

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского»

У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
_____ В.П. Завойстый
«____» _____ 2020 г.

Программа учебной дисциплины

Наименование дисциплины:
К.М.07.03 Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(профили Информатика, Математика)

К.М.08.04 Линейная алгебра и аналитическая геометрия
44.03.05 Педагогическое образование
(профили Физика, Информатика)

К.М.07.01Линейная алгебра и аналитическая геометрия
44.03.01 Педагогическое образование
(профиль Информатика)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчик:

доцент кафедры геометрии и алгебры,
кандидат педагогических наук
доцент кафедры геометрии и алгебры,
кандидат педагогических наук

М.А. Суворова

И.В. Кузнецова

Утверждена на заседании кафедры
геометрии и алгебры
«17» января 2020 г.
Протокол № 6

Зав. кафедрой

В.В. Афанасьев

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» – формирование у обучающихся системы компетенций, необходимых для решения профессиональных задач, связанных с развитием математической культуры, освоением системы основных математических структур и методов для описания окружающего мира через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых задач.

Основными задачами курса являются:

понимание:

- основных разделов математики, таких, как линейная алгебра и аналитическая геометрия на плоскости как основы значительной части математического аппарата дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории вероятностей, математической статистики и других дисциплин;

- формулировок математических утверждений, методов их доказательства;

владение навыками:

- решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала;
- формализации неформальных рассуждений;

развитие умений:

- представлять математические утверждения и их доказательства, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме;

- приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы (ОПОП):

Дисциплина включена в обязательную часть ОПОП.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине:

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач	УК-1.3. Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ОПК-2	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	Контрольная работа Тест Творческое задание Ответ на зачете с оценкой

ПК-4	Способен осуществлять педагогическое проектирование развивающей образовательной среды, программ и технологий, для решения задач обучения, воспитания и развития личности средствами преподаваемого учебного предмета	ПК-4.1. Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	Контрольная работа Тест Творческое задание Ответ на зачете с оценкой
------	--	--	---

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		I	II
Контактная работа с преподавателем (всего)	90	90	
В том числе:			
Лекции	36	36	
Практические занятия (ПЗ)	54	54	
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)	90	90	
В том числе:			
Курсовая работа (проект)	-	-	
Реферат	-	-	
Другие виды самостоятельной работы:			
Домашняя работа: решение задач	84	84	
Творческое задание	6	6	
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой	
Общая трудоемкость (часов)	180	180	
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	5	5	

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование тем
1	Матрицы и определители.	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

		Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
2	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).
3	Элементы векторной алгебры в пространстве	Векторы. Основные операции над векторами. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе. Параллельность прямых, лучей и плоскостей. Направленные отрезки. Векторы и операции над ними. Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии.
4	Прямая линия на плоскости	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости. Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.
5	Плоскость	Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости. Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
6	Прямая линия в пространстве	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости. Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекци и	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
1	Раздел: Матрицы и определители.	6	6		8	20
1.1.	Тема 1: Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	2	4		4	10

1.2	Тема 2: Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	4	2		4	10
2	Раздел: Системы линейных уравнений	4	6		10	20
2.1.	Тема 1: Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	4	6		10	20
3	Раздел: Элементы векторной алгебры	8	12		24	44
3.1.	Тема 1: Векторы и операции над ними.	2	2		8	12
3.2	Тема 2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	2	4		4	10
3.3	Тема 3. Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	2	4		8	14
3.4	Тема 4. Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	2	2		4	8
4	Раздел: Прямая линия на плоскости	6	8		16	30
4.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	2	4		8	14
4.2.	Тема 2: Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	4	4		8	16
5	Раздел: Плоскость	6	10		16	32
5.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	2	4		8	14
5.2.	Тема 2: Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	4	6		8	18
6	Раздел: Прямая линия в пространстве	6	12		16	34
6.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве.	2	4		8	14
6.2.	Тема 2: Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если	4	8		8	20

	прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых					
Всего:		36	54		90	180

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
1	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	Домашняя работа: выполнение теста 1. Работа над творческим заданием.
2	Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	Домашняя работа: выполнение теста 1. Работа над творческим заданием.
3	Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	Домашняя работа: выполнение теста 2. Работа над творческим заданием.
4	Векторы и операции над ними.	Домашняя работа: выполнение теста 3. Работа над творческим заданием.
5	Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	Домашняя работа: выполнение теста 3. Работа над творческим заданием.
6	Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	Домашняя работа: выполнение теста 4. Работа над творческим заданием.
7	Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	Домашняя работа: выполнение теста 5. Работа над творческим заданием.
8	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста 6. Работа над творческим заданием.
9	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	Домашняя работа: выполнение теста 6. Работа над творческим заданием.
10	Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста 7. Работа над творческим заданием.
11	Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	Домашняя работа: выполнение теста 7. Работа над творческим заданием.
12	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве.	Домашняя работа: выполнение теста 8. Работа над творческим заданием.

13	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых	Домашняя работа: выполнение теста 8. Работа над творческим заданием.
----	---	---

6.2. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

6.3. Примерная тематика рефератов

Рефераты не предусмотрены.

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине

Наименование темы дисциплины	Средства текущего контроля	Перечень компетенций (указать шифр)
Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Векторы и операции над ними.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Линейная зависимость и линейная независимость	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2

векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.		ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве.	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1

	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1
Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых	Домашняя работа: выполнение теста.	УК-1.3 ОПК-2.2 ПК-4.1
	Творческие задания	ОПК-2.2 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 ПК-4.1

Текущий контроль осуществляется на основе рейтинговой технологии оценивания. Обучающиеся в процессе изучения дисциплины набирают рейтинговые баллы и в рамках аттестационной недели получают отметки в соответствии с набранными баллами.

Критерии оценки видов работ

Рейтинговая суммарная оценка за семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение лекционных занятий и отсутствие на занятии – 0 баллов, посещение практических занятий – 0,5 баллов;
- характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 26 баллов за семестр);

Оценки за контрольные работы, проводимые в течение семестра: 2 контрольные работы.

1 контрольная работа по разделу Линейная алгебра – 24 балла

Задание 1 (2 балла), 2 (2 балла), 3 (3 балла), 4 (6 баллов по 2 за каждый метод), 5 (3 балла), 6 (2 балла), 7 (3 балла), 8 (3 балла).

2 контрольная работа по разделу Аналитическая геометрия – 24 балла

Задания 1 (2 балла), 3 (5 баллов), 3 (11 баллов), 4 (2 балла), 5 (2 балла), 6 (2 балла).

- выполнение творческих заданий (по 2 балла за задачу);

- выполнение тестов

Тест 1 Операции над матрицами – 8 баллов

Тест 2. Система линейных уравнений – 15 баллов

Тест 3. Векторы – 13 баллов

Тест 4. Скалярное произведение – 14 баллов

Тест 5. Векторное и смешанное произведение – 8 баллов

Тест 6. Уравнение прямой на плоскости – 8 баллов

Тест 7. Уравнение плоскости – 10 баллов

Тест 8. Уравнение прямой в пространстве – 10 баллов

К зачету с оценкой допускаются студенты, набравшие 86 и более баллов.

Рейтинг план

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	27
	Итого	1	27

Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	0	2
	Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	0	2
	Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	0	2
	Векторы и операции над ними.	0	2
	Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	0	2
	Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	0	2
	Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	0	2
	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	0	2
	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	0	2
	Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.	0	2
	Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	0	2
	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в	0	2

	пространстве.		
	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых	0	2
	Итого	0	26
Домашняя работа: выполнение тестов	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	0	8
	Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	0	15
	Векторы и операции над ними. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	0	13
	Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	0	14
	Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	0	8
	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости. Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	0	8
	Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости. Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	0	10
	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве. Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до	0	10

	плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых		
	Итого:	0	86
Творческое задание	Все темы (за каждую задачу 2 балла)	0	26
Контрольная работа	Линейная алгебра.	0	24
	Аналитическая геометрия	0	24
	Всего в семестре	1	213
	ИТОГО	1	213

Обязательными формами отчетности являются тесты и контрольные работы (они должны быть выполнены не менее чем на 60% каждый).

К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 81 балла (не выполнившие обязательные формы отчетности хотя бы на 60%)

Примеры заданий для практических занятий

1. Вычислите $AB + 2C^T$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найдите матрицу, обратную матрице A с помощью элементарных преобразований и с помощью определителей, выполните проверку, если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 10; \\ 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 10 \\ 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7 \end{array} \right.$$

6. Найти ранг, базис системы векторов и выразить через базис остальные векторы системы:

$$a_1 = (5, 2, -3, 1)$$

$$a_2 = (4, 1, -2, 3)$$

$$a_3 = (1, 1, -1, -2)$$

$$a_4 = (3, 4, -1, 2)$$

7. Дан правильный шестиугольник ABCDEF с центром О. Построить вектор

$$AB - EF + 2OF$$

$$FA + BC - EO$$

$$\frac{1}{2}DE + \frac{3}{2}EF - \frac{1}{2}BF + \frac{1}{2}ED$$

8. Представить вектор d в виде линейной комбинации векторов

$$a(2,3,1); b(5,7,0), c(3,-2,4), d(4,12,-3)$$

$$a(5,-2,0); b(0,-3,4), c(-6,0,1), d(25,-22,16)$$

9. Найдите площадь треугольника ABC, если A(1; 5), B(2; 7), C(4; 11).

