

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Смоленский государственный университет»

На правах рукописи

Побокин Павел Анатольевич

**ВЛИЯНИЕ СРЕДСТВ ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ НА РАЗВИТИЕ  
МЫШЛЕНИЯ И ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В  
ХОДЕ ОБУЧЕНИЯ**

Специальность 19.00.07 – педагогическая психология

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата психологических наук

Научный руководитель:  
доктор психологических наук,  
профессор Селиванов В. В.

Смоленск - 2015

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ И ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....	15
1.1. Специфика развития мышления и знаний учащихся на уроках математики.....	15
1.2. Использование виртуальных технологий для развития мышления и знаний школьников.....	44
1.3. Обзор математических программ, влияющих на развитие мышления и знаний учеников.....	67
Выводы по главе 1.....	74
ГЛАВА 2. МЕХАНИЗМЫ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ И ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОБУЧАЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОГРАММ, СОЗДАННЫХ В ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ .....	76
2.1. Влияние образов виртуальной реальности на развитие математических знаний школьников.....	76
2.2. Воздействие образов виртуальной реальности на развитие мышления школьников .....	96
2.3. Развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности на мышление учеников.....	119
Выводы по главе 2.....	125
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	128
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	133
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	156

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность проблемы исследования.**

В современном обществе существенно возрастает роль мышления человека как адаптационного фактора. Активно реализуемые технологии манипулирования сознанием и личностью, появление сложного оборудования и техники и другие факторы предопределяют значимость развития высокого уровня мышления, критического мышления у современного человека. В процессе преподавания математики необходимо использовать такие методы обучения, которые обеспечивают сам процесс развития мышления и различных математических умений, и компетенций. Приоритет должен быть отдан реализации развивающей функции математического образования. При этом доминирующей целью обучения будет развитие средствами математики мышления и знаний учащегося. Современные математические программы в виртуальной среде обеспечивают широкую возможность анимации, осуществления действий в информационном пространстве, поэтому, на наш взгляд, их внедрение в образовательный процесс обеспечит интенсивное развитие мышления учеников. Социальная значимость исследований виртуальной реальности, предопределяется и тем, что согласно Указу Президента Российской Федерации «Об утверждении приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации и перечня критических технологий Российской Федерации» № 899 от 07 июля 2011 года, они относятся к критическим технологиям (п. 8 перечня - ... когнитивные технологии) для страны.

Кроме того, сегодня использование мультимедийных и других инновационных технологий в системе образования России изначально признается целесообразным, без изучения реального влияния интерактивных форм обучения на личность и мышление учеников. Важной задачей для педагогической психологии выступает определение характера воздействия настоящих виртуальных обучающих программ на мышление человека – его

целостную содержательную структуру, адекватность и уровень развития. В отечественной и мировой психологии данные исследования практически отсутствуют, что определяется, прежде всего, сложностью создания данных программ, требующейся высокой квалификацией как методистов, так и программистов, участвующих в их разработке. В нашей работе впервые осуществлено исследование комплексного влияния обучающих программ по математике в виртуальной реальности на мышление человека, прослежено действие на формы, операции, процессы мыслительной деятельности, некоторые личностные и субъектные характеристики мыслительной активности.

В настоящее время принято выделять несколько основных подходов, описывающих понимание виртуальной реальности (ВР): виртуальная реальность есть вся реальность, так как субъект взаимодействует с представлениями об объективном мире (Ф.И. Гиренок, И.Г. Корсунцев, Д.В. Иванов и другие); виртуальная реальность как современная информационная технология (П.И. Браславский, В.Д. Емелин, М.Б. Игнатьев, Дж. Ланье, Т.Г. Лешкевич, А.А. Родионов, В.М. Розин, Ф. Хэмит, Е.А. Шаповалов, Д.И. Шapiro); виртуальная реальность рассматривается как реальность абстрактных понятий, когнитивных моделей (О.Н. Астафьева, Н.Б. Маньковская, Е.Е. Пронин, А.И. Неклесса, Н.А. Носов, В.С. Поликарпов, В.С. Свечников). Отдельные психологические особенности компьютерной виртуальной реальности изучают А.Е. Войскунский, А.М. Демильханова, В.Д. Емелин, М.М. Кузнецов, И. Купер, Т.Г. Лешкевич, Г.П. Менчиков, Г.Я. Меньшикова, И.А. Негодаев, С.И. Орехов, Д.А. Поспелов, В.М. Розин, В.В. Селиванов, О.Б. Скородумова, В.Ф. Спириidonов, С.С. Хоружий. В работе мы придерживаемся классически программного определения виртуальной реальности как технологии человеко-машинного взаимодействия, которая обеспечивает погружение пользователя в трехмерную интерактивную информационную среду. Именно такая среда оказывается эффективным средством развития мыслительной

активности, а через нее и в целом обучения личности. Мыслительная активность учащихся влияет на их последующий выбор профессии и личностное развитие, поэтому особое значение принимают психологические исследования взросления (Д.И. Фельдштейн, Н.Е. Харламенкова), профессионального становления личности (Э.Ф. Зеер, Ю.П. Поварёнков) и многие другие.

В отечественной психологии активно изучались процессы формирования мышления, связанные с обучением и в ходе самого учебно-воспитательного процесса. Исследования образования искусственных понятий в детском возрасте (Л.С. Выготский), формирования познавательных способностей в обучении дошкольников (Л.А. Венгер), уровней обучаемости школьников (Н.А. Менчинская, Д.Б. Богоявленская), процесса поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина), соотношения умственного развития и способностей (Н.С. Лейтес), структуры и развития математических способностей (В.А. Крутецкий), индивидуальных особенностей формирования знаний в мышлении дошкольника (Н.Н. Поддъяков), мыслительных процессов как основы способностей субъекта (В.Н. Дружинин, В.А. Крутецкий, С.Л. Рубинштейн, В.Д. Шадриков), потенциала проблемного обучения для формирования мыслительной деятельности (А.В. Брушлинский, А.М. Матюшкин, Т.В. Куряяцев), специфики функциональных обобщений при решении орудийных задач (С.Ю. Коровкин), психологии практического мышления (А.Е. Фомин), решения творческих задач (В.А. Мазилов), процесса рассуждения как основы обучаемости (З.И. Калмыкова), психологических оснований развивающего обучения (Л.В. Занков), процесса формирования теоретических содержательных обобщений в ходе специальной системы построения содержания образования (В.В. Давыдов), роли мотивации и эмоций в мыслительном поиске (К.А. Абульханова, А.В. Брушлинский, И.А. Васильев, М.И. Воловикова, Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская, Э.Д. Телегина, О.К. Тихомиров),

психологии профессионального педагогического мышления (М.М. Кашапов), мышления в качестве важнейшего компонента интеллекта человека (Д.В. Ушаков) и другие не потеряли своей актуальности и в настоящее время.

Особенности математического мышления раскрываются через творческую природу мыслительной деятельности (В.А. Крутецкий, Д. Пойа, Л.М. Фридман), через рассмотрение процесса формирования критического мышления на уроках математики (А.В. Бутенко, Е.А. Ходос). Методическим основам обучения математики в средней школе с применением средств развития визуального мышления посвящена диссертация Н.А. Резник. Диссертационное исследование И.А. Сериковой отражает теоретические и эмпирические закономерности развития визуального мышления школьников на уроках изобразительного искусства.

Широкое обобщение основных положений о сущности и специфике мышления было осуществлено С.Л. Рубинштейном, который является основателем отдельной школы по изучению мыслительной активности. В исследованиях С.Л. Рубинштейна, Л.И. Анцыферовой, А.В. Брушлинского и др. разрабатывается процессуальный подход к мышлению, где основным механизмом, используемым при формировании мышления, является процесс анализа через синтез. В данном подходе содержание мышления рассматривается, прежде всего, с позиции тех процессов (анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования), которые являются основой становления умственных действий (операций) и форм мышления.

Процессуальные характеристики мышления изучались в кандидатских диссертациях: М.И. Воловиковой (формирование специфически познавательной мотивации по ходу мыслительного процесса), 1980; М.В. Гудковой (установление роли мыслительных процессов в критическом социальном мышлении), 2011; Б.О. Есенгазиевой (выявление взаимосвязи между процессуальными и результативными характеристиками мышления), 1981; Т.В. Павлюченковой (анализ процессуальных характеристик мышления при решении тестовых задач), 2002; С.А. Персиянцева (выявление

взаимосвязи между уровневыми характеристиками процесса мышления субъекта и особенностями осознания смысловых связей в ходе решения задач), 2007; Н.Н. Плетеневской (рассмотрение соотношения сознательного и бессознательного компонентов мыслительной активности в ходе мыслительного поиска), 2006; В.В. Селиванова (исследование взаимосвязи между когнитивным стилем и мышлением как непрерывным процессом), 1988; Л.В. Темновой (исследование специфики процессов мышления в ходе решения нравственных задач), 1991. Наше диссертационное исследование является продолжением данных работ. В нем процессуальные и операциональные характеристики мышления включены в виртуальную обучающую среду.

В нашем исследовании реализовано комплексное рассмотрение содержания мышления. Мыслительная деятельность, выступая системой, включает в себя: мыслительные процессы; мыслительные операции; формы мышления; систему понятий; смыслы познаваемых объектов или соотношений условий и требований задачи; обобщенные личностные характеристики (мотивация, способности); обобщенные эмоциональные компоненты мышления; обобщенные субъектные свойства (саморегуляция мыслительной активности, рефлексия способов действия с познаваемым объектом, приёмов анализа и обобщения условий и требований задачи). Определялось воздействие виртуальной среды на большинство указанных компонентов мышления. Кроме мышления в диссертации осуществлялась диагностика развития математических знаний под влиянием ВР-обучающих программ.

Проанализировав многие литературные источники по теме исследования, мы пришли к выводу, что, практически отсутствуют работы, описывающие влияние средств виртуальной реальности на формирование мышление учащихся. В этой связи необходимо упомянуть исследования В.В. Селиванова, который изучает виртуальные образы учеников, возникающие при решении ими латеральных задач.

Изучение степени разработанности данного вопроса и реального состояния практики по использованию настоящей виртуальной реальности в обучении позволило выявить противоречие между высокой актуальностью данной темы и недостаточной разработанностью её теоретических и экспериментальных оснований.

С учетом данного противоречия была определена тема исследования, **проблема** которого сформулирована следующим образом: насколько эффективным для развития мышления и знаний учеников по математике и в целом для процесса обучения оказывается использование виртуальных обучающих программ?

Исходя из всего вышеперечисленного, **целью диссертационного исследования** является изучение специфики воздействия средств виртуальной реальности на развитие мышления и знаний школьников по математике в ходе обучения.

**Объект исследования** – развитие математического мышления и знаний школьников в ходе обучения.

**Предмет исследования** – влияние обучающих программ, созданных в ВР, на развитие математического мышления и знаний учеников в учебно-воспитательном процессе.

В соответствии с целью исследования и на основе анализа состояния проблемы в теории и практике общего среднего образования была сформулирована **гипотеза исследования**, согласно которой применение средств виртуальной реальности на уроках математики будет эффективно влиять на ход и результативность мыслительного процесса учеников, а именно:

1) высокая степень анимации обеспечивает реализацию практических действий учащихся в виртуальном пространстве, которые аналогичны их реальным действиям;

2) действия в виртуальной реальности способствуют развитию математических знаний школьников, стимулируют развитие процессуальных

характеристик мышления учеников на уроках математики;

3) трехмерные изображения обеспечивают наглядные представления, необходимые для качественных аналогов содержательных абстракций и понятий, которые усваиваются школьниками при изучении математических тем.

Сформулированные проблема, цель и гипотеза исследования определили его **задачи**.

1. Установить характер влияния средств виртуальной реальности на развитие мышления и знаний школьников по математике в ходе обучения.

2. Сформировать модель влияния образов виртуальной реальности на мышление учащихся.

3. Разработать обучающие программы в настоящей виртуальной реальности по сложным темам стереометрии, применение которых на уроках математики приведет к интенсивному развитию мышления и знаний школьников.

**Теоретико-методологической основой исследования** выступают основные положения процессуального подхода к исследованию мышления субъекта (А.В. Брушлинский, М.И. Воловикова, С.Л. Рубинштейн, В.В. Селиванов и другие); субъектно-деятельностного подхода в психологии (А.В. Брушлинский, С.Л. Рубинштейн); смысловой теории мышления (И.А. Васильев, О.К. Тихомиров и другие); деятельностного и смыслового подходов к пониманию смысловой сферы личности (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, Е.В. Субботский и другие).

**Основные методы исследования.** Согласно задачам исследования, нами был использован следующий набор методов: теоретический анализ психологической литературы; наблюдение; тестирование; лабораторный эксперимент; формирующий эксперимент; методы виртуальной реальности; метод микросемантического анализа протоколов решения задач; методы математической обработки данных, статистические пакеты Statistica – 8, 12. **Основной базой опытно - экспериментальной работы** были избраны

МБОУ СОШ №26, №29 г. Смоленска, МБОУ Ерничская СОШ, МБОУ Руханская СОШ Смоленской области.

Общая выборка испытуемых в ходе основных лабораторных формирующих экспериментов составила 304 человека.

### **Этапы исследования.**

На первом этапе (2011-2012 г.) изучалось состояние проблемы в теории и практике, разрабатывался научно-исследовательский аппарат. На втором этапе (2012-2013 г.) определялись основные позиции исследования. Проводился подбор методик, и осуществлялась организация констатирующего этапа эксперимента. На третьем этапе (2013-2014 г.) осуществлялась формирующая часть эксперимента, проектировалась и уточнялась психологическая модель, которая затем внедрялась в процесс обучения. Обрабатывались и систематизировались полученные данные.

**Достоверность и надежность** полученных результатов обеспечивается методологической обоснованностью ведущих идей работы, использованием комплекса методов, адекватных объекту, цели, задачам и логике исследования.

### **Научная новизна исследования:**

**комплексно исследовано** влияние виртуальной реальности на функционирование мыслительной деятельности учащихся в ходе учебно-воспитательного процесса;

**впервые в психологии системно изучено** влияние образов и действий в настоящей виртуальной реальности на математическое мышление учеников: показаны изменения не только операционных, но и процессуальных, формальных, смысловых характеристик мыслительного поиска;

**доказано** существование высокого стимулирующего воздействия обучающих ВР-программ на развитие мышления и знаний школьников по математике в ходе обучения;

**разработаны** основы нового концептуального подхода в педагогической психологии для описания феноменологии и в целом онтологии изменения

мышления личности в виртуальной среде.

**Теоретическая значимость исследования:**

**расширены** теоретические представления об образовательной виртуальной реальности, используемой для развития мышления и знаний учеников по математике, за счет реализации обучающих программ в самой современной ВР;

**осуществлен** теоретический системно-структурный анализ способов взаимодействия компонентов виртуальной реальности и компонентов мыслительной активности;

**выявлена и обоснована** значимость и необходимость использования ВР-обучающих программ для развития мышления и знаний школьников на уроках математики.

**Практическая значимость исследования** заключается в том, что:

**осуществлена** разработка критериев влияния обучающих программ в ВР на мышление учащегося, которые выступают основой для оценки и прогнозирования использования технологий виртуальной реальности на уроках математики;

**разработаны и апробированы** две виртуальные обучающие программы по сложным темам геометрии, которые могут использоваться в учебно-воспитательном процессе средней общеобразовательной школы и вуза;

**созданы и опубликованы** методические рекомендации по осуществлению виртуальной реальности в обучении математике, которые используются учителями и психологами школ для эффективной реализации субъектно-ориентированных технологий интеллектуального и личностного развития школьников;

**разработана** развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности на мышление как комплексное образование познавательной активности учеников, она может быть использована при создании новых виртуальных обучающих программ для повышения их эффективности;

накопленный в ходе исследования эмпирический материал и

сформулированные закономерности могут быть **использованы** в процессе обучения, повышения квалификации и переподготовки учителей-математиков.

В ходе работы были сформулированы некоторые обобщенные алгоритмы создания обучающих ВР-программ и функционирования в ВР, которые могут быть перенесены в психокоррекционную, тренинговую, консультационную практику.

**Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Применение обучающих программ, созданных в виртуальной реальности, оказывает позитивное влияние на развитие математических знаний школьников по изучаемой теме, что проявляется в значительном улучшении показателей по математическим тестам после работы в ВР-обучающей среде.
2. Осуществление школьниками в ходе обучения необходимых действий с математическими объектами, созданными в виртуальной реальности, оказывает комплексное стимулирующее влияние на когнитивный план мышления, активизируя развитие всех основных его компонентов: форм, операций и процессов мыслительной деятельности.
3. Образы, возникающие у школьников в ходе работы с виртуальной обучающей программой, способствуют переходу процессов мышления на высшую стадию функционирования – направленного анализа через синтез (благодаря трехмерным изображениям математических объектов, возможности осуществления широкой анимации).
4. Использование виртуальных обучающих программ школьниками в ходе обучения оказывает позитивное воздействие на смысловое содержание мышления (за счет анимационных резервов происходит употребление научных терминов в соответствии с их смысловыми значениями), на личностный план мышления (начинает доминировать специфически познавательная мотивация), на субъектный план мыслительного поиска (увеличивается доля рефлексии способов

познавательного действия с объектами).

### **Соответствие диссертации паспорту научной специальности.**

Область диссертационного исследования соответствует требованиям паспорта научной специальности 19.00.07 – «Педагогическая психология»: пункту 1. «Психология обучающегося на разных ступенях образования (школьного), его личностное и психологическое развитие»; пункту 3. «Психология учебной деятельности, учения»; пункту 4. «Психологические особенности обучающихся как субъектов учебной деятельности».

**Апробация работы.** Диссертационное исследование проводилось в рамках реализации АВЦП «Влияние обучающих программ, созданных средствами виртуальной реальности, на мышление и психические состояния человека» министерства образования РФ (2012-2014 г.). Основные результаты диссертационного исследования были обсуждены на всероссийской научной конференции (с иностранным участием): «Идеи О.К. Тихомирова и А.В. Брушлинского и фундаментальные проблемы психологии (к 80-летию со дня рождения)» (Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2013 г.); на 40-й Международной научно-практической конференции: «Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения» (Новосибирск, 2014 г.); на XV Международной научно-практической конференции: «Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты» (Новосибирск, 2014 г.); на 4-ой всероссийской научно-практической конференции: «Психология когнитивных процессов» (Смоленск, СмолГУ, 2013 г.); на 5-ой всероссийской научно-практической конференции: «Психология когнитивных процессов» (Смоленск, СмолГУ, 2015 г.); на заседаниях кафедры общей психологии психолого-педагогического факультета Смоленского государственного университета (2011 г., 2012 г., 2013 г., 2014 г.); на методических объединениях школ МБОУ Ерничская СОШ Смоленской области (2012 г., 2013 г.), МБОУ СОШ №29 г. Смоленска (2013 г.). По теме диссертационного исследования опубликовано 8 научных

статей, из них 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

**Структура работы:** диссертационная работа включает введение, две главы, заключение, список литературы и приложения.

# **ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ И ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

## **1.1. Специфика развития мышления и знаний учащихся на уроках математики**

В психологии под мышлением понимают процесс познавательной деятельности индивида, который характеризуется обобщенным и опосредствованным отражением окружающей действительности [207]. Основная задача мышления состоит в выявлении существенных связей, которые основаны на реальных зависимостях. Большинство психологических исследований показывают, что у школьников именно мышление в огромной степени оказывает влияние на протекание многих психических процессов.

В настоящее время в психологии в зависимости от содержания принято выделять три важнейших типа мышления, а именно: наглядно-действенное, наглядно-образное и абстрактное или словесно-логическое.

Под наглядно-действенным мышлением понимают мышление, которое связано с практическими предметными действиями; в свою очередь, наглядно-образное мышление – мышление, опирающееся на восприятие или представление. Школьники с хорошо выраженным наглядно-образным мышлением способны решать задачи в данном наглядном поле.

Большое значение в психологии придают образному мышлению. Многие психологи утверждают, что огромное значение в выработке гипотез осуществляется воображение. Благодаря воображению школьники способны найти решение заданий даже при частичном знании, пропуская при этом некоторые логические стадии и догадки.

В дальнейшем формирование мышления школьников основывается на переходе к абстрактному мышлению – посредством понятий, лишённых

непосредственной наглядности, которая присуща восприятию. Данный переход к этому виду мышления обусловлен изменением содержания мышления. Теперь это не определенные представления, которые отражают внешние свойства предметов, а понятия, обосновывающие наиболее существенные свойства этих предметов. Данное содержание мышления в этом возрасте основывается на содержании учебной деятельности.

Словесно-логическое мышление развивается поэтапно, начиная в основном с младшего школьного возраста. В процессе изучения математики школьники овладевают способами мыслительной деятельности, приобретают умения действовать «в уме», анализируют собственные рассуждения. При рассуждении они используют процессы анализа, синтеза, обобщения и т.п.

В психологии развитием мышления занимались многие ученые. Каждый вкладывал в понятие «развитие» самостоятельное содержание. Однако проблема развития мышления по-прежнему далека от своего логического решения. Так еще в 20 веке были известны такие теории развития, как теория Л.С. Выготского [32 – 35] и теория Ж. Пиаже [133, 134]. Оба ученых придерживаются точки зрения, что при развитии человека, развивается и его психика (в том числе мышление). Кроме данных психологов большую роль в изучении психологических особенностей мышления сыграли А.В. Брушлинский [17–20], О.К. Тихомиров [191 – 195], С.Л. Рубинштейн [162, 163], Я.А. Пономарев [142 – 145], И.А. Васильев[22], В.В. Селиванов [167-169].

Ж. Пиаже рассматривал мышление как совокупность операций. «Операция - это «внутреннее действие», продукт преобразования внешнего, действия, скоординированное с другими действиями в единую систему» [134, с. 179]. Последовательная смена структур детского мышления является умственным развитием ребенка. Результативность мышления определяется как итог совокупности знаний, при которой самые различные факты сопоставляются друг с другом в разных отношениях и аспектах, по-разному систематизируются, входят в разные цепочки причинно - следственных

связей, поэтому необходимо понимание учениками изучаемых вопросов и заданий и осмысление взаимосвязи между ними.

С.Л. Рубинштейн, рассматривая черты мыслительного процесса, говорил: «Начальным моментом мыслительного процесса обычно является проблемная ситуация. Мыслить человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять. Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия» [163, с.16]. Психолог А.В. Брушлинский утверждает, что формирование мышления происходит «...именно в процессе решения задач, когда человек сам наталкивается на посильные для него проблемы и вопросы, формулирует и решает их» [19, с.14].

Важнейшей целью образования в современном обществе является формирование и развитие мышления на уроках математики, а также его культуры. При этом под математическим мышлением понимается, прежде всего, форма проявления мышления в процессе изучения конкретного учебного предмета - математики.

Ю.Н. Колягин в своих исследованиях выделяет основные качества, присущие научному мышлению.

1) Гибкость мышления включает в себя целесообразное варьирование способов действия, перестройку ЗУНов при изменяющихся условиях действия, быстрый переход от одного действия к другому.

2) Усилия, направленные на разрешение некоторой проблемы, на изучение различных подходов к ее решению, на исследование различных вариантов постановки этой проблемы составляют активность мышления.

3) Широта мышления чаще всего проявляется в формировании обобщенных методов действий, которые используются в нетипичных ситуациях.

4) Признаками глубины мышления являются глубокое понимания изучаемых математических фактов, извлечение из математического текста самого важного, обнаружение логической структуры рассуждения и др.

5) Критичность мышления включает в себя умение правильного оценивания пути решения проблемы и полученные результаты с позиции их значимости и т. д. [151].

При обсуждении методов решения задач, рассмотрении способов решения, постоянном обращении к различным проверкам, в том числе умозаключений и суждений, у школьников активно вырабатываются данные качества. По мнению Н.П. Ансимовой в совместной деятельности учителя и ученика должны быть четко поставлены учебные цели [6]. Педагог постоянно должен просить учащихся обосновывать и доказывать правильность своих рассуждений. Несомненно, мы полностью согласны с данным фактом.

При изучении мышления на уроках математики В.А. Крутецкий в качестве важнейшего фактора отметил «способность к обобщению математических объектов» [89]. Им было выделено два способа обобщения: школьник приходит к обобщению в процессе долгого решения одинаковых задач (1), обобщает решение многих задач на основе разбора одной (2). В.В. Давыдов назвал первый способ эмпирическим обобщением, а второй способ — теоретическим обобщением. Данные обобщения и объясняют два типа мышления — рассудочно-эмпирическое и теоретическое [48, с. 152,153].

При построении концепции обучения функции учебной деятельности не должны сводиться только к получению теоретических знаний. По мнению И.С. Якиманской учебная деятельность обеспечивает развитие у учеников практических умений. Не только теоретический, но и эмпирический способ усвоения обеспечивает существенное в его закономерных связях [217, 218].

Изучая типы мышления, Л.К. Максимов пришел к выводу, что особенности теоретического мышления обеспечивают школьникам более широкую ориентацию в математическом содержании. Он утверждает, что проблема формирования мышления на уроках математики решается раскрытием особенностей развития данных компонентов математического мышления. Анализ результатов его исследования показывает, что эмпирический уровень математического мышления развивается намного раньше теоретического уровня [138]. Полученные им результаты показывают, что существует период перехода обучающегося от эмпирического уровня формирования математического мышления к теоретическому. Им выделено несколько групп обучаемых, каждая из которых, независимо от условий и целей решаемых задач, содержала общие особенности мышления:

- 1) эмпирический способ ориентации в условиях задачи составляет относительно развитый анализ, причем отсутствует рефлексия;
- 2) эмпирический способ ориентации в условиях задачи составляют относительно развитая рефлексия и начальные стадии анализа;
- 3) теоретический способ ориентации в условии задачи включает относительно развитый анализ и процесс становления рефлексии;
- 4) теоретический способ ориентации в условиях задачи включает относительно высокий уровень формирования анализа и рефлексии [105].

По данным Л.К. Максимова, содержательный анализ формируется у большого числа школьников в условиях экспериментального обучения и намного реже в ситуации традиционного обучения. Высокий уровень мышления обеспечивается не только возможностью усвоения учебных тем как заучивание материала, а нахождением новых способов и собственных алгоритмов деятельности. Следовательно, важно применять диагностики мышления на протяжении всего этапа обучения учеников, что, безусловно, позволит обеспечить высокую эффективность усвоения знаний ребенка.

Поэтому автор предлагает схему, по которой можно обосновать целесообразность применения этих методик:

а) среди всех задач выбираются такие, которые допускают несколько способов решения;

б) обнаружение школьниками единственного способа решения задачи дает основание говорить о теоретическом подходе к решению задач; если школьник не обнаружил этот способ, то проявляется эмпирический подход к решению задач [105].

Выбор методики по выявлению уровня формирования анализа и рефлексии, которые адекватны возрасту школьников, осуществляется для понимания того, что любое конкретное задание должно выявлять сформированность определенного мыслительного действия на неучебном и на математическом материале. Значит, данные методики должны определять сформированность эмпирического или теоретического типов мышления.

Поэтому, использование диагностических методик, включающих неучебный материал и материал математических тем, позволяет выявить общие и конкретные уровни формирования математического мышления школьников. Необходимо отметить, что содержательный анализ как основа теоретического мышления имеет разный операционный состав и осуществляется для планирования и рефлексии конкретного уровня развития.

Безусловно, главным моментом при переходе школьников от одного уровня формирования математического мышления к другому является усвоение учениками содержания математических знаний. Поэтому при формировании мышления на уроках математики важным будет являться развитие математического содержания, которое было усвоено учащимися. Математическое содержание во многом и определяет развитие мышления на уроках математики. Важно, чтобы ученик умел пользоваться определенным запасом полученных знаний, а именно, умел рассуждать и делать

соответствующие выводы, выделяя общие и частичные свойства предметов, и явлений. Следовательно, необходимо объективное оценивание различных сторон развития ребенка. В случае недостаточной сформированности наглядно-образного мышления учеников, необходимы дополнительные занятия для развития мышления. Поэтому, если школьник способен рассуждать и анализировать, делать выводы, проблемы формирования данного типа мышления достаточно быстро компенсируются при должной работе педагога.

Способность мысленного конструирования пространственных образов и схематических моделей изучаемых математических объектов и выполнение над ними операций, соответствующих данным объектам, определяют развитость пространственного воображения [189]. Отмечено, что при невысоком уровне развития пространственно-схематического мышления школьники испытывают трудности при изучении курса стереометрии, поэтому для успешного развития мышления необходима тщательная подготовка учащихся.

Нечасто в психологической литературе можно встретить понятие «интуитивное мышление». Однако каждый учитель всегда должен уделить необходимое внимание формированию у детей сообразительных навыков. Считается, что ребенок будет обладать интуитивным мышлением в случае неожиданного решения трудной задачи (инсайта), которое не было им обосновано. В отличие от аналитического мышления интуитивное не содержит четких определенных этапов. Благодаря аналитическому мышлению можно отчетливо выделить основные этапы в ходе решения задачи. Аналитическое мышление часто принимает форму дедуктивного рассуждения, где часто применяется логика и в котором присутствует четкий план. Интуитивное и аналитическое мышление во многом дополняют друг друга.

Развитие логического мышления учеников является главной задачей учителей в процессе преподавания математики. Логическое мышление

развивается в первую очередь у школьников при решении различных математических задач, требующих индуктивных и дедуктивных выводов, в ходе доказательства теорем и т. п.

Во многом черты мышления на уроках математики проявляются в творческом мышлении. Так А. Пуанкаре в своих исследовательских трудах важную роль отводил творческим особенностям математического мышления [157]. Именно развитию творческого мышления детей психолог А.Е. Симановский уделяет большое значение [172]. Однако, немногие ученые выделяют творческое математическое мышление как отдельную категорию, так как оно проявляется в умственной и практической деятельности людей.

В математике многие творческие задачи можно решить благодаря интуиции (способности мышления к неосознанным умозаключениям, которые в процессе решения этих задач необходимо развернуть). К таким качествам можно отнести:

- правильное и быстрое восприятие;
- быстрое сосредоточение и переключение внимания с сохранением его устойчивости на разных объектах;
- наличие хорошей избирательной памяти;
- сильное творческое воображение;
- возможность оценивать ситуацию с различных точек зрения;
- проникновение в сущность важнейших взаимосвязей, которые скрыты в данной проблеме;
- устойчивая необходимость в изучении нового;
- создание наглядно-действенных и наглядно-образных моделей различных ситуаций;
- нахождение необычного ответа на специфические вопросы;

- схватывание главной сути закономерностей изучаемых процессов или характеристических свойств различной ситуации.

Легко заметить, что в выделенных качествах творческой личности проявляется высокий уровень формирования многих компонентов, присущих мышлению на уроках математики.

П.Я. Гальперин и Н.Ф. Талызина [40] отметили факт усвоения абстрактных понятий, овладения приёмами мыслительной деятельности при целенаправленной и организованной работе школьников. Психологи указали на необходимость педагогической целесообразности обучения школьников на уроках математики логическим операциям, содержащих понятия, суждения и умозаключения.

Для целенаправленного развития умений, связанных с понятиями и суждениями, необходимо осуществлять последовательную подготовку детей: прежде всего, необходимо подбирать задания на развитие логического мышления, связанного с анализом, синтезом, сравнением, обобщением и т.д., а потом - на формирование умений строить суждения и умозаключения.

Процесс получения знаний должен проводиться согласно теории П.Я. Гальперина [39], т.е. быть направленной на этапы выполнения:

- учащиеся осуществляют действия в материальной форме;
- учащиеся выполняют действия в зрительной форме;
- учащиеся осуществляют действия во внешнеречевой форме;
- учащиеся выполняют действия в умственной форме.

В педагогической психологии существуют теории, описывающие реализацию развивающего обучения. Эти теории предложены такими учеными как П.Я. Гальперин [37,38], В.В. Давыдов [46 – 48], Л.В. Занков [62], Н.Ф. Талызина [183 – 185], Д.Б. Эльконин [216].

Ученый Д. Пойа [140] рассматривал в своих работах общеметодическую проблему формирования мышления школьников при решении задач в процессе обучения математике. Активность и критичность,

как качества мышления, рассмотрены в работе Т.С. Маликова [152]. Исследователь О.С. Медведева [152] отдает предпочтение комбинаторному характеру решения задач как средству развития мышления обучающихся.

Учителя математики для организации учебной работы с детьми в различных направлениях должны опираться на соответствующие данные. В своей работе им нужно использовать методы, которые снимут разницу между актуальным уровнем формирования математического мышления и уровнем формирования мышления, достигнутым во время внеурочной деятельности.

В психологии выделяются четыре компонента математического мышления (алгоритмический, мировоззренческий, эвристический, логический). Применительно к этому выделяются несколько частей алгоритмической составляющей: 1) выявление сущности алгоритма; 2) выявление алгоритмических методов математики и их приложений; 3) возможность создавать алгоритм какого-нибудь действия.

Знание математических алгоритмов обеспечивает успешное усвоение всей программы математики. Уже школьники младших классов начинают изучать простейшие алгоритмы выполнения арифметических действий.

Исторический материал на уроках математики по своей сути является алгоритмом, поэтому должен использоваться как методический приём при решении уравнений, различных геометрических задач, математических тестов; способствует формированию математического мышления, тем самым удовлетворяя запросы школьников, которые проявляют интерес к математической науке.

Некоторые элементы исторического материала позволяют школьникам развиваться интеллектуально, формируют у них качества мышления, характерные для математической деятельности. Кроме того, исторический материал, помогает сформировать у школьников представления о значимости математики в развитии культуры и общества.

При приобщении учеников к эвристической деятельности на уроках математики будет развиваться их творческие способности. Разработкой эвристических схем активно занимался Р. Декарт [49]. В процессе решения нестандартных заданий ученики должны усвоить идею, составляющую основу эвристик.

С целью формирования творческих возможностей учеников к ним необходимо применять дифференцированный подход. Для одной группы обучающихся, прежде всего, необходима работа по изменению их отношения к учебной деятельности, для другой группы необходимо изменение типа мышления, что, несомненно, приведет к необходимости использования разных методов педагогического влияния. Следовательно, более точным подходом к решению проблемы дифференциации обучающихся является выделение их групп по критерию интеллектуального развития при разработке для каждой из этих групп особых способов работы.

Программа ученого Л.В. Занкова [62] предусматривает изучение свойств геометрических фигур в сравнении, сопоставлении, при помощи конкретизации, классификации с другими, что делает его эффективным для умственного развития детей.

Развивать геометрические представления помогают следующие действия:

- моделировать тела из материалов;
- работать с моделями геометрических тел;
- изображать геометрические фигуры на бумаге.

Ясно, что, прежде всего школьники учатся видеть отдельные признаки предметов, а затем, рассматривая предметы, стараются сравнивать их, группируя по общим признакам на основе своих наблюдений. Анализ и синтез протекает в наглядно - образной форме, потом переходит в словесно - логическую.

Ученые считают, что изучение геометрических тем должно быть построено на интуитивно - содержательной основе для формирования у учеников пространственного мышления; развития целенаправленного оценивания и осмыслиения информации; обучения анализу геометрических свойств тел и др. [58].

Поэтому в ходе изучения геометрического материала у школьников необходимо формировать следующие умения:

- 1) анализировать свойства геометрических фигур, овладевать знаковой системой;
- 2) строить простейшие геометрические фигуры;
- 3) видеть знакомые образы геометрических фигур в совокупности фигур и находить их по существенным признакам;
- 4) читать геометрические чертежи с использованием буквенных и числовых обозначений;
- 5) обосновывать свои действия, делать простейшие логические выводы.

На активизацию мыслительной деятельности школьников, развитие их пространственного и логического мышления, а также сообразительности большое влияние оказывает применение в педагогическом процессе устных вычисления. Однако, на разработку специальных приемов они затрачивают очень мало времени. Зачастую это можно объяснить тем, что использование специальных приёмов устных вычислений – сложная творческая работа, в основе которой лежит хорошее видение свойств чисел, глубокое уяснение характеристик изменяемости выводов при изменении состава действий, умение находить наиболее рациональные методы в конкретном случае.

В математической литературе имеется вид логических задач, для решения которых должны использоваться графы. Их применение в

педагогическом процессе способствуют интеллектуальному развитию школьников, что, несомненно, отразится на их математическом мышлении.

Текстовые задачи являются важным средством формирования математического мышления школьников на уроках математики. Познавательный материал, включающий в себя конкретные жизненные ситуации, помогает ученикам развить умения применять их школьные знания на практике. При этом педагогу важно помнить тот факт, что задачи являются наиболее эффективным средством при осуществлении целенаправленного математического развития обучающихся.

