспечения учебного процесса. Использование сети Интернет. Координация деятельности учащихся в сети. Дистанционное образование.

Методические рекомендации по подготовке выпускной квалификационной работы

Выпускная квалификационная работа является обязательной составной частью государственной аттестации, предназначенной для определения теоретической и практической подготовленности будущего учителя к выполнению профессиональных задач, установленных Федеральным Государственным образовательным стандартом, или к продолжению образования. Бакалаврская выпускная квалификационная работа представляет собой комплексную квалификационную, учебно-исследовательскую или учебно-проектную работу. Выпускная квалификационная работа подводит итоги теоретической и практической подготовки обучающегося и характеризует его подготовленность к предстоящей профессиональной деятельности.

Цели выполнения работы:

- систематизация, закрепление, расширение и углубление теоретических знаний по информатике, применение знаний и экспериментальных навыков при решении конкретных научных и научно-методических задач современной школы;
- совершенствование форм и методов самостоятельной исследовательской работы, развитие навыков письменного и устного изложения (презентации) полученных результатов и их анализа.

Подготовка и защита бакалаврской работы предполагает наличие у студента умений и навыков проводить самостоятельное законченное исследование на заданную тему, свидетельствующее об усвоении студентом теоретических знаний и практических навыков, позволяющих решать профессиональные задачи, соответствующие требованиям государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Выпускная квалификационная работа должна свидетельствовать о способности и умении обучающегося:

- решать практические задачи на основе применения теоретических знаний;
- вести поиск и обработку информации из различных видов источников;
- выявлять педагогические, культурно-просветительские и научно-исследовательские задачи в сфере профессиональной деятельности;
- решать поставленные задачи с использованием аналитических методов с помощью современных педагогических и информационных технологий;
- грамотно и логично излагать материал, делать обоснованные выводы по результатам

исследования.

Выпускная квалификационная работа защищается студентом в десятом семестре. ВКР подтверждает соответствующий уровень профессиональной подготовки и является формой итоговой аттестации студентов, заканчивающих профессиональное образование на этом этапе. ВКР является, как правило, завершением исследований, проведенных в курсовых работах и в индивидуальной учебно-исследовательской деятельности под руководством преподавателя. Тематика работ может быть связана с проблематикой курсов по выбору. Часть исследований проводится во время производственной практики. Темы работ должны быть профессионально направленными, актуальными, должны соответствовать проблематике научно-методических исследований выпускающих кафедр и личностным интересам студентов

Тематика ВКР разрабатывается и ежегодно обновляется выпускающими кафедрами, утверждается Советом факультета.

Кафедры оказывают помощь студентам в выборе темы выпускной квалификационной работы путём консультаций и рекомендаций. Студентам предоставляется право выбора темы вплоть до предложения личной тематики с обоснованием целесообразности её разработки.

Выбрав тему из предлагаемого перечня, студент должен сообщить об этом руководителю. Окончательное утверждение тем, исполнителей и руководителей производится Советом факультета не позднее конца IX семестра обучения.

Руководитель ВКР формулирует дипломное задание, рекомендует студенту основную литературу, знакомит с требованиями, проводит систематические консультации, проверяет выполнение и оформление работы по частям и в целом. Выпускающие кафедры периодически заслушивают руководителей о ходе выполнения работ, организуют их предзащиту.

ВКР выполняется студентом самостоятельно. За достоверность полученных результатов отвечает автор работы. На оформление работы отводится не менее четырёх недель.

Содержание и структура выпускной квалификационной работы

ВКР по теории и методике обучения математике должны носить комплексный характер, быть направленными на формирование методологической культуры студентов и конкретных практических умений и навыков организации опытно-экспериментальной работы в области преподавания.

Актуальность работ определяется востребованностью их в современных условиях. Содержание работ должно отражать одну из сторон деятельности учителя или моделировать сочетание различных видов учебно-воспитательной работы на отдельном фрагменте.

ВКР выполняются на выпускающих кафедрах ЯГПУ им. К.Д. Ушинского: математического анализа, теории и методики обучения математике, геометрии и алгебры. Руководство выпускными квалификационными работами поручается профессорам, доцентам, старшим преподавателям, имеющим опыт научных исследований и активно занимающимся научной работой. При соответствующей теме руководство одной дипломной работой может поручаться двум преподавателям разных кафедр. Тематика ВКР отражает основные направления деятельности будущего педагога в ДОУ, и основные направления современной психолого-педагогической и математической наук. Направление и тема ВКР определяется студентом и научным руководителем исходя из их профессиональных интересов. Она может являться продолжением курсовой работы студента по одному из направлений педагогической и научно-исследовательской работы.

Критерии оценки выпускной квалификационной работы

Выпускная квалификационная работа оценивается Государственной аттестационной комиссией. При оценке содержания ВКР учитывается обоснованность актуальности темы; методологическая грамотность студента; способность к анализу заявленной проблемы в теории

и практике образования либо математической науки (полнота и конструктивность анализа проблемы, обобщение отечественного и зарубежного опыта по теме, соответствие содержания основной цели работы, наличие выводов); теоретическая и практическая значимость исследования; целесообразность использования методов и методик; апробация разработок; интерпретация материалов исследования, аргументация выводов; выделение тенденций дальнейшего развития проблемы; перспективность исследования, самостоятельность, творческая направленность, соответствие работы требованиям к изложению текста.

Существенная роль отводится также умению грамотно и последовательно построить свое выступление, свободное владение темой и основными психолого-педагогическими и математическими понятиями, лежащими в ее основе, способность к детальному пояснению содержания, доказательность эффективности и целесообразности использования предлагаемых методик и технологий.