Вычислите длину медианы, биссектрисы, высоты, проведенных из определенной вершины

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена	1 балл
Максимальный балл	1

Домашняя работа: решение тестов

Пример теста на тему Скалярное произведение:

Вопрос 1

Пока нет ответа

Балл: 1,00

Даны три вектора

$$\vec{a} (7; -1; 5); \quad \vec{b} (2; 3; -1); \quad \vec{c} (3; 1; -8)$$

$$\text{Вычислить } (1 \cdot \vec{a} + -4 \cdot \vec{b} + 4 \cdot \vec{c}) \cdot (-3 \cdot \vec{a} + 1 \cdot \vec{b} + 8 \cdot \vec{c})$$

Ответ:

Вопрос 2

Пока нет ответа

Балл: 1,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин

$$A (5, -3); \quad B (7, 10); \quad C (-3, 7)$$

Из угла A проведена медиана. Определите ее длину.

Ответ:



Вопрос 3

Пока нет ответа

Балл: 2,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин

$$A(9, -9); \quad B(6, 7); \quad C(-2, 8)$$

Из угла B проведена биссектриса. Определите ее длину.

Ответ:

Вопрос 4

Пока нет ответа

Балл: 2,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин

$$A(7, -10); \quad B(4, 4); \quad C(-6, 6)$$

Из угла A проведена высота. Определите ее длину.

Ответ:

Вопрос 5

Пока нет ответа

Балл: 3,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин.

$$A(1, 2), \quad B(-4, 10), \quad C(-2, -4).$$

Определить косинус угла между высотой, проведенной из вершины A и стороной AC.

Ответ:



Вопрос 6

Пока нет ответа

Балл: 2,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин.

A(5, 10), B(-8, 5), C(7, -3).

Определить косинус угла между медианой, проведенной из вершины A и стороной AB.

Ответ:

Вопрос 7

Пока нет ответа

Балл: 3,00

Треугольник ABC задан координатами своих вершин.

A(8, 7), B(-4, 9), C(1, -2).

Определить косинус угла между биссектрисой, проведенной из вершины C и стороной CA.

Ответ:

◀ Скалярное произведение векторов

Перейти на...

Векторное произведение ►



Доклад

При знакомстве с каждой темой курса предусмотрено ознакомление студентов со средой Geogebra, в которой они выполняют исследовательские задания по изученной теме.

Контрольная работа

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к экзамену.

Примерный вариант контрольной работы

Раздел: Линейная алгебра

Вариант 1

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -1 & 6 \\ -1 & -4 & 1 & -6 \\ -1 & -6 & 0 & -6 \\ 3 & 18 & -3 & 21 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & -9 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & 9 & 3 & -1 \\ -4 & -12 & 15 & 6 & -2 \\ 4 & 12 & -18 & -7 & 2 \\ 6 & 18 & -27 & -9 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 62 \\ -40 & -88 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 & 3 & -10 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -4 \\ -3 & 0 & 0 & -1 & 2 & -5 \\ -11 & 0 & 0 & -4 & 7 & -17 \end{pmatrix}.$$

8. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} -10 & 3 & 2 & -1 & -46 \\ 6 & -1 & 2 & 3 & 18 \\ -2 & 1 & 2 & 1 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix}.$$

9.

3. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$$

перестановочно?

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задание 1	2 балла
Задание 2	2 балла
Задание 3	3 балла
Задание 4 (по 2 балла за каждый метод)	6 баллов
Задание 5	3 балла
Задание 6	2 балла
Задание 7	3 балла
Задание 8	3 балла
Максимальный балл	24

Примерный вариант контрольной работы
Раздел: Аналитическая геометрия

Задание 1.

- 12.** Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 4\}$ $\vec{c} = \{-2; 3; -3\}$.

Задание 2.

- 13.** Даны 3 вершины треугольника $A(1; 1; 0)$, $B(3; -2; 1)$, $C(3; -2; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, достроив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

Задание 3.

- 14.** Даны 4 точки $A(-2; -3; 1)$, $B(-1; -1; 1)$, $C(-1; 3; -2)$, $D(1; 3; 1)$.

Вычислить: а) $| -3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD} |$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) достроить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

Задание 4.

- 15.** Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{5; 3; 4\}$, $\vec{c} = \{-4; -3; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{8; 13; 12\}$ относительно этого базиса.

Задание 5.

- 16.** Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; -2; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; 2\}$ и $\vec{c} = \{1; 2; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 32$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 13$.

Задание 6.

17. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 3\vec{v})(2\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.5$

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задание 1	2 балла
Задание 2	5 баллов
Задание 3	11 баллов
Задание 4 (по 2 балла за каждый метод)	2 балла
Задание 5	2 балла
Задание 6	2 балла
Максимальный балл	24

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине:

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине является зачет с оценкой.

Зачет с оценкой является итогом учебной деятельности студента в течение семестра.

Допуск к зачету с оценкой предполагает:

- 1) суммарный балл должен быть не менее 80;
- 2) две контрольные работы и тесты должны быть выполнены не менее чем на 60%.

7.2.2 Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квантиитативная
высокий	Использует системный подход в решении задачи, подбирает, систематизирует и критически оценивает информацию, необходимую для ее решения. Составляет и реализует проект решения конкретной задачи, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий.	91-100% 192-213 баллов	Отлично
повышенный	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной	76-90% 160-191 баллов	хорошо

	задачи, составляет и реализует проект решения конкретной задачи, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий.		
базовый	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; подбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	61-75% 80-159 баллов	удовлетворительно
низкий	Подбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи, не может составить и реализовать проект решения конкретной задачи.	60 и ниже % 80 баллов и ниже	неудовлетворительно

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

7.2.3 Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций	
УК	
Ответ на зачете с оценкой	
УК-1.3.	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи
ОПК-2.2.	Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий
ПК-4.1.	Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Наименование оценочного средства

1. Ответ на зачете с оценкой.

В каждый экзаменационный билет включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет с оценкой проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Сложение двух векторов. Правило треугольника, правило параллелограмма. Свойства операции сложения. Умножение вектора на число. Свойства операции умножения вектора на число.
2. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
3. Нахождение матрицы, обратной данной, при помощи определителей.

4. Определители порядка n , $n > 2$. Свойства определителей.
5. Декартова система координат на прямой, плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Координаты точки, делящей отрезок пополам.
6. Определители второго и третьего порядка.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Связь с проекцией вектора на вектор. Перпендикулярность векторов.
8. Векторное произведение. Свойства векторного произведения. Координаты векторного произведения в ортонормированном базисе. Выражение через векторное произведение условия коллинеарности векторов. Геометрический смысл векторного произведения.
9. Системы линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса.
10. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования матрицы, обратной данной. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.
11. Матрицы. Линейные операции над матрицами и их свойства. Элементарные преобразования над матрицами.
12. Смешанное произведение трёх векторов. Нахождение смешанного произведения векторов через их координаты в ортонормированном и произвольном базисе. Свойства смешанного произведения. Вычисление объёма тетраэдра по координатам его вершин.
13. Ранг матрицы.
14. Способы задания прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости.
15. Взаимное расположение прямой и точек на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Полуплоскости. Задание области.
16. Способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.
17. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями.
18. Взаимное расположение плоскости и точек в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Описание полупространства.
19. Расстояние от точки до прямой на плоскости, в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
20. Расстояние между параллельными прямыми, плоскостями. Расстояние от прямой, параллельной данной плоскости, до плоскости.
21. Способы задания прямой в пространстве. Виды уравнений прямой в пространстве. Связь между уравнениями прямой в пространстве.
22. Взаимное расположение трёх прямых в пространстве.
23. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
24. Угол между пересекающимися плоскостями.

Критерии оценивания

Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)	Балл
Использует системный подход при ответе на вопрос.	1

Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ответа на вопрос, решения поставленной задачи.	1
Моделирует процесс решения поставленной задачи.	1
Проводит критическую оценку вариантов действий в процессе ответа на вопрос, решения задачи	1
Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	1
Максимальный балл	5

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 1 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2011. – 400 с.
2. Бурмистрова, Е.Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для академического бакалавриата [Электронный ресурс]: / Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 421 с. Режим доступа: <https://urait.ru/viewer/lineynaya-algebra-425852#page/2>
3. Гусева, Н.И. Сборник задач по геометрии : в 2 ч. – Ч. I : учебное пособие /Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О. Ю. Тесля. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.

б) дополнительная литература

1. Богомолов, Н.В. Математика [Текст]: учебник для бакалавров/ Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд. – М. : Юрайт, 2012. – 396 с.
2. Ильин, В.А. Высшая математика [Текст]: учебник/ В. А. Ильин, А. В. Куркина. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Проспект, 2012. – 608 с.
3. Погорелов, А.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]/ Погорелов А.В. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. – 208 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>. – ЭБС «IPRbooks»
4. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. — Москва : Издательство Юрайт, 2014. — 304 с. – Режим доступа: <https://urait.ru/bcode/380234>
5. Ермолаев, Ю. Д. Типовой расчет по линейной и векторной алгебре : сетевое обновляемое электронное учебное пособие / Ю. Д. Ермолаев. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 365 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/51441.html>.

в) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- ЭПС «Система Гарант-Максимум»;
- ЭПС «Консультант Плюс»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – рефераты, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)

10. Методические указания для преподавателя и обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- практикоориентированность, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;
- субъектоориентированность, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;
- преемственность, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические методы обработки данных в профессиональной деятельности» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает 12 тем, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Линейная алгебра и геометрия» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по данной дисциплине должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по линейной алгебре и аналитической геометрии, где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса данного курса позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теорией и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов, домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

Методические указания для обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и зачету с оценкой по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
 - подготовка к практическим занятиям;
 - подготовка к контрольным работам;
 - подготовка к тесту;
 - подготовка к зачету с оценкой.