Для решения геометрических задач желательно использовать вспомогательные обучающие модели. При этом анализ и синтез, которые являются процессами мышления, а также классификация и сравнение будут способствовать активному развитию мышления. Применение моделей на уроках математики в средней школе, безусловно, способствует развитию пространственного мышления. Особенно, на формирование данного вида мышления оказывают влияние компьютерные обучающие 3d-технологии.

В процессе решения сюжетных математических задач, ученики овладевают как общими математическими навыками и умениями (выявляют различные закономерности, выдвигают гипотезы, выделяют некоторые свойства объектов), так и специальными математическими навыками, и умениями (устанавливают структурные сходства различных систем, переформулируют задачи, исследуют решение сюжетных задач и др.).

Изучение математики, безусловно, отличается от большинства других наук тем, что важное значение в ней занимает логическое мышление, так как содержание любого раздела математики включает в себя понятия, связанные между собой различными отношениями.

Одной из задач учителя является использование возможностей формирования логического мышления школьников на уроках математики. Однако, нет конкретных методик для изучения логических приёмов мышления, которые необходимы для его формирования при изучении

математики. Поэтому развитие данного вида мышления проходит без системы конкретных приёмов.

Логическое мышление основано на суждениях, умозаключениях и понятиях, которые выражены словесно. Синтез, анализ, сравнение, обобщение – основные приёмы их формирования. Понятие – важная форма мышления (как и суждение, и умозаключение), которая отражается в общих и существенных признаках предметов. Понятие часто рассматривают в виде формы абстрактного и словесно-логического мышлений, в виде высшего уровня обобщения. Также понятие является результативной, логической характеристикой, которая вместе с другими мыслительными операциями и процессами составляет содержание мышления.

Кроме внешних признаков предметов и явлений понятие определяет внутренние признаки, причем описывает их отношение к несущественным признакам. Также понятие отражает общие свойства в сравнении с единичными и особенными. Понятие как продукт мыслительной деятельности, не сводится к наглядным, образным представлениям, зато изменяет чувственный материал, образует особые свойства.

Поэтому для глубокого осознания изучаемого материала, школьникам необходимо овладеть в процессе обучения такими мыслительными процессами, как анализ и синтез. У учащихся формируются умения самостоятельного решения поставленных задач, сознательного пользования приобретённых знаний.

Стоит напомнить, что анализ как мыслительный процесс есть разложение целого на части, нахождение общего и частного в сравнении, разграничение существенных и не существенных свойств в предметах. Знакомство с анализом начинается у школьника с умения находить в предметах и явлениях различные признаки. От того, что каждый предмет предполагает его рассмотрение с разных точек зрения, выходит на первый план то или иное качество предмета. Способность выделять свойство предмета приобретается учащимися нелегко. Это подтверждает мысль, что

конкретное мышление детей должно помогать абстрагированию свойств от предмета. С переходом учеников на новый этап обучения, расширяется их кругозор и знакомство с различными видами действительности, это способствует совершенствования анализа. Однако, учителям-математикам необходимо продолжать работу по обучению учащихся находить разные стороны предметов и явлений.

Синтез представляет собой метод научного исследования какого-либо предмета, состоящий в познании его как единого целого, в единстве и взаимной связи его частей, т.е. синтез – это соединение существенных свойств предмета в единое целое. В процессе научного познания синтез связан с анализом. В мыслительной деятельности детей эти процессы протекают в единстве друг с другом.

Анализ и синтез позволяют ученику изучить сложные математические темы, понять причинно-следственную связь между разными явлениями, овладеть сравнением, классификацией и обобщением. Когнитивная психология рассматривает анализ и синтез как автономные процессы мышления. Индивидуальные различия в познавательной сфере личности положены в классификацию от преобладания в мышлении человека определенного мыслительного процесса (анализа или синтеза). В ходе мыслительной активности анализ объекта подразумевает наличие особого механизма мышления, а именно, анализа через синтез, который включает познаваемый объект в новые связи и отношения с другими. Тем самым выявляет новые качества и свойства предмета. Психолог Ю.К. Корнилов отмечает тот факт, что синтез детерминирует весь мыслительный процесс [147]. Данный процесс не является простым разложением некой составляющей на части. Он проводится с учетом изменений исследуемых объектов, с учетом выделения в форме понятий его характерных сторон. Синтез не столько составляет определенные элементы в структуру, а воссоздаёт всеобщие свойства предметов в их конкретных проявлениях (особенных), т. е. путь от абстрактного к конкретному.

Абстракция – важный процесс мыслительной деятельности субъекта, результат которого состоит в интеллектуальном отвлечении от конкретных признаков объекта, в выделении их существенных свойств. Абстрагирование превращает эти свойства в самостоятельный предмет познания. Абстрагирование, как правило, начинается с процессов анализа и синтеза эмпирического содержания объекта и заключается в ограничении конкретного свойства (или отношения) в мышлении при условии отвлечения от других. Потом происходит изменение перцептивного материала в мышлении, что приводит к выявлению существенных свойств в изучаемом объекте. То есть, абстрагирование представляет собой процесс преобразования чувственных и конкретных признаков в форму понятий.

Сравнение – приём, основанный на мыслительном соотношении объектов, явлений или их признаков для выявления сходства или различия между ними.

Психологи утверждают, что очень важно довести сущность сравнения до сознания детей, потому что они должны осознавать, что делают. Это способствует тому, что данный приём хорошо усваивается, и учащиеся не могут им не пользоваться. От них нужно требовать проговаривания этого приема, а педагог должен постоянно напоминать о сравнении предметов друг с другом.

В этой связи можно выделить следующие этапы формирования:

- 1) выделение признаков и свойств объекта;
- 2) выявление сходных и различных свойств двух объектов;
- 3) нахождение сходных признаков трёх и более объектов.

В ходе обучения упражнения становятся всё сложнее: в итоге разграничения отличительных признаков и свойств нескольких предметов, школьники разбивают их на части. Здесь необходим такой приём мышления как классификация. В начальных классах необходимость классифицировать

применяется при изучении большинства предметов, как при изучении нового материала, так и при его закреплении.

Для проведения классификации важно выделять и сравнивать различные признаки объектов. Поэтому, на начальном этапе обучения важно соблюдать последовательность в работе.

Но наиболее важными для формирования логического мышления школьников являются упражнения, выбранные учениками для классификации.

В ходе классификации, обучающиеся выполняют анализ предложенных учителем ситуаций, выделяя в них основные компоненты, используя процессы анализа и синтеза. Как итог этого проходит классификация предметов по какому-то определенному признаку.

Обобщение – ключевой процесс мышления, результат которого заключается в мысленном выделении существенных и общих свойств между явлениями и предметами.

Обобщения учеников будут носить формальный характер и могут оказаться неправильными тогда, когда в процессе познавательной активности они строят обобщения только на основе повторяющихся единичных признаков. Следовательно, не все общие свойства познаваемого объекта являются существенными. В правильном и логичном обобщении учащийся ориентирован на существенные связи предмета, формирующиеся в виде нового знания благодаря преобразованию чувственных данных. Всякие существенные свойства являются общими, которые повторяются для многих предметов.

Уже на начальных формах обобщение основывается на аналогии и сравнении признаков в разных объектах и выделении из них общих. Уровни обобщения опосредованно открывают новые существенные связи в познаваемых объектах через процессы анализа и синтеза. Большое значение в развитии новых обобщений отводят механизму «анализ через синтез». Как видно из вышеперечисленных фактов все процессы

математического мышления тесно взаимосвязаны между собой и возможно только их комплексное формирование.

Только взаимообусловленное их развитие способствует развитию мышления на уроках математики в целом. Приёмы анализа, синтеза, сравнения, обобщения и классификации необходимы учащимся уже в начале учебной деятельности. Без овладения ими не происходит полноценного усвоения учебного материала.

В границах подходов различных зарубежных и отечественных психологических школ создавались и развивались теории мышления. Для каждого из данных подходов характерна конкретная концептуальная трактовка природы интеллекта и мышления. Наиболее значимыми являются следующие подходы.

В границах социокультурного подхода данной проблемой занимались Дж. Брунер [16], С. Скрибнер [87], А.Р. Лuria [100-102], проводя межкультурные исследования познавательных процессов.

Основная цель социокультурного подхода заключалась в анализе специфики интеллектуальной деятельности носителей различных культур. Полагается, что культура оказывает свое воздействие не только на развитие интеллекта, но и на интеллектуальные предпочтения индивида. В данном направлении важным является содержание соответствующей культуры субъекта, а также в какой степени его интеллект является носителем доминирующих культурных ориентаций. То есть, социокультурные особенности среды влияют на интеллект, который рассматривается в виде определенного познавательного поведенческого стиля личности.

С именем Л.С. Выготского [32 – 35] упоминается культурно-историческая теория высших психических функций. Психолог рассматривал интеллект как умственное развитие ребенка. Развитие интеллекта ребенка зависит от влияния системы ведущих факторов: употребления орудий, овладения знаками, включения в социальное взаимодействие с другими людьми. В пределах теории Л.С. Выготского мышление является формой

интеллектуальной деятельности, а мышление и интеллект сходны между собой. Даный подход не позволяет дать четкого представления о данных понятиях, о структуре мышления.

Генетический подход изучения интеллекта рассматривает несколько направлений. Ученый У.Р. Чарлсворз, основоположник онтологической теории интеллекта, рассматривал интеллект как способность живого существа адаптироваться к условиям окружающей действительности [156]. По мнению У.Р. Чарлсворза, интеллект коренится во врожденных свойствах нервной системы. Так как вся психика любых живых существ направлена на адаптацию к окружающей среде, то данный подход к интеллекту можно считать неправомерным. Здесь даже не обозначено первоначальное философское объяснение интеллекта как разума. Человеческий разум естественно развивается в особых условиях социокультурной среды и формируется в процессе всего исторического развития человечества.

В пределах генетического подхода наиболее известной является операционная теория интеллекта Ж. Пиаже [133].

Так известнейший психолог Ж. Пиаже, последовательно обосновал сущность интеллектуальных операций. Согласно ему, интеллект есть единство асимиляции и аккомодации. Интеллект проявляется в устойчивом приспособлении к физической и социальной действительности, его основным предназначением является структурирование взаимодействия людей и среды.

Ж. Пиаже в ходе своих экспериментов показал закономерность появления мышления в онтогенезе и филогенезе. Мышление является обменом между организмом и средой для установления равновесия. Перцептивная сфера личности не позволяет обеспечить необходимое равновесие, так как здесь фиксируются разнородные данные, которым нет объяснения. При этом интеллект упорядочивает и понимает данные ощущения и восприятия. Мышление, благодаря содержащимся в нем операциям, приходит к равновесию. Данное равновесие с одной стороны

одновременно и мобильно (ассимиляция нового), с другой стороны постоянно (операции образуют целостности).

По мнению Ж. Пиаже, на интеллект не влияют социокультурные факторы. Если соглашаться с этим положением, то необходимо будет принять ту точку зрения, что на интеллект ребенка практически нельзя оказывать никакого воздействия.

Этот факт отмечали ученики Ж. Пиаже. Например, М. Дональдсон [52] показала, что при соответствующем обучении и наличии в эксперименте материала, с которым ребенок уже взаимодействовал, результаты изменяются коренным образом.

В учениях, описывающих формирование мышления, зачастую не рассматривается и недооценивается целенаправленное значение формирующих его воздействий. Развитие мышления слишком зависит от возраста. П. Я. Гальпериным и его школой [37 – 40] было доказано, что при специально организованном педагогическом процессе можно сформировать приёмы классификации, обобщения уже у учеников начальной школы.

В своей теории Ж. Пиаже не освещал вопрос функционального развития, в результате оказались несоотнесенными онтогенетическое и функциональное развитие. В онтогенезе трактовка формально-логического мышления ограничена, так как в подростковом возрасте достигается «завершенность состояний».

В рамках процессуально-деятельностного подхода проводились исследования таких известных психологов как С.Л. Рубинштейн [162,163], А.Н. Леонтьев [97, 98], Н.Ф. Талызина [183 – 185], а также многих других [142 – 145, 153 – 155, 165].

«Процессуальная» теория мышления наиболее обоснованно была развита А.В. Брушлинским [17 – 20, 117]. Процессуальный уровень рассмотрения познавательных процессов (в том числе мышления) представляет собой не простую динамику психического. Процессуальность является более глубоким уровнем осуществления деятельности,

онтологическим способом существования психического и его недизъюнктивности, неизоморфности и неаддитивности. Непрерывность мышления как процесса (которая существует изначально) создает различное соотношение процессуального и личностного аспектов на разных этапах мыслительной активности. Это объясняется тем, что по ходу процесса создаются такие операции и мотивы и др., которые сами будут включаться как новые компоненты в изменение анализа через синтез. Поэтому, и детерминация мышления проявляется не как готовая и завершенная форма, а только как постепенно формирующаяся. Процессуальность мышления в теории С.Л. Рубинштейна и А.В. Брушлинского в какой-то мере противостоит личностному плану и выражается в анализе и синтезе и т.д. Анализ и синтез (в том числе анализ через синтез) – не операции, как принято во многих теориях, а процессы, в которых формируются действия и операции (завершенные компоненты). Личность в большей степени описывает план деятельности. Между этими аспектами существуют сложные отношения. Деятельность всегда есть процесс, а процесс есть деятельность. Процесс способствует более углубленному рассмотрению деятельности. Процессуальный и деятельностный аспекты психического содержат личностный план.

В исследованиях Л. Старатса, К. Фишера, Р. Фейерштейна (образовательный подход) интеллект представляет собой систему когнитивных навыков и умений, усвоение которых необходимо для интеллектуального развития [230].

В отечественной психологии есть целый ряд исследований, направленный на тесную связь умственного развития и содержания обучения [2, 7, 31, 70, 71, 150], а также на характер воспитательных методов (В.В. Давыдов [46 – 48, 216], Л.З. Зак [58 – 61], И.С. Якиманская [217, 218]). О значимости метода обучения в формировании мышления указывают эксперименты, относящиеся к теории поэтапного формирования умственных действий [37 – 40, 183 – 185].

Информационно-кибернетический подход оформился в середине XX века и рассматривал мышление как продукт развития вычислительной техники. Появились работы А. Ньюэлла, Г. Саймона [164, 235]. Комплексная задача расширения возможностей информационных технологий оказала широкое воздействие на формирование психологической науки. Теория поведения Д. Миллера, Ю. Галантера [115] рассматривалась как итог перенесения кибернетики в изучение поведения.

В границах данного подхода сложилась и значительная часть теоретических положений когнитивного подхода [176]. Выяснилось, что операции, выполняемые компьютером, во многом сходны с когнитивными процессами. Компьютер получает информацию, сохраняет её элементы в памяти, снова их извлекает и т. д. ... Параллельно появились новые понятия, относящиеся к когнитивной деятельности, а такие термины, как кодирование, переработка, подпрограмма, стали обыденными [128].

Анализ теоретических и экспериментальных исследований в отечественной психологии позволяет сделать вывод о том, что главной задачей психологического изучения мышления является анализ своеобразия человеческого мышления по сравнению с работой компьютера [175], что наличие процессов познавательной деятельности в работе компьютера не может служить критерием научного понимания этих процессов.

Представители феноменологического подхода предпринимали серьезную попытку построения объяснительной модели интеллекта, которая характерна для гештальтпсихологии. Природа интеллекта в ней трактовалась как проблема построения феноменального поля сознания (В. Келер [75], М. Вертгеймер [25], К. Дункер [54, 55]).

Мышление представлялось как внезапное, не подготовленное непосредственно предыдущей деятельностью понимание значимых отношений в проблемной ситуации. Данное отношение можно рассмотреть как непосредственное отражение сенсорных характеристик объектов. Суть решения задач заключается в описании такой черты объекта, которая будет

детерминирована восприятием этого объекта в новых отношениях. Решение задачи есть целостное образование (гештальт), определяющее конкретные шаги.

Б.Г. Ананьев [3 – 5] в рамках функционально-уровневого подхода основной считал идею о том, что интеллект представляет собой сложную умственную деятельность, сочетающую познавательные функции разного уровня. Критерий развития интеллекта есть внутрифункциональные связи между различными познавательными функциями.

Б.М. Величковский описывал интеллект как иерархию познавательных процессов, состоящую из шести уровней познавательного отражения. Так, к нижним уровням интеллекта относится регуляция движений в предметной среде. Два последних высших уровня отвечают за представление и хранение знаний [23, 24].

Л.Л. Терстоун (регуляционный подход) [24] сформулировал и обосновал положение о том, что интеллект является механизмом регуляции психической и поведенческой активности, способностью к абстракции. Он считал, что импульсивное поведение определяется ориентацией на любое решение, имеющееся в данный момент. По мнению Ф. Кликсома, [24] интеллект отражает большое качество мыслительных процессов, которые проявляются в оптимальности и эффективности методов для достижения поставленной цели. Мышление и интеллект при этом не совпадают.

Наиболее распространенным в отечественной психологии является подход, рассматривающий интеллект как совокупность умственных способностей. Многие психологи занимались данным направлением, следовательно, это отразилось в различных диагностических методиках, которые направлены не только на исследования интеллекта, но и на изучение способностей.

Исследователь Б.М. Теплов [188 – 200] так описал способности: «...способностями называют не всякие вообще индивидуальные способности, а лишь те, которые имеют отношение к успешности выполнения какой-либо

деятельности или многих деятельности... понятие «способность» не сводится к выработанным у данного человека знаниям» [200, с. 22 – 23].

Мышление, согласно концепции К.В. Судакова о ФСПД человека [182], определяется логикой его предметно-практической деятельности посредством приобщения к накопленной культуре, посредством обучения и воспитания, посредством предметной деятельности с помощью созданных приемов и средств. Мышление осуществляется путем символизации впечатлений «системой сокращенных знаков», которая опирается на восприятие собственной речи [171, с.57]. Мышление – процесс преобразования информации при помощи знаковой системы для решения задач (выявление связей, которые не представлены непосредственно в чувственном опыте). Операционная основа умственной деятельности содержит наличие таких функциональных систем психической деятельности человека.

Подход, предусматривающий рассматривание мышления как процесс преобразования информации, по нашему мнению, является узким, так как мышление включает в себя ряд различных процессов единой деятельности.

Обобщая все вышесказанное, отметим, что при изучении понятий «мышление» и «интеллект», имеющих различные проявления, можно утверждать только о более или менее отвечающей требованиям проводимого исследования модели.

Недостаток конкретных границ в отечественной и зарубежной психологии между мышлением и интеллектом накладывает свой след на исследование этих психических явлений.

Диагностика умственного развития школьников возникла в виде тестирования и развивалась на протяжении первой половины XX века.

Психологами было разработано понятие коэффициента умственного развития. Данный термин определяется как деление умственного возраста ребенка на хронологический возраст.

Существенный вклад в понимание интеллекта внесли ученые А. Бине и Т. Симон [152]. Для изучения интеллекта они разработали шкалы, которые охарактеризовали как исследование умственного возраста ребенка. Одними из видов тестов Бине - Симона, являются тесты Стэнфорд - Бине, которые в течение долгого времени были единственной методикой, измеряющей интеллектуальные способности, а также применялась в виде критерия валидности новых тестов. Важное значение имеет относительная стабильность, которая была установлена в результате повторных испытаний одних и тех же групп лиц через конкретный промежуток времени.

В XX веке английский ученый Ч. Спирмен [240] разработал двухфакторную теорию интеллекта и описал методы его измерения. В интеллекте Ч. Спирмен выделил специальные факторы, способствующие успеху при решении задач конкретного вида и общий фактор (фактор С)

Другой индивидуальной методикой, предназначеннной для той же цели, что и тесты Стэнфорд - Бине, являются тесты Д. Векслера [140]. Тесты Д. Векслера применяются для измерения общего интеллекта, а также для измерения психиатрической диагностики.

Наиболее известным тестом, направленным на выявление умственного развития, является методика Р. Амтхаузера, которая была разработана в 1953 г. [151, 152]. Р. Амтхаузер понимал умственное развитие детей как совокупность нескольких психических способностей, которые проявляются в различных видах деятельности. В тесте содержались задания на выявления разных видов интеллекта. Данный вид концепции, к сожалению, не позволяет проанализировать формирование структурных изменений мышления при работе с компьютерными технологиями. По мнению К.М. Гуревича и Е.И. Горбачевой, признаком умственного развития является качественная направленность, что проявляется в развитии различных видов мышления, в том числе математического [45].

В первую очередь, в исследованиях тестологии, занимающихся мышлением и умственным развитием учеников, нет единого мнения, и часто

для изучения разных понятий применяются одни и те же методики. Во-вторых, практически нет ни одной тестовой методики, которая бы не использовалась для вскрытия особенностей развития мышления школьников в условиях их компьютеризированной деятельности.

Данные обстоятельства потребовали провести эксперимент по изучению особенностей развития мышления учащихся общеобразовательной школы в условиях компьютеризированной деятельности. Необходимо отметить, что проблема влияния компьютеризации образования на мышление обучаемых, в частности, освещена весьма мало [116].

В данной ситуации, можно отметить основные подходы к данной проблеме. Первый подход отождествляет работу компьютера с процессом мыслительной деятельности человека. Данная теория вызывает много противоречий, так как она не описывает реальные отношения и связи между мышлением человека и компьютером, не отмечает воздействие второго на формирование первого.

Сторонники второго подхода утверждают компьютер, что компьютер дополняет возможности обучающегося по поиску и переработке информации. Данный подход получил достаточно широкое развитие [2, 123].

О.К. Тихомиров предложил третий подход, рассматривающий влияние компьютера на мышление человека [191]. Согласно ему «происходит преобразование мышления и умственной деятельности человека, появление форм опосредования, с помощью которых компьютер преобразует саму эту деятельность» [192, с.35]. Эта теория помогает изучить особенности мышления пользователей компьютера [192 – 194].

Ученые выделяют алгоритмическую и неалгоритмическую модели мышления в условиях компьютеризации.

Алгоритмическая модель описывает мышление как реализацию алгоритма, а формирование творческих основ – освоение мышления. Неалгоритмическая модель мышления предполагает изменение старых и

создание новых алгоритмов во время творчества. Мышление в данной модели осуществляется способом, не предусматривающим опору на ранее освоенные алгоритмические процедуры, однако, классификация, в основе которой существует алгоритм, обоснована по некоторым причин.

Первой причиной является однотипное решение многих задач на основе алгоритма. Мышление на основе алгоритма не следует считать творческим [94]. Второй причиной является абсолютизирование многих алгоритмов в мышлении человека. Число математических задач, решаемых при помощи алгоритма намного меньше числа задач, для решения которых алгоритм не требуется [96, 214]. Третьей причиной является тот факт, что у учеников может возникнуть инсайт – озарение, помогающее в решении задач [143].

При этом не учитываются возрастные особенности школьников. В этой связи необходимо подробно проанализировать процесс формирования мышления школьников, учебная деятельность которых опосредована компьютерными технологиями.

Безусловно, в процессе компьютеризации обучения происходит усиление одних мыслительных структур и ослабление других. Так, процесс мышления школьника, в обучении которого применяются компьютерные технологии, будет сильно отличаться от мыслительных процессов ученика, не использующего их.

Компьютерные технологии предъявляют особые требования к организации именно мышления [81– 83]. Однако, у психологов нет точного ответа по поводу специфики этого мышления по отношению к компьютеризированным формам. Ученый О.К. Тихомиров утверждает, что эту точку зрения можно считать положительной, «если подчеркивать внешние аспекты организации компьютеризированной деятельности, в которой ориентировка человека включает использование компьютерных данных» [192, с.34]. Т.е. изменения в процессах мышления, можно

наблюдать у профессиональных пользователей, а у непрофессионалов появляется зависимость от компьютерных технологий.

Но затем он утверждает, что «мышление в психологической структуре диалога с компьютером оказывается базисным процессом, на который оказывают воздействия внешние и внутренние условия деятельности» [192, с.37]. Поэтому, влияние на мышление школьников компьютерных виртуальных технологий, должно быть несомненным.

В психологической литературе имеются разные исследования, в которых рассмотрено влияние компьютерных технологий на развитие психики человека в процессе его обучения (Е.И. Машбиц [109 – 111], О. Пейперт [131], Д. Нокс [125]). Психологи приводят различные результаты данного воздействия: от позитивных до негативных, показывающих трудности, таящиеся в активном применении компьютерных технологий в обучении.

Компьютеризация школьного образования, как и всего общества, есть объективный, независящий от своих противников, процесс [78]. Применение компьютерных технологий в обучении, как и любое другое явление, имеет как свои плюсы, так и минусы. Все зависит от меры использования данного явления, от акцента применения в процессе обучения, от обучающих компьютерных программ.

В частности, отмечено, что при применении компьютерных средств в обучении школьников возможны ориентация их на символические способы анализа предметов, отсутствие их взаимодействия с одноклассниками. Однако, возможно, что эти школьники, активно использующие компьютер, до этого имели какие-то проблемы во взаимоотношениях со сверстниками, а компьютер просто заменил это общение.

По этому поводу исследователи Р. Вильямс и К. Маклин [152] выявили закономерность, что многие школьники, успешно справляющиеся с задачей организации работы с компьютером, становились очень возбужденными и

даже агрессивными. Однако, и здесь логичен вопрос о реагировании этих учеников на неудачи, так как очень вероятно, что и в любой другой деятельности у них будут отмечены повышенные возбуждение и агрессия в случае неудач.

Согласно нашей точке зрения, если рассматривать процесс использования компьютерных технологий с позиции учёта положительных и отрицательных сторон данного процесса в обучении, то можно получить важные результаты [219, 221]. По этому поводу ученый Г.М. Клеймен писал, что «компьютер способствует расширению умственных способностей, открывают новые пути в формировании навыков мышления, предоставляет новые возможности для активного обучения» [77, с. 24 – 25]. Ученый считает важным и тот факт, что «влияние компьютера на школьников зависит от того, как школьники его используют» [77, с. 26]. Многое зависит как от степени влияния, так и от характера данного влияния [11,13,14,64,67, 68].

Исследование психологических теорий мышления делает актуальным вопрос применения виртуальных технологий в педагогическом процессе для развития мышления учеников.

## **1.2. Использование виртуальных технологий для развития мышления и знаний школьников**

На текущей стадии развития общества во многие сферы деятельности человека интенсивно внедряются компьютерные технологии, причем это касается и учебного процесса. Информационные компьютерные технологии находят широкое применение в средних и старших классах общеобразовательных школ.

Использование компьютерных технологий в учебной деятельности рассматривается с позиции создания новейших обучающих программ и методик [77, 83, 103, 107, 131, 136, 211]. При этом забывают о специфическом влиянии условий обучения с применением компьютера на развитие психических процессов школьников.

В представленной работе мы отталкиваемся от положения, суть которого состоит в том, что активное проникновение информационных систем в деятельность учеников оставляет определенный след на развитии их психических процессов, а именно мышления.

В этой связи, логичен вопрос, как же именно различные компьютерные технологии влияют на развитие мыслительных действий учащихся?

Проблема психолого-педагогических последствий применения информационных технологий в различные сферы деятельности требует расширенного обсуждения.

На стиль деятельности и мышление человека, несомненно, большое значение оказывают производственные технологии [195]. Данное положение справедливо для различных исторических эпох, сфер деятельности человека, а также видов его мышления. Имеются в виду общие характеристики мышления индивидов, которые принадлежат к разным слоям общества, возрастным группам и т.д.

Компьютерные навыки изменяют социально-экономическую связь в обществе, вид деятельности его членов, тем самым становясь важным общекультурным элементом.

Процесс развития новой информационной среды общества позволяет создать огромные возможности для прогресса человека, для успешного решения разных профессиональных, социальных и других проблем. Использовать данные возможности сумеют те члены общества, которые будут обладать необходимым набором умений и знаний ориентирования в новом информационном пространстве.

Многими специалистами различные виды информационных технологий рассматриваются как средство, способствующее развитию системного научного мышления, конструктивного образного мышления, воображения, пространственного и ассоциативного мышления, интуиции, вариативности, то есть тех качеств человека, которые обеспечивают в наибольшей степени развитие его творческих способностей.

В данный момент всё больше упоминаются такие понятия, как, «виртуальный мир» и «виртуальное общество». Уже сейчас приходится решать проблему адаптации к новым требованиям жизни в виртуальном обществе, где первостепенную роль будут играть научные знания.

В этой связи необходимо внедрение в образовательный процесс новых методов преподавания математики, обеспечивающие формирование у людей современных информационных представлений и информационных процессов в обществе, способствующие развитию мыслительных действий, направленных на решение задач. При этом необходимо отметить, что данная деятельность, опосредованная компьютером, существенно отличается от традиционного процесса решения задач.

Наиболее полное происхождение и значение термина *virtual*, а также его различное применение в науке (философия, психология и т.п.) и разных видах техники, можно выявить из работ известного психолога Н.А. Носова, а также из ряда философских и психологических публикаций [26, 126, 127]. Н.А. Носов описал переход обыденной реальности в виртуальную или «консультала» в «виртуал», причем последний можно разделить на два вида: гратуал (позитивная реальность) и ингратуал (негативная реальность).

В научных трудах, непосредственно связанных с проблематикой виртуальной реальности, поднимаются вопросы воображения, рефлексии, изменения сознания и мотивов (самореализации), применения Интернета, функций сновидений, различий между сном и явью, «эффекта присутствия», виртуальной зависимости, выхода из виртуальных состояний и многие другие [8, 26, 43, 86, 94, 95, 203].

В.Ф. Спиридовон рассматривает в своей работе сильную и слабую виртуальную реальность, А.В. Россохин – виртууманию, а ученые О.Р. Маслов и Е.Е. Пронина – реальную и виртуальную виртуальность [26]. А. Дернер выделяет тенденции, которые затрудняют эффективное поведение в трудных ситуациях - вырабатывание «редуцирующих гипотез», упорная нечувствительность к неадекватности этих гипотез и неготовность, и неспособность осуществления контроля и оперативной корректировки принятых решений и др. [51].

За рубежом понятие «виртуальная реальность» ввел ученый Джароном Ланье [195, 231]. Он считал, что виртуальная реальность есть ничто иное, как компьютерные системы, которые содержат шлем с мониторами для глаз, сенсоры, компьютер со специализированным ПО и перчатки виртуальной реальности. Это является наиболее перспективным направлением работы в области психологических применений средств виртуальной реальности.

Е.В. Субботский в своих экспериментах [179 – 181] обосновывает гипотезу о неоднородности индивидуального сознания. Также ученый отмечает, что индивидуальное сознание помимо обыденной реальности содержит и другие реальности, (например, магическую), способность совмещения нескольких реальностей является важным элементом социализации и последующего развития человека. «Погружающие среды» все более используются в инновационной среде [8].

Опишем некоторые аспекты, опирающиеся, прежде всего, на открытия в сфере информационных технологий. На их основе возникли новые понятия,

касающиеся самоощущения людей (к ним можно отнести развлечения, общение, работу человека и т.д.). Данные понятия (например, «сетевая жизнь») способствуют пристальному взаимодействию человека со средствами виртуальной реальности, созданной при помощи компьютерных технологий. Это дало дополнительный толчок к исследованию данного факта, который психолог А.Е. Войскунский называет «эффектом присутствия». По его мнению, данный феномен не нов, а данное выражение не чуждо для обыкновенного человека. Однако, в настоящий момент данное понятие становится всё более научным, так как эффект присутствия в виртуальной среде приобрел качества, способствующие изменению в сознании [27 – 29].

Эффект присутствия – сложное психическое явление, непосредственно наблюдаемое в случае взаимодействия человека с реальностью, отличной от обыденной. В иностранной литературе рассматривается понятие «опосредованной реальности». В данных примерах [220, 223, 233] в качестве опосредованной реальности рассматривается реальность, смоделированная при помощи компьютеров и других телекоммуникационных средств. Некоторые ученые [225, 239] расширяют понятие «эффекта присутствия», включая в него взаимодействие с дополнительными реальностями (реальность воспоминаний и другие).

Можно сказать, что данный феномен объясняется тем, что человек испытывает состояние присутствия в одной реальности с предметами, которые не находятся в наблюданной им реальности [232]. Необходимо отметить, что в этой связи рассматриваются случаи, ограничивающиеся только полным осознанием человеком того, что реальность, которую он ощущает, искусственно создана.

Психолог А.Е. Войскунский утверждает, что «...в настоящее время феномен, возникающий как ощущение присутствия в дополнительной реальности, связывается в основном с опытом пребывания в «погружающей» виртуальной реальности. Примерами являются самоощущения игроков в

компьютерные игры, участников интернет - и телеконференций, людей, общающихся посредством интернета. Кроме того, в последнее время изучается «эффект присутствия», возникающий при просмотре фильмов в современных кинотеатрах, использующих специальное оборудование. При помощи этого вида оборудования человек получает перцептивные ощущения, тем самым дополняет своё состояние присутствия в виртуальной среде» [26, с.38].

Следовательно, «эффект присутствия» не тождествен обыденной реальности, а представляет некую сферу сознания, которая отлична от других видов необыденной реальности. Ученые, рассматривая данный феномен, сходятся во мнении, что иллюзия присутствия может возникать, а может и не возникать, то есть данное явление нельзя объяснить степенью присутствия. Общее состояние присутствия, которое ощущает человек на протяжении некоторого времени, есть сумма ощущений присутствия в его отдельные периоды [232]. Создание эффекта присутствия, помогает выявить у школьников интерес и желание узнать что-то новое при изучении данной темы. Работая в этом направлении, необходимо учитывать возможности информационных технологий в разных аспектах преподавания математики: разные периоды занятия, разработка планирования с применением электронных пособий, банк самостоятельных и практических работ и т.д. Так как наглядно-образные составляющие мышления играют исключительную роль в жизни человека, то их применение при изучении сложных математических тем с использованием информационных и виртуальных технологий будет способствовать повышению эффективности обучения.

В настоящий момент виртуальная реальность в обучении выступают в качестве эффективного способа воздействия на психическое обучающегося. Данная эффективность определяется тем, что ВР относятся и к методам, и к средствам, и к технологиям обучения [169]. Созданные для обучения средства виртуальной реальности является дальнейшим классом компьютерных систем обучения, которые отличаются от других трехмерным

отображением обобщенной информации, значительным программным обеспечением и использованием новейших компьютерных подсистем (тактильное ощущение, речевое общение и др.). Сильная необходимость в эффективных системах компьютерного обучения и, особенно, в средствах виртуальной реальности всё больше по тем или иным причинам ощущается в нашем обществе. Одной из задач является качественная подготовка разных специалистов для многих новых областей науки и промышленности. Для осуществления данной задачи могут быть использованы средства виртуальной реальности.

Посредством компьютерной графики средства виртуальной реальности могут создавать реалистичное трехмерное видимое, осязаемое пространство. В это пространство школьники могут погружаться и взаимодействовать с различными трехмерными объектами, разработанными при помощи компьютера.

Виртуальная реальность – это новейшая технология 3d информационного взаимодействия испытуемых с компьютером, которая осуществляется при помощи комплексных мультимедийных средств. То есть, у учащихся в данный момент создается иллюзия вхождения в искусственный мир, который был сформирован на основе программных и вычислительных средств. Для получения ими необходимой визуальной информации в этих системах используются различные средства ее трехмерного представления. Тактильный механизм обратной связи позволяет получить эффект касания и перемещения испытуемым предметов виртуальной реальности. Значит, виртуальная реальность способствует созданию у человека ощущений, которые позволяют ему считать, что он находится в реалистичном трехмерном виртуальном мире (а не в реальной среде в конкретное время), а также успешно взаимодействует с трехмерной виртуальной средой, применяемой для обучения.

При возникновении виртуальной реальности важно оптимальное комплексное сочетание разных информационных средств. Чтобы ученики

воспринимали с высокой достоверностью виртуальную окружающую среду необходимо гарантировать, чтобы: зрительное трехмерное восприятие этой среды должно быть естественным; взаимодействие испытуемого и виртуальной среды должно осуществляться в виде контакта в реальном времени.

Для этого необходимо наличие автоматического проектирования и активно изменяющейся среды, что гарантируется при помощи должных вычислительных средств. Средства виртуальной реальности позволяют испытуемому взаимодействовать с внешней средой, так как они способны моделировать трехмерное виртуальное окружение. Действия испытуемого в виртуальном пространстве учитываются в процессе его моделирования. Изменения положения тела и направления взгляда, а также результаты деятельности испытуемого измеряются различными датчиками и выводятся на компьютер.

Современный прогресс информационной техники способствует созданию весьма реалистичных виртуальных пространств, что позволяет испытуемому успешно погружаться в виртуальную реальность. Также присутствует возможность визуализации сложных информационных структур и взаимодействия с их моделями, в том числе с помощью голосовых команд. В виде средств связи человека и компьютера могут применяться стереокамера и микрофон. Данные сигналы распознаются в виде речевых команд. Происходит визуализация сложных трехмерных информационных структур стереодисплеем, и наблюдатель может вносить в них необходимые изменения, уточняя их голосовой командой. Командные фразы и жесты обычно ограничены небольшим количеством намечаемых изменений элементов, формирующих трехмерный образ.