Выпускные работы должны отвечать следующим требованиям:

1. Актуальность тематики, соответствие ее современному состоянию и перспективам развития определенной отрасли науки;
2. Изучение и критический анализ отечественной и зарубежной монографической и периодической литературы по теме работы;
3. Изучение и характеристика исследуемой проблемы и ее практического состояния;
4. Всесторонний сравнительный анализ источников по рассматриваемой проблеме;
5. Четкая характеристика предмета, целей и методов исследования;
6. Правильно оформленный научный аппарат, связное и логическое изложение темы, научный анализ, обобщение фактического материала, использование межпредметных связей;
7. В работе нет признаков плагиата;
8. Работа грамотно оформлена, отсутствуют грамматические и пунктуационные ошибки.

Оценка **«отлично»** выставляется в случае, когда:

- в работе содержится обоснование актуальности темы, точно и полно формулируются как общая цель, так и конкретные задачи, которые студент решает в ходе исследования;
- план работы построен логично;
- в работе на основе систематизации и углубления теоретических знаний и практики по специальности решены конкретные научные, педагогические и научно-методические задачи, стоящие перед современной школой;
- в работе автор показывает умение самостоятельно обосновывать свою позицию по исследуемым вопросам;
- автор аргументированно обосновывает методы и методологию исследования, знаком с основными концепциями философии науки; понимает особенности познания, владеет системой знаний курса информатики;
- автор владеет современными методами поиска, обработки и использования информации, умеет интерпретировать и адаптировать информацию для адресата;
- в основной части выпускной работы подробно изложены полученные результаты в форме рассказа или в иных формах (таблицы, графики, типологии и т.п.);
- в работе сформулированы самостоятельные выводы по всем аспектам исследования;
- необходимой частью работы являются примечания, сноски и достаточно полный список использованных источников и литературы, составленный по соответствующему стандарту;
- выпускная работа написана на хорошем литературном языке и не содержит орфографических, пунктуационных и стилистических погрешностей;
- на защите выпускной работы автор четко излагает свои мысли в кратком докладе, подробно, аргументированно и точно отвечает на все поставленные вопросы и замечания рецензентов и участников дискуссии.

Оценка **«хорошо»** выставляется в случае, когда:

-в работе содержится обоснование актуальности темы, однако как общая цель, так и конкретные задачи, которые студент решает в ходе исследования, формулируются недостаточно полно и четко;

-план работы построен логично, однако имеются незначительные неточности в формулировках;

-источники критически анализируются, однако есть небольшие погрешности в интерпретации автора. Работа носит исследовательский характер, тем не менее в концепции автора встречаются противоречивые положения;

-в работе в целом демонстрируются знания теории и практики по специальности, однако в решении научных, педагогических и научно-методических задач автор допустил небольшие недочеты;

-автор обосновывает методы и методологию исследования, знаком с основными концепциями философии науки; понимает особенности познания, владеет системой знаний курса информатики;

-автор владеет современными методами поиска, обработки и использования информации, умеет интерпретировать и адаптировать информацию для адресата;

-в основной части выпускной работы подробно изложены полученные результаты в форме рассказа или в иных формах (таблицы, графики, типологии и т.п.);

-в работе сформулированы выводы по всем аспектам исследования;

-в выпускной работе правильно оформлены сноски, однако список источников и литературы недостаточно полный;

-работа написана на хорошем литературном языке, однако имеются незначительные стилистические погрешности;

-на защите выпускной работы автор четко излагает свои мысли в кратком докладе, однако в ответах на вопросы и замечания рецензентов допускает небольшие неточности.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется в случае, когда:

-в работе содержится обоснование темы, однако формулировка общей цели содержит неточности, нет указания на конкретные задачи и изложения результатов исследования;

-в плане работы имеются некоторые неточности и несоответствия в формулировках;

-в работе в целом демонстрируются знания теории и практики по специальности, однако в решении научных, педагогических и научно-методических задач автор допустил довольно серьезные ошибки и недочеты;

-автор не достаточно точно обосновывает методы и методологию исследования;

-автор не в полном объеме владеет современными методами поиска, обработки и использования информации, тем не менее он умеет интерпретировать и адаптировать информацию для адресата на удовлетворительном уровне;

-в основной части выпускной работы подробно изложены полученные результаты в форме рассказа или в иных формах (таблицы, графики, типологии и т.п.);

-выводы автора поверхностны и не содержат достаточно ясных ответов на вопросы по теме исследования;

-в оформлении работы есть много погрешностей;

-в работе имеются стилистические погрешности и отдельные орфографические ошибки;

-на защите выпускной работы автор нечетко излагает свои мысли в кратком докладе, а в ответах на вопросы и замечания рецензентов допускает неточности.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется в случае, когда:

-работа носит компилятивный характер, и автор не выдвигает своей интерпретации или концепции;

-в работе нет обоснования актуальности темы, формулировка общей цели неясная, нет указания на конкретные задачи исследования;

-в плане работы имеются неточности и несоответствия в формулировках;

-источники анализируются поверхностно, или автор вообще их игнорирует;

-в работе отсутствует демонстрация знаний теории и практики по специальности, а в решении научных, педагогических и научно-методических задач автор допустил серьезные ошибки и просчеты;

-автор не может обосновывать методы и методологию исследования источников, не понимает особенностей научного познания;

-автор не владеет современными методами поиска, обработки и использования информации, не умеет интерпретировать и адаптировать информацию для адресата на удовлетворительном уровне;

-автор не умеет делать необходимые обобщения и выводы по теме исследования;

-в оформлении дипломной работы допущено много погрешностей;

-в работе имеются стилистические погрешности и орфографические ошибки;

-на защите выпускной работы автор не может изложить свои мысли в кратком докладе, не отвечает на вопросы или в своих ответах на вопросы и замечания рецензентов допускает большое количество неточностей и ошибок.