Работа с лекционным материалом

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

Подготовка к тесту

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам. Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Подготовка к зачету с оценкой

Для успешной сдачи зачета с оценкой рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету с оценкой должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета: студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до начала сессии.
3. 3-4 дня перед зачетом необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2-3 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также доучить некоторые вопросы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины используется электронная образовательная среда ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Оборудованные аудитории – столы, стулья, доска, экран, телевизор.
2. Задания для работы студентов, обучающихся по индивидуальному графику.
3. Материалы для итогового и промежуточного контроля.
4. Раздаточный материал.
5. Компьютер, принтер, сканер, ксерокс, мультимедиа, интерактивная доска.

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении

13.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Триместры		
		I	II	III
Контактная работа с преподавателем (всего)	26	10	16	-
В том числе:				
Лекции	10	4	6	-
Практические занятия (ПЗ)	16	6	10	-
Лабораторные работы (ЛР)				
Самостоятельная работа (всего)	154	62	56	36
В том числе:				
Курсовая работа (проект)	-	-	-	-
Реферат	-	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:				
Проработка лекционного материала	70	46	24	
Домашняя работа: решение задач	28	16	12	-
Контрольная работа	56	-	20	36
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		-	Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	180	72	72	36
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	5	2	2	1

13.2. Содержание дисциплины

13.2.1. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекци и	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
1	Раздел: Матрицы и определители.	2	4		12	20
1.1.	Тема 1: Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	1	2		7	10
1.2	Тема 2: Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	1	2		7	10
2	Раздел: Системы линейных уравнений	2	2		16	20

2.1.	Тема 1: Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	2	2		16	20
3	Раздел: Элементы векторной алгебры	2	4		38	44
3.1.	Тема 1: Векторы и операции над ними.	0,5	1		10,5	12
3.2	Тема 2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	0,5	1		8,5	10
3.3	Тема 3. Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	0,5	1		12,5	14
3.4	Тема 4. Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	0,5	1		6,5	8
4	Раздел: Прямая линия на плоскости	1	2		27	30
4.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	0,5	1		12,5	14
4.2.	Тема 2: Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	0,5	1		14,5	16
5	Раздел: Плоскость	2	2		28	32
5.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	1	1		12	14
5.2.	Тема 2: Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	1	1		16	18
6	Раздел: Прямая линия в пространстве	1	2		31	34
6.1.	Тема 1: Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве.	0,5	1		12,5	14
6.2.	Тема 2: Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых	0,5	1		18,5	20
Всего:		10	16		154	180

13.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

13.3.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
1	Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы.	Домашняя работа: выполнение теста 1. Работа над творческим заданием.
2	Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.	Домашняя работа: выполнение теста 1. Работа над творческим заданием.
3	Системы линейных уравнений. Основные понятия. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Применение определителей к решению систем линейных уравнений (формулы Крамера).	Домашняя работа: выполнение теста 2. Работа над творческим заданием.
4	Векторы и операции над ними.	Домашняя работа: выполнение теста 3. Работа над творческим заданием.
5	Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе.	Домашняя работа: выполнение теста 3. Работа над творческим заданием.
6	Скалярное произведение векторов. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии	Домашняя работа: выполнение теста 4. Работа над творческим заданием.
7	Векторное и смешанное произведение векторов. Применение к решению геометрических задач	Домашняя работа: выполнение теста 5. Работа над творческим заданием.
8	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой на плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста 6. Работа над творческим заданием.
9	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых.	Домашняя работа: выполнение теста 6. Работа над творческим заданием.
10	Уравнение плоскости. Виды уравнений плоскости.	Домашняя работа: выполнение теста 7. Работа над творческим заданием.
11	Метрические задачи на плоскость: угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, между 2 параллельными плоскостями. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	Домашняя работа: выполнение теста 7. Работа над творческим заданием.
12	Уравнение прямой. Виды уравнений прямой в пространстве.	Домашняя работа: выполнение теста 8. Работа над творческим заданием.
13	Метрические задачи на прямую: угол между прямыми; расстояние от точки до прямой, от прямой до плоскости (если прямая параллельна плоскости), между 2 параллельными прямыми. Взаимное расположение двух прямых	Домашняя работа: выполнение теста 8. Работа над творческим заданием.

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского»**

У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
В.П. Завойстый
«___» _____ 2020 г.

Программа учебной дисциплины

Наименование дисциплины:

К.М.07.04 Введение в математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(профили Информатика, Математика)

К.М.07.05 Введение в математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(профили Математика, Экономика)

К.М.08.05 Введение в математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(профили Физика, Информатика)

К.М.07.02 Введение в математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки:

44.03.01 Педагогическое образование
(профиль Информатика)
(профиль Математика)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчик:

зав. кафедрой математического анализа,
теории и методики обучения математике,
доктор педагогических наук, профессор

Е.И. Смирнов

Утверждена на заседании кафедры
математического анализа,
теории и методики обучения математике
«23» января 2020 г.

Протокол № 5
Зав. кафедрой

Е.И. Смирнов

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Введение в математический анализ» – формирование у обучающихся системы компетенций, необходимых для решения профессиональных задач, связанных с развитием математической культуры, освоением системы основных математических структур и методов через изучение основных объектов математического анализа и получение навыков решения типовых и научно-исследовательских математических задач.

Основными задачами курса являются:

понимание:

- основных разделов математического анализа, таких, как числовые множества и функции, пределы числовых последовательностей и функций, дифференцирование и интегрирование функций одной и нескольких переменных, числовые ряды, дифференциальные уравнения первого и второго порядков, позволяющие студенту ориентироваться в научно-исследовательских и решении задач профессиональной деятельности, требующих использования математического аппарата;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

- значимости математического анализа для интеллектуального развития: развитие абстрактно-логического мышления, умения оперировать с абстрактными объектами;

развитие умений:

- представлять математические утверждения и их доказательства, необходимые для исследования объектов математического анализа, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме;

- корректно выражать и аргументировано обосновывать математические знания в профессиональной деятельности;

владение навыками:

- решения типовых задач по математическому анализу с применением изучаемого теоретического и практического материала;

- использования методов математического анализа в исследовании реальных процессов и явлений с применением математических компьютерных инструментов: визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов; вычислений; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы (ОПОП):

Дисциплина включена в обязательную часть ОПОП.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине:

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач	УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная
		УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи.	
		УК-1.6. Устанавливает причинно-	

		следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ОПК-2	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5.2. Планирует свои действия по контролю и оценке формирования результатов образования обучающихся и объективному анализу полученных результатов	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		I	II
Контактная работа с преподавателем (всего)	118	64	54
В том числе:			
Лекции	44	22	22
Практические занятия (ПЗ)	74	42	32
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)	62	44	18
В том числе:			
Курсовая работа (проект)	-	-	-
Реферат	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:			
Домашняя работа: решение задач	52	38	14
Доклад	10	6	4

Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет с оценкой	Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	180	108	72
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	5	3	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование тем
1	Множества	<p>"Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции. Задание множеств. Реализация операций над множествами. Применение аксиом сложения, умножения, порядка, связи, аксиома непрерывности Дедекинда. Теоремы существования разности и частного, основные следствия из аксиом. Метод математической индукции.</p> <p>Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел. Реализация операций над числами с модулями. Применение теоремы Архимеда и следствий из нее. Выполнение операций с действительными числами в различных системах счисления. Операции с рациональными, алгебраическими и трансцендентными числами. Бином Ньютона и неравенство Бернулли.</p> <p>Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Реализация операций с отрезками на заданной прямой. Построение отрезка, соизмеримого с данным. Установление взаимнооднозначного соответствия между \mathbf{R} и точками l. Классификация промежутков на числовой прямой. Применение теоремы Кантора.</p> <p>Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (границы) множества. Применение понятия точки и окрестности точки на прямой к решению задач. Реализация операций с множествами с точки зрения граней множеств. Теорема существования корня.</p>
2	Функции	<p>Функции и их свойства. Использование различных способов задания функций (аналитический, табличный, графический, словесный). Ассоциативный закон композиции. Примеры обратных функций.</p> <p>Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости. Рассмотрение элементарных функций и их типов (монотонные, периодические, ограниченные, четные, нечетные). Классификация элементарных функций: многочлены, рациональные функции, иррациональные, неявные алгебраические, трансцендентные. Построение графиков основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических,</p>

		обратных тригонометрических. Реализация построений графиков элементарных функций в декартовой, полярной системах координат, в параметрических координатах.
3	Пределы числовых последовательностей и функций	<p>Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Применение различных способов задания числовых последовательностей: аналитический, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, рекуррентный способ задания, числа Фибоначчи. Некоторые приемы конструирования последовательностей: непрерывные дроби, арифметические операции, числовые ряды, десятичные дроби. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.</p> <p>Теоремы о пределе последовательности. Единственность предела последовательности. Переход к пределу в неравенствах, арифметические операции над пределами. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Сумма бесконечного числа членов убывающей геометрической прогрессии. Раскрытие неопределенностей. Теорема Вейерштрасса. Число e.</p> <p>Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности. Рассмотрение подпоследовательности как композиция функций. Теоремы о подпоследовательностях сходящейся последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Метод Больцано. Теорема о частичных пределах сходящейся последовательности. Рассмотрение понятий верхнего и нижнего предела последовательности. Необходимое и достаточное условие существования предела.</p> <p>Предел функции. Замечательные пределы. Предельная точка и сходящиеся последовательности. Нахождение предела числовой последовательности с применением δ-ε языка. Рассмотрение предела функции на языке последовательностей. Понятие односторонних пределов функции в точке. Предел функции на языке окрестностей. Достаточное условие несуществования предела функции. Рассмотрение замечательных пределов. Применение теорем о пределе суммы, произведения и частного функций.</p> <p>Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность двух элементарных функций. Применение теорема непрерывности сложной функции, об арифметических операциях над непрерывными функциями, непрерывности суммы, произведения и частного.</p> <p>Теоремы о непрерывных функциях. Использование метода Больцано при решении задач. Применение теоремы Вейерштрасса и Кантора при исследовании непрерывных функций.</p>
4	Дифференцирование функций	<p>Производная и дифференциал функции в точке. Рассмотрение понятия дифференцируемой функции в точке и уравнения касательной к графику функции в данной точке. Рассмотрение механического смысла дифференциала и его реализация в приближенных вычислениях. Решение математических задач на понятие производной функции и операций дифференцирования в сочетании с оперированием производными основных элементарных функций.</p>