Направление, связанное с созданием виртуальной реальности, является новым направлением в технологии взаимодействия человека и компьютера. К важным моментам, которые определяют результат взаимодействия человека и компьютера в этой системе, относится разработка

высокоинформационных средств представления наблюдателю визуальной информации о виртуальном пространстве. Мера погружения испытуемого в виртуальную реальность существенно зависит от уровня устройства интерфейса виртуальных средств.

Важным свойством виртуальной реальности является моделирование объектов с реалистичным поведением. Имитация поведения виртуальных объектов реализуется через реалистичный трехмерный показ внешней среды, который сопровождается соответствующими звуковыми эффектами и характерными движениями частей объекта. Визуализация погружения наблюдателя в виртуальную реальность происходит благодаря развитию активно изменяющейся во времени трехмерной реалистичной виртуальной среды. Воспроизведение объемного изображения с нужным пространственным разрешением необходимо для передачи движений трехмерных объектов. Иначе говоря, нужно соблюдать последовательность изменения состояний среды с такой частотой кадров, при которой наблюдатель воспринимает без мельканий отображаемую активно изменяющуюся информацию.

В средствах виртуальной реальности для отображения трехмерной информации широкое распространение получили одноканальные и двухканальные стереосистемы. В двухканальных стереосистемах изображения (или стереопарах) отображаются на двух плоских панелях и одновременно воспринимаются обоими глазами. При этом у испытуемого возникает иллюзия восприятия трехмерного изображения. Этот подход хорошо реализован в нашлемных стереодисплеях. Одноканальные стереосистемы отображают два изображения на одном дисплее обычно с последующим их распределением в левый или в правый глаз испытуемого, то есть, осуществляется последовательный принцип воспроизведения.

На наш взгляд, применение виртуальных шлемов является перспективным направлением в обучении школьников. Использование шлемов дает большую возможность анимации и наиболее полно реализует

эффект присутствия с последующим стимулированием познавательной мотивации. В настоящее время наиболее доступными для обычных пользователей являются два шлема VR – Z800 3D Visor и Oculus Rift Development Kit 2. Однако, их следует использовать при наиболее сложных темах стереометрии. Мы рекомендуем применять шлем Z800 3D Visor, так как он не требует существенной калибровки. Перед взором испытуемого (школьника) находится экран, на который проецируются нужные для изучения конкретной темы изображения. Шлем VR Z 800 3D Visor хорош в использовании тем, что работает с любой программой (как второй монитор) при соблюдении несложных требований к характеристикам компьютера, но только специальные программные объекты (сформированные 3-D) приобретают сложное трехмерное изображение. Доступно и использование поворота головы (head tracker) (аналог гироскопа) в том числе и в качестве аналога мышки (рис. 1). Данный шлем имеет разрешение 800x600<sub>y</sub> частоту обновления 60 Гц и угловые размеры 40 x 60 угл. градусов.



Рисунок 1 - Шлем Z 800 (внешний вид)

В Oculus Rift Development Kit 2 используется Full HD экран OLED с разрешением 960×1080 на каждый глаз. Благодаря новому экрану изображение четкое и контрастное. Низкое время отклика (2 мс) и высокая частота обновления матрицы (75 Гц) позволили существенно сократить размытость и дрожание изображения при резких движениях. Новый Oculus Rift DK2 способен отслеживать не только ориентацию в пространстве, но также наклоны в стороны, вперед-назад, вверх-вниз. Камера из комплекта отслеживает (с частотой 60 Гц) перемещение встроенных

инфракрасных датчиков, находящихся на лицевой поверхности шлема. Благодаря этому улучшению у пользователя, находящегося в виртуальной реальности, есть 6 степеней свободы.

Эффект присутствия в виртуальной реальности в шлеме Oculus Rift Development Kit 2 (рис. 2) значительно больше, чем в шлеме Z800 3D Visor. Однако длительное время работы в этом шлеме может негативно сказаться на психологическом состоянии человека. Oculus Rift Development Kit 2 обязательно требует дополнительной калибровки. Хотя частично результаты индивидуальной калибровки могут быть записаны и потом воспроизведены, однако это не отменяет общей механической настройки шлема под каждого учащегося на уроке. Поэтому его мы не рекомендуем использовать в течение достаточно длительного времени. Оптимальный режим – 20-30 мин для старшеклассников, для учащихся младших классов – использование этого оборудования не рекомендуется. Безусловно, при использовании Oculus Rift Development Kit 2 необходимо учитывать его влияние на текущее состояние школьников. Если у кого-то из них отмечается хотя бы один из следующих симптомов: нарушение зрительного восприятия, головная боль, головокружение, непроизвольное подергивание глазных или других мышц, неспособность сосредоточиться, тошнота, судороги, спазмы, дезориентация в пространстве, то следует немедленно прекратить просмотр изображений в шлеме VR Oculus Rift Development Kit 2. Короче говоря, рекомендуем строго придерживаться инструкции к данному техническому устройству, где указаны основные ограничения, с которыми мы согласны.



Рисунок 2 - Oculus Rift Development Kit 2 (внешний вид)

Применение данного шлема при длительном использовании может вызвать мышечную слабость, напряжение глаз, нарушить контроль равновесия тела. Чтобы снизить вероятность нежелательных эффектов, следует делать частые перерывы на 10-15 мин. Если вы почувствовали хотя бы один симптом из перечисленных, немедленно прекратите просмотр и не возобновляйте его, пока неприятное ощущение не пройдет. Не рекомендуется использовать шлем Oculus Rift Development Kit 2, если вы плохо себя чувствуете, хотите спать. В целом, что при соблюдении всех необходимых мер безопасности никакого вреда от использования шлемов виртуальной реальности не может быть.

Для погружения школьников в виртуальное пространство существует целое множество трехмерных дисплеев. К ним относятся встроенные в шлем стереодисплеи, различные настольные трехмерные дисплеи и другие. В то же время очень важен оптимальный выбор трехмерного дисплея для разрабатываемой виртуальной реальности, так как от разных видов трехмерных дисплеев достигаются разные эффекты входления испытуемого в виртуальную реальность. Для формирования виртуальной реальности трехмерные дисплеи должны соответствовать способностям глаз человека воспринимать любые изменения отображаемой визуальной реальности при движении головы испытуемых. Иначе говоря, этот трехмерный дисплей будет являться многоракурсным. Стереотелевизионные дисплеи не обладают свойством восприятия только одного ракурса трехмерного изображения.

В нашлемной системе для получения многоракурсного отображения при помощи специальных датчиков можно определять изменения положений головы и взгляда испытуемого, а также вносить вычислительным путем необходимого изменения в изображения, подаваемые в стереодисплей. Однако, этот подход достаточно труден и не обеспечивает высокую точность отображения изменяющейся информации.

При создании эффективных нашлемных дисплеев для виртуальной реальности возникает проблема обеспечения нужной разрешающей способности необходимого угла зрения. Отмеченные параметры должны находиться в границах, обеспечивающих наблюдателю комфортное восприятие меняющейся визуальной информации. К тому же, при восприятии испытуемым изображений со стереодисплея сужается угол зрения, который не соответствует зрению испытуемого при наблюдении им реальных изображений. Значительное увеличение объема и скорости вычислений при синтезе телевизионных стереопар обеспечивает лучшие ощущения реальности при вхождении испытуемых в виртуальную среду. Продуктивность различных вычислительных систем пока еще не может обеспечить для зрения испытуемого комфортное восприятие трехмерной визуальной информации, описывающей виртуальный мир.

Использование вычислительных структур, которые основаны на новейших технологиях и имеют разветвленную архитектуру, позволяет предположить, что в скором времени будет возможен эффективный контроль над визуальной средой в виртуальном пространстве. Что будет способствовать обеспечению достаточно комфортных условий для зрительного восприятия средств виртуальной реальности.

Методологические аспекты создания виртуальной реальности и взаимодействия с ней испытуемого еще плохо разработаны, и здесь имеется большое число вопросов. Известно, что технические средства, позволяющие реализовать виртуальную реальность, явились результатом развития трехмерной компьютерной графики, технологий ввода и вывода информации. Но, в силу ограниченности ресурсов, системы данного класса часто очень упрощены и содержат ограничения по реализуемым функциям. Параллельно с этим разрабатываются и многие перспективные программы, ориентированные на совершенствование компьютерных технологий. Упрощенные средства виртуальной реальности используются как различные имитаторы, тренажеры и игровые системы. На любом компьютере при

помощи специальных очков и других средств ввода, и вывода информации можно создавать трехмерное изображение виртуальной реальности в данный момент времени.

Стереозвуковое сопровождение средств виртуальной реальности позволяет обеспечивать высокую реалистичность трехмерного изображения. Но в этих системах ограничены перемещение и обзор пространства, а также недостаточно представлен набор различных пространственных объектов. Данный факт можно объяснить тем, что эти системы ориентированы на текущий уровень программного обеспечения.

Средства виртуальной реальности, в отличие от других традиционных средств формирования трехмерных изображений, непосредственно влияют на объемную сцену в настоящий момент времени через формирование управляющих воздействий. Это также позволяет моделировать основные динамические процессы и ситуации. При соответствующем дополнительном оборудовании создается полный эффект погружения в объемный виртуальный мир, чего невозможно осуществить при помощи традиционных средств отображения информации. Отметим интерактивность возникающей виртуальной реальности, что предоставляет возможность испытуемому либо устанавливать с ней контакт, либо его прекращать.

Рассмотрим некоторые составляющие, на основе которых у учеников возникает эффект присутствия в виртуальной реальности. К первой составляющей относится создание высокоинформационного трехмерного цветного изображения, которое позволяет школьникам комфортно осознавать активно изменяющиеся объемные сцены виртуальной реальности, характеризующиеся высоким пространственным разрешением. Ко второй составляющей можно отнести получение обратных сигналов (тактильных и звуковых) при контакте с виртуальной средой. Эти сигналы должны в большой мере соответствовать информации, которая визуально поступает через зрительный канал восприятия [10]. Активное воздействие на протекающие в виртуальной реальности процессы, при полном отражении

результатов воздействия в информационных потоках, поступающих ученикам по разным каналам (звуковому, зрительному) относится к третьей составляющей возникновения эффекта. Качественный эффект формирования виртуальной реальности возникает в случае одновременной реализации всех перечисленных составляющих в интерактивной системе «человек-компьютер».

Однако, существует ряд проблем, мешающих успешной реализации перечисленных нами составляющих при возникновении эффекта виртуальной реальности. Один тип проблем носит теоретический характер, другой – технический. Помимо этого, данные проблемы взаимосвязаны в некоторой мере с психологическими факторами, а также с достижением испытуемого виртуального мира. Кроме того, они касаются вопросов, которые отражают восприятие физических и других процессов, совершающихся в реальном мире.

Для более детального анализа эффекта присутствия в виртуальной реальности рассмотрим основные концепции состояния присутствия в виртуальной среде, отмеченные А.Е. Войскунским [27].

### 1) Концепция коммуникативной насыщенности.

Этот феномен можно кратко охарактеризовать как восприятие человеком пребывания в искусственно созданном пространстве совместно с другими людьми. Обязательным условием в этой концепции является присутствие человека в иной реальности. Поэтому это явление было бы логично описать как личностное признание достижимости людей при коммуникации (например, взаимные эмпатия и понимание) и т.д. [224]. Причем под достижимостью понимают передачу людьми их коммуникативных поведений, несущих невербальную информацию (расстояние до человека, громкость речи, жесты). Возникновение коммуникации часто наблюдается в ситуации различных видов конференций и более простых коммуникативных актов, которые осуществляются с помощью средств передачи информации.

2) По мнению ученых, концепция перемещения, в которой состояние присутствия переживается человеком как условное перемещение в дополнительную реальность, одна из наиболее хорошо ранее изученных. В результате испытуемый может испытывать несколько перемещений:

- человек ощущает «перемещение» в иную реальность;
- «перемещение» предметов из одной реальности в другую реальность, наблюданную индивидуумом;
- состояние присутствия рассматривается человеком как «перемещение» его, и другого индивида, находящегося в каком-то месте в третье место, находящееся в другой реальности.

### 3) Концепция погружения.

Для «погружения» в искусственно созданную реальность применяются разные современные технологии [8]. Можно отметить технологии, применяемые к виртуальной (смоделированной посредством компьютерных средств) реальности. К первому виду относят 3d - шлемы — приспособления для передачи визуальной информации, а также — различные современные устройства для передачи перцептивных (тактильных) ощущений [228, 241]. Второй вид составляют имитаторы движения, помогающие создавать иллюзию перемещения, или «очки», позволяющие видеть объемное изображение. Современные новейшие технологии позволяют производить опыты по проецированию записей на специальные мониторы — в конечном счете, субъект будет воспринимать трехмерные образы. Сигналы передаются непосредственно на органы восприятия человека, таким образом, зрение, слух, обоняние получают информацию из иной реальности. Соответствующие информационные образы оказываются блокированными, тем самым человек «погружается» в восприятие иного вида реальности. Безусловно, данная концепция подразумевает наличие более широкого технического оснащения, чем предыдущие концепции.

### 4) Концепция контакта.

Данная концепция может рассматриваться как вариант концепции коммуникативной насыщенности. В случае, который мы будем называть контактом [43], индивид воспринимает коммуникацию с неким субъектом из дополнительной реальности как коммуникацию с другим, также реальным, индивидом, проявляя характерные поведенческие реакции. Этот эффект достигается в случае, когда удается обеспечить уровень передачи невербальной информации, достаточный, чтобы создать у участника эксперимента ощущение спонтанной «живой» коммуникации [232].

Любая ситуация, связанная с опосредованным общением, будет описывать концепцию контакта. Например, субъект может находиться в контакте в этом случае контактирующий субъект может находиться в реальной коммуникации с участником эксперимента [43]. В отличие от концепции коммуникативной насыщенности данный вид концепции отличается тем, человек может и не испытывать состояние присутствия в иной реальности.

Некоторые ученые считают, что человек может испытывать состояние присутствия в варианте контакта, воспринимая в качестве партнера само средство передачи информации. Это объясняется тем, что средство передачи информации обладает такими свойствами и реакциями, которые могут восприниматься как присущие человеку (звук, голосовое сопровождение). Важным примером, подтверждающим эту мысль, является занятия, присущие работникам социальных позиций. Некоторые примеры, описывающие проявление данного явления можно встретить в произведениях писателей - фантастов и мистических произведениях. Но встречаются и реальные ситуации, трактующиеся аналогично. Например, ученые Lombard M., Ditton T. в своих работах считают, что человек, работающий за компьютером, иногда может обращаться к нему с выражением своих эмоций [232].

В этой связи, необходимо рассмотреть основные преимущества средств виртуальной реальности по сравнению с традиционными технологиями [65].

1. Возможность полного контроля над вниманием испытуемого является значительным преимуществом средств виртуальной реальности по сравнению с другими методиками. Благодаря яркости, динамичности, интерактивности виртуальной среды практически не происходит отвлечение внимания испытуемого на другие раздражители.
2. Наличие фактора времени в их структуре.
3. Средства виртуальной реальности отличаются экологической валидностью от других традиционных технологий.
4. Программируемость виртуальной среды позволяет изменять виртуальные объекты и происходящие с ними события. При этом присутствует возможность предъявления различных стимулов, и контролировать параметры (яркость, форма и тп.). Помимо этого, в виртуальной реальности программируются стимулы в зависимости от реакции испытуемого.
5. Избирательное выделение необходимых стимулов является важным преимуществом виртуальной реальности. Так, в психологии имеется много заданий, в которых исследователю нужно привлечь внимание участников эксперимента к особым стимулам. Программируемая виртуальная реальность при описании сценария позволяет ввести нужные способы визуального усиления необходимых стимулов — увеличение количества их появлений, усиление яркости привлекут внимание испытуемого.
6. Установление обратной связи в реальном времени также относится к преимуществам виртуальной среды. Современные компьютерные системы выдают визуальный образ практически мгновенно, тем самым происходит моментальное интерактивное взаимодействие пользователя с виртуальной реальностью.

Итак, обобщая всё вышеперечисленное, можно дать определение виртуальной реальности. Виртуальной реальностью называется созданная

при помощи технических средств среда, которая формируется в результате воздействия на органы чувств человека. В виртуальную реальность можно войти, используя шлемы, очки, костюмы и другое техническое оснащение. К сожалению, материальное оснащение многих школ позволяет использовать только компьютерные обучающие 3d - программы.

Чтобы отличить подлинные средства виртуальной реальности от средств с частичным погружением в виртуальную среду, целесообразно рассмотреть характеристики виртуальной реальности, выделенные некоторыми специалистами [167, 168, 229]:

- 1) «создание средствами программирования трехмерных изображений объектов, которые максимально приближены к моделям реальных предметов»;
- 2) «возможность навигации (субъект в виртуальном пространстве может передвигаться, посмотреть на объект с различных сторон, «полетать» во вселенной и т.п.)»;
- 3) «сетевая обработка данных, осуществляемая в режиме реального времени (действия субъекта, например, его движения, изменение наклона головы, меняют изображение предмета и др.)» [167, с. 135]; обеспечение состояния присутствия [229].
- 4) эффект присутствия [169].

Психолог В.В. Селиванов отмечает следующие результаты воздействия виртуальной реальности на мышление человека при решении латеральных задач:

- 1) расширение зоны поиска решения;
- 2) возникновение новых нестандартных мыслей о связях условий и требований задачи;
- 3) увеличение количества семантических связей в мышлении [168].

Помимо этого, он отмечает взаимосвязь между образной и когнитивной сферой интеллекта. Данную связь осуществляют, по В.В. Селиванову, процессы анализа, синтеза, обобщения. В развитой виртуальной модели

создается не просто «отсканированное», зрительно похожее на реальность изображение объекта, но объект создается на основе физических его свойств и представлен в виде математических формул, т.е. ему задаются свойства реального объекта.

Связь виртуальных образов и мышления реализуется через синтез системного и субъектного подходов, с позиций системно-субъектного подхода. При этом мышление выступает как комплексное образование, включающее следующие содержательные характеристики: 1) мыслительные процессы (анализ, синтез, обобщение, абстрагирование, анализ через синтез); 2) мыслительные действия, операции (например, математические операции - сложение-вычитание и др.); 3) формы мышления (понятие, суждение, умозаключение); 4) система понятий, взаимосвязанных между собой и используемых субъектом при решении задач; 5) смыслы познаваемого объекта или соотношений условий и требований задачи в зависимости от индивидуального опыта мыслителя, его индивидуальных особенностей и характера складывающейся ситуации при решении задачи; 6) обобщенные эмоциональные компоненты мышления, в частности, предвосхищающие эмоции; 7) обобщенные личностные характеристики, актуализирующиеся в ходе мышления (мотивация (познавательная и неспецифическая), свойства, составляющие сознание и способности) [42]; 8) обобщенные субъектные свойства (характер саморегуляции мыслительной активности, мера дифференцированности познавательного и аффективного, степень креативности, свободы в обращении с объектом и др.); 9) метакогнитивный план, проявляющийся в перманентной рефлексии способов действия с познаваемым объектом, приемов анализа и обобщения условий и требований задачи (проблемы), осознания когниций и смыслов [168]. Исходя из всего вышеперечисленного, нами была разработана обобщенная модель влияния средств виртуальной реальности на мышление учеников на уроках математики (рис. 3).

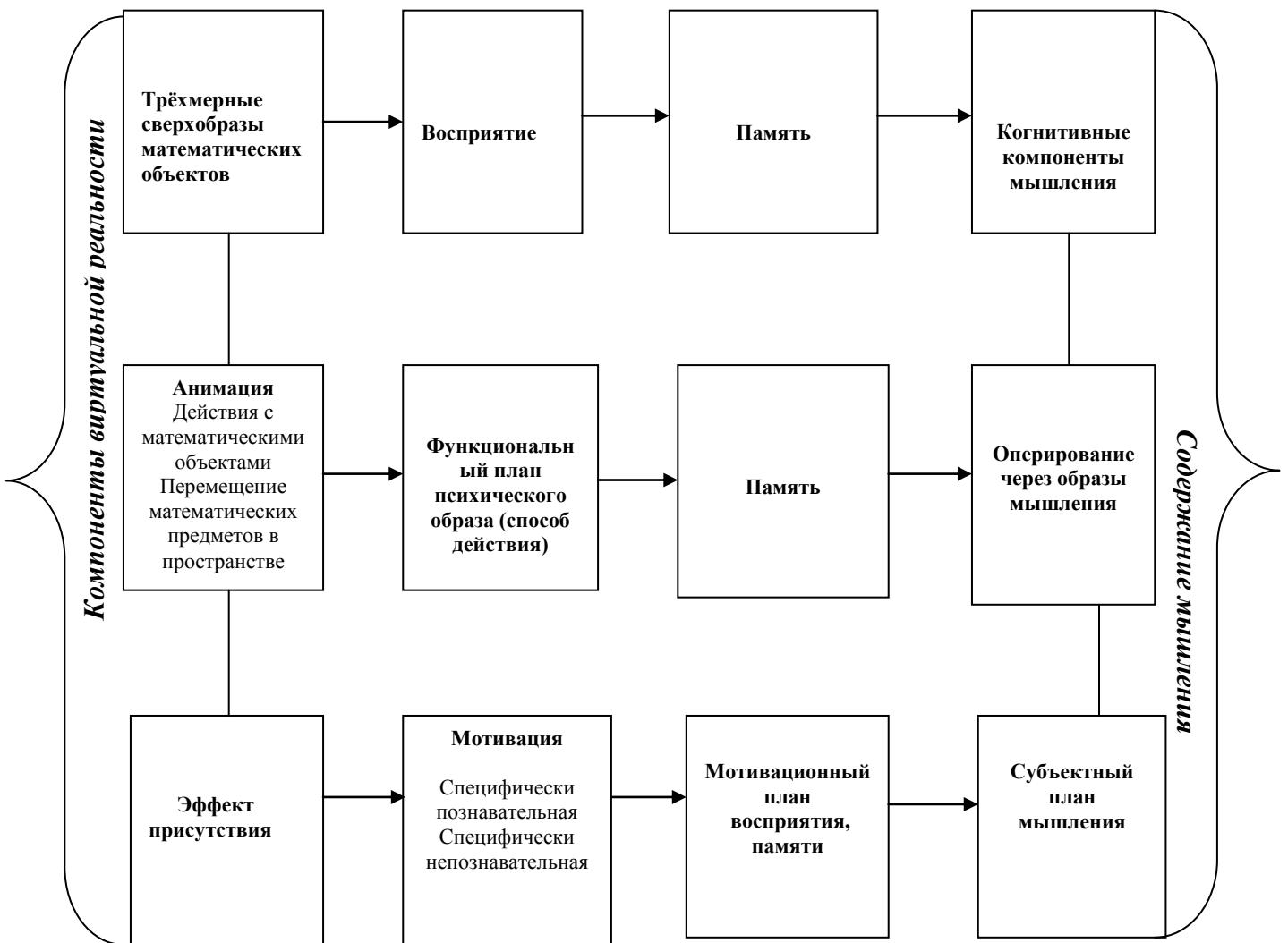


Рис. 3. Обобщенная модель влияния средств виртуальной реальности на мышление учеников на уроках математики

Влияние образов виртуальной реальности прослеживается в основном на три основных компонента когнитивного плана мышления: на мыслительные формы, на умственные операции, на мыслительные процессы.

Ученый Ю.Н. Усов отметил состав и отличительные черты «виртуального мышления» при приобщении учеников к различным видам искусств, то есть мышления, которое реализуется у них при воздействии виртуальной реальности. Исследования ученого рассматривают виртуальную реальность, которая формируется в сознании людей при просмотре художественного фильма с применением современных компьютерных средств [198]. Полученные им результаты привлекают наше внимание преимущественно с позиции общего воздействия данных виртуальных

средств на мышление людей с разной степенью схожести их со средствами, применяемыми для полного вхождения в виртуальную реальность.

По мнению Ю.Н. Усова, виртуальное мышление содержит такие виды: монтажное, аудиовизуальное, пространственно-временное и экранное. «Аудиовизуальное мышление проявляется в образных обобщениях эмоциональных реакций, световых, колористических, композиционных, ритмических и прочих решений на основе соотнесения звукозрительных образов, порождающих многообразие ассоциативных связей», - утверждает автор, описывая данный вид виртуального мышления [198, с. 4]. Про монтажное мышление Ю.Н. Усов утверждает следующее: «Монтажное мышление представляет собой своего рода «азбуку смыслообразования» в познании школьником многомерной пространственно-временной реальности при воссоздании ее в своем сознании» [198, с. 4]. Рассматривая экранное мышление, Ю.Н. Усов утверждает, что «оно порождает у зрителя ощущение энергетики эмоциональных, ассоциативных, семантических взаимосвязей дискретных единиц при встрече с экранным повествованием за время его «духовной жизни» в виртуальном измерении» [198, с. 5]. Важное преимущество компьютерных средств от других технологий ученый видит в безграничном эмоционально-интеллектуальном развитии детей, так как «при помощи видеокамеры школьник отбирает, анализирует, исследует, обобщает увиденное, сопоставляя, соотнося на экране фрагменты запечатленной реальности» [199, с. 27].

Современные информационные средства подачи учебного материала настолько специфичны и развиты, что производят качественно новые свойства содержания образования, которых не содержалось в традиционных методах. Например, виртуальная реальность радикально преобразовывает принцип наглядности, создавая подобие реальных объектов за счет информационного моделирования. В итоге обучающийся получает почти такой же (или более сильный) личный опыт в зрительном, слуховом, осознательном, обонятельном восприятии, в осуществлении действий, как и

при реальном взаимодействии с подобными ситуациями. Виртуальная реальность – это одна из вершин компьютеризированного обучения. В ней достигается «сверхстимуляция» органов чувств человека (подобная получению реального перцептивного опыта), что является основой обучения, в том числе, и интеллектуального [169]. Кроме того, радикально меняются: способ взаимодействия между учителем и учащимся, содержание образования (которое становится информационным), действия обучающего и обучаемого, способ усвоения материала. Таким образом, большинство из существенных признаков метода обучения специфичны, когда речь идет о виртуальной реальности. Это позволяет говорить о методах виртуальной реальности как методах обучения. Данные методы реализуются и в новом виде обучения – условно его можно назвать программно-информационный. Сейчас очевидно взаимодействие человека с информационными моделями реальности. На уроках математики при помощи применения информационных систем резко повышается субъектность как учителя, так и учащихся, расширяются границы реализации принципов наглядности и доступности в обучении, связи обучения с жизнью, потенциала эмоционального воздействия на ученика. Эти и другие черты методов ВР и программно-информационного обучения позволяют говорить о них как о доминантах при осуществлении субъектной педагогики. Учебно-воспитательный процесс рассматривается как взаимодействие двух субъектов – учителя и учащегося. Основным объектом педагогической деятельности является субъект. Целью субъектной педагогики выступает формирование субъекта в познании, обучении, предметной деятельности, переживании, межличностных и социальных отношениях и др. В субъектной педагогике ставится задача формирования учащегося полноценным субъектом жизни с его саморегуляцией, самоопределением, самодетерминацией, самообразованием [169].

Возможно, в ближайшее время возникнет новый комплекс наук об информации. Важным компонентом этого комплекса, безусловно, станет

психология, изучающая формирование мышления человека в условиях виртуализированной деятельности.

В данном направлении психологии на центральное место выходит необходимость разработки наиболее результативных методов отбора нужной информации, да и просто правилам работы с информацией, которая относится к основным учебным дисциплинам.

Современная психология должна также учитывать факт активного внедрения в образовательный процесс разных телекоммуникационных сред (Internet и др.), и поэтому должна рассматривать развитие мышления с учетом данной позиции (при решении задачи ученик будет иметь доступ к огромному потоку информации).

Важнейшим достижением современной цивилизации является процесс выработки принципиальных решений. Самые большие проблемы связаны с выбором неправильных целей. Информационные технологии позволяют сделать данный процесс гораздо эффективнее и «прозрачнее», а его реализацию более успешной и простой.

При все более усиливающихся изменениях в области виртуализации и информатизации в исследованиях по педагогической психологии обязательно нужно учитывать факт вырабатывания системного мышления путем применения в педагогическом процессе схемы «преподаватель (использует компьютерные виртуальные программы) - обучающийся». При этом новейшие виртуальные технологии являются эффективным средством улучшения образовательного процесса, где теория и практика определяют и дополняют друг друга.

Таким образом, виртуализация оказывает огромное влияние, на всю психическую деятельность школьников, в том числе и на процессы мышления. Виртуальные технологии могут использоваться как средство развития мышления и как средство его стереотипизации.

### **1.3. Обзор математических программ, влияющих на развитие мышления и знаний учеников**

Важную роль в развитии мышления учеников играет математика. Логические процессы мышления особенно необходимы при отыскании решения сложных задач. Психологические исследования разных ученых, в особенности работы Ж. Пиаже, показали связь некоторых механизмов мышления школьников со многими математическими терминами и понятиями. Таким образом, математика позволяет сформировать определенные формы мышления, различные характеристики мышления, необходимые для изучения окружающего нас мира. Многие сложные процессы и операции в математике представить довольно трудно, это позволяет сделать виртуальные компьютерные технологии. Значимым условием повышения качества математического образования в старшей школе продолжают оставаться его компьютеризация и информатизация, освоение новых информационных технологий, их активное применение в педагогическом процессе.

Важным видом программно-методических систем математического образования в школе считаются такие УМК (учебно-методические комплексы), основой которых является учебный виртуальный конструктор. В настоящее время это самый быстро развивающийся вид УМК (включая дистанционный компонент) в мировом образовательном пространстве.

Высокая оценка программ виртуальных конструкторов (УМК) в школе, в том числе, в математике, служит фактом их признания педагогическим сообществом. В результате анкетирования лучшими программами по математике (начиная с 2005 г.) продолжают оставаться «1С: Математика 5-11. Практикум» и «Живая Математика (ИНТ)». Данные учебно-методические комплексы разработаны на основе виртуального конструктора «Geometer's Sketchpad».

Перспектива каждой принципиально новой компьютерной дидактической обучающей программы по математике для старшей школы имеет две стороны: она является открытой методической системой, опорой преподавателей, которые используют её для разработки авторских методик обучения; с другой стороны — может быть базовой средой разработки или использования педагогической технологии. Относительно Geometer's SketchPad известны оба типа применения. Сообщества преподавателей математики, много лет использующие сайт «Key Curriculum Press», очные и дистанционные курсы, проводимые данной фирмой, служат доказательством первого применения, а примером второго использования являются лабораторные работы по математике, которые были созданы международным российско-американским коллективом [221].

Другим доступным примером педагогической технологии служит комплекс практического введения в «Живую геометрию». Материалы в нем представлены таким образом, что выбор вариантов четко зафиксирован, и в этих границах развернуто прорабатываются всевозможные ответы школьников на очередной ряд заданий. «Живая геометрия» является компьютерной средой, которая сочетает в себе евклидову идеализацию плоскости и динамические возможности компьютерной математики.

«Живая геометрия» позволяет совершать основные операции — построения циркулем и линейкой. Комбинации некоторых из этих операций сведены к различным командам. Данные возможности позволяют школьникам быстро овладеть необходимыми навыками геометрических построений, результаты которых по разным параметрам будут значительно превосходить результаты традиционных построений (на бумаге и доске).

«Живая геометрия» одновременно с построениями может проводить и количественные наблюдения. Однако, необходимо учесть тот факт, что все измерения в «Живой геометрии» являются приближенными и точность этих приближений невелика и принципиально не повышаема. Это говорит о том,

что изучение в компьютерной среде таких тем, как длина окружности, должно быть дополнено из других математических пособий и программ.

Выделим некоторые возможности обучающей математической программы «1С: Математический конструктор».

«1С: Математический конструктор» – это первая современная компьютерная среда мирового уровня, разработанная специально для российского школьного образования. «1С: Математический конструктор» позволяет школьникам конструировать различные интерактивные модели. Данную программу можно использовать на всех этапах школьного математического образования, а также для поддержки преподавания предметов естественнонаучного профиля.

Впервые такого рода системы появились более двух десятков лет назад и с тех пор получили широкое распространение в образовательной среде, благодаря своей высокой эффективности применения для преподавания математики. Первая версия «1С: Математического конструктора» появилась в 2005 году, воплотив в себе лучшие качества систем подобного класса, а также привнеся новые уникальные решения и ориентированность на российскую школу.

Можно выделить некоторые основные уровни работы с «1С: Математическим конструктором».

1. Работа с готовыми моделями. Начать знакомство с программой лучше всего с использования готовых моделей. Модели, выполненные в среде «1С: Математический конструктор», содержатся в следующих продуктах фирмы «1С»: «1С: МК 4.5» и «1С: МК 5.5», «1С: Школа. Алгебра, 7–9 кл.», «1С: Школа. Алгебраические задачи с параметрами, 9 – 11 кл.», «1С: Школа. Геометрия, 7 – 9кл.», «1С: Школа. Решаем задачи по геометрии. Интерактивные задания на построение для 7 – 10 классов / Интерактивные задания на построение в пространстве».

Также имеется множество интересных моделей в сообществе учителей и методистов, работающих с программой. На практике чаще всего используются следующие виды моделей: презентации и тренажеры; чертежи-иллюстрации; конструктивные задания; модели для исследования; задания с проверкой ответа.

2. Модификация готовых моделей и работа с шаблонами. Создание собственных моделей можно начать с модификации готовых моделей, шаблонов (имеются в программе) и заготовок (предлагаются в коллекциях моделей).

3. Использование Математического конструктора в качестве графического редактора обусловлено: возможностью быстрого построения аккуратных чертежей; большим выбором инструментов для настройки внешнего вида; возможностью экспорта в векторные и растровые форматы для последующей вставки в другие редакторы; возможностью быстрого копирования и вставки через буфер обмена.

4. Использование Математического конструктора в качестве среды для решения задач и проектной деятельности. Помощь программы может быть очень существенной при решении геометрических задач на доказательство, которое часто невозможно без аккуратных чертежей, а также при придумывании новых задач, составлении контрольных материалов.

Для реализации этого имеются: специальные возможности для поиска решений и исследований условий их существования; возможность проверки работы, в т.ч. автоматическая; возможность яркого оформления и использования чертежей в отчетах и презентациях.

5. Использование Математического конструктора для создания собственных обучающих материалов. Богатый функционал и удобный пользовательский интерфейс программы позволяют легко создавать собственные модели для поддержки преподавания математики и дисциплин естественнонаучного профиля.

В школьниках необходимо стимулировать творческий потенциал, развивать в них умение видеть и понимать геометрические закономерности, значительно увеличивать степень эмоциональной вовлеченности и запоминаемости изучаемого материала. Применять МК очень полезно при использовании проблемного обучения, а особенно при деятельностном подходе к изложению материала. Рассмотрим некоторые модели применения математического конструктора.

1. В «1С: Математическом конструкторе» можно легко измерить углы, площади, расстояния. Зачастую это делает бессмысленным геометрические задачи вычислительного типа, но в то же время позволяет совершать экспериментальные наблюдения, которые приводят учеников к самостоятельному открытию различных фактов (рис. 4).



Рис. 4. Модель, позволяющая измерить углы, расстояния и площади фигур

2. Модели, использующие функцию рисования «следа» объекта, движущегося на экране, является специфическим типом задач на исследование геометрических мест точек (рис. 5).

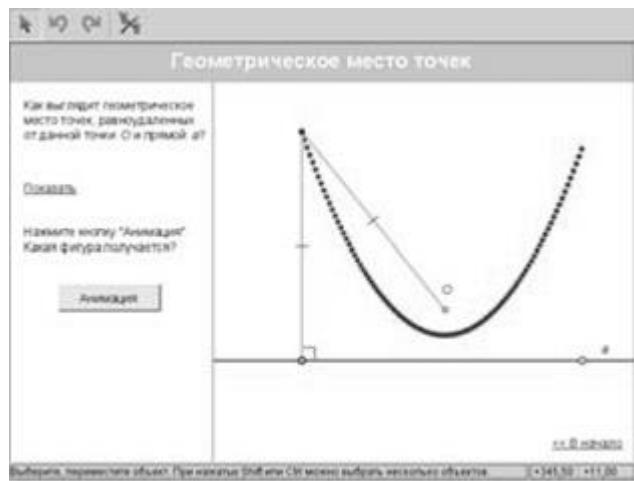


Рис. 5. Модель исследования геометрических мест точек

3. Построение сечений многогранников – популярный вид интерактивных геометрических заданий, имеющий конструктивный характер (рис. 6).