		<p>Согласование операции дифференцирования с операцией обращения функции. Применение цепного правила дифференцирования.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Нахождение производных высших порядков основных элементарных функций и коэффициентов многочлена. Рассмотрение инвариантностей формы дифференциала первого и выше порядков.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления. Применение теорем Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши, а также правила Лопитала при решении задач дифференциального исчисления. Задачи, приводящие к формуле Тейлора. Задача о коэффициентах многочлена и задача об аппроксимации функции многочленами. Построение многочлена Тейлора для элементарных функций.</p> <p>Исследование функций с помощью производных. Рассмотрение критериев монотонного неубывания (невозрастания) дифференцируемой функции при изучении функций, локальных и глобальных экстремумов, критических точек. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции и глобальный экстремум. Рассмотрение схемы исследования функции для нахождения глобального экстремума. Нахождение знака первой производной в критических интервалах. Нахождение глобальных экстремумов функции. Рассмотрение выпуклости и вогнутости функции. Дифференциальная характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости, точек перегиба функции. Асимптоты функции. Определение и примеры горизонтальных, вертикальных и наклонных асимптот функции. Построение графиков элементарных функций.</p>
5	Интегрирование функций	<p>Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования. Рассмотрение понятий и свойств первообразной функции и неопределенного интеграла применительно к элементарным функциям. Реализация различных методов неопределенного интегрирования. Построение методов интегрирования по частям и замены переменной как обращения операции дифференцирования произведения и частного. Реализация алгоритма интегрирования рациональной дроби. Интегрирование иррациональных, дробно-линейных и трансцендентных функций.</p> <p>Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления. Рассмотрение определенного интеграла Римана и классов интегрируемых по Риману функций. Суммы Дарбу и их свойства. Нижний и верхний интегралы Дарбу. Свойства суммы Дарбу. Применение свойств определенного интеграла при решении задач. Использование основной теоремы интегрального исчисления и формула Ньютона-Лейбница при решении задач.</p> <p>Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Нахождение площади криволинейной трапеции в декартовых, полярных и параметрических координатах.</p>

		Нахождение объемов прямого цилиндра и тела вращения. Определение объема по квадрируемым сечениям. Нахождение длины кривой в декартовых, полярных и параметрических координатах. Определение площади поверхности вращения в декартовых и параметрических координатах. Рассмотрение общей схема применения определенного интеграла. Определение и примеры, сходимость и расходимость интегралов от неограниченных функций и по неограниченному промежутку.
--	--	--

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекци и	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
I семестр						
1	Раздел: Множества	8	16	0	12	36
1.1.	Тема 1: "Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции. Задание множеств. Реализация операций над множествами. Применение аксиом сложения, умножения, порядка, связи, аксиома непрерывности Дедекинда. Теоремы существования разности и частного, основные следствия из аксиом. Метод математической индукции.	2	4		2	8
1.2.	Тема 2: Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел. Реализация операций над числами с модулями. Применение теоремы Архимеда и следствий из нее. Выполнение операций с действительными числами в различных системах счисления. Операции с рациональными, алгебраическими и трансцендентными числами. Бином Ньютона и неравенство Бернулли.	2	4		4	10
1.3.	Тема 3: Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Реализация операций с отрезками на заданной прямой. Построение отрезка, соизмеримого с данным. Установление взаимнооднозначного соответствия между \mathbb{R} и точками l . Классификация промежутков на числовой прямой. Применение теоремы Кантора.	2	4		2	8
1.4.	Тема 4: Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (грани)	2	4		4	10

	множества. Применение понятия точки и окрестности точки на прямой к решению задач. Реализация операций с множествами с точки зрения граней множеств. Теорема существования корня.					
2	Раздел: Функции.	4	10	0	8	22
2.1.	Тема 1: Функции и их свойства. Понятие функции. Система обозначений. Типы отображений (инъекция, сюръекция, биекция), примеры. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический, словесный). Понятие композиции функций. Ассоциативный закон композиции. Контрпример для коммутативного закона. Понятие обратной функции.	2	4		4	10
2.2.	Тема 2: Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости. Понятие основной элементарной функции. Элементарные функции, типы (монотонные, периодические, ограниченные, четные, нечетные). Классификация элементарных функций: многочлены, рациональные функции, иррациональные, неявные алгебраические, трансцендентные. Понятие декартовой, полярной и параметрической системы координат на плоскости. Метод продолжения. Построение графиков основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических, обратных тригонометрических. Построение графиков элементарных функций в декартовой, полярной системах координат, в параметрических координатах.	2	6		4	12
3	Раздел: Пределы числовых последовательностей и функций	10	16	0	24	50
3.1.	Тема 1: Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Последовательность. Способы задания, некоторые приемы конструирования последовательностей. Понятие последовательности. Способы задания: аналитический, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, рекуррентный способ задания, числа Фибоначчи. Некоторые приемы конструирования последовательностей: непрерывные дроби, арифметические операции, числовые ряды, десятичные дроби. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности, примеры.	2	2		4	8

	Понятие бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие суммы числового ряда. Расходимость гармонического ряда.					
3.2.	Тема 2: Теоремы о пределе последовательности. Единственность предела последовательности. Переход к пределу в неравенствах, арифметические операции над пределами. Теорема о единственности предела. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Сумма бесконечного числа членов убывающей геометрической прогрессии. Раскрытие неопределенностей. Понятие ограниченной последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности, понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число е.	2	2		4	8
3.3	Тема 3: Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности. Понятие подпоследовательности как сужение функции натурального аргумента. Примеры. Подпоследовательность как композиция функций. Теоремы о подпоследовательностях сходящейся последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Метод Больцано. Понятие частичного предела последовательности. Теорема о частичных пределах сходящейся последовательности. Понятие верхнего и нижнего предела последовательности. Примеры. Необходимое и достаточное условие существования предела.	2	2		4	8
3.4.	Тема 4: Предел функции. Замечательные пределы. Предельная точка и сходящиеся последовательности. Понятие проколотой окрестности. Определение предела функции в точке на языке окрестностей. Запись различных вариантов (ε, δ) -определений. Нахождение δ по ε . Односторонние пределы. Предел функции на языке последовательностей. Понятие односторонних пределов функции в точке. Предел функции на языке окрестностей. Эквивалентность определения предела функции на языке окрестностей и последовательностей. Достаточное условие несуществования предела функции. Теоремы о пределе функции (о единственности предела, о промежуточной переменной). Замечательные пределы. Метод "от противного". Теоремы о пределе суммы, произведения и частного функций.	2	4		4	10
3.5	Тема 5: Непрерывность функции в точке и на множестве. Определение непрерывности	1	2		4	7

	функции в точке и на множестве. Непрерывность двух элементарных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Теоремы об арифметических операциях над непрерывными функциями. Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного. Разрывные функции. Разрывы 1 и 2 рода.					
3.6.	Тема 6: Теоремы о непрерывных функциях. Теоремы Больцано-Коши. Метод Больцано. Логический анализ теоремы. Теоремы Вейерштрасса. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора.	1	4		4	9

II семестр

4	Раздел: Дифференцирование функций	12	16	0	10	38
4.1.	Тема 1: Производная и дифференциал функции в точке. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, различные формы записи (разностное отношение, приращения). Пример несуществования производной функции в точке (10 примеров). Пример вычисления по определению производной (10 примеров). Геометрический и механический смысл производной. Определение бесконечной производной. Пример. Определение односторонних производных функций в точке. Пример. Теорема о необходимом и достаточном условии существования конечной производной. Бесконечно малые функции. Определение дифференцируемой функции в точке. Критерий дифференцируемости. Геометрический смысл условия дифференцируемости, уравнения касательной к графику функции в данной точке. Непрерывность функции. Дифференциал функции в точке. Геометрический и механический смысл дифференциала. Дифференциал как источник приближенных вычислений. Понятие производной функции и операции дифференцирования. Пример непрерывной функции, не дифференцируемой ни в одной точке области определения. Теоремы о связи арифметических операций и дифференцирования, доказательство одной из теорем. Таблица производных. Согласование операции дифференцирования с операцией обращения функции. Теорема о нахождении производной обратной функции. Пример. Геометрическая иллюстрация основной формулы. Производные обратных тригонометрических функций. Цепное правило дифференцирования. Дифференцирование степенно-показательных и неявно заданных функций. Параметрическое	2	4		2	8

	дифференцирование. Индуктивное определение производных высших порядков, обозначение, бесконечно дифференцируемые функции, примеры.					
4.2.	Тема 2: Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы производных высших порядков основных элементарных функций, нахождение коэффициентов многочлена. Доказательство формулы Лейбница. Индуктивное определение дифференциалов высших порядков. Формула для высших дифференциалов. Формула Лейбница в дифференциалах. Инвариантность формы дифференциала первого порядка, пример. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Пример.	2	4		2	8
4.3	Тема 3: Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ферма и Ролля. Геометрическая иллюстрация. Теорема Лагранжа. Геометрическая иллюстрация. Разрывы производной функции. Теорема Коши. Правило Лопиталя и его применение в анализе. Формулировка правила Лопиталя для различных ситуаций. Пример нахождения предела функции с использованием правила Лопиталя. Задачи, приводящие к формуле Тейлора. Задача о коэффициентах многочлена и задача об аппроксимации функции многочленами. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Многочлен Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Построение многочлена Тейлора для элементарной функции.	4	4		2	10
4.4.	Тема 4: Исследование функций с помощью производных. Дифференциальная характеристика монотонности функции. Доказательство критерия монотонного неубывания (невозрастания) дифференцируемой функции. Строгая монотонность и дифференцируемость. Локальные и глобальные экстремумы функции. Критические точки. Три достаточных условия существования экстремума. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции и глобальный экстремум. Связь его с локальным экстремумом. Схема исследования функции для нахождения глобального экстремума. Нахождение знака первой производной в критических интервалах. Нахождение глобальных экстремумов функции. Задача о равновесии линейного стержня. Неравенство Гельдера. Выпуклость и вогнутость функции. Дифференциальная характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Теорема о	4	4		4	12

	дифференциальной характеристике выпуклости (вогнутости). Геометрическая характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Промежутки выпуклости и вогнутости. Точки перегиба функции. Асимптоты функции. Схема исследования и построения графика функции. Определение и примеры горизонтальных, вертикальных и наклонных асимптот функции. Построение графиков элементарных функций.				
5	Раздел: Интегрирование функций	10	16	0	8
5.1.	Тема 1: Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования. Задачи, приводящие к понятию первообразной функции. Формула общего вида семейства первообразных функций. Первообразная функция и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Методы неопределенного интегрирования. Задача выражения первообразной в конечном виде. Построение метода интегрирования по частям как обращения операции дифференцирования произведения и то же самое для метода замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Простейшие дроби. Метод вычеркивания и неопределенных коэффициентов. Алгоритм интегрирования рациональной дроби. Интегрирование дроби третьего типа. Методы нахождения неопределенных коэффициентов на примерах. Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Выражение первообразной для рациональных функций в конечном виде. Метод рационализации подинтегрального выражения, примеры. Дробно-линейная иррациональность, подстановки Эйлера на примерах. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.	4	4	2	10
5.2.	Тема 2: Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства разбиений отрезка. Интегральные суммы. Определенный интеграл Римана. Определение интеграла на языке (ε, δ) и направленного множества разбиений отрезка. Функция Дирихле. Теорема об ограниченности интегрируемой по Риману функции. Теорема существования интеграла. Классы интегрируемых по Риману функций. Доказательство существования одного из классов интегрируемых по Риману функций. Колебание функции на множестве и теорема существования интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Нижний и верхний интегралы Дарбу.	2	4	2	8

	Эквивалентное определение интеграла Римана. Свойства суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для интеграла. Формулировка всех свойств. Интеграл с переменным верхним пределом. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Методы определенного интегрирования.					
5.3.	Тема 3: Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Квадрируемость фигуры и ее площадь. Площадь криволинейной Площадь в декартовых, полярных и параметрических координатах. Кубируемость тела и его объем. Теорема существования объема. Примеры кубируемых тел. Объем прямого цилиндра. Объем тела вращения. Формула объема по квадрируемым сечениям. Спрямляемость дуги и ее длина. Длина кривой в декартовых, полярных и параметрических координатах. Площадь поверхности вращения в декартовых и параметрических координатах. Формула в параметрических координатах. Статические моменты и центр тяжести кривой и плоской фигуры. Первая и вторая теоремы Гульдина. Формулы для нахождения центров тяжести кривой. Общая схема применения определенного интеграла. Несобственные интегралы I и II рода. Признаки сходимости. Определение и примеры, сходимость и расходимость интегралов от неограниченных функций и по неограниченному промежутку.	4	8		4	16
Всего:		44	74	0	62	180

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
I семестр		
1	"Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции. Задание множеств. Реализация операций над множествами. Применение аксиом сложения, умножения, порядка, связи, аксиома непрерывности Дедекинда. Теоремы существования разности и частного, основные следствия из аксиом. Метод математической индукции.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
2	Модуль действительного числа Системы	Домашняя работа: решение задач.

	счисления. Классы действительных чисел. Реализация операций над числами с модулями. Применение теоремы Архимеда и следствий из нее. Выполнение операций с действительными числами в различных системах счисления. Операции с рациональными, алгебраическими и трансцендентными числами. Бином Ньютона и неравенство Бернулли.	Подготовка доклада по выбранной теме.
3	Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Определение длины отрезка на прямой l . Соизмеримые отрезки. Построение отрезка, соизмеримого с данным. Установление взаимнооднозначного соответствия между \mathbf{R} и точками l . Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Система вложенных промежутков. Теорема Кантора.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
4	Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (грани) множества. Понятие окрестности точки на числовой прямой (собственной и несобственной). Отделимость окрестностей. Понятие предельной точки, внутренней точки. Понятие открытого множества, замкнутого множества. Понятие верхней и нижней границы (грани) множества. Замкнутость множества верхних и нижних границ множества. Теорема существования граней. Характеристическое свойство граней. Теорема существования корня.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
5	Функции и их свойства. Понятие функции. Система обозначений. Типы отображений (инъекция, сюръекция, биекция), примеры. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический, словесный). Понятие композиции функций. Ассоциативный закон композиции. Контрпример для коммутативного закона. Понятие обратной функции.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
6	Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости. Понятие основной элементарной функции. Элементарные функции, типы (монотонные, периодические, ограниченные, четные, нечетные). Классификация элементарных функций: многочлены, рациональные функции, иррациональные, неявные алгебраические, трансцендентные. Понятие декартовой, полярной и параметрической системы координат на плоскости. Метод продолжения. Построение графиков основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, обратных тригонометрических,	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

	тригонометрических. Построение графиков элементарных функций в декартовой, полярной системах координат, в параметрических координатах.	
7	Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Последовательность. Способы задания, некоторые приемы конструирования последовательностей. Понятие последовательности. Способы задания: аналитический, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, рекуррентный способ задания, числа Фибоначчи. Некоторые приемы конструирования последовательностей: непрерывные дроби, арифметические операции, числовые ряды, десятичные дроби. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности, примеры. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие суммы числового ряда. Расходимость гармонического ряда.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
8	Теоремы о пределе последовательности. Единственность предела последовательности. Переход к пределу в неравенствах, арифметические операции над пределами. Теорема о единственности предела. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Сумма бесконечного числа членов убывающей геометрической прогрессии. Раскрытие неопределенностей. Понятие ограниченной последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности, понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число е.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
9	Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности. Понятие подпоследовательности как сужение функции натурального аргумента. Примеры. Подпоследовательность как композиция функций. Теоремы о подпоследовательностях сходящейся последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Метод Больцано. Понятие частичного предела последовательности. Теорема о частичных пределах сходящейся последовательности. Понятие верхнего и нижнего предела последовательности. Примеры. Необходимое и достаточное условие существования предела.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
10	Предел функции. Замечательные пределы. Предельная точка и сходящиеся последовательности. Понятие проколотой окрестности. Определение предела функции в точке на языке окрестностей. Запись различных вариантов (ε, δ) -определений. Нахождение δ по	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

	<p>ε. Односторонние пределы. Предел функции на языке последовательностей. Понятие односторонних пределов функции в точке. Предел функции на языке окрестностей. Эквивалентность определения предела функции на языке окрестностей и последовательностей. Достаточное условие несуществования предела функции. Теоремы о пределе функции (о единственности предела, о промежуточной переменной). Замечательные пределы. Метод "от противного". Теоремы о пределе суммы, произведения и частного функций.</p>	
11	<p>Непрерывность функции в точке и на множестве.</p> <p>Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность двух элементарных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Теоремы об арифметических операциях над непрерывными функциями. Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного. Разрывные функции. Разрывы 1 и 2 рода.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>
12	<p>Теоремы о непрерывных функциях.</p> <p>Теоремы Больцано-Коши. Метод Больцано. Логический анализ теоремы. Теоремы Вейерштрасса. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>
II семестр		
13	<p>Производная и дифференциал функции в точке.</p> <p>Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, различные формы записи (разностное отношение, приращения). Пример несуществования производной функции в точке (10 примеров). Пример вычисления по определению производной (10 примеров). Геометрический и механический смысл производной. Определение бесконечной производной. Пример. Определение односторонних производных функций в точке. Пример. Теорема о необходимом и достаточном условии существования конечной производной. Бесконечно малые функции. Определение дифференцируемой функции в точке. Критерий дифференцируемости. Геометрический смысл условия дифференцируемости, уравнения касательной к графику функции в данной точке. Непрерывность функции. Дифференциал функции в точке. Геометрический и механический смысл дифференциала. Дифференциал как источник приближенных вычислений. Понятие производной функции и операции дифференцирования. Пример непрерывной функции, не дифференцируемой ни в одной точке области определения. Теоремы о связи арифметических операций и дифференцирования, доказательство одной из теорем. Таблица производных. Согласование операции дифференцирования с операцией обращения функции. Теорема о нахождении производной</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>