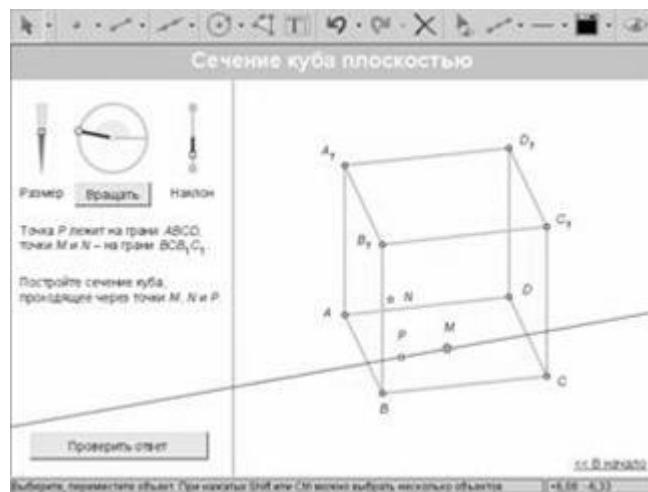


Рис. 6. Модель построения сечений многогранников

В задания на построение можно легко внести долю исследования, если сделать точки, которые задают плоскость сечений, динамическими и подвижными [124].

Необходимо отметить, что данные обучающие модели должны соответствовать всем требованиям педагогического процесса. Не стоит перегружать урок наглядно-иллюстративной информацией, иначе это может негативно сказаться на мышлении школьников. В процессе обучения необходимо, чтобы школьники до работы с моделями попробовали

выполнить чертежи в тетради, то есть должны представить данные пространственные образы.

Несмотря на все положительные характеристики данных математических программ, они содержат и отрицательные. Так, ни одна из них не обеспечивает полного «присутствия» ученика в виртуальной реальности. Тем самым у школьников на уроках математики не возникают зрительные образы, влияющие на активизацию мыслительных процессов. При воздействии этих программ на учеников, к сожалению, нельзя выявить процессуальные характеристики мышления школьников, в частности анализ, синтез, анализ через синтез и многие другие. Изучение психологических эффектов виртуализации обучения предопределяет актуальность их конкретного анализа в эксперименте, а также разработку развёрнутой модели влияния средств виртуальной реальности на мышление учеников. Осуществляя экспериментальный подход, прежде всего, важно установить, каким образом использование виртуальных технологий влияет на развитие мышления и знаний школьников.

## **Выводы по главе 1**

На основе анализа психолого-педагогической литературы проанализированы основные подходы, описывающие содержательную структуру мышления. Мысление изучалось в рамках процессуально-деятельностного подхода (С.Л. Рубинштейн, В.В. Селиванов, А.В. Брушлинский, А.Н. Леонтьев, М.И. Воловикова и другие). Сформированные субъектом мыслительные операции (умственные действия) используются и развиваются при решении мыслительной задачи именно в процессуальном плане. В пределах генетического подхода мышление изучает операционная теория Ж.Пиаже. Мысление широко освещалось в теории поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина и другие), в смысловой теории (О.К. Тихомиров, И.А. Васильев и другие), в теории проблемно-развивающего обучения (В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин, Л.В. Занков и другие).

Рассмотрены процессы мышления школьников на уроках математики (анализ, синтез, анализ через синтез, обобщение и др.) и формы мышления (понятие, суждения и др.). Так, анализ и синтез являются взаимосвязанными процессами мышления, направленными на открытие существенных свойств объекта. Синтез воспроизводит целостность объекта посредством соединения его компонентов, анализ отражает существенные свойства в понятиях и суждениях. Благодаря анализу через синтез происходит мысленное включение объекта в систему связей с другими объектами и выявление новых свойств объекта.

Рассмотрены некоторые виды мышления учеников на уроках математики (логическое, интуитивное, творческое и другие). Например, при развитии творческого мышления учеников необходимо создание условий для предметной деятельности. Интуитивное мышление школьников предполагает наличие мысленного озарения (инсайта), при котором школьником не осознается процесс решения трудных задач. Решение осуществляется в процессе деятельности подсознания ученика.

Сформулировано определение виртуальной реальности. Виртуальной реальностью называется созданная при помощи технических средств среда, которая формируется в результате воздействия на органы чувств человека. Появляющиеся при этом зрительные образы, способствуют активизации мыслительной деятельности школьников. Это объясняется тем, что эти образы относятся к перцептам (воздействуют на органы чувств), а также они крайне отчетливы и имеют собственную специфику (например, включенность в ситуацию). В виртуальную реальность можно «войти», используя шлемы, очки, костюмы и другое техническое оснащение.

Проанализированы основные концепции, описывающие состояние присутствие в виртуальной среде: перемещения, контакта, коммуникативной насыщенности, погружения. Например, при концепции контакта индивид воспринимает коммуникацию с неким другим субъектом из дополнительной реальности как коммуникацию с другим, также реальным, индивидом [197], причем проявляются своеобразные поведенческие реакции.

Выделены основные преимущества средств виртуальной реальности по сравнению с традиционными технологиями. Отмечены характеристики, описывающие отличие подлинных средств виртуальной реальности от их частичных аналогов (навигация, эффект присутствия и др.).

## **ГЛАВА 2. МЕХАНИЗМЫ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ МЫШЛЕНИЯ И ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОМПЬЮТЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОГРАММ, СОЗДАННЫХ В ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ**

Во второй главе излагаются результаты эмпирического исследования по влиянию образов виртуальной реальности на развитие математических знаний школьников, подробно описывается формирующий эксперимент, анализируются его результаты, излагается исследование по выявлению процессуальных характеристик и операций мышления учеников, составлена развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности на мышление учеников, формулируются общие выводы.

### **2.1. Влияние образов виртуальной реальности на развитие математических знаний школьников**

Опытно-экспериментальное исследование проводилось на базе 10-х классов МБОУ СОШ №29 г. Смоленска и МБОУ Ерничская СОШ Смоленской области. Содержание опытно-экспериментальной работы заключалось в анализе изменения уровней развития математических знаний школьников под воздействием средств виртуальной реальности и без их воздействия. Опытно-экспериментальная работа включала несколько этапов исследования. Основу ее составил формирующий эксперимент. Схема эксперимента в основном состояла в реализации упрощенного варианта плана для трех независимых переменных. Зависимой переменной выступил уровень актуализации математических знаний учащихся (при решении математических задач), в качестве независимых переменных выступили параметры виртуальной реальности.

Содержание первого этапа заключалось в проведении тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах». Все ученики (в составе 105 человек) были поделены на 2 группы. Одна группа учеников в дальнейшем будет повторно изучать данную тему с учителем, а вторая – с помощью новой методики обучения (виртуальной математической программы). На завершающем этапе обе группы респондентов будут проходить повторное тестирование по данной теме.

Констатирующий этап исследования заключался в выявлении исходного уровня развития математических знаний учащихся 10-го класса, участвующих в эксперименте. Для констатирующего этапа нами были разработаны специальные тесты по данной математической теме. Анкета (приложение 1) состояла из 10 тестовых математических заданий. За каждый верный ответ учащиеся получали 1 балл, тем самым выполнив все предложенные задания, они могли получить максимальное количество баллов. В ходе тестирования нами было выявлено три уровня развития математических знаний учеников (таблица 1, гистограмма 1): высокий – от 8 до 10 баллов, средний – от 5 до 7 баллов, низкий – от 0 до 4 баллов.

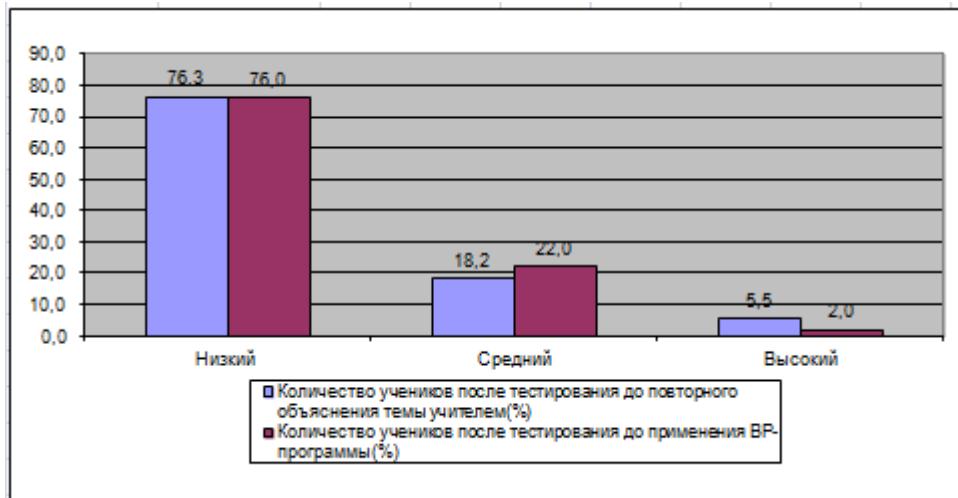
Наличие учеников с низким уровнем развития математических знаний показывало недостаточность изучения данной темы. Изучив результаты первоначального тестирования, мы убедились в том, что в процессе преподавания математики необходимо попытаться использовать другие методы изучения материала, нежели традиционное объяснение темы.

Таблица 1.

Уровни развития математических знаний школьников после проведения тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Уровень развития математических знаний	Количество учеников после тестирования до повторного объяснения темы учителем	Количество учеников после тестирования до применения ВР-программы	Процентное (%) количество учеников после тестирования до повторного объяснения темы учителем	Процентное (%) количество учеников после тестирования до применения ВР-программы
Низкий	10	10	100%	100%
Средний	30	25	33%	25%
Высокий	65	70	65%	70%

Низкий	42	38	76,3	76
Средний	10	11	18,2	22
Высокий	3	1	5,5	2



Гистограмма 1. Уровни развития математических знаний школьников после проведения тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» (констатирующий этап)

С учётом тех факторов, которые влияют на развитие знаний школьников, нами был проведен дальнейший этап исследования (формирующий), цель которого – проанализировать изменение уровней развития математических знаний учеников под влиянием на них средств виртуальной реальности.

Опишем подробнее специальную виртуальную обучающую математическую программу «Теорема о 3-х перпендикулярах» (приложение 2, рис. 7), применение которой на уроках математики отразится на развитии мышления учащихся. Сценарий программы был разработан нами, ее содержание было реализовано в мультиплатформенном инструменте для разработки трёхмерных приложений «Unity» (программист В.П. Титов). Виртуальная программа содержала различные математические трёхмерные объекты (наклонная, перпендикуляр, плоскости), при этом интерактивность поддерживалась на протяжении всего процесса обучения. Это позволило

поэтапно, пошагово изучать данную тему, обеспечило возможность широкой анимации для учеников в данной геометрической среде (они могли приближать - удалять любые фигуры, смотреть на них с разных сторон, вращать геометрическое пространство в любых отношениях и т.д.).

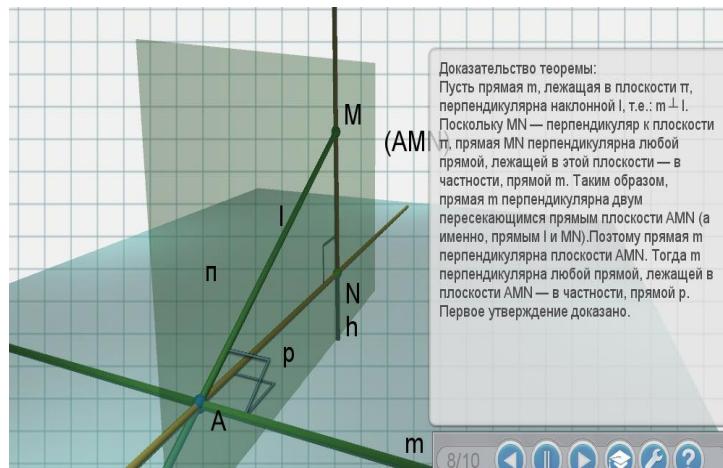


Рис. 7. Теорема о трёх перпендикулярах (кадр из виртуальной обучающей программы)

В ходе проведения формирующего этапа эксперимента одной группе учеников предлагалось поработать с виртуальной обучающей программой по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» (на многих учениках использовался шлем виртуальной реальности Z 800), а другая группа учеников повторно изучала данную тему с учителем. Во время контрольного этапа эксперимента обеим группам учащихся предлагалось ответить на математические вопросы, аналогичные вопросам констатирующего этапа эксперимента (приложение 3). В результате математической обработки данных было установлено то, что работа с обучающей ВР - программой существенно стимулировало умственные действия учащихся (в среднем в 1,5 раза улучшилась результативность в решении тестов) (диаграмма 1). Вычисленное эмпирическое значение критерия Стьюдента ( $t_{эмп} = 11,74712$ ) оказалось заметно больше критического значения критерия Стьюдента ( $t_{крит}=2,05$ ), что позволило нам принять тот факт, что улучшение показателей правильных ответов после применения виртуальной математической обучающей

программы – достоверно,  $p=0,05$ . У учеников существенно расширяется зона поиска правильных ответов.

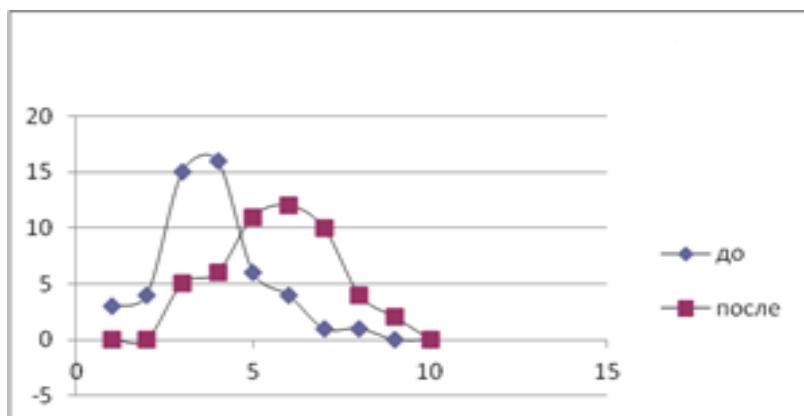
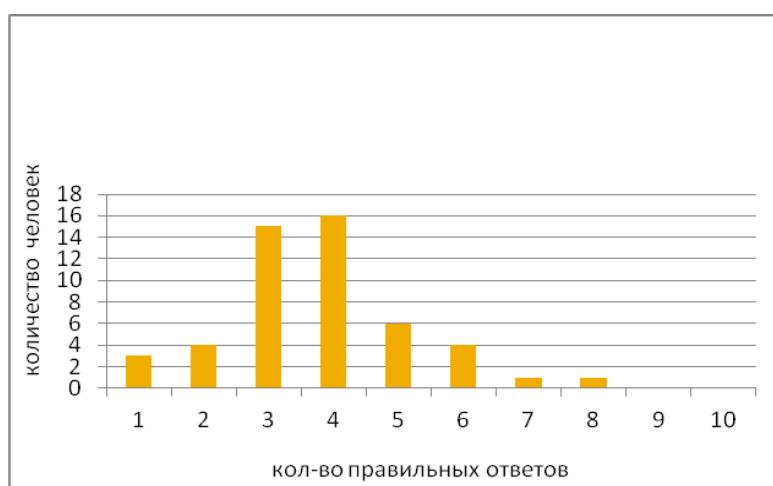
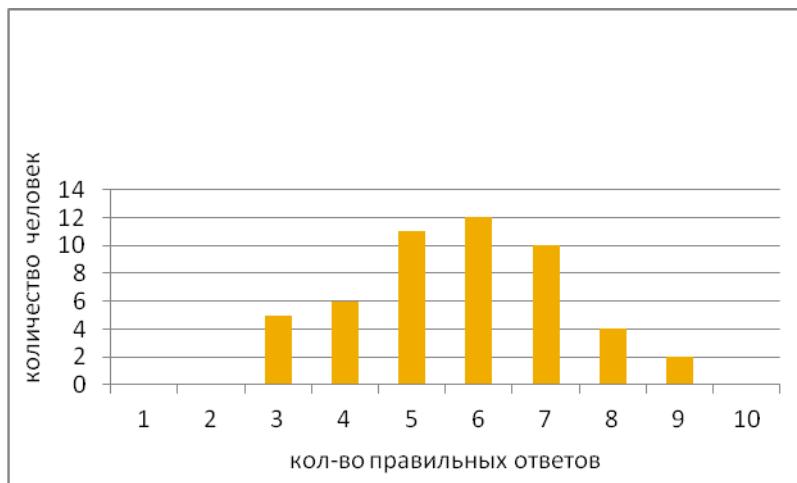


Диаграмма 1. Сравнение распределений правильных ответов учеников до и после применения «Теорема о 3-х перпендикулярах» (горизонтальная ось - количество правильных ответов, вертикальная-количество учеников)

Как видно из гистограмм 2 и 3, после работы с программой значительно увеличивается число испытуемых, дающих большее количество правильных ответов по сравнению с результатами до работы. Следует отметить, что после работы с программой значительно увеличивается количество испытуемых, дающих 6-8 правильных ответов из 10, а также появляется небольшое количество человек, дающих 9 правильных ответов.



Гистограмма 2. Количество правильных ответов школьников до применения виртуальной обучающей математической программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»



Гистограмма 3. Количество правильных ответов школьников после применения виртуальной обучающей математической программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Сравним число правильно решенных заданий по первоначальному тестированию в обеих группах (таблица 2).

Таблица 2  
Средний балл школьников обеих групп после первоначального тестирования по теме:  
«Теорема о 3-х перпендикулярах»

Средний балл школьников по первоначальному тестированию до повторного объяснения темы учителем	Средний балл школьников по первоначальному тестированию до применения виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»
3,96	3,78

Сравним число правильно решенных заданий по новому тестированию в обеих группах (таблица 3).

Таблица 3

Средний балл школьников обеих групп после нового тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Средний балл школьников по новому тестированию после повторного объяснения темы учителем	Средний балл школьников по новому тестированию после применения виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»
4,8	5,72

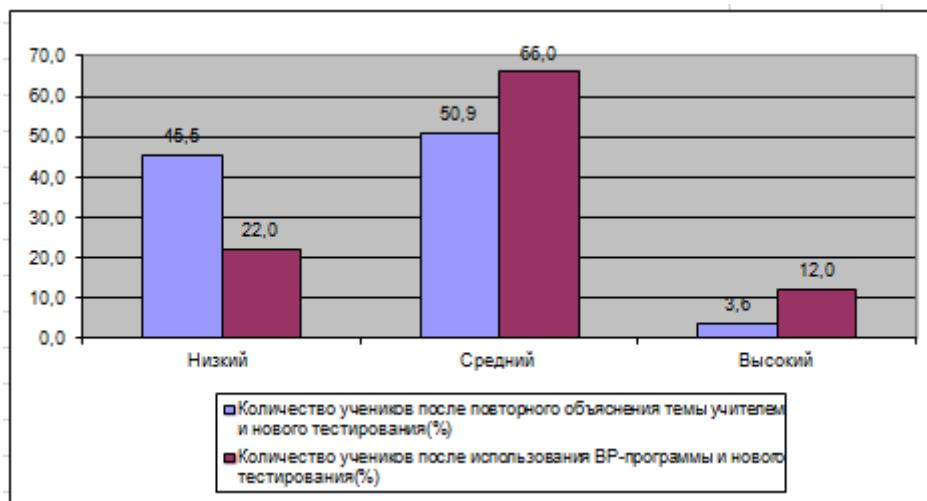
Анализ изменений в количестве правильных ответов на вопросы теста по теме «Теорема о 3-х перпендикулярах» после проведения исследования показал значительное изменение уровней развития математических знаний учеников при ответе на тестовые вопросы. В частности, уменьшился процент учеников с низким уровнем развития математических знаний до 45,5% после объяснения учителя и до 22% после использования виртуальной программы. Однако, значительно увеличился процент учеников с высоким уровнем развития математических знаний до 12% после использования виртуальной программы. Незначительно уменьшился процент учеников с высоким уровнем развития математических знаний до 3,6% после повторного объяснения темы учителем (таблица 4, гистограмма 4).

Таблица 4.

Уровни развития математических знаний школьников после нового тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» в обеих группах

Уровень развития математических знаний	Количество учеников после повторного объяснения темы учителем и нового тестирования	Количество учеников после использования ВР-программы и нового тестирования	Процентное (%) количество учеников после повторного объяснения темы учителем и нового тестирования	Процентное (%) количество учеников после использования ВР-программы и нового тестирования
Низкий	25	11	45,5	22,0
Средний	28	33	50,9	66,0
Высокий	2	6	3,6	12,0

Сумма	55	50	100	100
-------	----	----	-----	-----



Согласно критерию однородности  $\chi^2$  выделено 3 уровня развития знаний,  $L=3$ ,  $L-1=2$ , следовательно,  $\chi^2_{\text{кр}}(2;0,05) = 5,99$ . Так как  $\chi^2_{\text{эмп}} = 7,63 > \chi^2_{\text{кр}}(2;0,05) = 5,99$ , то достоверность различий в результатах тестирования учеников после использования виртуальной программы и после объяснения темы учителем составляет 95% (уровень значимости  $p \leq 0,05$ ). Значит, можно сделать вывод, что начальные результаты тестирования учеников до применения виртуальной программы и результаты тестирования учеников до объяснения темы учителем совпадают (по критерию), а конечные результаты тестирования учеников после использования виртуальной программы и результаты тестирования учеников после объяснения темы учителем различаются (таблицы 5, 6). Можно сделать вывод, что эффект изменений в результатах обусловлен именно применением математической виртуальной программы.

Таблица 5.

Достоверность различий (критерий однородности  $\chi^2$ ) в результатах тестирования констатирующего этапа эксперимента

	Различия в результатах тестирования учеников до повторного объяснения темы учителем	Различия в результатах тестирования учеников до использования ВР-программы
Различия в результатах тестирования учеников до повторного объяснения темы учителем	0	1,011818182
Различия в результатах тестирования учеников до использования ВР-программы	1,011818182	0

Таблица 6

Достоверность различий (критерий однородности  $\chi^2$ ) в результатах тестирования констатирующего этапа эксперимента

	Различия в результатах тестирования учеников после повторного объяснения темы учителем	Различия в результатах тестирования учеников после использования ВР-программы
Различия в результатах тестирования учеников после повторного объяснения темы учителем	0	7,633494784
Различия в результатах тестирования учеников после использования ВР-программы	7,633494784	0

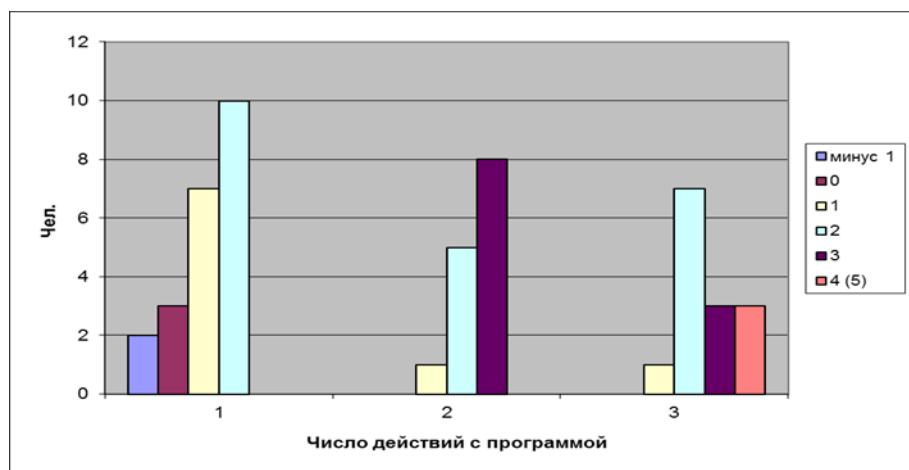
Достоверность улучшения результатов школьников после применения виртуальной программы также подтвердили критерий Манна-Уитни и критерий Крамера - Уэлча. Сравнив количество правильных заданий обеих групп до повторного объяснения темы учителем и до применения виртуальной обучающей программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», мы вычислили при помощи критерия Манна-Уитни значение  $W_{эмп} = 0,4972 < W_{кр} = 1,96$ , поэтому, можем сказать, что достоверность совпадения результатов первоначального тестирования обеих групп принимается на уровне

значимости  $p \leq 0,05$ . Сравнив число правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после повторного объяснения учителя и число правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после применения виртуальной обучающей программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», мы при помощи критерия Манна - Уитни вычислили  $W_{\text{эмп}} = 3,0252 > W_{\text{кр}} = 1,96$ , значит достоверность различий в результатах нового тестирования обеих групп школьников составляет 95%. Поэтому мы можем сказать, что эффект изменений обусловлен именно применением математической виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах». Проанализировав результаты начального тестирования в обеих группах при помощи критерия Крамера-Уэлча, мы вычислили значение  $T_{\text{эмп}} = 0,6482 < T_{\text{кр}} = 1,96$ , следовательно, достоверность совпадения результатов первоначального тестирования обеих групп принимается на уровне значимости  $p \leq 0,05$ . Но, после сравнения числа правильно решенных заданий по новому тестированию у школьников после повторного объяснения учителя и числа правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после использования виртуальной обучающей программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», мы при помощи критерия Крамера - Уэлча вычислили  $T_{\text{эмп}} = 3,2296 > T_{\text{кр}} = 1,96$ , поэтому достоверность различий в результатах нового тестирования обеих групп школьников составляет 95%,  $p \leq 0,05$ . Таким образом, все три статистических критерия подтвердили, что результат изменений обусловлен применением виртуальной программы (таблица 7).

Таблица 7.  
Различия в результатах тестирования констатирующего и контрольного этапов экспериментов после применения ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Статистические критерии	Различия в результатах тестирования констатирующего этапа эксперимента	Различия в результатах тестирования контрольного этапа эксперимента	Критические значения
Манна-Уитни	0,4972	3,0252	1,96
Однородности $\chi^2$	1,0118	7,6395	5,99
Крамера-Уэлча	0,6482	3,2296	1,96

Кроме того, применение трёхмерных обучающих математических программ приводит к взаимосвязи между количеством действий школьников с виртуальной программой и увеличением их знаний по математической теме. Так, после работы школьников с виртуальной обучающей программой: «Теорема о 3-х перпендикулярах», полученное при помощи критерия корреляции Пирсона значение  $\chi^2_{\text{набл}} = 31,2902 > \chi^2_{\text{крит}} (0,99;10) = 23,2$  при уровне значимости  $p \leq 0,01$ . Следовательно, можно сказать, что увеличение знаний по данной теме (в баллах) и количество действий с программой зависят друг от друга (гистограмма 5). Наличие взаимосвязи подтвердило и вычисленное значение коэффициента Чупрова (0,79108).



Гистограмма 5. Взаимосвязь между числом действий учеников с программой «Теорема о 3-х перпендикулярах» и увеличением знаний (в баллах)

Опытно-экспериментальная работа по анализу изменения уровней развития математических знаний учеников при использовании ВР-обучающей программы «Объёмы тел» почти полностью повторяла эксперимент, рассмотренный выше с использованием ВР-программы «Теорема о трех перпендикулярах»

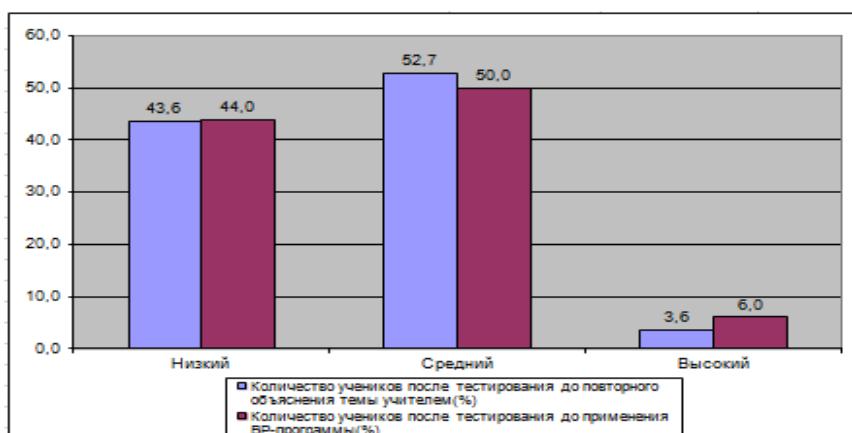
На констатирующем этапе эксперимента тоже было проведено тестирование, но на этот раз по теме: «Объёмы тел». Для этого были разработаны специальные математические тесты по данной теме (приложение 4). Так как тесты содержали 10 вопросов, а за каждый верный

ответ полагался один балл, то решив все тесты правильно, ученики могли получить максимальное количество баллов. Класс был поделен на две группы для проведения в дальнейшем формирующего и контрольного этапов исследования. Одна группа учеников будет повторно изучать данную тему с учителем, а вторая – при помощи новой методики обучения (виртуальной математической программы). В ходе тестирования также было выделено три уровня развития математических знаний школьников (таблица 8, гистограмма 6). Проанализировав основные итоги первоначального тестирования, мы утвердились в том, что на уроках математики в процессе объяснения темы педагогу необходимо применять новые методы изучения материала.

Таблица 8.

Уровни развития математических знаний школьников после проведения тестирования по теме: «Объемы тел»

Уровень развития математических знаний	Количество учеников после тестирования до повторного объяснения темы учителем	Количество учеников после тестирования до применения ВР-программы	Процентное (%) количество учеников после тестирования до повторного объяснения темы учителем	Процентное (%) количество учеников после тестирования до применения ВР-программы
Низкий	24	22	43,6	44
Средний	29	25	52,7	50
Высокий	2	3	3,6	6



Гистограмма 6. Уровни развития математических знаний школьников после проведения тестирования по теме: «Объемы тел» (констатирующий этап)

Формирующий этап исследования был проведен с целью анализа изменения уровней развития математических знаний учеников под влиянием на них средств виртуальной реальности. Для проведения формирующего этапа эксперимента была разработана специальная виртуальная обучающая программа по теме: «Объемы тел» (приложение 5, рис. 8).

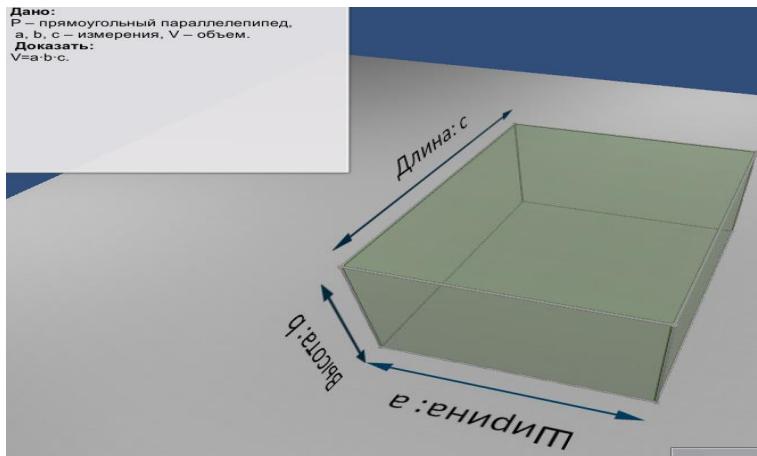
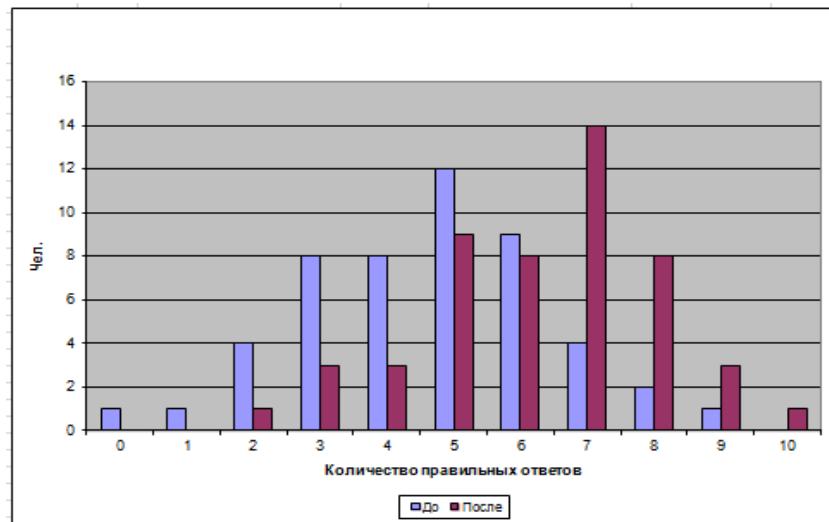


Рис. 8. Кадр из виртуальной программы по теме: «Объемы тел»

Данная программа способствует визуализации сложных пространственных объектов, по которым можно подробно изучить данную тему, служит некоторой моделью, которую можно свободно перемещать в пространстве, наблюдая при этом взаимосвязь всех важных элементов. Формальные геометрические конструкции насыщаются наглядным содержанием. Применение виртуальных технологий на уроках способствует преобразованию формата преподавания, делая учебу более эффективной и привлекательной. Обучение с использованием 3d-технологий становится для учеников творческим поиском, от которого они получают удовлетворение и с помощью которого самоутверждаются. Виртуальные технологии позволяют решать важные проблемы учебно-воспитательного процесса: способствуют повышению степени индивидуализации обучения за счет операционализации обратной связи; обеспечивают стимуляцию умственной деятельности и креативности учащихся за счет доступной и широкой анимации.

В ходе проведения формирующего этапа эксперимента одна группа учеников повторно изучала данную тему с учителем, а вторая – при помощи виртуальной математической программы (на многих учениках применялся шлем виртуальной реальности Z 800). Во время контрольного этапа эксперимента обеим группам предлагалось ответить на тестовые математические вопросы, аналогичные вопросам констатирующего этапа исследования (приложение 6). В результате математической обработки данных, у учеников, обучающихся в МБОУ Ерничская СОШ Смоленской области, также наблюдалось существенное улучшение показателей в решении мыслительных тестов после применения ВР - обучающей программы, о чем свидетельствуют полученные нами данные (гистограмма 7, диаграмма 2).



Гистограмма 7. Количество правильных ответов школьников до и после применения виртуальной обучающей математической программы «Объемы тел»

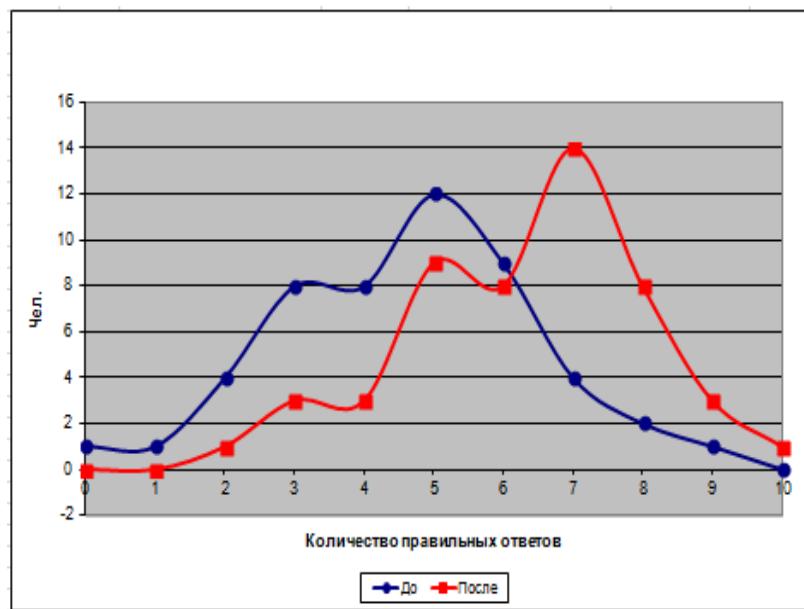


Диаграмма 2. Сравнение распределений правильных ответов учеников до и после применения виртуальной математической программы «Объемы тел»

Сравним число правильно решенных заданий по первоначальному тестированию в обеих группах (таблица 9).

Таблица 9  
Средний балл школьников обеих групп после первоначального тестирования по теме:  
«Объемы тел»

Средний балл школьников по первоначальному тестированию до повторного объяснения темы учителем	Средний балл школьников по первоначальному тестированию до применения виртуальной программы «Объемы тел»
4,6	4,64

Сравним число правильно решенных заданий по новому тестированию в обеих группах (таблица 10).