	<p>обратной функции. Пример. Геометрическая иллюстрация основной формулы. Производные обратных тригонометрических функций. Цепное правило дифференцирования. Дифференцирование степенно-показательных и неявно заданных функций. Параметрическое дифференцирование. Индуктивное определение производных высших порядков, обозначение, бесконечно дифференцируемые функции, примеры.</p>	
14	<p>Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Формулы производных высших порядков основных элементарных функций, нахождение коэффициентов многочлена. Доказательство формулы Лейбница. Индуктивное определение дифференциалов высших порядков. Формула для высших дифференциалов. Формула Лейбница в дифференциалах. Инвариантность формы дифференциала первого порядка, пример. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Пример.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>
15	<p>Основные теоремы дифференциального исчисления.</p> <p>Теоремы Ферма и Ролля. Геометрическая иллюстрация. Теорема Лагранжа. Геометрическая иллюстрация. Разрывы производной функции. Теорема Коши. Правило Лопитала и его применение в анализе. Формулировка правила Лопитала для различных ситуаций. Пример нахождения предела функции с использованием правила Лопитала. Задачи, приводящие к формуле Тейлора. Задача о коэффициентах многочлена и задача об аппроксимации функции многочленами. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Многочлен Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Построение многочлена Тейлора для элементарной функции.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>
16	<p>Исследование функций с помощью производных.</p> <p>Дифференциальная характеристика монотонности функции. Доказательство критерия монотонного неубывания (невозрастания) дифференцируемой функции. Строгая монотонность и дифференцируемость. Локальные и глобальные экстремумы функции. Критические точки. Три достаточных условия существования экстремума. Задача о наибольшем и наименьшем значениях функции и глобальный экстремум. Связь его с локальным экстремумом. Схема исследования функции для нахождения глобального экстремума. Нахождение знака первой производной в критических интервалах. Нахождение глобальных экстремумов функции. Задача о равновесии линейного стержня. Неравенство Гельдера. Выпуклость и вогнутость функции. Дифференциальная характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Теорема о</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>

	дифференциальной характеристики выпуклости (вогнутости). Геометрическая характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Промежутки выпуклости и вогнутости. Точки перегиба функции. Асимптоты функции. Схема исследования и построения графика функции. Определение и примеры горизонтальных, вертикальных и наклонных асимптот функций. Построение графиков элементарных функций.	
17	Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования. Задачи, приводящие к понятию первообразной функции. Формула общего вида семейства первообразных функций. Первообразная функция и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Методы неопределенного интегрирования. Задача выражения первообразной в конечном виде. Построение метода интегрирования по частям как обращения операции дифференцирования произведения и то же самое для метода замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Простейшие дроби. Метод вычеркивания и неопределенных коэффициентов. Алгоритм интегрирования рациональной дроби. Интегрирование дроби третьего типа. Методы нахождения неопределенных коэффициентов на примерах. Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Выражение первообразной для рациональных функций в конечном виде. Метод рационализации подинтегрального выражения, примеры. Дробно-линейная иррациональность, подстановки Эйлера на примерах. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
18	Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства разбиений отрезка. Интегральные суммы. Определенный интеграл Римана. Определение интеграла на языке (ε, δ) и направленного множества разбиений отрезка. Функция Дирихле. Теорема об ограниченности интегрируемой по Риману функции. Теорема существования интеграла. Классы интегрируемых по Риману функций. Доказательство существования одного из классов интегрируемых по Риману функций. Колебание функции на множестве и теорема существования интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Нижний и верхний интегралы Дарбу. Эквивалентное определение интеграла Римана. Свойства суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для интеграла. Формулировка всех свойств. Интеграл с переменным верхним пределом. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

	Лейбница. Методы определенного интегрирования.	
19	Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Квадрируемость фигуры и ее площадь. Площадь криволинейной Площадь в декартовых, полярных и параметрических координатах. Кубируемость тела и его объем. Теорема существования объема. Примеры кубируемых тел. Объем прямого цилиндра. Объем тела вращения. Формула объема по квадрируемым сечениям. Спрямляемость дуги и ее длина. Длина кривой в декартовых, полярных и параметрических координатах. Площадь поверхности вращения в декартовых и параметрических координатах. Формула в параметрических координатах. Статические моменты и центр тяжести кривой и плоской фигуры. Первая и вторая теоремы Гульдина. Формулы для нахождения центров тяжести кривой. Общая схема применения определенного интеграла. Несобственные интегралы I и II рода. Признаки сходимости. Определение и примеры, сходимость и расходимость интегралов от неограниченных функций и по неограниченному промежутку.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

6.2. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

6.3. Примерная тематика рефератов

Рефераты не предусмотрены

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине

Наименование темы дисциплины	Средства текущего контроля	Перечень компетенций (указать шифр)
"Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции. Задание множеств. Реализация операций над множествами. Применение аксиом сложения, умножения, порядка, связи, аксиома непрерывности Дедекинда. Теоремы существования разности и частного, основные следствия из аксиом. Метод математической индукции.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Модуль действительного числа	Домашняя работа: решение	УК-1.1

Системы счисления. Классы действительных чисел. Реализация операций над числами с модулями. Применение теоремы Архимеда и следствий из нее. Выполнение операций с действительными числами в различных системах счисления. Операции с рациональными, алгебраическими и трансцендентными числами. Бином Ньютона и неравенство Бернулли.	задач.	УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Определение длины отрезка на прямой l . Соизмеримые отрезки. Построение отрезка, соизмеримого с данным. Установление взаимнооднозначного соответствия между \mathbb{R} и точками l . Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой. Система вложенных промежутков. Теорема Кантора.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (грани) множества. Понятие окрестности точки на числовой прямой (собственной и несобственной). Отделимость окрестностей. Понятие предельной точки, внутренней точки. Понятие открытого множества, замкнутого множества. Понятие верхней и нижней границы (грани) множества. Замкнутость множества верхних и нижних границ множества. Теорема существования граней. Характеристическое свойство граней. Теорема существования корня.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Функции и их свойства. Понятие функции. Система	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4

обозначений. Типы отображений (инъекция, сюръекция, биекция), примеры. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический, словесный). Понятие композиции функций. Ассоциативный закон композиции. Контрпример для коммутативного закона. Понятие обратной функции.		УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости. Понятие основной элементарной функции. Элементарные функции, типы (монотонные, периодические, ограниченные, четные, нечетные). Классификация элементарных функций: многочлены, рациональные функции, иррациональные, неявные алгебраические, трансцендентные. Понятие декартовой, полярной и параметрической системы координат на плоскости. Метод продолжения. Построение графиков основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических, обратных тригонометрических. Построение графиков элементарных функций в декартовой, полярной системах координат, в параметрических координатах.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Последовательность. Способы задания, некоторые приемы конструирования последовательностей. Понятие последовательности. Способы задания: аналитический, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, рекуррентный способ задания, числа Фибоначчи. Некоторые приемы конструирования последовательностей: непрерывные дроби, арифметические операции, числовые ряды, десятичные дроби. Предел	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

<p>последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности, примеры. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой последовательности. Теоремы о бесконечно малых последовательностях. Понятие суммы числового ряда. Расходимость гармонического ряда.</p>		
<p>Теоремы о пределе последовательности. Единственность предела последовательности. Переход к пределу в неравенствах, арифметические операции над пределами. Теорема о единственности предела. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Сумма бесконечного числа членов убывающей геометрической прогрессии. Раскрытие неопределенностей. Понятие ограниченной последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности, понятие монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число е.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест</p>	<p>УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2</p>
<p>Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности. Понятие подпоследовательности как сужение функции натурального аргумента. Примеры. Подпоследовательность как композиция функций. Теоремы о подпоследовательностях сходящейся последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Метод Больцано. Понятие частичного предела последовательности. Теорема о частичных пределах сходящейся последовательности. Понятие верхнего и нижнего предела последовательности. Примеры. Необходимое и достаточное</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест</p>	<p>УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2</p>

условие существования предела.		
Предел функции. Замечательные пределы. Предельная точка и сходящиеся последовательности. Понятие проколотой окрестности. Определение предела функции в точке на языке окрестностей. Запись различных вариантов (ε, δ) -определений. Нахождение δ по ε . Односторонние пределы. Предел функции на языке последовательностей. Понятие односторонних пределов функции в точке. Предел функции на языке окрестностей. Эквивалентность определения предела функции на языке окрестностей и последовательностей. Достаточное условие несуществования предела функции. Теоремы о пределе функции (о единственности предела, о промежуточной переменной). Замечательные пределы. Метод "от противного". Теоремы о пределе суммы, произведения и частного функций.	Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Непрерывность функции в точке и на множестве. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность двух элементарных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Теоремы об арифметических операциях над непрерывными функциями. Теоремы о непрерывности суммы, произведения и частного. Разрывные функции. Разрывы 1 и 2 рода.	Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Теоремы о непрерывных функциях. Теоремы Больцано-Коши. Метод Больцано. Логический анализ теоремы. Теоремы Вейерштрасса. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора.	Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4