Таблица 10

Средний балл школьников обеих групп после нового тестирования по теме: «Объемы тел»

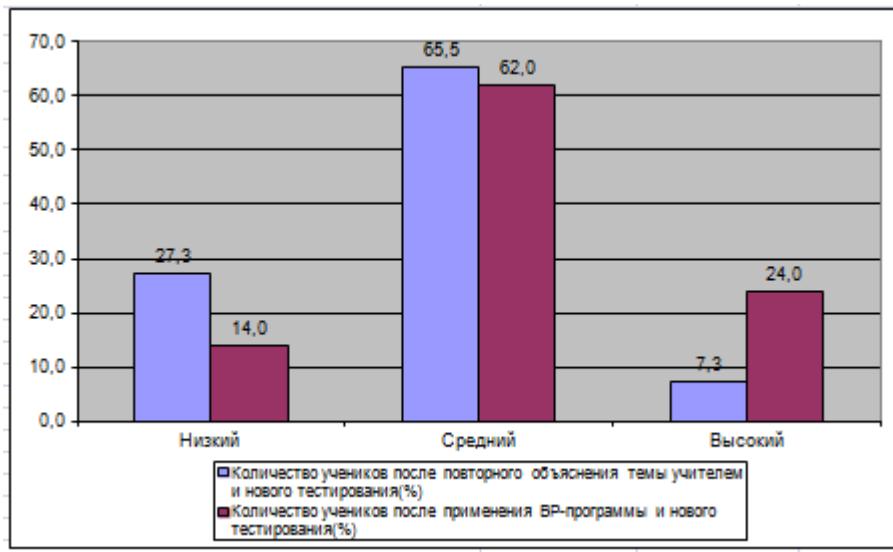
Средний балл школьников по новому тестированию после повторного объяснения темы учителем	Средний балл школьников по новому тестированию после применения виртуальной программы «Объемы тел»
5,36	6,3

Анализ изменений в количестве правильных ответов на вопросы теста по теме «Объёмы тел» после работы показал значительное изменение уровней развития математических знаний учеников при ответе на тестовые вопросы. В частности, уменьшился процент учеников с низким уровнем развития математических знаний до 27,3% после объяснения учителя и до 14% после использования виртуальной программы. Однако, значительно увеличился процент учеников с высоким уровнем развития математических знаний: до 7,3% после повторного объяснения учителя и до 24% после использования виртуальной программы (таблица 11, гистограмма 8).

Таблица 11.

Уровни развития математических знаний школьников после проведения нового тестирования по теме: «Объемы тел» в обеих группах

Уровень развития математических знаний	Количество учеников после повторного объяснения темы учителем и нового тестирования	Количество учеников после применения ВР-программы и нового тестирования	Процентное (%) количество учеников после повторного объяснения темы учителем и нового тестирования	Процентное (%) количество учеников после применения ВР-программы и нового тестирования
Низкий	15	7	27,3	14,0
Средний	36	31	65,5	62,0
Высокий	4	12	7,3	24,0
Сумма	55	50	100	100



Гистограмма 8. Уровни развития математических знаний школьников после проведения нового тестирования по теме: «Объемы тел» в обеих группах

Согласно критерию однородности  $\chi^2$  выделено 3 уровня развития знаний,  $L=3$ ,  $L-1=2$ , следовательно,  $\chi^2_{\text{кр}} = 5,99$ . Так как  $\chi^2_{\text{эмп}} = 7,06 > \chi^2_{\text{кр}} = 5,99$ , то достоверность различий в результатах тестирования учеников после использования виртуальной программы и после объяснения темы учителем составляет 95 %,  $p \leq 0,05$ . Значит, можно сделать вывод, что начальные результаты тестирования учеников до применения виртуальной программы и результаты тестирования учеников до объяснения темы учителем совпадают, а конечные результаты тестирования учеников после использования виртуальной программы и результаты тестирования учеников после объяснения темы учителем различаются (таблицы 12, 13), то можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно применением математической виртуальной программы.

Таблица 12.  
Достоверность различий (критерий однородности  $\chi^2$ ) в результатах тестирования констатирующего этапа эксперимента

	Различия в результатах тестирования учеников до повторного объяснения темы учителем	Различия в результатах тестирования учеников до использования ВР-программы
--	---	--

Различия в результатах тестирования учеников до повторного объяснения темы учителем	0	0,345942029
Различия в результатах тестирования учеников до использования ВР-программы	0,345942029	0

Таблица 13.

Достоверность различий (критерий однородности  $\chi^2$ ) в результатах тестирования контрольного этапа эксперимента

	Различия в результатах тестирования учеников после повторного объяснения темы учителем	Различия в результатах тестирования учеников после использования ВР-программы
Различия в результатах тестирования учеников после повторного объяснения темы учителем	0	7,060139386
Различия в результатах тестирования учеников после использования ВР-программы	7,060139386	0

Кроме того, предположение о том, что эффект изменений обусловлен применением виртуальной математической программы подтвердили и другие статистические критерии. Так, сравнив количество правильно решенных заданий обеих групп до повторного объяснения темы учителем и до использования виртуальной обучающей программы «Объемы тел», мы вычислили при помощи критерия Манна-Уитни значение  $W_{эмп} = 0,0545 < W_{кр} = 1,96$ , поэтому, можем сказать, что достоверность совпадения результатов первоначального тестирования обеих групп принимается на уровне значимости  $p \leq 0,05$ . Сравнив число правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после повторного объяснения учителя и число правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после использования виртуальной обучающей программы «Объемы тел», мы при помощи критерия Манна - Уитни вычислили  $W_{эмп} = 2,96103 > W_{кр} = 1,96$ ,

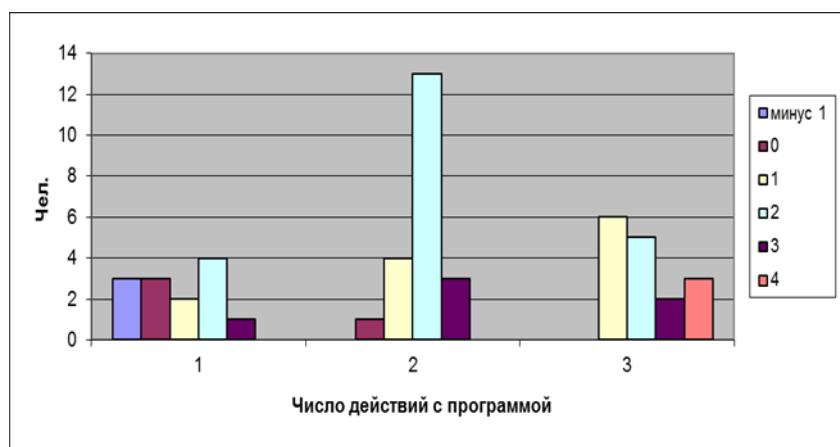
значит достоверность различий в результатах нового тестирования обеих групп школьников составляет 95%. Поэтому мы можем утверждать, что эффект изменений обусловлен именно применением математической виртуальной программы «Объемы тел». Проанализировав результаты первоначального тестирования школьников до повторного объяснения темы учителем и до использования виртуальной обучающей программы «Объемы тел» при помощи критерия Крамера – Уэлча, мы вычислили значение  $T_{эмп} = 0,1146 < T_{кр} = 1,96$ , следовательно, достоверность совпадения результатов первоначального тестирования обеих групп принимается на уровне значимости  $p \leq 0,05$ . Но, после сравнения числа правильно решенных заданий по новому тестированию у школьников после повторного объяснения учителя и числа правильно решенных заданий по новому тестированию у учеников после использования виртуальной обучающей программы «Объемы тел», мы при помощи критерия Крамера - Уэлча вычислили  $T_{эмп} = 2,986 > T_{кр} = 1,96$ , поэтому достоверность различий в результатах нового тестирования обеих групп школьников составляет 95%,  $p \leq 0,05$ . То есть, все три статистических критерия подтвердили, что результат изменений обусловлен применением виртуальной программы (таблица 14).

Таблица 14.  
Различия в результатах тестирования констатирующего и контрольного этапов экспериментов после применения ВР-программы «Объёмы тел»

Статистические критерии	Различия в результатах тестирования констатирующего этапа эксперимента	Различия в результатах тестирования контрольного этапа эксперимента	Критические значения
Манна-Уитни	0,0545	2,9610	1,96
Однородности $\chi^2$	0,3459	7,0601	5,99
Крамера-Уэлча	0,1146	2,986	1,96

Также после использования трехмерной обучающей математической программы «Объёмы тел» была обнаружена взаимосвязь между количеством

действий школьников с виртуальной программой и увеличением их знаний по этой теме. После работы школьников с этой виртуальной программой, полученное при помощи критерия корреляции Пирсона значение  $\chi^2_{\text{набл}} = 24,9284 > \chi^2_{\text{крит}} (0,99;10) = 23,2$  при уровне значимости  $p \leq 0,01$ . Следовательно, можно сказать, что увеличение знаний по данной теме (в баллах) и количество действий с программой зависят друг от друга (гистограмма 9). Наличие данной взаимосвязи подтвердило полученное значение коэффициента Чупрова (0,7061).



Гистограмма 9. Взаимосвязь между числом действий учеников с программой «Объемы тел» и увеличением знаний (в баллах)

## **2.2. Воздействие образов виртуальной реальности на развитие мышления школьников**

Для изучения процессуальных характеристик мышления, в частности анализа через синтез, нами было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого изучались особенности функционирования мышления на уроках математики во время решения мыслительной задачи и рассуждении учеников вслух. Также были проанализированы формы, в которых выступает и регулируется мысленно прогнозируемое искомое на различных этапах решения задачи.

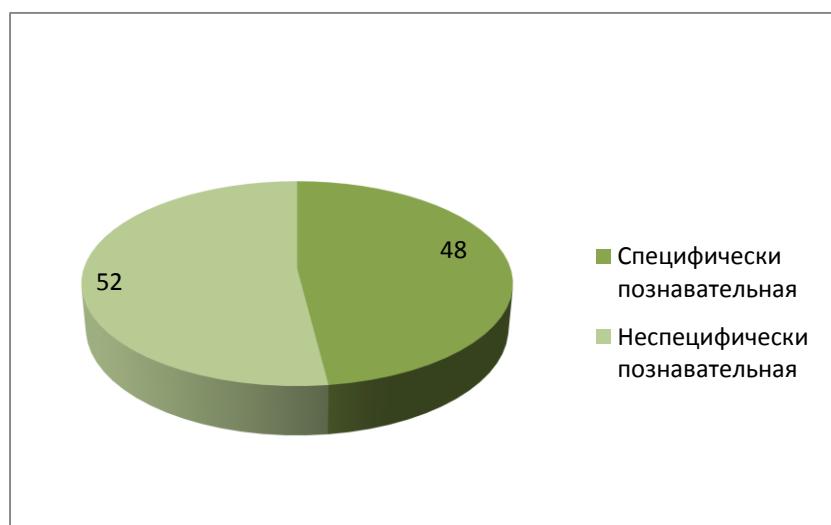
Для определения методов реализации поставленной цели и конкретизации общей направленности исследования нами были сформулированы следующие гипотезы: у школьников при решении математической задачи после принятия верbalных подсказок и использования ими виртуальных программ будет наблюдаться общая тенденция к снижению ненаправленного анализа через синтез и увеличению направленного; возникновение инсайта у школьников с направленным анализом через синтез происходит благодаря тому, что они в ходе решения задачи сами открывают большинство необходимых элементов для получения верного решения за исключением одного, который обеспечивает целостность решения. Причем элемент, который обеспечивает возникновение инсайта, может быть получен в качестве подсказок.

Для подтверждения поставленных гипотез нами был выбран метод лабораторного эксперимента. Необходимо было провести исследование, в ходе которого школьники пытались решить сложную математическую задачу, требующую развернутый процесс мыслительного прогнозирования искомого и подразумевающую теоретические рассуждения, которые бы обосновывали правильность решения.

Эксперимент был выполнен на основе подхода, созданного С.Л. Рубинштейном и концепции мышления как процесса

А.В. Брушлинского с использованием системы вербальных подсказок (которые активно используются в данном направлении, но впервые были предложены еще в гештальтпсихологии). Базой исследования выступили десятые классы МБОУ СОШ №26 г. Смоленска и МБОУ Руханская СОШ Смоленской области. Общее количество испытуемых составило 94 человека. Зависимой переменной выступили компоненты мыслительной деятельности, в качестве независимых переменных выступили параметры виртуальной реальности.

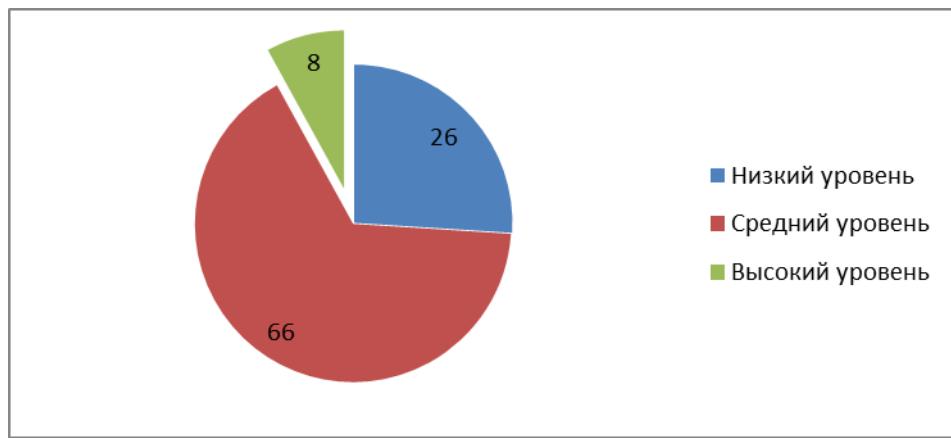
Непосредственно перед решением математической задачи у учеников были измерены мотивация, рефлексивность и уровни обобщения понятий. Выявление мотивации школьников происходило при помощи специально разработанного индивидуального авторского опросника (приложение 7). До применения виртуальной обучающей программы «Теорема о 3-х перпендикулярах» у школьников городской школы преобладала неспецифически познавательная мотивация (52% школьников или 26 человек), специфически познавательная мотивация – у 48% школьников (24 человека), (гистограмма 10).



Гистограмма 10. Мотивация учеников (%) до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

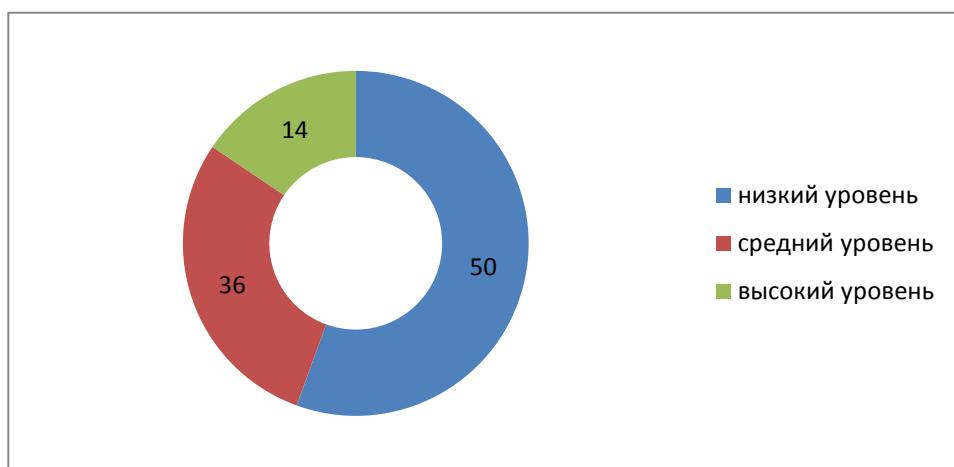
Для измерения текущего уровня рефлексивности использовалась методика А.В. Карпова [73], (приложение 8). Она применялась до и после

работы с виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах». До использования обучающей программы нами были выявлены следующие результаты (гистограмма 11).



Гистограмма 11. Рефлексивность учеников (%) до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Диагностика обобщения понятий определялась с помощью методики «Исключение лишнего» (приложение 9). Данная методика предлагалась ученикам до и после применения ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах». До программы были получены следующие результаты (гистограмма 12).



Гистограмма 12. Уровни обобщения понятий учеников (%) до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», диагностированные с помощью методики «Исключение лишнего»

Дальнейший этап исследования заключался в непосредственном решении школьниками математической задачи, требующей серьезной

мыслительной активности. Все испытуемые имели необходимые знания для решения данной задачи. Все мысли учеников, полученные в ходе решения задачи, были записаны на диктофон. Следующим шагом нашего эксперимента был перевод в протоколы диктофонных записей. Затем, полученные протоколы были проанализированы нами при помощи метода А.В. Брушлинского. В психологическом мире он известен как метод микросемантического анализа. Подробное рассмотрение протоколов позволяет проанализировать устную речь учащихся, решающих в определенный момент мыслительную задачу. Микросемантический анализ проводится для изучения процессов мышления и способствует объективному исследованию специфических и психологических «механизмов» мысленного прогнозирования искомого решения задачи. Характерные способы этого прогнозирования выражаются в том, насколько качественным является прогноз будущего решения задачи, который провёл конкретный ученик. Суть микросемантического анализа состоит в подробном изучении причин, которые приводят хотя бы к незначительному переосмыслению школьниками своих мыслей в процессе решения задачи. Это можно сделать благодаря восстановлению связей, сделанных ими высказываний, включая и незавершенные предложения.

Кроме того, микросемантический анализ позволяет определить основное отношение задачи и факт соотнесения предполагаемых формулировок школьников к данному основному отношению. Затем можно описать схему соотнесения условий и требований задачи, которую использует школьник. Данный факт позволяет выделить и подробно классифицировать основные этапы решения задачи. Важно отметить, что микросемантический анализ помогает описать ход развития мысли испытуемого. Это, во многом, является отличительной особенностью этого метода [30].

В нашем диссертационном исследовании процессуальными характеристиками выступили принятие или непринятие вербальных

подсказок школьниками, фазы анализа через синтез. В качестве мыслительных действий выступали математические операции (сложения, вычитания и другие), а формами мышления – математические понятия (перпендикуляр, наклонная, проекция наклонной и другие), математические суждения. Для изучения анализа через синтез, в наших опытах обеим группам предлагалась геометрическая задача № 149 (приложение 10) из учебника Л.С. Атанасяна: «Отрезок  $AD$  перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ . Известно, что  $AB = AC = 5$  см,  $BC = 6$  см,  $AD = 12$  см. Найдите расстояния от концов отрезка  $AD$  до прямой  $BC$ ». Ответ: 4 см.

Школьникам предлагалось выполнить следующие требования:

- 1) рассуждать вслух;
- 2) стараться отвечать на все необходимые вопросы, которые им задавал экспериментатор;
- 3) не прекращать процесс решения задачи до получения правильного результата.

Всем школьникам, в случае каких-то затруднений в ходе решения задачи, рекомендовалась легкая вспомогательная подсказка: «Какой отрезок нужно провести, чтобы найти расстояние от концов отрезка  $AD$  до стороны  $BC$ ?». Ответ: Провести отрезок из точки  $A$  перпендикулярно  $BC$ . Были предложены и другие вербальные подсказки, которые предъявлялись в случае каких-нибудь сложностей при решении геометрической задачи и после первой подсказки. Они выглядели так: «Где будет лежать основание данного отрезка?», «Какой отрезок будет наклонной?», «Где будет лежать основание наклонной?», «Чем по свойству равнобедренного треугольника будет являться расстояние, которое необходимо вычислить в ходе решения задачи?», «По какой вспомогательной теореме мы можем вычислить данное расстояние?» и многие другие. По факту принятия или непринятия школьниками подсказок, можно будет объективно судить о мысленном прогнозировании искомого.

Приведем протокол рассуждений ученицы Татьяны И. в процессе решения задачи.

*Татьяна И. (ненаправленный анализ через синтез на начальном этапе)*

*T.: - Прежде всего нам надо изобразить треугольник.*

*Психолог: - Какой?*

*T.: - Равнобедренный, как сказано в условии задачи*

*Психолог: - А что это значит?*

*T.: - Не знаю.*

*Психолог: - Что у данного треугольника две боковые стороны будут равны.*

*Молчание длится около 1-2 минут.*

*Психолог: - Нужны ли нам вспомогательные построения при решении данной задачи?*

*T.: - Возможно.*

*Психолог: - Желательно дать точный ответ.*

*В ходе наблюдения за реакцией ученицы было видно, что она плохо понимает саму суть задачи, хотя на прошлом уроке учитель подробно объяснял тему: «Теорема о 3-х перпендикулярах».*

*Психолог: - Раз мы изучаем «Теорему о 3-х перпендикулярах», то, наверное, нужно провести какой-то отрезок, который будет чему перпендикулярен?*

*Тут ученица сразу же ответила, что нужно провести  $AD \perp (ABC)$ .*

*Психолог: - Нет, это дано в условии задачи.*

*Прошло еще около 3 минут, но Татьяна так и не дала правильный ответ.*

*Психолог: - Нужно провести отрезок  $ED \perp BC$ .*

*Психолог: - Чем он будет являться?*

*T.: - Перпендикуляром.*

*Психолог: - Логично, а еще чем?*

*T.: - Не знаю.*

*Психолог: - Наклонной.*

*Психолог: - Что ещё нужно провести?*

*Снова непродолжительное молчание.*

*Психолог: - Отрезок  $AE$ , причем т.  $E$  будет лежать на стороне  $BC$ .*

*Психолог: - Как отрезок  $AE$  будет расположен по отношению к  $BC$ ?*

*T.: - Не знаю.*

*Психолог: -  $AE \perp BC$ .*

*Затем я стал объяснять ученице, что раз  $BC \perp ED$  по построению, а  $BC \perp AD$  по условию, то по теореме о трех перпендикулярах  $BC \perp EA$ .*

*Психолог: - А чем еще является отрезок  $AE$ ?*

*Психолог: - Медианой и высотой, поэтому чему равен отрезок  $BE$ ?*

*T.: - 3 см.*

*Психолог: - Как ты получила ответ?*

*T.: - Ну раз это медиана.*

*Психолог: - Правильно.*

*Было заметно, что какие-то знания у этой школьницы всё-таки присутствуют.*

*Психолог: - Какой вид у  $\Delta AEC$ ?*

*T.: - Равносторонний?*

*Психолог: - Нет.*

*T.: - Прямоугольный?*

*Психолог: - Да.*

*Психолог: - Поэтому по какой известной теореме можно легко найти  $AE$ ?*

*T.: ...*

*Психолог: - По теореме Пифагора.*

*T.: - Точно.*

*T.: -  $AC$  – гипotenуза.*

*Психолог: - Как её найти?*

*T.: - Как сумму катетов.*

*Психолог: - Нет.*

*Психолог: - Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.*

*Психолог: - Находи АЕ.*

*После некоторых вычислений Татьяна вычислила гипотенузу.*

*Т.: -  $EC = \text{корень } AC^2 - EC^2 = 4 \text{ см.}$*

*Процесс решения задачи продемонстрировал, что после решения задачи девочка обладает плохими знаниями по теме, так как она с большим трудом отвечала на мои вопросы. После решения задачи Татьяна стала повторно изучать тему: «Теорема о 3-х перпендикулярах» только на этот раз при помощи ВР-программы. По её оживлению стало понятно, что она заинтересовалась данной темой, несмотря на её сложность.*

Микросемантический анализ мышления испытуемых при решении задачи до работы с программой показал (гистограмма 13), что до программы процесс анализа через синтез у большинства учеников городской школы носил ненаправленный характер (54%) и приводил зачастую к неверным результатам. Смешанный и направленный анализ через синтез составляли соответственно 26% и 20%.

В дальнейшем школьникам было предложено поработать с виртуальной обучающей программой по теореме о 3-х перпендикулярах. А также решить задачу № 155 (приложение 11) из учебника Л.С. Атанасяна: «Через вершину прямого угла С равнобедренного прямоугольного  $\Delta ABC$  проведена прямая  $CM$ , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $AB$ , если  $AC = 4 \text{ см}$ , а  $CM = 2\sqrt{7}$ ».

Данная задача была предложена и Татьяне И. Приведем протокол рассуждений ученицы Татьяны И. в процессе решения задачи после работы с ВР - программой.

*Татьяна И. (смешанный анализ через синтез на поздних стадиях решения задачи)*

*Психолог: - Татьяна, с чего начнем решения данной задачи?*

*Т.: - Изобразим  $\Delta ABC$ .*

*Психолог: - Какой он?*

*T.: - Равнобедренный, так как две его боковые стороны равны.*

*Школьница сразу же, исходя из этого, стало ясно, что она хорошо усвоила мои подсказки к прошлой задачи.*

*T.: - Далее нужно провести вспомогательные построения.*

*Психолог: - Какие?*

*T.: - Ну  $MC \perp AB$  по условию.*

*T.: - Надо провести отрезки из точек  $C$  и  $M$  на прямую  $AB$ .*

*Психолог: - Молодец!*

*Психолог: - Какой отрезок будет искомым расстоянием?*

*T.: -  $MA$ ?*

*Психолог: - Нет.*

*Стало очевидно, что ученица недостаточно хорошо соотносит условие и требование задачи.*

*Психолог: - Как нам нужно провести отрезок из т.  $C$ ?*

*T.: - Под прямым углом.*

*T.: - Я поняла!*

*Тут Татьяна очень воодушевилась!*

*T.: - Искомым расстоянием будет отрезок  $MH$  (в точке  $H$  пересекаются отрезки  $CH$  и  $MH$ ).*

*T.: -  $MH$  будет наклонной и  $MH \perp AB$  по теореме о трёх перпендикулярах.*

*Это было неожиданно, так как слабая ученица правильно назвала вид отрезка (математическое понятие). Но больше всего порадовал факт, что она сама нашла искомое расстояние и применила на практике теорему о 3-х перпендикулярах. На мой взгляд, данный факт, можно объяснить только тем, что применялась ВР - программа, а у ученицы возникли зрительные образы математических объектов.*

*Психолог: - Татьяна, как найти  $MH$ ?*

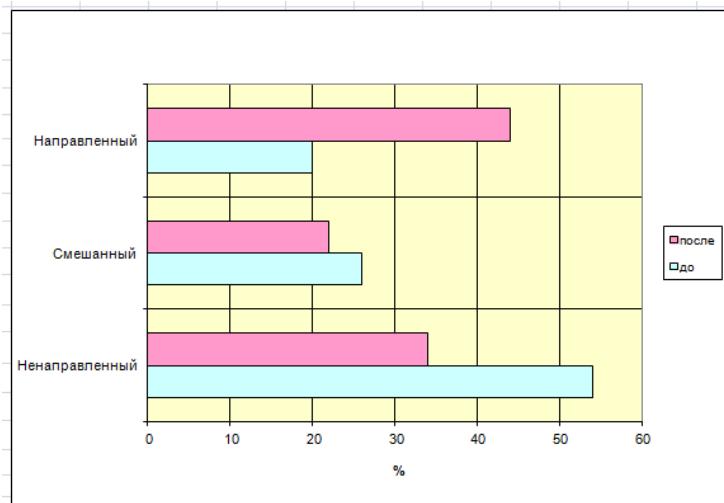
*T.: - По теореме Пифагора.*

*Психолог: - Да, но у нас нет конкретных значений.*

*Татьяна долго думала, рассуждала, спрашивала у меня о других теоремах, но всё- таки знаний школьницы было недостаточно. Пришлось рассказать ей о соотношении в прямоугольном  $\Delta ABC$ .  $CH = BC * \sin a$ , где  $a = 45$  градусов. После полученных данных Татьяна вычислила  $MN = 6$  см.*

*В целом фрагменты данного прокола показывают, что содержание обучающей VR-программы обеспечивает стимуляцию процессуальных характеристик мыслительной деятельности. У испытуемых формируются обобщение способов анализа взаимосвязи геометрических фигур при различном соотношении плоскостей. Эти обобщенные способы анализа затем переносятся на решение основной задачи, в которой более дифференцировано выделяются условия и требования задачи и начинают соотносится с друг другом по каким- либо теоретическим основаниям.*

После работы с программой у школьников городской школы были выявлены (гистограмма 13) направленный анализ через синтез (44%) и смешанный анализ через синтез (22%), приводящий к правильным результатам с малым количеством подсказок. Также существенно снизился ненаправленный анализ через синтез (34%). До работы с программой прогнозы школьников часто не соответствовали объективным закономерностям предмета задачи, а после работы с программой ученики использовали правильную научную терминологию. До работы с обучающей программой у школьников с ненаправленным анализом через синтез не получалось найти правильное решение задачи, принятие ими подсказок практически не осуществлялось. Их рассуждения зачастую строились на основе ситуационных критериев и эмпирических обобщений.



Гистограмма 13. Процентное изменение фаз анализа через синтез школьников городской школы до и после использования ими вербальных подсказок и виртуальных программ при решении геометрических задач

Кроме того, после работы с виртуальной программой изменилось количество учеников с правильными понятиями, истинными суждениями и дедуктивными умозаключениями (таблица 15).

Таблица 15.  
Количество учеников с правильными понятиями, истинными суждениями и дедуктивными умозаключениями до и после применения ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах» в ходе проведения микросемантического анализа

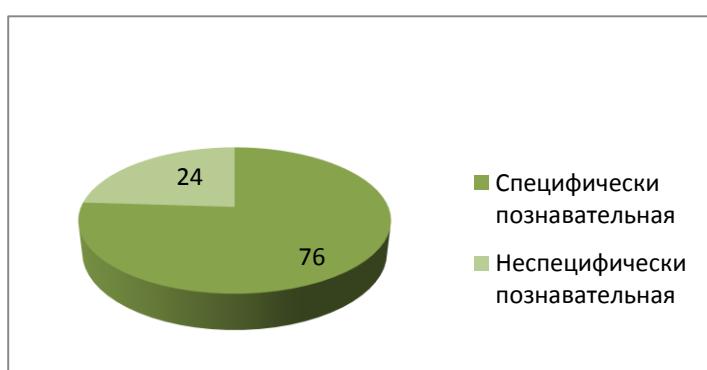
	До использования ВР-программы	После использования ВР-программы
Кол-во учеников с правильными / неправильными понятиями	27 / 23	35 / 15
Кол-во учеников с истинными / ложными суждениями	16 / 34	28 / 22
Кол-во учеников с дедуктивными / индуктивными умозаключениями	14 / 36	26 / 24

Изменение фаз анализа через синтез школьников после использования ими подсказок и виртуальных программ при решении геометрической задачи было проверено при помощи статистического критерия знаков G. Критерий знаков G предназначен для установления

общего направления сдвига исследуемого признака, в нашем случае это изменение анализа через синтез.

Согласно нему, было сформулировано две гипотезы: нулевая ( $H_0$ ): сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из городской школы после применения виртуальной программы является случайным и альтернативная ей ( $H_1$ ): сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из городской школы после применения виртуальной программы является неслучайным. Так, в ходе анализа полученных нами данных, было выявлено 17 положительных «сдвигов» при изменении фаз анализа через синтез ( $T = 17$ ), отрицательных – 3, нулевых – 30. Так как положительных сдвигов больше чем отрицательных, то будем называть их типичными. Общее количество значений (без нулевых сдвигов)  $n = 20$ , значит,  $G_{эмп} = 3$ , а  $G_{крит} = 5$ ,  $p \leq 0,05$ . Так как  $G_{эмп} < G_{крит}$ , то мы отвергаем нулевую гипотезу  $H_0$  и принимаем альтернативную  $H_1$ , то есть сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из городской школы после применения виртуальной программы является достоверным с вероятностью 95 %,  $p \leq 0,05$ .

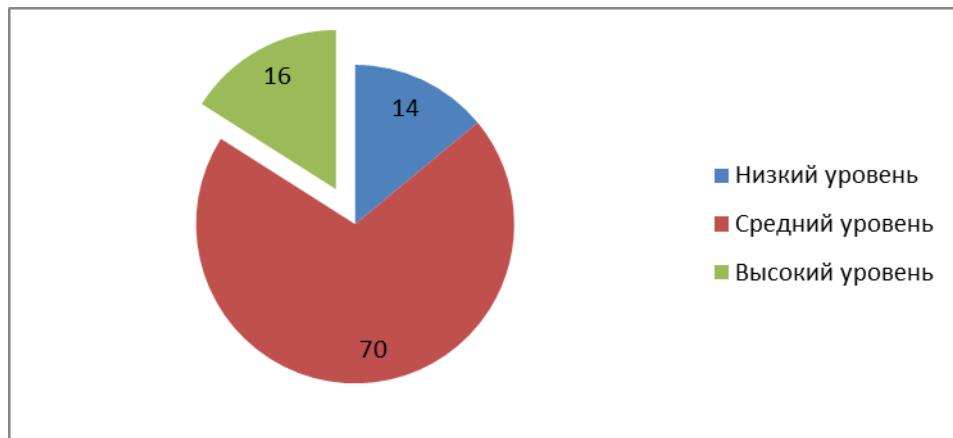
После использования данной виртуальной программы повторно были измерены мотивация, рефлексивность и обобщения понятий. Специфически познавательная мотивация стала доминировать у 76% школьников (38 человек), а неспецифически познавательная мотивация – у 24% учеников (12 человек), (гистограмма 14).



Гистограмма 14. Мотивация учеников (%) после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Достоверность полученных результатов по изменению мотивации школьников проверялась при помощи критерия знаков G. Были сформулированы две гипотезы.  $H_0$  - сдвиг в сторону изменения мотивации после применения виртуальной программы является случайным.  $H_1$  – сдвиг в сторону изменения мотивации после применения виртуальной программы является неслучайным. Типичный сдвиг – положительный (18), нетипичный – 4,  $G_{\text{эмп}} = 4$ ,  $G_{\text{крит}}=6$  (находилось при помощи таблицы критических значений критерия знаков),  $G_{\text{эмп}} < G_{\text{крит}}$ , значит принимаем альтернативную гипотезу  $H_1$ ,  $p \leq 0,05$ .

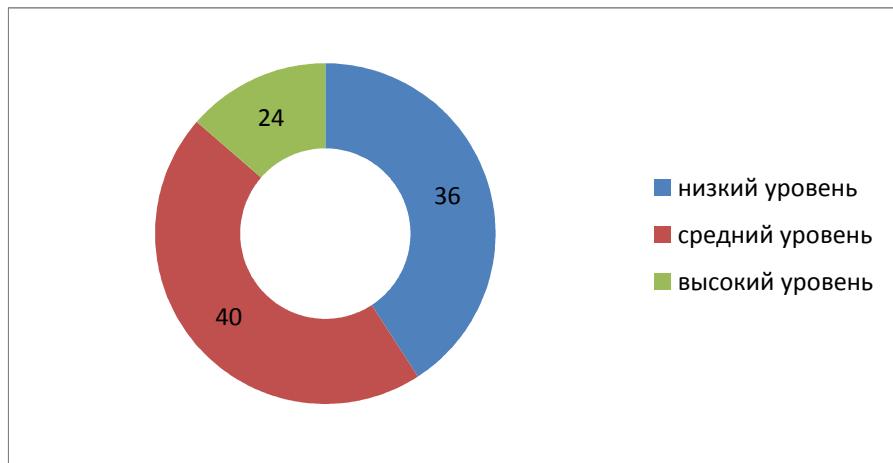
Достоверность полученных результатов по изменению рефлексивности школьников (гистограмма 15) проверялась при помощи критерия знаков G.



Гистограмма 15. Рефлексивность учеников (%) после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

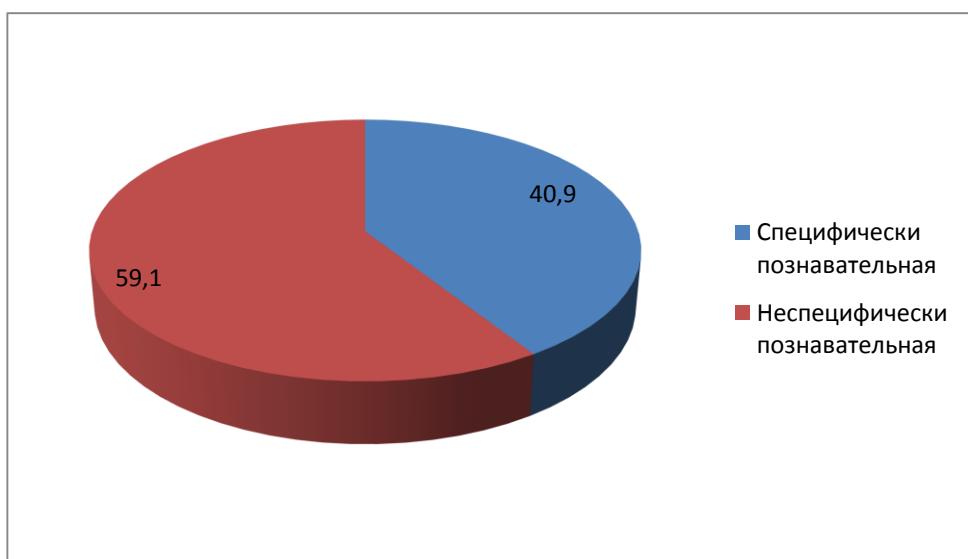
$H_0$  - сдвиг в сторону изменения рефлексивности после применения виртуальной программы является случайным.  $H_1$  – сдвиг в сторону изменения рефлексивности после применения виртуальной программы является неслучайным. Типичный сдвиг – положительный (13), нетипичный – 3,  $G_{\text{эмп}} = 3$ ,  $G_{\text{крит}}=4$  (находилось при помощи таблицы критических значений критерия знаков),  $G_{\text{эмп}} < G_{\text{крит}}$ , значит принимаем альтернативную гипотезу  $H_1$ ,  $p \leq 0,05$ .

По уровням обобщения понятий были получены следующие результаты (гистограмма 16).



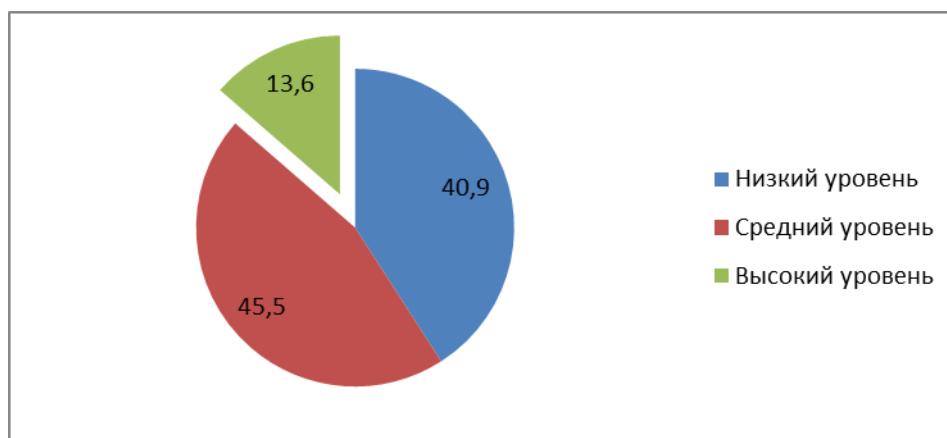
Гистограмма 16. Уровни обобщения понятий учеников (%) после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», диагностированные с помощью методики «Исключение лишнего»

Аналогичный эксперимент по выявлению процессуальных характеристик мышления, мотивации, рефлексивности был проведен и у школьников, обучающихся в сельской школе Смоленской области. До использования развивающей программы преобладала неспецифически познавательная мотивация у 59,1% школьников (26 человек), специфически познавательная мотивация – у 40,9% школьников (18 человек), (гистограмма 17).



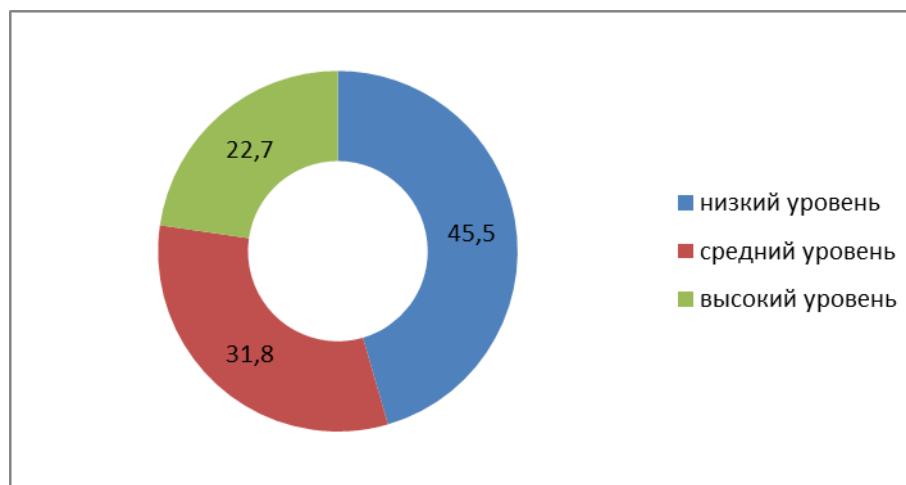
Гистограмма 17. Мотивация учеников до использования программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Результаты по диагностике рефлексивности школьников до использования программы представлены на гистограмме 18.



Гистограмма 18. Рефлексивность учеников (%) до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

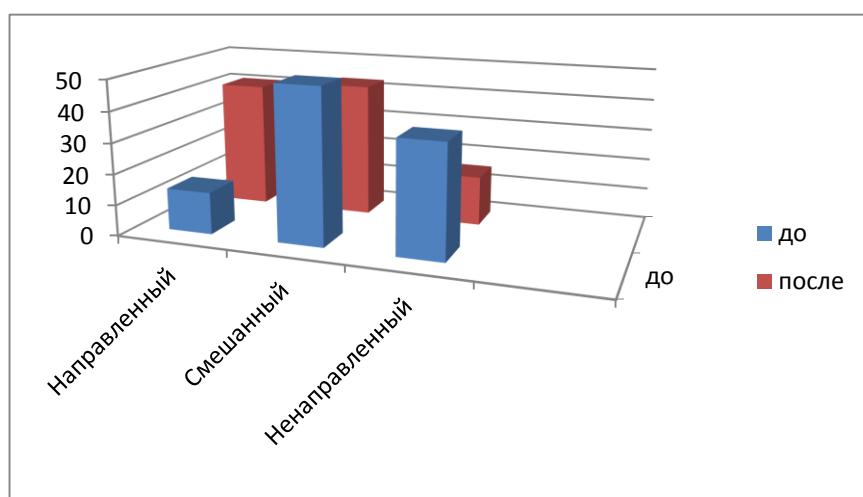
Результаты по диагностике обобщений понятий школьников до использования программы представлены на гистограмме 19.



Гистограмма 19. Уровни обобщения понятий учеников (%) до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», диагностированные с помощью методики «Исключение лишнего»

Группе учеников в процессе решения математической задачи № 149 в случае необходимости предлагались вербальные вспомогательные подсказки: «Какой отрезок будет перпендикуляром?», «Какой отрезок будет наклонной?», «Чем по свойству равнобедренного треугольника будет являться расстояние, которое необходимо вычислить в ходе решения

задачи?» и другие. Школьникам было рекомендовано поработать с виртуальной математической обучающей программой, разработанной по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» и затем решить задачу №155. Анализ данных показал (гистограмма 20), что у половины детей до работы с программой преобладал смешанный анализ через синтез (50%). У 13,6% учеников (или 6 человек) был диагностирован направленный анализ через синтез, а у оставшегося числа школьников 36,4% (16 человек) был выявлен ненаправленный анализ через синтез. Однако, после активной работы учеников с виртуальной программой наблюдалось существенное снижение ненаправленного анализа через синтез - 15,9% школьников, (7 человек) и повышение направленного анализа через синтез - 40,9% школьников, (18 человек). Смешанный анализ через синтез изменился несущественно – 43,2% школьников, (19 человек).



Гистограмма 20. Процентное изменение фаз анализа через синтез школьников сельской школы до и после использования ими вербальных подсказок и виртуальной программы при решении геометрических задач

Что касается изменения числа учеников с правильными понятиями, истинными суждениями и дедуктивными умозаключениями, то оно представлено в таблице 16.

Таблица 16.

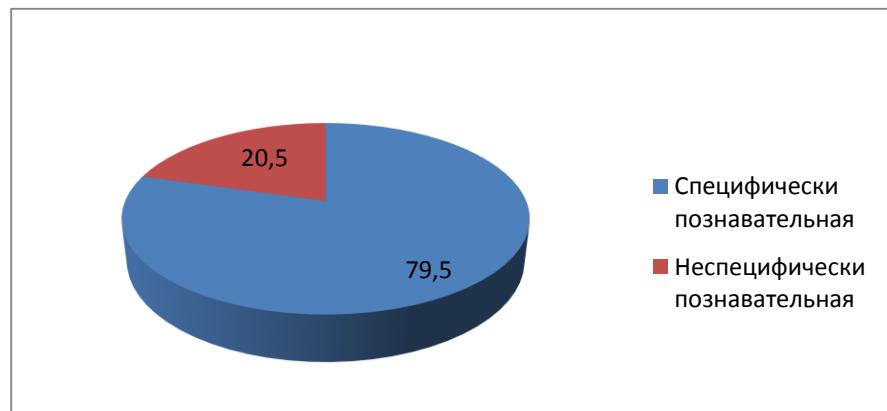
Количество учеников с правильными понятиями, истинными суждениями и дедуктивными умозаключениями до и после применения ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах» в ходе проведения микросемантического анализа

	До использования ВР-программы	После использования ВР-программы
Кол-во учеников с правильными / неправильными понятиями	21 / 23	32 / 12
Кол-во учеников с истинными / ложными суждениями	14 / 30	25 / 19
Кол-во учеников с дедуктивными / индуктивными умозаключениями	11 / 33	23 / 21

Для установления общего направления изменения анализа через синтез также применялся критерий знаков G. Нулевая гипотеза ( $H_0$ ): сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из сельской школы после применения виртуальной программы является случайным и альтернативная гипотеза ( $H_1$ ): сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из сельской школы после применения виртуальной программы является неслучайным. Проанализировав данные, нами было выявлено 25 положительных «сдвигов» при изменении фаз анализа через синтез ( $T = 25$ ), отрицательных – 4, нулевых – 15. Так как положительных сдвигов больше чем отрицательных, то будем называть их типичными. Общее количество значений (без нулевых сдвигов)  $n = 29$ , значит,  $G_{эмп} = 4$ , а  $G_{крит} = 9$ ,  $p \leq 0,05$ . Так как  $G_{эмп} < G_{крит}$ , то мы отвергаем нулевую гипотезу  $H_0$  и принимаем альтернативную  $H_1$ , то есть сдвиг в сторону изменения фаз анализа через синтез учащихся из сельской школы после применения виртуальной программы является достоверным с вероятностью 95 %.

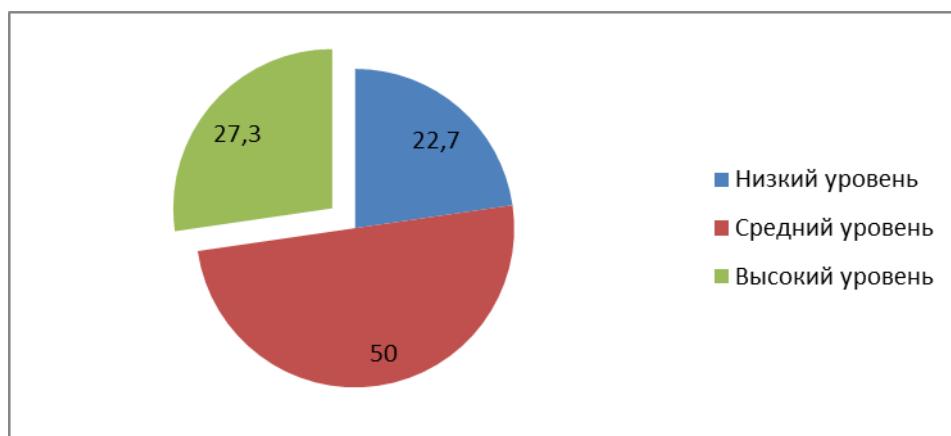
Достоверность полученных результатов по изменению мотивации, рефлексивности, обобщению понятий школьников после применения

виртуальной программы (гистограммы 21,22,23) проверялась при помощи критерия знаков G.



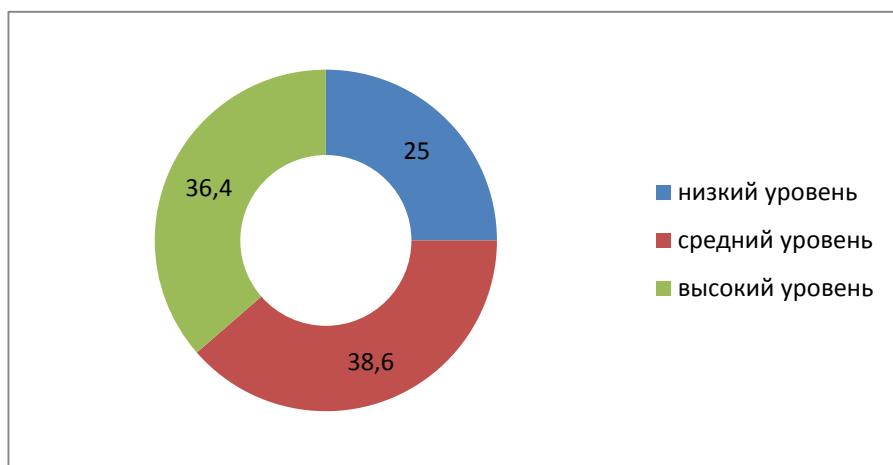
Гистограмма 21. Мотивация учеников после использования программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Были сформулированы две гипотезы.  $H_0$  - сдвиг в сторону изменения мотивации после применения виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах» является случайным.  $H_1$  – сдвиг в сторону изменения мотивации после применения виртуальной программы «Теорема о 3-х перпендикулярах» является неслучайным. Типичный сдвиг – положительный (20), нетипичный – 3,  $G_{эмп} = 3$ ,  $G_{крит}=7$  (находилось при помощи таблицы критических значений критерия знаков G),  $G_{эмп} < G_{крит}$ , значит принимаем альтернативную гипотезу  $H_1$ ,  $p \leq 0,05$ .



Гистограмма 22. Рефлексивность учеников (%) после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

$H_0$  - сдвиг в сторону изменения рефлексивности после применения виртуальной программы является случайным.  $H_1$  – сдвиг в сторону изменения рефлексивности после применения виртуальной программы является неслучайным. Типичный сдвиг – положительный (16), нетипичный – 2,  $G_{эмп} = 2$ ,  $G_{крит}=5$  (находилось при помощи таблицы критических значений критерия знаков),  $G_{эмп} < G_{крит}$ , значит принимаем альтернативную гипотезу  $H_1$ ,  $p \leq 0,05$ .



Гистограмма 23. Уровни обобщения понятий учеников (%) после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах», диагностированные с помощью методики «Исключение лишнего»

До применения виртуальной обучающей программы школьники с ненаправленным анализом через синтез вовремя всего эксперимента склонялись к однозначному решению математической задачи, причем часто меняли свои мнения. У этих школьников прогноз искомого был крайне свернут, операционная схема в основном формировалась в виде одной проблемы, был выявлен низкий уровень обобщений условий и требований задачи. Школьники часто принимали подсказки за окончательный ответ, так как они несли в себе много новых знаний. Тем самым они пытались вычислить ответ задачи, практически не осуществляя дальнейших рассуждений. У них наблюдалась стагнация многих параметров процесса мышления, а именно, ключевого механизма мышления - процесса анализа через синтез. Школьники со смешанным анализом через синтез в начале

эксперимента либо склонялись к какому-то решению, либо сомневались в этом, затем или меняли свои мнения на противоположные, или отрицали наличие других вариантов решения математической задачи. Однако, в дальнейшем мыслительный процесс школьников стал более развернутым (после работы с виртуальной программой): ими осуществлялся анализ всех предложенных подсказок, т.е. уже формировалось понимание неоднозначности решения задачи. Четко выделенные операционные схемы были обоснованы. Ученики осознанно формулировали промежуточные этапы решения задачи. Направленный анализ через синтез обусловил высокий уровень обобщения [41], а мыслительная активность была хорошо развернута. Операционные схемы также были развернуты и структурны, рассматривались противоположные операционные схемы. Школьники четко выделяли условия и требования предложенной задачи. У них наблюдалось значительное число прогнозов искомого при решении этой задачи, которые были обоснованы. Разворачивая свои мыслительные процессы в процессе решения, школьники выявляли существенные свойства оцениваемых объектов. Таким образом, полученные результаты при проведении микросемантического анализа, можно кратко представить на рисунках 9,10.

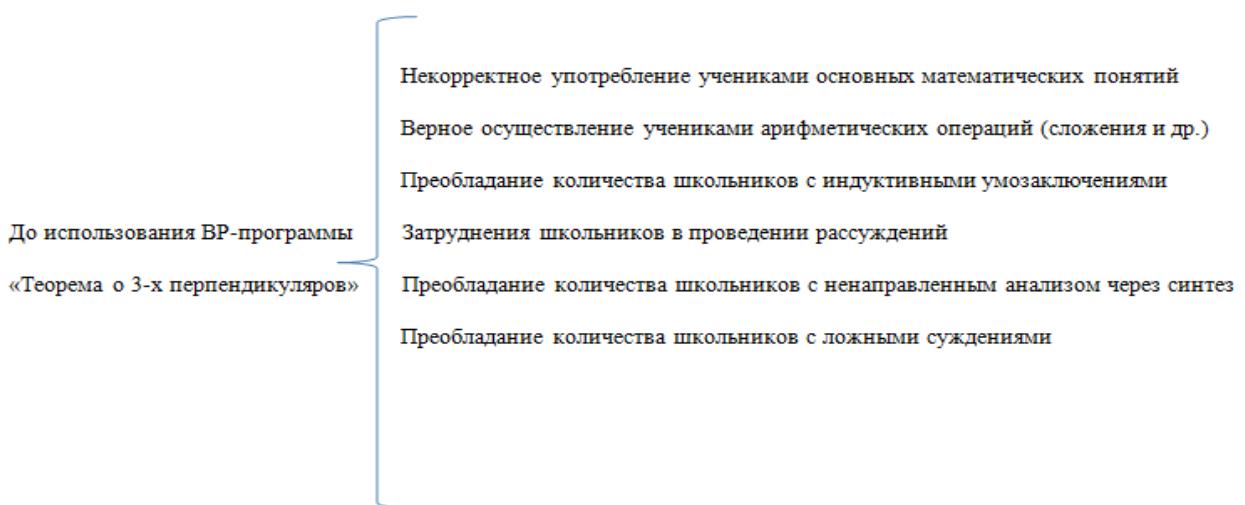


Рис.9. Результаты микросемантического анализа до использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

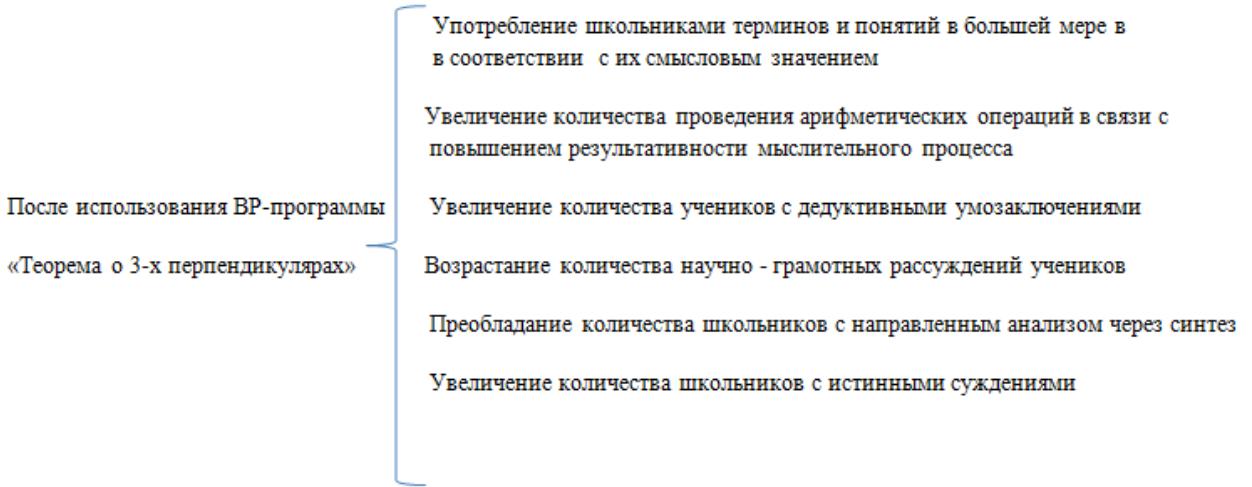


Рис.10. Результаты микросемантического анализа после использования ВР-программы «Теорема о 3-х перпендикулярах»

Безусловно, система подсказок способствует возникновению у школьников определенного выбора: пользоваться или не пользоваться подсказкой, в независимости от того, понимает или нет ученик, что экспериментатор предоставляет ему некоторую помощь. В аналогичных случаях возникают вспомогательные возможности при ответе на вопрос о выборе в процессе решения задач и изучении методов прогнозирования искомого.

В ходе проведенного исследования были отмечены важные тенденции.

Школьники ищут решение математической задачи не как выбор из каких-то альтернатив, а как определенное и непрерывно формирующееся прогнозирование искомого.

В тех ситуациях, когда школьники успешно нашли и объективно обосновали правильное решение задачи, они относятся к нему с определенной долей сомнения, то есть не испытывают полной уверенности в правильности полученного решения. Это подтверждает наше предположение о том, что инсайт существенно изменяет формирование мыслей учеников, что приводит к возникновению у них неуверенности в правильном решении.

У школьников на разных этапах решения задачи вырабатываются различные подходы ее анализа, но в конкретный момент мыслительного

процесса особенно преобладает какой-то один, постепенно формирующийся план решения, который отличается от многих других планов.

В процессе решения предложенной задачи, учащиеся определяли и прогнозировали единую гипотезу, которая была опорой для всех дальнейших рассуждений. Эта гипотеза является основным направлением дальнейших рассуждений школьников. Мысли у учеников развивались поэтапно: вначале появлялась общая идея, потом срабатывали механизмы ее реализации и включения в новую систему связей.

В процессе решения задачи ученик открывает новые элементы, обеспечивающие нахождение правильного решения, но полученная путем размышлений информация, не полна. Только благодаря инсайту, школьник находит нужный элемент, необходимый для решения мыслительной задачи. Данный факт подтверждает наше предположение о том, что инсайт возникает потому, что школьнику во время решения задачи открываются все необходимые элементы для формирования верного решения за исключением одного, который обеспечивает целостность решения.

В тех ситуациях, когда ученики приближались к правильному решению задачи, но испытывали небольшие трудности с его нахождением, наличие вербальных подсказок и использование виртуальных математических программ активизировало данный процесс и стимулировало школьников к нахождению правильного решения. Это свидетельствует о том, что недостающий элемент, который необходим для решения математической задачи, может быть найден в виде подсказок.

В ходе поиска решения задачи у школьников с направленным анализом через синтез не возникает дизъюнктивный выбор из разных вариантов решения. Ученики, как показал наш эксперимент, склонялись к какому-то одному определенному варианту решения. Поэтому отсутствие выбора между несколькими вариантами означает, что важную роль будет играть мысленное прогнозирование искомого, которое формируется в процессе решения математических задач.

В ходе размышления вслух были отмечены следующие этапы решения мыслительной задачи:

- направленность на реализацию общей гипотезы;
- включение общей гипотезы в систему новых отношений;
- поиск недостающего элемента, необходимого для решения задачи;
- сравнение полученных ответов со сформированными критериями искомого.

Таким образом, в результате проведенного исследования подтвердились все предложенные нами гипотезы.

## **2.3. Развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности на мышление учеников**

Анализируя и обобщая полученные нами данные в ходе эксперимента по влиянию средств виртуальной реальности на развитие мышления и знаний учеников, можно прийти к выводу, что увеличение количества информации, применение ее новых форм приведет к изменению сознания школьников, в том числе, мышления. Мышление современного ученика в дальнейшем будет существенно отличаться от мышления взрослых, психика которых развивалась без особого воздействия на них компьютерных технологий. Эти отличия предъявляют новые условия к организации современной системы обучения в образовательных школах. Если упомянуть текущее состояние современной школы, то важно отметить, что большое значение в обучении детей продолжают занимать однотипные формы и методы учебной деятельности. На уроках по математике ученики в основном решают учебно-тренировочные задания, назначение которых состоит в постепенном свертывании поисковой деятельности учеников с каждым последующим заданием одинакового типа. Это направлено на развитие устойчивых навыков в решении задачий конкретного вида. В этой ситуации школьники не ищут решение задачи некоторого типа, а сразу же используют план решения. Если же ученики при решении задачи данного вида вновь пытаются найти способ решения, то считается, что они плохо овладели знаниями, которые составили основу способа решения задачий конкретного типа.

В условиях компьютеризированной деятельности и динамичного варьирования целей, и методов обучения состояние преподавания математики в школе нельзя считать перспективным. Во-первых, при использовании такой системы преподавания школьники начинают привыкать решать задачи, всегда имеющие готовое решение, и, обычно, только одно. Поэтому деятельность по овладению знаниями и умениями, существенно замедляет интеллектуальное развитие детей, прежде всего творческое мышление. Следовательно, ученики теряются в любых других ситуациях, например, когда задача не будет иметь решения или, наоборот, имеет бесконечное множество решений. Также ученики привыкают решать задачи на основе уже пройденного правила, поэтому у них отсутствуют умения действовать самостоятельно при решении задач, тем самым они не могут найти новый способ решения.

Во-вторых, постоянное решение заданий конкретного типа замедляет интеллектуальное развитие ребенка. Со временем школьники начинают оценивать себя лишь через успешное или неуспешное решение задач, решение которых зависит от меры усвоения конкретных знаний. Часто это объясняется тем, что высокая самооценка учеников зависит не от их сообразительных навыков, а лишь от их старательности в овладении правилами и знаниями.

Успехи или неуспехи в учении оказывают большое значение на взаимоотношения между учениками в классе. Дети больше уважают одноклассников с хорошо сформированными интеллектуальными

способностями. Это явно видно, когда сообразительные школьники учатся без особого интереса, так как на уроках им становится скучно. Эти факты способны оказать негативное влияние на развитие характера детей.

Однако, предположение о том, что для современного обучения не типичны задачи поискового типа, не верно. Так, во многих математических учебниках имеются нестандартные задачи, для решения которых требуются интеллектуальная инициатива и размышления школьников. Но, во-первых, не все ученики могут решить такие задачи, а, во-вторых, решение этих задач не всегда обязательно.

Нам кажется, что в настоящий момент имеются благоприятные условия для изменения соотношения деятельности по овладению знаниями, умениями и поисковой деятельности в учебной жизни учащихся.

Появляется необходимость включения в образовательную программу специально разработанной системы упражнений, при помощи которых любые дети (с разным интеллектуальным развитием) были бы способны решать задачи поисково-творческого типа. В зависимости от вида учебной деятельности (с применением средств виртуальной реальности или в отсутствии таковых) необходимо разработать некоторые сложные темы по математике, представляющие наибольшие трудности для изучения школьников, в условиях виртуализации обучения.

Включение в образовательный процесс регулярной системы занятий, построенной на виртуализации обучения, улучшает постоянную поисковую деятельность учащихся. Данный тип занятий создает специальные условия

для формирования у учеников познавательных интересов, развивает у них стремление к размышлению, вселяет уверенность в своих силах, в их интеллектуальных способностях. Поэтому нами (совместно с психологом В.В. Селивановым) была разработана специальная развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности на мышление учеников (рис. 9). Подробно опишем содержание данной модели.

Виртуальная реальность оказывает комплексное влияние на мышление субъекта. Как структура виртуальной реальности, так и мышление носят системный характер. В виртуальной реальности мы выделяем три основных базовых компонента, которые оказывают влияние на мыслительную деятельность: трехмерные образы объекта, анимация и эффект присутствия. Прежде всего, влияние осуществляется со стороны трехмерных сверх образов, которые достаточно специфичны и могут выступать в качестве информационных аналогов реальных объектов. Поэтому субъект мышления может непрерывно взаимодействовать с данными образами, дополняя собственные понятия, конкретизируя формы, развивая процессы мышления и формируя новые обобщения. Таким образом, «образный компонент виртуальной реальности» прежде всего, сказывается на когнитивном плане мышления. С его стороны влияние осуществляется и косвенно: через создание определенных психических состояний. Будучи сверхяркими и отчетливыми, 3d-изображения объектов обеспечивают широкую возможность анимации, то есть действия с объектами, которые, в свою очередь, интериоризируясь, стимулируют мыслительные процессы и

операции. Необходимо обратить внимание, что изображения в 3d обеспечивают возможность любого перемещения объекта в пространстве. При этом испытуемые, в большей мере, становятся субъектом, что формирует смысловой план мыслительной деятельности, а также способствуют более отчетливому осознанию как самого объекта, так и способов действий с ним. Это обеспечивает развитие рефлексивного плана, способствует более качественной саморегуляции мыслительной деятельности. Звуковая информация, как дидактическое содержание обучения, играет важную роль в формировании мыслительной деятельности и оказывает воздействие на смысловой план. Эффект присутствия, выступающий как компонент виртуальной реальности, оказывает влияние на познавательную и неспецифическую мотивацию учеников. Это, в свою очередь, также отражается на смысловом плане субъекта.

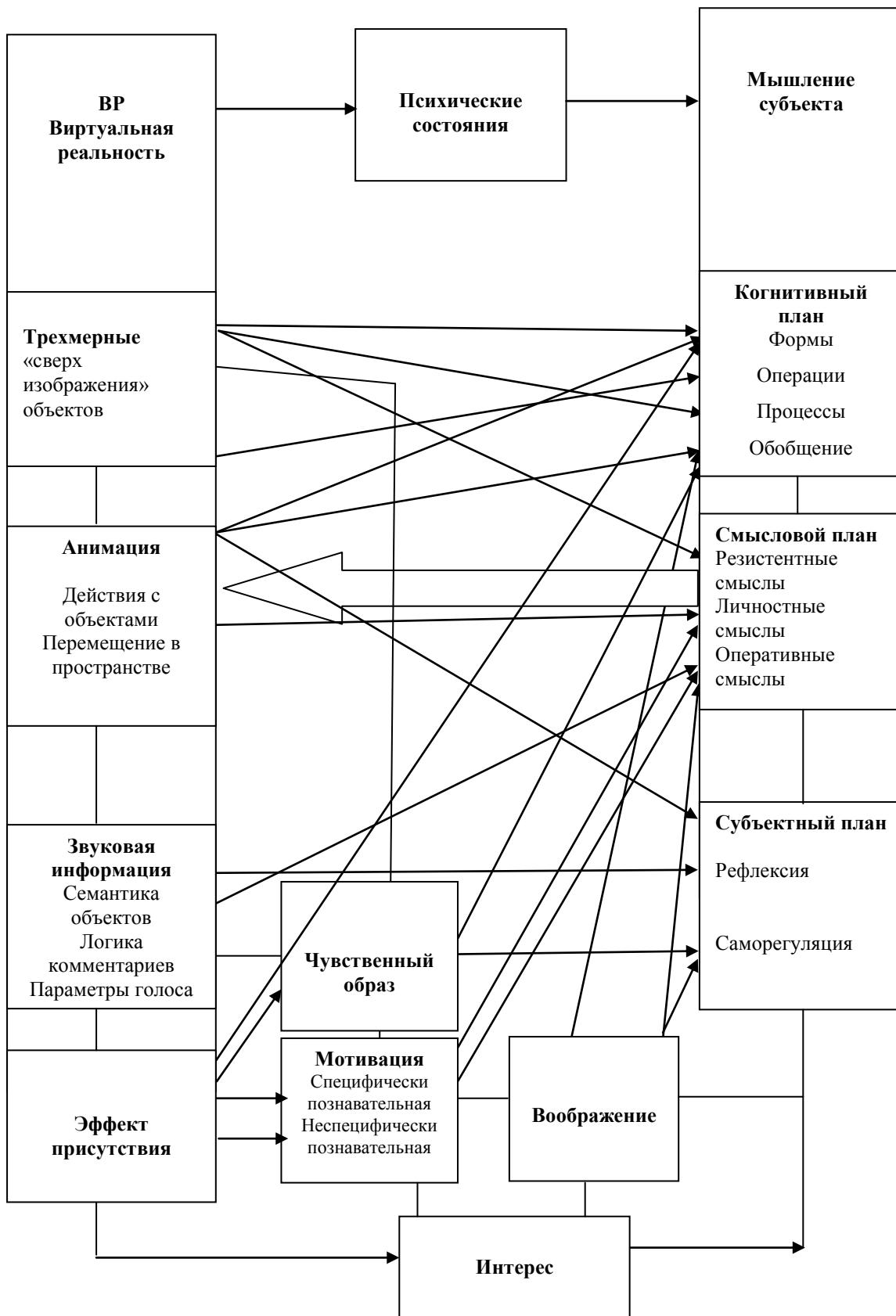


Рис. 9. Развёрнутая модель влияния образов виртуальной реальности

на мышление учеников

## **Выводы по главе 2**

Вторая глава, посвященная эмпирическому исследованию механизмов и закономерностей развития мышления и знаний школьников при использовании компьютерных математических программ, созданных в виртуальной реальности, позволила сделать следующие выводы.

1. Эффективным средством по развитию мышления и знаний школьников на уроках математики выступают обучающие ВР-программы. ВР-программы содержат различные математические трехмерные объекты, поддерживают интерактивность, обеспечивают широкую анимацию в данной геометрической среде.

2. На констатирующем этапе в ходе первоначального тестирования по математическим темам нами было выявлено три уровня развития математических знаний учеников: высокий, средний, низкий. У школьников из разных школ (городской и сельской) в обеих группах преобладал низкий уровень развития математических знаний. Также был диагностирован небольшой процент учащихся с высоким уровнем развития математических знаний. Наличие учеников с низким уровнем развития математических знаний в обеих группах показало недостаточность изучения этих тем и предопределило проведение формирующего этапа исследования.

3. Для формирующего этапа диссертационного исследования было создано два практико-ориентированных продукта компьютерного моделирования по некоторым школьным темам. Одна группа учеников повторно изучала математическую тему с учителем, другая – работала непродолжительное время с обучающей ВР - программой.

4. На контрольном этапе также было проведено тестирование, вопросы которого были аналогичны тестированию констатирующего этапа. В результате было отмечено значительное повышение количества учеников с высоким уровнем развития математических знаний, работающих с обучающими виртуальными программами по сравнению с повышением количества учеников с высоким уровнем развития математических знаний,

тему которым повторно объяснял учитель. Было выявлено существенное уменьшение числа учеников с низким уровнем развития математических знаний, работающих с виртуальными программами по сравнению с уменьшением числа учеников с низким уровнем развития математических знаний, тему которым повторно объяснял учитель. Данная тенденция имела место в обеих школах. Достоверность улучшения результатов школьников по тестированию после применения виртуальных программ у школьников подтвердили статистические критерии: однородности  $\chi^2$ , Манна-Уитни, Крамера-Уэлча. Вычисленные данные оказались схожи. У школьников городской школы:  $\chi^2_{\text{эмп}} = 7,63 > \chi^2_{\text{крит}} (2;0,05) = 5,99$ ,  $p \leq 0,05$ , Манна-Уитни  $W_{\text{эмп}} = 3,0252 > W_{\text{крит}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ , Крамера – Уэлча  $T_{\text{эмп}} = 3,2296 > T_{\text{крит}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ . У школьников сельской школы:  $\chi^2_{\text{эмп}} = 7,06 > \chi^2_{\text{крит}} (2;0,05) = 5,99$ ,  $p \leq 0,05$ , Манна-Уитни  $W_{\text{эмп}} = 2,96103 > W_{\text{крит}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ , Крамера – Уэлча  $T_{\text{эмп}} = 2,986 > T_{\text{крит}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ .

5. Проведенное эмпирическое исследование показало наличие статистически значимой взаимосвязи между числом действий учеников с программой и увеличением их знаний в баллах (критерий корреляции Пирсона, критерий Чупрова). У школьников городской школы после работы с виртуальной обучающей программой, вычисленное значение корреляции Пирсона  $\chi^2_{\text{набл}} = 31,2902 > \chi^2_{\text{крит}} (0,99;10) = 23,2$  при уровне значимости  $p \leq 0,01$ . У школьников сельской школы после работы с виртуальной программой, полученное значение корреляции Пирсона  $\chi^2_{\text{набл}} = 24,9284 > \chi^2_{\text{крит}} (0,99;10) = 23,2$  при уровне значимости  $p \leq 0,01$ . Следовательно, можно сказать, что увеличение знаний по данной теме (в баллах) и количество действий с программой зависят друг от друга. Полученные данные, в дальнейшем, можно применять во многих исследованиях похожей проблематики.

6. На основании проведенного микросемантического анализа была обнаружена общая тенденция изменения процессуальных характеристик мышления на уроках математики после использования виртуальных

программ. Экспериментально установлено, что использование виртуальных математических программ приводит к уменьшению числа школьников с ненаправленным анализом через синтез и увеличению числа учеников с направленным анализом через синтез. Математические виртуальные программы оказывают высокое стимулирующее воздействие не только на процессуальные, но и на операциональные характеристики мышления учащихся, а также способствуют возникновению интереса к обучению. Данная тенденция была статистически подтверждена при помощи критерия знаков G.

7. В ходе осуществления экспериментальной части исследования было выявлено изменение видов мотивации школьников на уроках математики. Если до использования ВР-программ у учеников преобладала неспецифически познавательная мотивация, то после работы с обучающими программами в среднем в 78 % случаев начинает доминировать специфически познавательная мотивация,  $p \leq 0,05$ .

8. Составлена развёрнутая модель влияния средств виртуальной реальности на мышления учеников, которая в дальнейшем может быть использована в психологических исследованиях, изучающих мышления учеников. Составляющие виртуальной реальности (трёхмерные сверх изображения, анимация, эффект присутствия) оказывают воздействие на смысловой, субъектный, когнитивный компоненты мышления школьников на уроках математики.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной работы является изучение влияния средств виртуальной реальности на развитие мышления и знаний школьников на уроках математики. Связь виртуальных образов и мышления реализуется с позиций системно-субъектного подхода. Мы придерживаемся, вероятно, наиболее развёрнутой на сегодняшний день психологической структуры содержания мышления, основы которого заложены С.Л. Рубинштейном и его последователями. Исходным компонентом мышления являются процессы (анализ и другие), представляющие собой – непрерывное взаимодействие субъекта с объектом при решении задач. Это непрерывный компонент, в котором функционируют прерывные составляющие (мыслительные операции, формы мышления). Таким образом, мышление рассматривают как процесс и как деятельность. Мышление как деятельность – уровень, прежде всего, операционального состава мышления, то есть мыслительных действий, операций (теории Пиаже, А.Н. Леонтьева, смысловая концепция О.К. Тихомирова). При анализе мышления как деятельности психологи выделяют мотивацию при решении задач (специфически познавательную и неспецифически познавательную), умственные действия, цель (интеллектуальную задачу). Основная детерминанта мышления как процесса – познаваемый объект. Субъект включен в систему взглядов с другим субъектом. В зависимости от того как протекают мыслительные процессы складывается личностный план. Мы в большей мере остановились на рассмотрении процессуальных характеристик мышления школьников на уроках математики, уделяя внимание изучению и других. Это объясняется тем, что часто ученики на уроках математики испытывают трудности при решении практических задач, связанных с анализом и синтезом. В работе мы придерживаемся классически программного определения виртуальной реальности как технологии взаимодействия человека с компьютером, которая будет обеспечивать погружение пользователя в трехмерную интерактивную среду. К сожалению, исследований, описывающих воздействие средств

виртуальной реальности на мышление и знания учащихся, практически нет. Поэтому нами было проведено диссертационное исследование, затрагивающее данную проблематику.

Работа над темой диссертации «Влияние средств виртуальной реальности на развитие мышления и знаний школьников по математике в ходе обучения» позволяет сделать следующие выводы.

1. Виртуальная реальность, применяемая в обучении, выступает как метод, средство и технология обучения. Обучающие программы, созданные в настоящей виртуальной среде, преобразуют содержание образования, вносят определенную специфику в совместную деятельность учителя и учащихся. Использование этих программ в обучении приводит к формированию нового способа подачи и усвоения математического материала. Данные виртуальные программы представляют собой класс высокотехнологичных инструментов, содержащих дидактико-методологические требования по обучению школьников математики, тем самым обеспечивая определенный развивающий эффект.

2. Подтверждено, что обучающие виртуальные программы оказывают позитивное влияние на развитие знаний учащихся по математике. Это доказывается высоким значением коэффициента корреляции Пирсона между числом действий учеников с математической программой и увеличением их знаний по теме (значение коэффициента корреляции Пирсона  $\chi^2_{\text{набл}} = 31,2902 > \chi^2_{\text{крит}} = 23,2$ ,  $p \leq 0,01$ ).

3. В работе было установлено, что виртуальные обучающие программы оказывают комплексное стимулирующее воздействие на когнитивный план мышления, активизируя развитие всех основных его компонентов: форм (увеличение количества школьников с правильными понятиями, истинными суждениями и дедуктивными умозаключениями), операций (увеличение их числа с познаваемым объектом) и процессов мыслительной деятельности. Поэтому развитие мышления учащихся при

использовании обучающих математических программ, созданных в виртуальной реальности, носит системный характер.

4. Доказано, что благодаря трехмерным изображениям математических объектов, возможности осуществления широкой анимации происходит переход процессов мышления на высшую стадию функционирования – направленного анализа через синтез (с 20% до 44%,  $p \leq 0,05$ ).

5. Выявлено, что применение виртуальных обучающих образовательных программ по математике оказывает позитивное воздействие на смысловое содержание мышления учащихся (благодаря анимационным резервам происходит использование математических терминов в соответствии с их смысловыми значениями), на личностный (доминирование специфически познавательной мотивации до 76%,  $p \leq 0,05$ ) и субъектный планы мыслительного поиска (увеличение высокого уровня рефлексивности с 8% до 16%,  $p \leq 0,05$ ).

6. Использование виртуальных программ при изучении сложных математических тем оказывает больший эффект на развитие знаний школьников чем объяснительно-иллюстративный тип преподавания данного материала. Это доказывается существенными значимыми различиями, полученными согласованно по нескольким статистическим критериям ( $\chi^2_{\text{эмп}} = 7,63 > \chi^2_{\text{кр}} (2;0,05) = 5,99$ ,  $p \leq 0,05$ , значение Манна - Уитни  $W_{\text{эмп}} = 3,0252 > W_{\text{кр}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ , значение Крамера-Уэлча  $T_{\text{эмп}} = 3,2296 > T_{\text{кр}} = 1,96$ ,  $p \leq 0,05$ ).

7. Необходимо отметить, что применение виртуальной реальности на уроках математики имеет и некоторые отрицательные моменты. Чрезмерное использование сверх наглядности (ВР-наглядной презентации геометрических объектов) приводит к редуцированию содержания предельных абстрактных понятий стереометрии и планиметрии, не связанных с содержанием ВР-программы. Обучающие виртуальные программы не могут полностью заменить традиционное преподавание

математики в образовательных учреждениях, так они лишь имитируют реальные действия математических объектов в информационном пространстве. В этой связи их логично активно применять при изучении наиболее трудных стереометрических тем, а также в виде упражнений для определения и развития профессиональных навыков в определенных видах деятельности.

8. Обучающие виртуальные программы не могут полностью заменить преподавание математики в образовательных учреждениях, так они имитируют реальные действия математических объектов в информационном пространстве. В этой связи их логично активно применять при изучении наиболее трудных стереометрических тем, а также в виде упражнений для определения профессиональных навыков в определенных видах деятельности.

9. При использовании шлемов ВР на уроках математики необходимо учитывать текущее физическое и психологическое состояние школьников. Употребление шлемов ВР, по нашему мнению, должно быть ограничено во времени.

**Перспективы исследования.** Проведенное исследование не претендует на окончательное решение рассматриваемой проблемы. Перспективными направлениями продолжения исследования являются:

- 1) изучение влияния настоящей ВР-среды на другие познавательные процессы и личностные особенности человека;
- 2) определение временных, возрастных, гендерных ограничений по работе с ВР;
- 3) использование новейших шлемов ВР в обучении (Oculus Rift 2);
- 4) разработка теоретических оснований и диагностических процедур для изучения различных компонентов влияния виртуальной реальности на мышление учащихся в процессе преподавания отдельных школьных предметов.

Проведенное изучение вопроса может стать реальной основой для дальнейших разработок в данном направлении.

Таким образом, полученные результаты исследования дают основание заключить, что выдвинутая гипотеза подтвердилась, задачи решены, и цель исследования достигнута.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абульханова, К.А. О субъекте психической деятельности [Текст] / К.А. Абульханова. - М., 1973. – 268 с.
2. Амосов, Н.М. Моделирование мышления и психики [Текст] / Н.М. Амосов. - К., 1965. – 303 с.
3. Ананьев, Б.Г. Очерки психологии [Текст] / Б.Г. Ананьев. - Л., 1945. – 160 с.
4. Ананьев, Б.Г. Познавательные потребности и интересы [Текст] / Б.Г. Ананьев. - Уч. зап. ЛГУ, 1959, №265. – С. 41-60.
5. Ананьев, Б.Г. Психология чувственного познания [Текст] / Б.Г. Ананьев. - М., 1960. – 486 с.
6. Ансимова, Н.П. Представления о целях учебной деятельности у учителей и учащихся средней школы [Текст] / Н.П. Ансимова // Ярославский педагогический вестник, 2001. - №1. - С. 57 - 64.
7. Анцыферова, Л.И. Роль анализа в познании причинно-следственных отношений [Текст] / Л.И. Анцыферова // В кн.: Процесс мышления и закономерности анализа, синтеза и обобщения. - М.: Издательство АН СССР, 1960. - С. 102- 121.
8. Архитектура виртуальных миров [Текст] / Под ред. М.Б. Игнатьева, А.В. Никитина, А.Е. Войскунского. - СПб.: Изд-во ГУАП, 2009. – 287 с.
9. Астафьева, О.Н. Компьютерная виртуальная реальность и искусство (к вопросу о расширении эстетического опыта личности) [Текст] / О.Н. Астафьева // Виртуальные реальности. Труды лаборатории виртуалистики. Вып. 4. - М., 1998. - С. 141-145.
10. Барабанщиков, В.А. Психология восприятия: Организация и развитие перцептивного процесса [Текст] / В.А. Барабанщиков . – М.: Когито-Центр, 2006. – 241 с.

11. Белавина, И.Г. Психологические последствия компьютеризации детской игры [Текст] / И.Г. Белавина // Информатика и образование. - 1991, № 3. - С. 23-28.
12. Богоявленская, Д.Б. Психология творческих способностей [Текст] / Д.Б. Богоявленская. - М., 2002. – 320 с.
13. Болтянский, В.Г., Рубцов, В.В. Игровые компьютерные среды учебного назначения [Текст] / В.Г. Болтянский, В.В. Рубцов // Информатика и образование. - 1990, № 5. - С. 10-15.
14. Болтянский, В.Г., Рубцов, В.В. Вопросы компьютеризации школьного обучения [Текст] / В.Г. Болтянский, В.В. Рубцов // Вопросы психологии. - 1985, № 6. - С. 177 - 178.
15. Браславский, П.И. Театр и его двойник - виртуальная реальность [Текст] / П.И. Браславский // Известия УрГУ. - 2003.-№27. - С. 167-176.
16. Брунер, Дж. Психология познания [Текст] / Дж. Брунер. - М., 1977. – 413 с.
17. Брушлинский, А.В. Культурно-историческая теория мышления (философские проблемы психологии) [Текст] / А.В. Брушлинский. – М.: Высшая школа, 1968. – 104 с.
18. Брушлинский, А.В. Мышление и прогнозирование [Текст] / А.В. Брушлинский. - М., 1979. – 230 с.
19. Брушлинский, А.В. Психология мышления и кибернетика [Текст] / А.В. Брушлинский. - М.: «Мысль», 1970. – 192 с.
20. Брушлинский, А.В. Психология мышления и проблемное обучение [Текст] / А.В. Брушлинский. - М. «Знание», 1983. – 96 с.
21. Бутенко, А.В., Ходос, Е.А. Критическое мышление: метод, теория, практика [Текст] / А.В. Бутенко, Е.А. Ходос. – Красноярск: 2001. – 102 с.
22. Васильев, И.А. Соотношение процессов целеобразования и интеллектуальных эмоций в ходе решения мыслительных задач [Текст] / Под

ред. О.К. Тихомирова // Психологические механизмы целеобразования. - М., 1977. - С. 68-95.

23. Величковский, Б.М. Современная когнитивная психология [Текст] / Б.М. Величковский. - М., 1982. – 336 с.

24. Величковский, Б. М., Капица М. С. Психологические проблемы изучения интеллекта [Текст] / В кн.: Интеллектуальные процессы и их моделирование. - М.: «Наука», 1987. - С. 120-141.

25. Вергеймер, М. Продуктивное мышление [Текст] / М. Вергеймер. - М., 1987. – 302 с.

26. Виртуальная реальность в психологии и искусственном интеллекте [Текст] / Сост. Н.В. Чудова. - М.: Росс. ассоциация искусств, интеллекта, 1998. – 316 с.

27. Войскунский, А.Е. Исследования в области психологии компьютеризации: история и актуальное состояние [Текст] / А.Е. Войскунский // Национальный психологический журнал. 2006а. - №11. - С. 58-62.

28. Войскунский, А.Е. Психологические исследования деятельности человека в Интернете [Текст] / А.Е. Войскунский // Информационное общество, 2005. - № 1. - С. 36-41.

29. Войскунский, А.Е. От психологии компьютеризации к психологии Интернета [Текст] / А.Е. Войскунский // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 14. Психология. 2008а. - № 2. - С. 140-153.

30. Воловикова, М.И. Микросемантический анализ как метод исследования мышления и личности [Текст] / М.И. Воловикова // Вопросы психологии. – 2003. - № 1. - С. 90-98.

31. Волочков, А.А. Активность субъекта бытия: Интегративный подход [Текст] / А.А. Волочков. – Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2007. - 375 с.

32. Выготский, Л.С. Развитие речи и мышления. Собрание сочинений в 6 т. - Т. 3 [Текст] / Л.С. Выготский. - М., 1983. - С. 254 - 273.

33. Выготский, Л.С. Мышление и речь. Собрание сочинений: В 6 т. - Т. 2 [Текст] / Л.С. Выготский. - М., 1982. - С. 5 - 361.
34. Выготский, Л.С. Мышление и его развитие в детском возрасте. Собрание сочинений: В 6 т. - Т. 2 [Текст] / Л.С. Выготский. - М., 1982. - С. 395 - 415.
35. Выготский, Л.С. Речь и практическое мышление. Собрание сочинений: В 6 т. - Т. 6 [Текст] / Л.С. Выготский. - М., 1984. - С. 6 - 37.
36. Габай, Т.В. Педагогическая психология [Текст] / Т.В. Габай. - М., МГУ, 1995. -160 с.
37. Гальперин, П.Я. Введение в психологию [Текст] / П.Я. Гальперин. - М., 1976. – 150 с.
38. Гальперин, П.Я. Опыт изучения формирования умственных действий. В кн.: Доклады на совещании по вопросам психологии [Текст] / П.Я. Гальперин. - М.: Изд-во МГУ, 1954. - С.34-47.
39. Гальперин, П.Я. Развитие исследований по формированию умственных действий. В кн.: Психологическая наука в СССР [Текст] / П.Я. Гальперин. - М.: Изд-во МГУ, 1959. -Т.1. - С.23-41.
40. Гальперин, П.Я., Талызина, Н.Ф. Формирование начальных геометрических понятий на основе организованного действия учащихся [Текст] / П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина // Вопросы психологии, - 1957, №6.
41. Гиренок, Ф.И. Культура как виртуальность: событие и смысл [Текст] / Ф.И. Гиренок // Виртуальные реальности. Труды лаборатории виртуалистики. Вып. 4. - М., 1998. - С. 23-31.
42. Гудкова, М.В. Характеристики критического мышления субъекта при решении социальных задач: автореф. дис. ... канд. психол. наук: 19.00.01 [Текст] / М.В. Гудкова. – Казань, 2011. – 213 с.
43. Гуманитарные исследования в Интернете [Текст] / Под ред. А.Е. Войскунского. - М.: Можайск-Терра, 2000. – 431 с.

44. Гура, В.В. Теоретические основы педагогического проектирования личностно-ориентированных электронных образовательных ресурсов и сред: автореф. дис. ... докт. пед. наук [Текст] / В.В. Гура. – Ростов на Дону, 2007. – 44 с.

45. Гуревич, К.М., Горбачёва, Е.И. Умственное развитие школьников: критерии и нормативы [Текст] / К.М. Гуревич, Е.И. Горбачёва. - М.: Знание, 1992. -79с.

46. Давыдов, В.В. Виды обобщений в обучении [Текст] / В.В. Давыдов. - М., 1972. – 424 с.

47. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения [Текст] / В.В. Давыдов. - М., 1986. – 240 с.

48. Давыдов, В.В., Рубцов, В.В. Тенденции информатизации советского образования [Текст] / В.В. Давыдов, В.В. Рубцов // Советская педагогика. - 1990, № 2. - С. 50-55.

49. Декарт, Р. Метафизические размышления [Текст] / Р. Декарт // Декарт Рене. Избранные произведения. М.: Госполитиздат, 1950. - С. 319-407.

50. Демильханова, А.М. «Стадия зеркала» и виртуальная реальность [Текст] / А.М. Демильханова // Вестник Кыргызско- Российского Славянского Университета.- 2009. Т. 9. № 2. – С. 87-89.

51. Дернер, Д. Логика неудачи. Стратегическое мышление в сложных ситуациях [Текст] / Д. Дернер. - М.: Смысл, 1997. – 243 с.

52. Дональдсон, М. Мыслительная деятельность детей [Текст] / М. Дональдсон. - М. «Педагогика», 1985. – 192 с.

53. Дружинин, В.Н. Психология общих способностей [Текст] / В.Н. Дружинин. – М., 1995.

54. Дункер, К. Подходы к исследованию продуктивного мышления [Текст] / К. Дункер // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления. – М., 1981. - С. 35-46.

55. Дункер, К. Психология продуктивного (творческого) мышления. Сб. «Психология мышления» [Текст] / Под ред. А.М. Матюшкина. - М.: «Прогресс», 1965. – 258 с.
56. Емелин, В. Виртуальная реальность и симулякры [Электронный ресурс] / В. Емелин. Режим доступа: <http://emeline.narod.ru/virtual.htm> (Дата обращения: 29.09.2014).
57. Есенгазиева, Б.О. Силлогизм и психологический анализ мышления: автореф. дис. канд. психолог. наук [Текст] / Б.О. Есенгазиева. - М., 1981.
58. Зак, А.З. Как определить уровень развития мышления школьника [Текст] / А.З. Зак. - М.: Знание, 1982. – 96 с.
59. Зак, А.З. Развитие интеллектуальных способностей у детей 6-7 лет [Текст] / А.З. Зак. – М.: «Новая школа», 1996. – 288 с.
60. Зак, А.З. Развитие умственных способностей младших школьников [Текст] / А.З. Зак. – М.: «Просвещение», «Владос», 1994. – 320 с.
61. Зак, А.З. Различия в мышлении детей [Текст] / А.З. Зак. – М., 1992. – 128 с.
62. Занков, Л.В. Избранные педагогические труды [Текст] / Л.В. Занков. – М., 1990. – 424 с.
63. Зеер, Э.Ф. Личностно-ориентированное профессиональное образование [Текст] / Э.Ф. Зеер. - Екатеринбург, 1998. - 126 с.
64. Зинченко, П.И, Невельский, П.Б., Рыжкова, Н.И., Сологуб, В.Г. Вопросы психологии и теории информации. Обзоры зарубежных исследований [Текст] / П.И. Зинченко, П.Б. Невельский, Н.И. Рыжкова, В.Г. Сологуб // Вопросы психологии. - 1963, № 3.
65. Зинченко, Ю.П., Меньшикова, Г.Я., Банковский, Ю.М., Черноризов, А.М., Войсунский, А.Е. Технологии виртуальной реальности: методологические аспекты, достижения и перспективы [Текст] / Ю.П. Зинченко, Г.Я. Меньшикова, Ю.М. Банковский, А.М. Черноризов,

А.Е. Войсунский // Национальный психологический журнал. 2010. № 1(3). С. 54-62.

66. Иванов, Д.В. Виртуализация общества. Версия 2.0 [Текст] / Д.В. Иванов. - СПб.: «Петербургское Востоковедение», 2002. - 224 с.

67. Игнатьев, М.Б. Информационное зазеркалье будущее человечества [Текст] / М.Б. Игнатьев // Виртуальные реальности. Труды лаборатории виртуалистики. Вып. 4.- М., 1998. - С. 161-162.

68. Интеллект человека и программы ЭВМ [Текст] / Под ред. О. К. Тихомирова. – М., 1979. – 230с.

69. Искусственный интеллект и психология [Текст] / Под ред. О.К. Тихомирова. – М., 1976. – 343 с.

70. Кабанова-Меллер, Е.Н. Психология формирования знаний и навыков у школьников [Текст] / Е.Н. Кабанова-Меллер. – М.: Издательство АПН РСФСР, 1962. – 376 с.

71. Кабанова-Меллер, Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся [Текст] / Е.Н. Кабанова-Меллер. – М.: Издательство АПН СССР, 1968.

72. Калмыкова, З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости [Текст] / З.И. Калмыкова. – М.: Педагогика, 1981. – 200 с.

73. Карпов, А.В. Рефлексивность как психическое свойство и методика ее диагностики [Текст] / А.В. Карпов // Психологический журнал. – 2003. – №5. – С. 45-56.

74. Кашапов, М.М. Психология педагогического мышления: Монография [Текст] / М.М. Кашапов. - СПб.: Алетейя, 2000. - 463 с.

75. Келер, В. Исследование интеллекта человекообразных обезьян [Текст] / В. Келер. – М., 1930. – 206 с.

76. Киргинцев, М.В. Педагогический потенциал образовательных сред на базе современных инфокоммуникационных технологий [Текст] / М.В. Киргинцев // Инновационный Вестник Регион. – 2013. – № 4 (34). – С. 88-92.

77. Клейман, Г.М. Школы будущего: компьютеры в процессе обучения [Текст] / Пер. с англ. - М.: «Радио и связь», 1987. – 176 с.
78. Козловский, С.А. Сенсорные характеристики человека и их ограничения [Текст] / Под науч. ред. М.Б. Игнатьева, А.В. Никитина, А.Е. Войскунского // Архитектура виртуальных миров: монография. - СПб.: ГУАП, 2009. - С. 59-89.
79. Коловоротный, С.В. Монография «Суггестивный фактор в работе систем виртуальной реальности» [Текст] / С.В. Коловоротный. - Издательство LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG. Saarbrucken, Germany, 2012.
80. Концепция информатизации сферы образования Российской Федерации [Текст] / Бюллетень "Проблемы информатизации высшей школы", №3-4 (13-14), 1998. - 322 с.
81. Корнилова, Т.В. Мышление в деятельности пользователя. Пользовательский интерфейс [Текст] / Т.В. Корнилова. - 1993, №2.
82. Корнилова, Т.В. Мышление, опосредованное данными ЭВМ [Текст] / Т.В. Корнилова // Вопросы психологии. - 1986, № 6. – С. 123-130.
83. Корнилова, Т.В., Тихомиров, О.К. Принятие интеллектуальных решений в диалоге с компьютером [Текст] / Т.В. Корнилова, О.К. Тихомиров. – М.: МГУ, 1990. – 192 с.
84. Коровкин, С. Ю. Специфика функциональных обобщений при решении орудийных задач : диссертация ... кандидата психологических наук : 19.00.01[Текст] / С. Ю. Коровкин.- Ярославль, 2010.- 223 с.
85. Корсунцев, И.Г. Прикладная философия: субъект и технологии [Текст] / И.Г. Корсунцев. - М.: РФО, ИПК госслужбы, 2001. - 356 с.
86. Коул, М. Культурно-историческая психология. Наука будущего [Текст] / М. Коул. – М.: Когито-Центр, 1997. – 432 с.
87. Коул, М., Скрибнер, С. Культура и мышление. Психологический очерк [Текст] / Под редакцией А.Р. Лурии. – М., 1977. – 262 с.

88. Кочергин, А.Н. Моделирование мышления [Текст] / А.Н. Кочергин. – М., 1969. – 224 с.
89. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий. – М., 1968. – 432 с.
90. Кудрявцев, Т.В. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы [Текст] / Т.В. Кудрявцев. – М.: Знание, 1991. – 80 с.
91. Кузнецов, М.М. Виртуальная реальность. Взгляд с точки зрения философа [Текст] / М.М. Кузнецов // Виртуальная реальность: философские и психологические проблемы. М., 1997.- С. 86-99.
92. Кулюткин Ю.Н., Сухобская Г.С. Развитие творческого мышления школьников [Текст] / Ю.Н. Кулюткин, Г.С. Сухобская. - Л.: Знание, 1987. - 38 с.
93. Купер, И.Р. Гипертекст как способ коммуникации [Электронный ресурс] / И.Р. Купер. Режим доступа: <http://www.nir.ru/sj/sj/sjl-2-00kuper.htm> (Дата обращения: 29.09.2014).
94. Кучеренко, В.В., Петренко, В.Ф. «Влияние аффекта на семантическую организацию значений». Сб. «Текст как психологическая реальность» [Текст] / В.В. Кучеренко, В.Ф. Петренко. - М., 1983.
95. Кучеренко, В.В., Петренко, В.Ф., Россохин, А.В. Измененные состояния сознания: психологический анализ [Текст] / В.В. Кучеренко, В.Ф. Петренко, А.В. Россохин // Вопросы психологии. 1998. №3. - С. 70-78.
96. Ланда, Л.Н. Обучение учащихся методам рационального мышления и проблемам алгоритмов [Текст] / Л.Н. Ланда // Вопросы психологии. - 1961, № 1. - С. 103-118.
97. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] / А.Н. Леонтьев. - М.: Политиздат, 1975. - 304 с.
98. Леонтьев, А.Н. Мышление. Философская энциклопедия, т. 3 [Текст] / А.Н. Леонтьев. - М., 1964. - С. 514-519.

99. Лешкевич, Т.Г. Философия науки: традиции и новации: Учебное пособие для вузов [Текст] / Т.Г. Лешкевич. - М.: «Издательство ПРИОР», 2001. - 428 с.
100. Лuria, A.P. Речь и мышление [Текст] / A.P. Luria. - M., 1975.
101. Luria, A.P. Язык и сознание [Текст] / A.P. Luria. - M., 1979. - 320 c.
102. Luria, A.P., Юдович, Ф.Я. Речь и развитие психических процессов у ребенка [Текст] / A.P. Luria, F.Ya. Yudovich. - M., 1956. - 95 c.
103. Лысенко, Е.Е. Игра с ЭВМ как вид творческой деятельности. Автореф. дис.... канд. психол. наук [Текст] / Е.Е. Лысенко. - M., 1988. - 19 c.
104. Мазилов, В.А. О психологии решения творческих задач: соотношение знания и мышления [Текст] / В.А. Мазилов // Актуальные проблемы современной психологии. Ярославль-М.: МАПН, 2002. - Т. 2. - С. 15-23.
105. Максимов, Л.К. Формирование математического мышления у младших школьников: Учебное пособие по спецкурсу [Текст] / Л.К. Максимов. - M., 1987. - 96 c.
106. Маньковская, Н.Б. Эстетика постмодернизма [Текст] / Н.Б. Маньковская. - СПб.: Алетейя, 2000. - 347 c.
107. Маргулис Е., Косов Ю., Мележик Ю. Компьютерные игры в обучении [Текст] / Е. Маргулис, Ю. Косов, Ю. Мележик // Информатика и образование. - 1990, № 2. - С. 66 - 71.
108. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А.М. Матюшкин. - М.: Директ-Медиа, 2008. - 392 c.
109. Машбиц, Е.И. Психологические проблемы компьютеризации обучения [Текст] / Е.И. Машбиц. - М.: «Педагогика», 1988. - 192 c.
110. Машбиц, Е.И., Андриевская, В.В., Комиссарова, Е.Ю. Диалог в обучающей системе [Текст] / Е.И. Машбиц, В.В. Андриевская, Е.Ю. Комиссарова. - Киев, 1989. - 184 c.

111. Машбиц, Е.И., Бондаровская, В.М. Зарубежные концепции программированного обучения [Текст] / Е.И. Машбиц, В.М. Бондаревская. - Киев: «Квирту», 1964. – 173 с.
112. Менчиков, Г.П. Виртуальная реальность: понятие, новации, применение [Текст] / Г.П. Менчиков // Философские науки. - 1998. - №3-4.- С. 170-175.
113. Менчинская, Н.А. Проблема учения и умственного развития школьника: избранные психологические труды [Текст] / Н.А. Менчинская. - М.: Педагогика, 1989. – 224 с.
114. Меньшикова, Г.Я., Козловский, В.Л., Полякова, Н.В. Исследование целостности системы «Глаз-Голова-Тело» при помощи технологии виртуальной реальности [Текст] / Г.Я. Меньшикова, В.Л. Козловский, Н.В. Полякова //Экспериментальная психология, 2012. - Т. 5., №3. - С.115-121.
115. Миллер, Д., Галантер, Ю., Прибрам, К. Планы и структура поведения [Текст] / Д. Миллер, Ю. Галантер, К. Прибрам. - М., 1965. – 239 с.
116. Моргунов, Е.Б. Человеческие факторы в компьютерных системах [Текст] / Е.Б. Моргунов. - М.: «Тривола», 1994. – 268 с.
117. Мысление, процесс, деятельность, общение [Текст] / Под ред. Брушлинского А.В. - М., 1982. – 286 с.
118. Найссер, У. Познание и реальность [Текст] / У. Найссер. - М., 1981. – 232 с.
119. Негодаев, И.А. Информатизация культуры [Текст] / И.А. Негодаев. - Ростов/н-Дону: Изд-во Донского гос. тех. ун-та, 2002. – 415 с.
120. Неклесса, А.И. Финансовый мир: реальные следствия виртуальных, стратегий [Текст] / А.И. Неклесса // Философия хозяйства. Альманах Центра общественных наук и экономического факультета МГУ им. Ломоносова. - 1999. - №2. - С. 52-60.

121. Немов, Р.С. Психология. Кн. 1. Общие основы психологии [Текст] / Р.С. Немов. - М.: «Просвещение», «Владос», 1995. – 576 с.
122. Немов, Р.С. Психология: В 3 кн. Кн.1: Общие основы психологии [Текст] / Р.С. Немов. - М.: Гуманист: изд. центр ВЛАДОС, 2001. - 688 с.
123. Нильсон, Н. Искусственный интеллект [Текст] / Н. Нильсон. - М., 1973. – 273 с.
124. Новые информационные технологии в образовании. Сборник научных трудов 13-й международной научно-практической конференции «Новые информационные технологии в образовании» (Технологии 1С для эффективного обучения и подготовки кадров в целях повышения производительности труда) 29 - 30 января 2013 года [Текст] / Под общей редакцией доктора экономических наук, профессора Д.В.Чистова. Часть 2. – М.: 1С-Паблишинг, 2013. – 403 с.
125. Нокс Дж. Что могут дать компьютеры педагогике: Взгляд из американской школы [Текст] / Дж. Нокс // Информатика и образование. - 1990, № 1. - С. 107-112.
126. Носов, Н.А. Виртуальная психология [Текст] / Н.А. Носов. - М.: Аграф, 2000. – 432 с.
127. Носов, Н.А. Виртуальная реальность в психологии и искусственном интеллекте [Текст] / Н.А. Носов. - М.: Росс. Ассоц. искусств, интеллекта, 1998.
128. Ньюэлл, Д., Шоу, Дж., Саймон, Г. А. Процессы творческого мышления. Сб. «Психология мышления» [Текст] / Под ред. А. М. Матюшкина. - М.: «Прогресс», 1965. – С. 500-530.
129. Орехов, С.И. Поиск виртуальной реальности: Монография [Текст] / С.И. Орехов. - Омск: Издательство ОмГПУ, 2002. - 184 с.
130. Павлюченкова, Т.В. Процессуальные характеристики решения тестовых задач: дис. канд. психол. наук: 19.00.01 [Текст] / Т.В. Павлюченкова. - М., 2002. - 158 с.

131. Пейперт, С. Переворот в сознании: Дети, компьютеры и плодотворные идеи [Текст] / С. Пейперт. - М. «Педагогика», 1989. - С 3-48.
132. Персиянцев, С.А. Соотношение уровневых характеристик процесса мышления субъекта и особенностей осознания смысловых связей: дис. канд. психол. наук: 19.00.01 [Текст] / С.А. Персиянцев. - М., 2007. - 194 с.
133. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды [Текст] / Ж. Пиаже. - М., 1969. - 658 с.
134. Пиаже, Ж. Психология интеллекта. Ч.3. Развитие мышления. Избранные психологические труды [Текст] / Ж. Пиаже. - М., 1996. - С. 176-186.
135. Плетеневская, Н.Н. Соотношение сознательного и бессознательного компонентов при решении мыслительных задач: дис. канд. психол. наук: 19.00.01 [Текст] / Н.Н. Плетеневская. – М., 2006. - 127 с.
136. Побокин, П.А. Виртуальное и визуальное мышления на уроках математики [Текст] / П.А. Побокин // Вестник Череповецкого государственного университета. – Череповец: ФГБОУ ВПО «Череповецкий государственный университет», 2014. – № 6. (59) – С. 133-136.
137. Поваренков, Ю. П. Психология профессионального становления личности (основы психологической концепции професионализации) [Текст] / Ю. П. Поваренков. – Курск: КГПИ, 1991. –132 с.
138. Повышение результативности начального образования: проблемы и решения: Учебно-методическое пособие [Текст] / Под ред. Н.В. Калининой. - Ульяновск: УИПК ПРО, 2003. – 88 с.
139. Поддьяков, Н.Н. Мышление дошкольника [Текст] / Н.Н. Поддьяков. - М.: Педагогика, 1977. – 277 с.
140. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения [Текст] / Д. Пойа. - М., 1975. – 462 с.

141. Поликарпов, В.С., Поликарпова, В.А. Феномен человека вчера и завтра [Текст] / В.С. Поликарпов, В.А. Поликарпова. - Ростов н/Дону: Изд-во «Феникс», 1996. – 576 с.
142. Пономарев, Я.А. Знания, мышление и умственное развитие [Текст] / Я.А. Пономарев. - М.: «Просвещение», 1967. – 267 с.
143. Пономарев, Я.А. Психология творческого мышления [Текст] / Я.А. Пономарев. - М., 1960. – 352 с.
144. Пономарев, Я.А. Психика и интуиция [Текст] / Я.А. Пономарев. - М., 1967. – 256 с.
145. Пономарев, Я.А. Психология творчества и педагогика [Текст] / Я.А. Пономарев. - М., 1976. – 280 с.
146. Поспелов, Д.А. Где исчезают виртуальные миры? [Текст] / Рос. ассоц. искусств. интеллекта; сост. Н.В. Чудова // Виртуальная реальность в психологии и искусственном интеллекте. - М., 1998. - С. 5-23.
147. Практическое мышление: теоретические проблемы и прикладные аспекты: монография [Текст] / Кол. авт.; под ред. А.В. Карпова, Ю.К. Корнилова; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. – 440с.
148. Пронин, М.А. Виртуальные организационные реальности в управлеченческом консультировании [Текст] / М.А. Пронин // Интертренинг: журнал для тренеров и консультантов НКО. - 2002.- №1(1). - С. 18-27.
149. Психология одаренности детей и подростков [Текст] / Под ред. Н.С. Лейтеса. - М., 1996. - С. 14-28.
150. Психологическая коррекция умственного развития учащихся [Текст] / Под ред. Гуревича К.М. - М., 1990. – 128 с.
151. Психологическая диагностика. Проблемы и исследования [Текст]. - М., 1981. – 232 с.
152. Психологическая диагностика. Учебное пособие [Текст] / Под ред. К.М. Гуревича и Е.М. Борисовой. - М.: Изд-во УРАО, 1997. – 304 с.
153. Психологические исследования интеллектуальной деятельности [Текст] / Под ред. О.К. Тихомирова. - М., 1979. – 232 с.

154. Психологические исследования творческой деятельности [Текст] / Под ред. О. К. Тихомирова. - М., 1975. – 253 с.

155. Психологические проблемы переработки знаковой информации [Текст]. - М., 1977. – 276 с.

156. Психология мышления [Текст] / Под ред. А.М. Матюшкина. - М., 1965. – 533 с.

157. Пуанкаре, А. О науке [Текст] / А. Пуанкаре. - М.: «Наука», 1990. – 736 с.

158. Развитие познавательных способностей в процессе дошкольного воспитания [Текст] / Под ред. Л.А. Венгера; науч.-исслед. ин-т дошкольного воспитания Акад. пед. наук СССР. – М.: Педагогика, 1986. – 224 с.

159. Резник, Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 [Текст] / Н.А. Резник. - СПб., 1997. - 500 с.

160. Родионов, А.А. Социальность виртуальности: Социальное содержание современных Интернет-технологий и перспективы управления общественным развитием [Текст] / А.А. Родионов. - М.: Спутник +, 2001. - 241 с.

161. Розин, В.М. Существование, реальность, виртуальная реальность [Текст] / В.М. Розин // Концепция виртуальных миров и научное познание. - СПб.: РХГИ, 2000. - С. 56-74

162. Рубинштейн, С.Л. Проблемы общей психологии [Текст] / С.Л. Рубинштейн. - М.: Педагогика, 1973. – 424 с.

163. Рубинштейн, С.Л. О мышлении и путях его исследования [Текст] / С.Л. Рубинштейн. - М.: Издательство АПН РСФСР, 1958. – 145 с.

164. Саймон, Г. Науки об искусственном [Текст] / Г. Саймон. - М., 1972. – 153 с.

165. Самарин, Ю. Очерки психологии ума. Особенности умственной деятельности школьников [Текст] / Ю. Самарин. - М.: Издательство АПН РСФСР, 1962. – 504 с.

166. Свечников, В.С. Социальное конструирование виртуальных реальностей [Текст] / В.С. Свечников. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2003. - 196 с.

167. Селиванов, В.В. Использование методов виртуальной реальности в развитии интеллекта и обучении [Текст] / Ред. А.С. Коповский, Г.Н. Малюченко // Образование в современном информационном обществе: синергетическая модель. – Саратов: Издательский центр «Наука», 2009. - С.135 - 139.

168. Селиванов В.В. Процессуальные характеристики мышления в структуре интеллекта [Текст] / Ред. А.Г. Егоров, В.В. Селиванов // Психология когнитивных процессов (материалы 3-ей международной конференции). – Смоленск: Универсум, 2009. – С. 99-106.

169. Селиванов, В.В., Селиванова, Л.Н. Виртуальная реальность как метод и средство обучения [Текст] / В.В. Селиванов, Л.Н. Селиванова //Международный электронный журнал «Образовательные технологии и общество (Educational Technology & Society). – 2014. –Т.17. - № 3. - С. 378 - 391.

170. Серикова, И.А. Развитие визуального мышления младших школьников на уроках изобразительного искусства в общеобразовательной школе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 [Текст] / И.А. Серикова. - Екатеринбург, 2005. - 174 с.

171. Сеченов, И.М. Избранные произведения в двух томах [Текст] / И.М. Сеченов. - М.: Издательство АН СССР, 1952. - Т. 2. – 944 с.

172. Симановский, А.Э. Развитие творческого мышления детей [Текст] / А.Е. Симановский. - Ярославль: Гринго, 1996. – 192с.

173. Скородумова, О.Б. Виртуальная личность и свобода (к проблеме социокультурных истоков понимания свободы в Интернете) [Текст] / О.Б. Скородумова // Вестник МГУ. Серия 7. Философия. - 2004.- №2.- С. 75-96.

174. Смит, Б. Не упускайте возможностей виртуализации [Электронный ресурс] / Б. Смит. Режим доступа: <http://www.osp.ru/text/302/1156292/> (Дата обращения 29.09.2014).
175. Сологуб, В.Г. Вопросы психологии и теории информации. Обзоры зарубежных исследований [Текст] / В.Г. Сологуб // Вопросы психологии - 1963, №3.
176. Солсо, Р.Л. Когнитивная психология [Текст] / Пер. с англ. - М.: «Тривола», 1996. – 600 с.
177. Спиридовонов, В.Ф. Психологический анализ виртуальной реальности [Текст] / Рос. ассоц. искусств. интеллекта; сост. Н.В. Чудова // Виртуальная реальность в психологии и искусственном интеллекте. - М., 1998. - С. 173-186.
178. Субботина, Л.Ю. Развитие воображения детей. Популярное пособие для родителей и педагогов [Текст] / Л.Ю. Субботина. – Ярославль: Академия развития, 1996. - 240с.
179. Субботский, Е.В. Выживание в мире машин: взгляд психолога на причины веры в магию [Текст] / Е.В. Субботский // Национальный психологический журнал. 2010. № 1 (3). - С. 42-47.
180. Субботский, Е.В. Индивидуальное сознание как система реальностей [Текст] / Под ред. А.Е. Войскунского, А.Н. Ждан, О.К. Тихомирова // Традиции и перспективы деятельностного подхода в психологии. - М., 1999. - С. 125-160.
181. Субботский, Е.В. Строящееся сознание [Текст] / Е.В. Субботский. - М.: Смысл, 2007. – 424 с.
182. Судаков, К.В. Общая теория функциональных систем [Текст] / К.В. Судаков. - М.: «Медицина», 1984. – 224 с.
183. Талызина, Н.Ф. Теория поэтапного формирования умственных действий и проблема развития мышления Сб. «Обучение и развитие» [Текст] / Н.Ф. Талызина. - М.: «Просвещение», 1966. - С. 53-56.

184. Талызина, Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний [Текст] / Н.Ф. Талызина. - М., 1975. – 344 с.
185. Талызина, Н. Ф., Кочурова Э.Н. «Перенос» приема подведения под понятие с одного вида понятия на другие. «Новые исследования в педагогических науках» [Текст] / Н.Ф. Талызина, Э.Н. Кочурова. - М.: «Просвещение», 1965.
186. Телегина, Э.Д. Психологический анализ эвристик человека. Автореф. дис. ... канд. психол. наук [Текст] / Э.Д. Телегина. - М.: 1967. – 17 с.
187. Темнова, Л.В. Специфика мыслительного процесса решения нравственных задач: дис. канд. псих. наук: 19.00.01 [Текст] / Л.В. Темнова. - М., 1991. –183 с.
188. Теплов, В.М. Избранные психологические труды [Текст] / В.М. Теплов. - М., 1985. – 328 с.
189. Теплов, В.М. Проблемы индивидуальных различий [Текст] / В.М. Теплов. - М., 1961. – 536 с.
190. Теплов, В.М. Способности и одаренность [Текст] / В.М. Теплов. - М, 1941. - С.24-30.
191. Тихомиров, О.К. Психология компьютеризации. Методические рекомендации [Текст] / О.К. Тихомиров. - Киев, 1988. – 15 с.
192. Тихомиров, О.К. Психология мышления [Текст] / О.К. Тихомиров. - М.: МГУ, 1984. – 270 с.
193. Тихомиров, О.К. Структура мыслительной деятельности человека [Текст] / О.К. Тихомиров. - М., 1969. – 304 с.
194. Тихомиров, О.К., Бабанин, Л.Н. ЭВМ и новые проблемы психологии [Текст] / О.К. Тихомиров, Л.И. Бабанин. - М., 1986. – 204 с.
195. Тихомиров, О.К., Белавина, И.Г., Войскунский, А.Е. Психология и практика программного обеспечения ЭВМ [Текст] / О.К. Тихомиров, И.Г. Белавина, А.Е. Войскунский. - Вестн. Моск. ун-та. Серия 14, Психология, 1981 № 1 - С. 3–14.

196. Тихомирова Л.Ф. Упражнения на каждый день: Логика для младших школьников [Текст] / Л.Ф. Тихомирова. - Ярославль: «Академия развития», «Академия К». - 1998. – 208 с.
197. Усов, В.А. Возможности виртуального образовательного пространства в организации саморазвития студентов в вузе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 [Текст] / В.А. Усов. – Сочи, 2006. – 127 с.
198. Усов, Ю.Н. Виртуальное мышление школьников в приобщении к различным видам искусства [Текст] / Ю.Н. Усов //Искусство в школе, 2000. №6. - С. 3-6.
199. Усов, Ю.Н. Виртуальное мышление школьников в приобщении к различным видам искусства [Текст] / Ю.Н. Усов //Искусство в школе, 2001. №1. - С. 27-34.
200. Ушаков, Д.В. Социальный и эмоциональный интеллект: надежды, сомнения, перспективы [Текст] / Под ред. Д.В. Люсина, Д.В. Ушакова // Социальный интеллект. Теория, измерение, исследования. - М.,2004. - С. 28.
201. Фельдштейн, Д.И. Психология взросления: структурно-содержательные характеристики процесса развития личности: Изб.труды [Текст] / Д.И. Фельдштейн.- М., 2004. – 672 с.
202. Фомин, А.Е. Ум практика: от проблемы к плану, от плана к действию. Учебно-методическое пособие [Текст] / А.Е. Фомин. - Калуга: КГПУ им.К.Э. Циолковского, 2007. - 186 с.
203. Форман, Н., Вилсон, П. Можно ли смоделировать реальность? Использование в психологии 3-х мерной среды, генерированной при помощи компьютера [Текст] / Н. Фридман, П. Вилсон // Ментальная репрезентация: динамика и структура. - М.: Институт психологии РАН, 1998. - С. 251-276.
204. Формирование логического мышления на уроках математики [Текст] / Педсовет. - 1997.- №6. - С. 2-10.
205. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе [Текст] / Л.М. Фридман. - М., 1983. – 160 с.

206. Харламенкова, Н.Е. Самоутверждение подростка [Текст] / Н.Е. Харламенкова. - М.: ИП РАН, 2007. - 384с.
207. Холодова, О.А. Юным умникам и умницам: Задания по развитию познавательных способностей [Текст] / Метод. пособие. - Москва РОСТкнига, 2004. – 190с.
208. Хоружий, С.С. Род или недород? Заметки к онтологии виртуальности [Текст] / С.С. Хоружий // Вопросы философии. - 1997.- №6. - С. 53-68.
209. Хэмит, Ф. Виртуальная реальность (Дайджест книги) / Ф. Хэмит // Возможные миры и виртуальные реальности. - М., 1995. Вып. I.
210. Частиков, А. Архитекторы компьютерного мира [Текст] / А. Частиков. - СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 384 с.
211. Человек и компьютер [Текст] / Под ред. О. К. Тихомирова. - М.. 1972.- С. 235-262.
212. Шадриков, В.Д. Введение в психологию: способности человека [Текст] / В.Д. Шадриков. – М.: Логос, 2002. – 160 с.
213. Шапиро, Д.И. Человек и виртуальный мир: когнитивные, креативные и прикладные проблемы [Текст] / Д.И. Шапиро. - М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 224 с.
214. Шапиро, С.И. Об алгоритмизации процесса формирования понятий [Текст] / С.И. Шапиро // Вопросы психологии. - 1967, № 2. – С.101-111.
215. Шаповалов Е.А. Философские проблемы виртуальной реальности [Текст] / Е.А. Шаповалов // Виртуальная реальность как феномен науки, техники и культуры. Материалы первого Всероссийского симпозиума по философским проблемам виртуальной реальности. - СПб., 1996. - С. 6-12.
216. Эльконин, Д.Б., Давыдов, В.В. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников [Текст] / Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов. – М. АНН РСФСР, 1962. – 286 с.

217. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников [Текст] / И.С. Якиманская. - М., 1980. – 240 с.
218. Якиманская, И.С. Знание и мышление школьника [Текст] / И.С. Якиманская. – М.: Знание, 1985. – 78 с.
219. Aiken, R. Teachers and Computers. What is the key component [Text] / R. Aiken // Papert Presentet at AEC (Automatization of the Educational System) in Secondary and High Schools. Institute Kurchatova. - M., 1989, May 26.
220. Albuquerque, A.L.P., Velho, L. Togetherness through virtual worlds: how real can be that presence [Text] / A.L.P. Albuquerque, L. Velho // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal, 2002. - P. 435-447.
221. Anderson, R.E., Baker, P.M. The role of computer empathy in human-computer games [Text] / R.E. Anderson, P.M. Baker // Small Group Research Laboratory Department of Sociology. Univ. of Minnesota. - Minneapolis, 1975.
222. Armontrout R, Boswell L, Corica T, Lyublinskaya I, Ryzhik V «22 Interactive Geometry Labs», Best Practices in Education Inc. – N.Y., 2002
223. Arnsprang, J., Benyon, D., Fahle, M.W., Granum, E., Madsen, C.B., Pajdl, T, Peleg, S., Smyth, M., Turner, P., Turner, S., Weinshall, D. An investigation into virtual representations of real places [Text] // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal, 2002. - P. 66-78.
224. Biocca, E, Harms, C. Defining and measuring social presence: contribution to the networked minds theory and measure [Text] / E. Biocca, C. Harms // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal. 2002. - P. 7-36.
225. Dillon, C., Keogh, E., Freeman, J. It's been emotional: affect, physiology, and presence [Text] / C. Dillon, E. Keogh // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa Porto, Portugal. 2002. - P. 223-232.

226. Fogg, B. J. Persuasive technology: Using computers to change what we think and do [Text] / B.J. Fogg. - San Francisco: Morgan Kaufman Publishers, 2003.
227. Gaggioli A., Breining R. Perception and cognition in immersive virtual reality [Text] / Ed. by G. Riva, F. Davide // Emerging communication: Studies on new technologies and practices in communication. - Amsterdam: IOS Press, 2001.
228. Haans, A., Usselsteijn, W. Mediated social touch: A review of current research and future directions [Text] / A. Haans, W. Usselsteijn // Virtual Reality, 2006. Vol. 9. - P. 149-159.
229. Huang, M.P., Alessi N.E. Presence as an Emotional Experience [Text] / M.P. Huang, N.E. Alessi // Medicine Meets Virtual Reality: The Convergence of Physical and Informational Technologies Options for a New Era in Healthcare. J.D. Westwood, H.M. Hoffman, R.A. Robb, D. Stredney (eds). pp. 148-153. Amsterdam: IOS Press, 1999.
230. Kogan G., Kogan N. Individual Variation in cognitive processes. - In Paul H Mussen (Ed). Carmichael's manual of Child Psychology. - N.Y., 1970.
231. Lanier, G. Interview [Text] / G. Lanier // Computer graphics world, v 15, n 4. 1992.
232. Lombard M., Ditton T. At the Heart of It All: The Concept of Presence [Text] / M. Lombard, T. Ditton // Journal of Computer-Mediated Communication. 1997.
233. Mente, G., Kramer, N.C. Virtual gestures, analyzing social presence effects of computer-mediated and computer generated nonverbal behavior [Text] / G. Mente, N.C. Kramer // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal, 2002. - P. 233-244.
234. Morganti F., Gaggioli A., Castelnovo G., Bulla D., Vettorello M., Riva G. The use of technology supported mental imagery in neurological rehabilitation: a research protocol [Text] // Cyberpsychology & Behavior. - 2003. - fal. 6. - №4. - P. 421-442.
235. Newell A., Simon H. Human problem solving [Text] / A. Newell, H. Simon. - N.Y., 1972.

236. Optale G., Capodieci S., Pinelli P., Zara D., Gamberini L., Riva G. Music-enhanced immersive virtual reality in the rehabilitation of memory-related cognitive processes and functional abilities: A case report [Text] // Presence. - 2001. - Vol. 10. - P. 450-462.
237. Riva G. Virtual reality [Text] //Wiley encyclopedia of biomedical engineering / Ed. by M. Akay. - N.Y., 2006.
238. Rock, I. Perception [Text] / I. Rock. - New York: Scientific American Library, 1995.
239. Shubert, T, Crusius, J. Five theses on the book problem: presence in books, film and VR [Text] / T. Shubert, J. Crusius // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal. 2002. - P. 53-58.
240. Spearman, C. General intelligence objectively determined and measured [Text] / C. Spearman // «American journal of psychology». - 1901, No. 15.
241. Waterworth, J., Waterworth, E., Westling, J. Presence as performance: the mystique of digital participation [Text] / J. Waterworth, E. Waterworth, J. Westling // Fifth Annual International Workshop PRESENCE 2002 Proceedings. - Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal, 2002. - P. 174-182.
242. Yee, N. Psychological research in virtual worlds [Text] / N. Yee. - N.Y. - 2007.

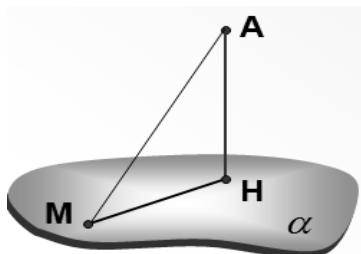
## Приложения

### Приложение 1

*Вопросы тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» до применения программы и до повторного объяснения темы учителем.*

1. Какая прямая называется перпендикулярной к плоскости?
2. Что будет являться наименьшим расстоянием от точки, не лежащей на прямой до других точек, лежащих на этой прямой?
3. Что в планиметрии является длиной перпендикуляра?
4. Если все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости, то как расположены данные плоскости?
5. Если все точки прямой равноудалены от плоскости, то как расположены прямая и плоскость?
6. Что называется расстоянием между скрещивающимися прямыми?

7-8. Дан рисунок.



Как называется отрезок  $AM$ ? Как называется точка  $H$ ?

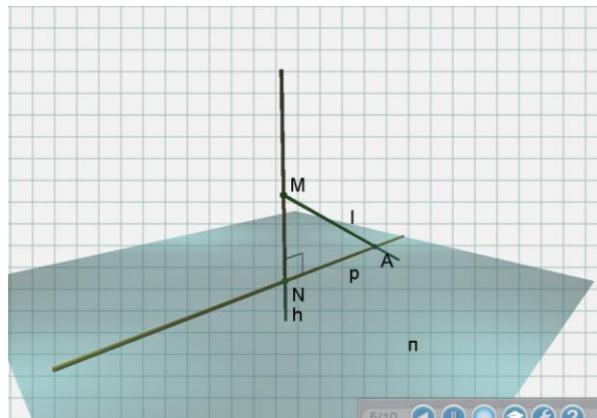
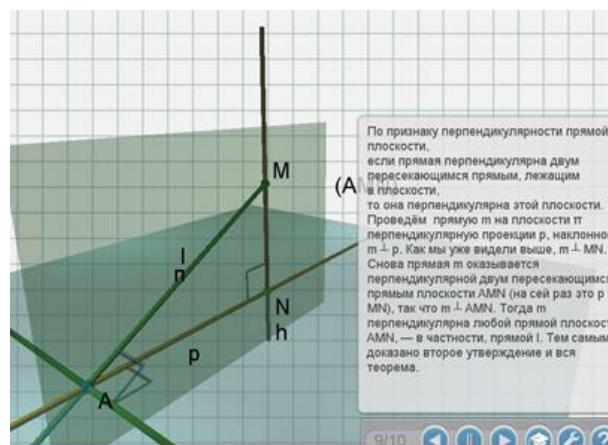
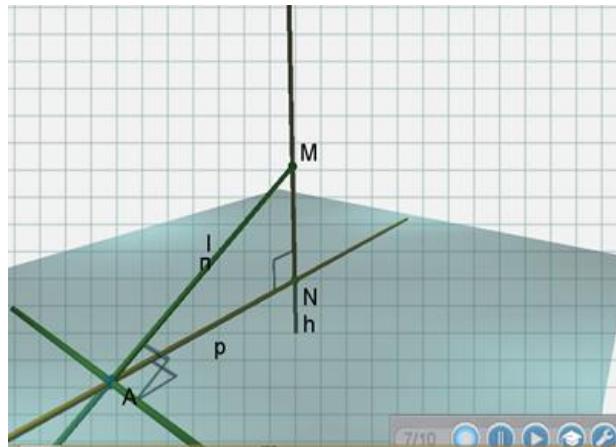
9. Сколько плоскостей пришлось рассмотреть при доказательстве теоремы
10. Как расположены эти плоскости?

*Ответы по тестированию до применения программы и до повторного объяснения темы учителем.*

1. Если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости
2. Длина перпендикуляра
3. Расстояние от точки до прямой
4. Параллельны
5. Прямая параллельна плоскости
6. Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой
- 7-8. Наклонная на плоскость  $\alpha$ , основание перпендикуляра, проведенного на плоскость  $\alpha$
9. 2
10. Пересекаются под прямым углом

## Приложение 2

Кадры из обучающей программы «Теорема о 3-х перпендикулярах».

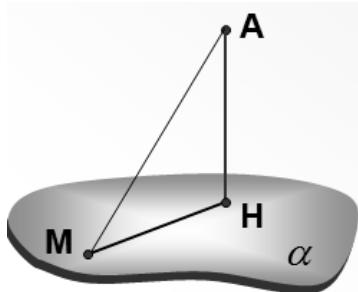


### Приложение 3

Вопросы тестирования по теме: «Теорема о 3-х перпендикулярах» после применения программы и после повторного объяснения темы учителем.

1. Что означает утверждение, что прямая а лежит в плоскости  $\alpha$ ?
2. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то как она будет расположена по отношению к самой плоскости?
3. Что в стереометрии является длиной перпендикуляра?
4. Что является расстоянием между параллельными плоскостями?
5. Что называется расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью?
6. Что является общим перпендикуляром двух скрещивающихся прямых?

7-8. Дан рисунок.



Как называется отрезок МН? Как называется точка М?

9. Почему при доказательстве теоремы точка А не совпадает с точкой Н?
10. По какой прямой пересекаются плоскости в доказательстве теоремы?

Ответы по тестированию после применения программы и после повторного объяснения темы учителем.

1. Если каждая точка прямой а принадлежит плоскости  $\alpha$
2. Будет перпендикулярна к этой плоскости
3. Расстояние от точки до плоскости
4. Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости
5. Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости
6. Отрезок, имеющий концы на двух скрещивающихся прямых и перпендикулярный к этим прямым

7-8. Проекция наклонной АМ на плоскость  $\alpha$ , основание наклонной АМ на плоскость  $\alpha$

9. Потому что в противном случае прямая 1 совпала бы со своей проекцией р
10. Прямая р

#### **Приложение 4**

*Вопросы тестирования по теме: «Объемы тел» до применения программы и до повторного объяснения темы учителем.*

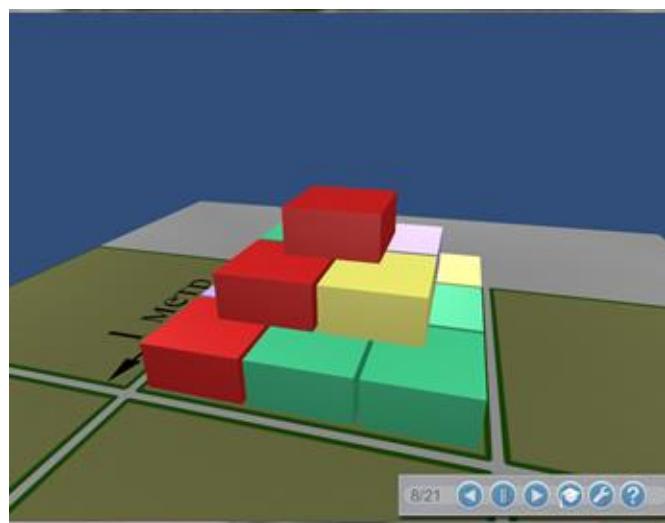
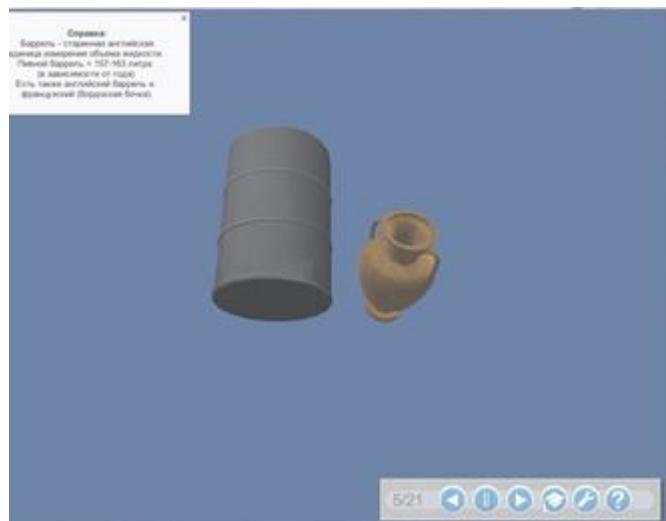
1. Что необходимо найти для вычисления объема тела?
2. Основная единица объема в Древнем Риме?
3. Что принимают за единицу объема в геометрии?
4. Если длину и ширину прямоугольного параллелепипеда увеличить в три раза, то как изменится его объем?
5. Сколько амфор составляют 153 литра?
6. Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда?
7. Задача: Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 20см, 10см и 7 см. Плотность кирпича равна  $1,8 \text{ г}/\text{см}^3$ . Найти его массу.
8. Что означает запись  $5 \text{ м}^3$ ?
9. Если тело составлено из нескольких тел, то чему равен объем такого тела?
10. Задача: Дано  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  – куб,  $AC_1 = 6\sqrt{2}$ . Найти V.

*Ответы по тестированию до программы и до повторного объяснения темы учителем.*

1. Единицу измерения
2. Амфора
3. Объем куба с ребром единичной длины
4. Увеличится в 9 раз
5. 6
6. Произведению трех его измерений
7. 2,52 кг
8. Куб с ребром 5 м
9. Сумме объемов этих тел
10.  $48\sqrt{6}$ .

## Приложение 5

Кадры из обучающей программы «Объемы тел».



## Приложение 6

Вопросы тестирования по теме: «Объемы тел» после применения программы и после повторного объяснения темы учителем.

1. Сколько ребер у прямоугольного параллелепипеда?
2. Что такое амфора?
3. Сколько литров составляют 4 амфоры?
4. Какая мера объема широко распространена в России?
5. Произведению скольких измерений равен объем прямоугольного параллелепипеда?
6. Что означает запись  $3 \text{ см}^3$ ?
7. Если длину и ширину прямоугольного параллелепипеда увеличить в два раза, то как изменится его объем?
8. Согласно свойству объемов, если первое тело содержит второе, то как соотносятся объемы данных тел?
9. Задача: Кирпич имеет форму прямоугольного параллелепипеда с длиной 30см, шириной 10см и весит 2700г. Плотность кирпича равна  $1,8 \text{ г/см}^3$ . Найти его высоту.
10. Задача: Дано  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  – куб,  $AC_1 = 9\sqrt{2}$ . Найти V.

Ответы по тестированию после программы и после повторного объяснения темы учителем

1. 12
2. Древнеримская единица объема
3. 102 л
4. Ведро
5. 3
6. Куб с ребром 3 см
7. Увеличится в 4 раза
8. Объем первого тела не меньше объема второго.
9. 5 см
10.  $162\sqrt{6}$ .

## **Приложение 7**

### **Авторский опросник**

Опросник нацелен на выявление специфической и неспецифической познавательной мотивации школьников.

Инструкция: оцени, насколько значимы для тебя причины, по которым ты учишься в школе. Для этого обведи кружком нужный балл:

0 баллов – нет

1 балл – скорее нет, чем да

2 балла – скорее да, чем нет

3 балла – да.

### **Опросник**

1. Вы с удовольствием посещаете уроки математики?
2. Вы внимательно слушаете объяснение учителя на уроках математики?
3. Вам интересно решать математические задачи?
4. Вы посещаете дополнительные занятия по математике и математические кружки по просьбе родителей?
5. Вам важно получать хорошие и отличные оценки по математике?
6. На уроках математики я не люблю отвлекаться, потому что для меня очень важно понять объяснения учителя, правильно ответить на его вопросы.
7. Хвалят ли вас родители за хорошие отметки по математике?
8. Вы участвуете в олимпиадах по математике по просьбе родителей?

### **Ключ**

Мотивация	Номера ответов
Специфически познавательная	1,2,3,6
Неспецифически познавательная	4,5,7,8

### **Обработка**

Подсчитывается суммарное количество баллов, набранных учащимся по каждой группе мотивов.

## **Приложение 8**

### **Тест на рефлексию. Методика диагностики уровня развития рефлексивности, опросник А.В. Карпова**

**Инструкция:** «Вам предстоит дать ответы на несколько утверждений опросника. В бланке ответов напротив номера вопроса проставьте, пожалуйста, цифру, соответствующую варианту Вашего ответа: 1 — абсолютно неверно; 2 — неверно; 3 — скорее неверно; 4 — не знаю; 5 — скорее верно; 6 — верно; 7 — совершенно верно. Не задумывайтесь подолгу над ответами. Помните, что правильных или неправильных ответов в данном случае быть не может».

#### **Текст опросника**

1. Прочитав хорошую книгу, я всегда потом долго думаю о ней; хочется ее с кем-нибудь обсудить.
2. Когда меня вдруг неожиданно о чем-то спросят, я могу ответить первое, что пришло в голову.
3. Прежде чем снять трубку телефона, чтобы позвонить по делу, я обычно мысленно планирую предстоящий разговор.
4. Совершив какой-то промах, я долго потом не могут отвлечься от мыслей о нем.
5. Когда я размышляю над чем-то или беседую с другим человеком, мне бывает интересно вдруг вспомнить, что послужило началом цепочки мыслей.
6. Приступая к трудному заданию, я стараюсь не думать о предстоящих трудностях.
7. Главное для меня — представить конечную цель своей деятельности, а детали имеют второстепенное значение.
8. Бывает, что я не могу понять, почему кто-либо недоволен мною.
9. Я часто ставлю себя на место другого человека.
10. Для меня важно в деталях представлять себе ход предстоящей работы.
11. Мне было бы трудно написать серьезное письмо, если бы я заранее не составил план.
12. Я предпочитаю действовать, а не размышлять над причинами своих неудач.
13. Я довольно легко принимаю решение относительно дорогой покупки.
14. Как правило, что-то задумав, я прокручиваю в голове свои замыслы, уточняя детали, рассматривая все варианты.
15. Я беспокоюсь о своем будущем.
16. Думаю, что во множестве ситуаций надо действовать быстро, руководствуясь первой пришедшей в голову мыслью.
17. Порой я принимаю необдуманные решения.
18. Закончив разговор, я, бывает, продолжаю вести его мысленно, приводя все новые и

новые аргументы в защиту своей точки зрения.

19. Если происходит конфликт, то, размышляя над тем, кто в нем виноват, я в первую очередь начинаю с себя.

20. Прежде чем принять решение, я всегда стараюсь все тщательно обдумать и взвесить.

21. У меня бывают конфликты от того, что я порой не могу предугадать, какого поведения ожидают от меня окружающие.

22. Бывает, что, обдумывая разговор с другим человеком, я как бы мысленно веду с ним диалог.

23. Я стараюсь не задумываться над тем, какие мысли и чувства вызывают в других людях мои слова и поступки.

24. Прежде чем сделать замечание другому человеку, я обязательно подумаю, какими словами это лучше сделать, чтобы его не обидеть.

25. Решая трудную задачу, я думаю над ней даже тогда, когда занимаюсь другими делами.

26. Если я с кем-то ссорюсь, то в большинстве случаев не считаю себя виноватым.

27. Редко бывает так, что я жалею о сказанном.

### ***Обработка результатов.***

Из этих 27 утверждений 15 являются прямыми (номера вопросов: 1,3,4, 5,9,10,11,14, 15, 18, 19,20,22,24,25). Остальные 12 – обратные утверждения, что необходимо учитывать при обработке результатов, когда для получения итогового балла суммируются в прямых вопросах цифры, соответствующие ответам испытуемых, а в обратных – значения, замененные на те, что получаются при инверсии шкалы ответов. Т.е. 1=5, 2=4, 3=3, 4=2, 5=1.

		Стены										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	От	80	100	101	108	114	123	131	140	148	157	172
	До	и ниже	100	107	113	122	130	139	147	156	171	и выше

### ***Интерпретация.***

При интерпретации результатов целесообразно исходить из дифференциации индивидов на три основные категории. Результаты методики, равные или большие, чем 7 стенов, свидетельствуют о высокоразвитой рефлексивности. Результаты в диапазоне от 4 до 7 стенов — индикаторы среднего уровня рефлексивности. Наконец, показатели, меньшие 4-х стенов — свидетельство низкого уровня развития рефлексивности.

## **Приложение 9**

Определение особенностей понятийного мышления с помощью методики «исключение лишнего»

Одним из наиболее распространенных в практике исследования мышления любых видов является метод «Исключение лишнего». С помощью этого метода можно достаточно убедительно показать особенности аналитической и синтетической деятельности мозга. Так, например, если испытуемым предъявить несколько названий рек России — Волга, Лена, Ангара, Иртыш, Обь — и попросить выбросить одно лишнее название, то чаще всего испытуемые исключают слово «Волга», поскольку все остальные реки находятся на территории Сибири. Иногда появляются ответы «Иртыш» по причине грамматических особенностей рода (все остальные названия женского рода), иногда — «Ангара» (единственный приток Енисея). По степени обобщенности признаков ответ «Волга» наиболее правилен. Аналогично оцениваются результаты и при использовании картинок с четырьмя нарисованными предметами, где один предмет надо исключить: например, на карточке нарисованы керосиновая лампа, электрическая лампочка, свеча и солнце, где правильный ответ — «солнце». Рассуждения типа «надо удалить свечу, она быстро сгорает и невыгодна» свидетельствуют о снижении и даже искажении уровня обобщений. В предлагаемой методике используется 24 набора достаточно близких по смыслу понятий. Задачей испытуемых является отбор в каждой строчке только двух слов, наиболее тесно связанных с тестовым словом, стоящим перед скобками. Возможно обсуждение первого задания с целью снятия всех вопросов и затруднений испытуемых. Кстати, по этим вопросам экспериментатор может составить представление об особенностях процесса мышления, например, о его излишней конкретности, расплывчатости, слабой сосредоточенности на цели.

### **Образец методики**

Война (самолет, пушки, сражение, ружья, солдаты).

Чтение (глаза, книга, картина, печать, слово).

Сад (растения, садовник, собака, забор, земля).

Сарай (сеновал, лошади, крыша, стены).

Река (берег, рыба, рыболов, тина, вода).

Город (автомобиль, здание, толпа, улица, велосипед).

Куб (углы, чертеж, сторона, камень, дерево).

Деление (делимое, карандаш, делитель, бумага).

Игра (карты, игроки, штрафы, наказание, правила).

Кольцо (диаметр, алмаз, проба, округлость, печать).

Газета (правда, приложение, телеграмма, бумага, любовь, текст, редактор).

Книга (рисунок, война, бумага, любовь, текст).

Пение (звон, искусство, голос, аплодисменты, мелодия).

Землетрясение (пожар, смерть, колебание, почва, шум)

Библиотека (город, книги, лекции, музыка, читатели).

Лес (лист, яблоня, охотник, дерево, волк).

Спорт (медаль, оркестр, состязание, победа, стадион).

Больница (помещение, сад, врач, радио, больные).

Любовь (розы, чувство, человек, город, природа).

Патриотизм (город, друзья, родина, семья, человек).

Мебель (стулья, стол, дерево, сервант, шкаф).

Факультет (кафедра, декан, здание, студент, улица).

Оружие (танки, самолеты, хлопушки, пушки, железо).

Овощи (огурец, свёкла, арбуз, морковь, яблоко).

При сравнении своих ответов с правильными испытуемые оценивают свои результаты в баллах, где 2 балла соответствуют двум правильно выбранным словам, 1 балл соответствует одному правильно выбранному слову и 0 баллов, когда испытуемый не смог выбрать ни одного правильного слова. Результаты суммируются. Максимальное количество баллов равно 48 баллам, результаты менее 24 баллов оцениваются как неудовлетворительные, свидетельствующие о неумении испытуемых сравнивать, анализировать и обобщать выделенные признаки.

Правильно выбранные слова: сражение, солдаты; глаза, слово; растения, земля; крыша, стены; берег, вода; здание, улица; углы, сторона; делимое, делитель; игроки, правила; диаметр, округлость; текст, редактор; бумага, текст; голос, мелодия; колебание, почва; книги, читатели; лист, дерево; состязание, победа; врач, больные; чувство, человек; родина, человек; стулья, стол или сервант, шкаф; декан, студент; танки, пушки; свёкла, морковь.

Контрольные вопросы

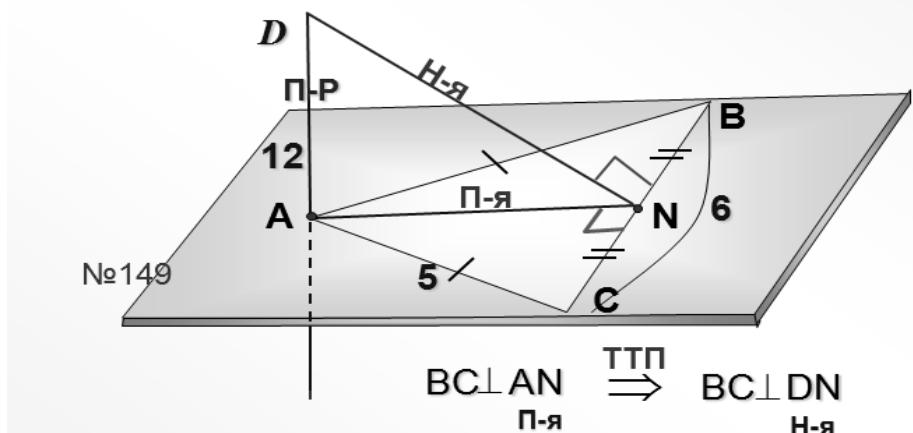
1. В чем сущность метода «Исключение лишнего»?

2. Какие виды мышления можно оценить с помощью метода «Исключение лишнего»?

**Приложение 10** (чертеж задачи № 149 из учебника Л.С. Атанасяна)

Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB = AC = 5 см, BC = 6 см, AD = 12 см.

Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.



**Приложение 11** (чертеж задачи № 155 из учебника Л.С. Атанасяна)

Через вершину прямого угла С равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямой AB, если AC = 4 см, а CM =  $2\sqrt{7}$  см.

№155.