		ОПК-5.2
Производная и дифференциал функции в точке. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, различные формы записи (разностное отношение, приращения). Пример несуществования производной функции в точке (10 примеров). Пример вычисления по определению производной (10 примеров). Геометрический и механический смысл производной. Определение бесконечной производной. Пример. Определение односторонних производных функций в точке. Пример. Теорема о необходимом и достаточном условии существования конечной производной. Бесконечно малые функции. Определение дифференцируемой функции в точке. Критерий дифференцируемости. Геометрический смысл условия дифференцируемости, уравнения касательной к графику функции в данной точке. Непрерывность функции. Дифференциал функции в точке. Геометрический и механический смысл дифференциала. Дифференциал как источник приближенных вычислений. Понятие производной функции и операции дифференцирования. Пример непрерывной функции, не дифференцируемой ни в одной точке области определения. Теоремы о связи арифметических операций и дифференцирования, доказательство одной из теорем. Таблица производных. Согласование операции дифференцирования с операцией обращения функции. Теорема о нахождении производной обратной функции. Пример. Геометрическая иллюстрация основной формулы. Производные обратных тригонометрических функций. Цепное правило дифференцирования.	Домашняя работа: решение задач. Доклад Контрольная работа Тест	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

Дифференцирование степенно-показательных и неявно заданных функций. Параметрическое дифференцирование. Индуктивное определение производных высших порядков, обозначение, бесконечно дифференцируемые функции, примеры.		
Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы производных высших порядков основных элементарных функций, нахождение коэффициентов многочлена. Доказательство формулы Лейбница. Индуктивное определение дифференциалов высших порядков. Формула для высших дифференциалов. Формула Лейбница в дифференциалах. Инвариантность формы дифференциала первого порядка, пример. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Пример.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ферма и Ролля. Геометрическая иллюстрация. Теорема Лагранжа. Геометрическая иллюстрация. Разрывы производной функции. Теорема Коши. Правило Лопитала и его применение в анализе. Формулировка правила Лопитала для различных ситуаций. Пример нахождения предела функции с использованием правила Лопитала. Задачи, приводящие к формуле Тейлора. Задача о коэффициентах многочлена и задача об аппроксимации функции многочленами. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Многочлен Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Построение многочлена Тейлора для элементарной функции.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Исследование функций с помощью производных. Дифференциальная характеристика монотонности функции. Доказательство	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2

<p>критерия монотонного неубывания (невозрастания) дифференцируемой функции. Строгая монотонность и дифференцируемость. Локальные и глобальные экстремумы функции. Критические точки. Три достаточных условия существования экстремума. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции и глобальный экстремум. Связь его с локальным экстремумом. Схема исследования функции для нахождения глобального экстремума. Нахождение знака первой производной в критических интервалах. Нахождение глобальных экстремумов функции. Задача о равновесии линейного стержня. Неравенство Гельдера. Выпуклость и вогнутость функции. Дифференциальная характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Теорема о дифференциальной характеристики выпуклости (вогнутости). Геометрическая характеристика выпуклости (вогнутости) функции. Промежутки выпуклости и вогнутости. Точки перегиба функции. Асимптоты функции. Схема исследования и построения графика функции. Определение и примеры горизонтальных, вертикальных и наклонных асимптот функции. Построение графиков элементарных функций.</p>	Контрольная работа	ОПК-5.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
Задачи, приводящие к понятию первообразной функции. Формула общего вида семейства первообразных функций. Первообразная функция и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Методы неопределенного интегрирования. Задача выражения первообразной в конечном виде. Построение метода интегрирования по частям как обращения операции дифференцирования произведения	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

<p>и то же самое для метода замены переменной. Интегрирование рациональных функций. Простейшие дроби. Метод вычеркивания и неопределенных коэффициентов. Алгоритм интегрирования рациональной дроби. Интегрирование дроби третьего типа. Методы нахождения неопределенных коэффициентов на примерах. Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Выражение первообразной для рациональных функций в конечном виде. Метод рационализации подинтегрального выражения, примеры. Дробно-линейная иррациональность, подстановки Эйлера на примерах. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.</p>		
<p>Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.</p> <p>Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства разбиений отрезка. Интегральные суммы. Определенный интеграл Римана. Определение интеграла на языке (ε, δ) и направленного множества разбиений отрезка. Функция Дирихле. Теорема об ограниченности интегрируемой по Риману функции. Теорема существования интеграла. Классы интегрируемых по Риману функций. Доказательство существования одного из классов интегрируемых по Риману функций. Колебание функции на множестве и теорема существования интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Нижний и верхний интегралы Дарбу. Эквивалентное определение интеграла Римана. Свойства суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем для интеграла. Формулировка всех свойств. Интеграл с переменным верхним пределом. Основная теорема</p>	<p>Домашняя работа: решение задач.</p> <p>Доклад</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p>	<p>УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6</p> <p>УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2</p> <p>УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6</p> <p>УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2</p>

интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Методы определенного интегрирования.		
Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Квадрируемость фигуры и ее площадь. Площадь криволинейной Площадь в декартовых, полярных и параметрических координатах. Кубирируемость тела и его объем. Теорема существования объема. Примеры кубирируемых тел. Объем прямого цилиндра. Объем тела вращения. Формула объема по квадрируемым сечениям. Спрямляемость дуги и ее длина. Длина кривой в декартовых, полярных и параметрических координатах. Площадь поверхности вращения в декартовых и параметрических координатах. Формула в параметрических координатах. Статические моменты и центр тяжести кривой и плоской фигуры. Первая и вторая теоремы Гульдина. Формулы для нахождения центров тяжести кривой. Общая схема применения определенного интеграла. Несобственные интегралы I и II рода. Признаки сходимости. Определение и примеры, сходимость и расходимость интегралов от неограниченных функций и по неограниченному промежутку.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

Текущий контроль осуществляется на основе рейтинговой технологии оценивания. Обучающиеся в процессе изучения дисциплины набирают рейтинговые баллы и в рамках аттестационной недели получают отметки в соответствии с набранными баллами.

Критерии оценки видов работ

Рейтинговая суммарная оценка за семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение лекционных занятий и отсутствие на занятии – 0 баллов, посещение практических занятий – 0,5 баллов;
- характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 14 баллов за семестр);

Оценки за контрольные работы, проводимые в течение семестра: 2 контрольные работы, содержащие по 5 задач; каждая задача оценивается по 3-балльной шкале:

0 – задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки;

1 – задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки;
2 – задача решена верно.

- выполнение домашних заданий (за работу по каждой теме):

0 – выполнено менее 70% заданий;

1 – выполнено от 70 до 90% заданий;

2 – выполнено более 90% заданий;

- подготовка доклада (оценивается от 0 до 11 баллов);

- выполнение теста (оценивается от 0 до 10 баллов).

К зачету (зачету с оценкой) допускаются студенты, набравшие 60 (50) и более баллов.

Рейтинг план на 1 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	10,5
	Итого	1	10,5
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	"Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции.	0,5	1
	Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел.	0,5	1
	Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой	0,5	1
	Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (границы) множества	0,5	1
	Функции и их свойства	0,5	1
	Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости	0,5	1
	Последовательность, способы задания. Предел последовательности	0,5	1
	Теоремы о пределе последовательности	0,5	1
	Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности	0,5	1

	Предел функции. Замечательные пределы	0,5	1
	Непрерывность функции в точке и на множестве	0,5	1
	Теоремы о непрерывных функциях	0,5	1
	Итого	6	12
Домашняя работа: решение задач	Все темы	1	24
Доклад	Все темы	1	11
Контрольная работа	Множества. Функции.	2	10
	Пределы числовых последовательностей и функций	2	10
Тест	Все темы	1	10
Всего в семестре		14	87,5
Промежуточная аттестация		1	5
ИТОГО		15	92,5
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 60 баллов			

Рейтинг план на 2 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	8
	Итого	1	8
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Производная и дифференциал функции в точке	0,5	1
	Производные и дифференциалы высших порядков	0,5	1
	Основные теоремы дифференциального исчисления	0,5	1
	Исследование функций с помощью производных	0,5	1
	Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования.	1	2
	Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	0,5	1
	Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.	0,5	1
	Итого	4	8
Домашняя работа: решение	Все темы	1	16

задач			
Доклад	Все темы	1	11
Контрольная работа	Дифференцирование функций	2	10
	Интегрирование функций	2	10
Тест	Все темы	1	10
Всего в семестре		12	73
Промежуточная аттестация		1	5
ИТОГО		13	78
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 50 баллов			

Примеры заданий для практических занятий

1. Вычислить пределы функций.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{5x^4 - 3x - 2};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x - 8};$

в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{4x^2};$

д) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x};$

е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x - 3}{10x + 1} \right)^{5x}.$

2. Данна функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x .

Требуется.

- 1) Найти значение функции при стремлении аргумента к каждому из данных значений x ;
- 2) Определить, является ли функция непрерывной или разрывной при данных значениях x ;
- 3) Сделать схематический чертеж в окрестности точек x_1 и x_2 .

$y = e^{\frac{1}{x-2}}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 1$.

3. Для кусочно-заданной функции $y = f(x)$.

Требуется.

- 1) Найти точки разрыва функции, если они существуют;

- 2) Найти скачок функции в каждой точке разрыва;

- 3) Сделать схематический чертеж.

$$y = \begin{cases} \infty, & x = 1, \\ x - 3, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ \infty, & x = 2. \end{cases}$$

4. Найти производные функций:

$$1) \quad y = x^{10} - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{2},$$

$$2) \quad y = e^x \operatorname{tg} x,$$

$$3) \quad y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x} - 1},$$

$$4) \quad y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2},$$

$$5) \quad y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2},$$

$$6) \quad y = \ln(1-2x),$$

$$7) \quad y = \sin 2^x + 3^{\sin x},$$

$$8) \quad y = \frac{1}{x^2} \ln x,$$

$$9) \quad y = \operatorname{arctg} x \cdot \ln x,$$

$$10) \quad y = e^{-x^2},$$

$$11) \quad y = 10^{\operatorname{tg} x},$$

$$12) \quad y = \sin 3x \cos 5x.$$

5. Найти отношение дифференциалов функций $\frac{dy}{dx}$:

$$1) \quad e^{x-y} = \frac{x}{y},$$

$$2) \quad \sin xy = x^2 y,$$

$$3) \quad \begin{cases} x = 2t^3 + t, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

6. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x)$$

7. Найти дифференциал функции:

$$y = \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{x}$$

8. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = x^2 - 4x + 4$ в точке с абсциссой $x=2$.

9. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{x-3}{x^2+16}; [-5; 10]$$

10. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$$

11. Вычислить интегралы:

$$a) \int \left(x^2 - \sqrt[4]{x^3} + \frac{2}{x} - 3 \right) dx;$$

$$b) \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}};$$

$$b) \int \frac{x^2}{(1-4x^3)^2} dx;$$

$$c) \int \frac{x dx}{x^2 + 5};$$

$$d) \int \frac{\cos 3x}{1 + \sin 3x} dx;$$

$$e) \int e^{-2x^2} \cdot x dx;$$

$$j) \int a^{3x} dx;$$

$$k) \int (2 + \sin 2x) dx;$$

$$i) \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$$

$$l) \int 2^x \operatorname{tg} 2^x dx;$$

$$m) \int x e^x dx;$$

$$n) \int x \arcsin 5x dx;$$

$$o) \int \frac{x^2 + 2x - 2}{x^3 - 9x} dx;$$

$$p) \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 2x} dx;$$

п) $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x};$
 с) $\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}} dx;$
 т) $\int \cos 4x \cdot \cos 5x dx;$
 у) $\int \sin^3 x dx;$
 ф) $\int (e^x - 4)^3 dx.$

12. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^\infty e^{-x} dx;$
 б) $\int_0^1 \ln x dx.$

13. Вычислить:

- а) площадь фигуры, ограниченной линией $y = x^2 - 5$, осью Ox и осью Oy ($y < 0$);
 б) длину дуги кривой $y = \frac{1}{3}(x - 3)\sqrt{x}$ между точками пересечения её с Ox ;
 в) объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = 3x^2 + 1$ и прямой $y = 3x + 7$.

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Домашняя работа: решение задач

Домашняя работа выдается студентам после каждого практического занятия и подразумевает решение стандартных задач по материалам курса (на основе знания теории). Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к экзамену.

Примерные задания домашней работы: решение задач

1. Вычислить пределы функций.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{2x^3 + 10x^2 + 5x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 + x - 4};$

в) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 3}{2 - \sqrt[3]{x}};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{3x};$

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi^2 - x^2};$

е) $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 11)^{\frac{5x}{x-3}}.$

2. Данна функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x .

Требуется.

- 1) Найти значение функции при стремлении аргумента к каждому из данных значений x ;
- 2) Определить, является ли функция непрерывной или разрывной при данных значениях x ;
- 3) Сделать схематический чертеж в окрестности точек x_1 и x_2 .

$$y = \frac{x - 4}{x^2 + x - 20}, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = -5.$$

3. Для кусочно-заданной функции $y = f(x)$.

Требуется.

1) Найти точки разрыва функции, если они существуют;

2) Найти скачок функции в каждой точке разрыва;

3) Сделать схематический чертеж.

$$y = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x < 2, \\ \cos x, & x \geq 2. \end{cases}$$

4. Найти производные

$$1) \quad y = 7x^4 - \sqrt[7]{x^2} - \frac{1}{x^4} + \sqrt{7},$$

$$2) \quad y = e^x \operatorname{ctg} x,$$

$$3) \quad y = \frac{\sqrt[3]{x+7}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}},$$

$$4) \quad y = \cos x - \frac{1}{3} \sin 2x,$$

$$5) \quad y = \frac{x-1}{\ln x},$$

$$6) \quad y = x^2 e^x,$$

$$7) \quad y = \operatorname{tg}^2 6x - e^{\frac{1}{x}},$$

$$8) \quad y = \ln \frac{\sin x}{\cos 2x},$$

$$9) \quad y = x \arcsin \frac{2x-1}{5},$$

$$10) \quad y = (e^{-\sqrt{x}} + 1)(1 + e^{2x}),$$

$$11) \quad y = \frac{1}{\operatorname{arcctg} e^x},$$

$$12) \quad y = 3x^3 \arcsin x + (x^2 + 2)\sqrt{x}.$$

5. Найти $\frac{dy}{dx}$:

$$1) \quad x^2 y = \arcsin yx,$$

$$2) \quad e^{x+y} = xy,$$

$$3) \quad \begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$

6. Найти $\frac{d^2y}{dx^2}$:

$$y = x^2 a^x$$

7. Найти дифференциал функции:

$$y = \arcsin 2^{x^2}$$

8. Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = x^2 + 4x$ в точке с абсциссой $x = -2$.

9. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{x+3}{x^2+7}; \quad [-3; 7]$$

10. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x-1}{x^2 - 2x}$$

11. Вычислить интегралы:

- а) $\int \left(1 - 2\sqrt[3]{x} + \frac{7}{x^4}\right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x}}$; в) $\int \frac{x dx}{(3+x^2)^3}$;
 г) $\int \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx$; д) $\int \frac{x^2}{1+4x^3} dx$; е) $\int \frac{e^x}{1-2e^x} dx$;
 ж) $\int e^{-x^3} x^2 dx$; з) $\int \sin 2x dx$; и) $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$;
 к) $\int \frac{x dx}{\sin x^2}$; л) $\int \frac{dx}{5+4x^2}$; м) $\int (x+2)\cos 5x dx$;
 н) $\int \arcsin 4x dx$; о) $\int \frac{x-3}{x^3+8} dx$; п) $\int \frac{x^3-2}{x^3+2x^2+x} dx$;

 р) $\int \frac{dx}{2+\sin x}$; с) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} dx$; т) $\int \sin x \cdot \cos 3x dx$;

 у) $\int \cos^4 x dx$; ф) $\int \frac{dx}{\sqrt{2+e^x}}$.

12. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 11}$.

13. Вычислить:

- а) площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 - 4$ и прямыми $y = 0$, $x = -1$ ($x \geq -1$);
 б) длину одной арки циклоиды: $\begin{cases} x = 2\alpha - \sin \alpha \\ y = 2\alpha - \cos \alpha \end{cases}$;
 в) объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = \frac{1}{4}x^2$, прямой $x = 4$ и осью Ox .

Критерии оценивания домашней работы

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	1 балл
Решено правильно более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	2

Доклад

На практических занятиях предусмотрено выступления студентов с устным докладом (5-7 минут) по заранее выбранной тематике.

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;

- допускает обоснованную субъективную позицию;

- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад не только передаёт научную и учебную информацию, но и нацелен на

получение обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения аудиторией. Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Примерные темы докладов

1. Функции одной переменной. Определение и способы задания функции. Элементарные функции и их графики. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах и их применение.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Понятие производной и ее механический и геометрический смысл. Правила дифференцирования функций и производные элементарных функций. Возрастание и убывание функции. Максимум и минимум. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции и построение графика.
3. Интегральное исчисление функций одной переменной. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.
4. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла.
8. Математические модели и методы в решении социологических задач.
9. Математические основы некоторых социологических задач и способов их решения.
10. Формирование элементов реалистического отношения обучаемых к математике и её использованию в познавательной деятельности социологических проблем.
11. Уровневая дифференциация при осуществлении культурообразного обучения математике и ее применению (на примере формирования некоторых личностных качеств обучаемых при изучении отдельных тем социологических математики).
12. Математика природных объектов. Математика в живописи и архитектуре.
13. Формирование способности учащихся основной школы создавать собственные образовательные продукты при обучении социологии (формирование опыта творческой математической деятельности при решении некоторых социологических задач).
14. Развитие понятия производной: от Ньютона и Лейбница до современных моделей производной. Применение производной в социологии.
15. Интегральное исчисление в его историческом развитии и в применении к решению задач социологии.
16. Логическая и содержательно-смысловая структура учебного материала.
17. Роль и специфика учебного математического материала (структура, наполнение, описание групп учебных элементов и др.) в условиях личностно ориентированного и мировоззренчески направленного обучения математике в вузе.
18. Фрактальные структуры в природе и законах функционирования общественных институтов.
19. Применение золотой пропорции для описания различных объектов живой и неживой природы.
20. Применение численных методов к исследованию числовых последовательностей.
21. Применение численных методов к решению алгебраических уравнений.
22. Применение численных методов к нахождению значения определенного интеграла.

Критерии оценивания доклада

Критерий	Балл	
Структурированность доклада, которая обеспечивает понимание его содержания	не структурирован	0
	структурирован	1
Культура выступления	чтение с листа	0
	рассказ с обращением к	1

	тексту	
	рассказ без обращение к тексту	2
Владение специальной терминологией, использованной в докладе	не владеет	0
	иногда был не точен, ошибался	1
	владеет свободно	2
Раскрытие темы	тема не раскрыта	0
	тема раскрыта частично	1
	тема раскрыта полностью	2
Соответствие содержания теме доклада	не соответствует	0
	соответствует частично	1
	соответствует полностью	2
Качество ответов на вопросы	не может ответить на вопросы	0
	не может ответить на некоторые вопросы	1
	Аргументировано отвечает на все вопросы	2
Максимальный балл		11

Контрольная работа

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Контрольная работа состоит из 5 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к зачету (зачету с оценкой).

Примерный вариант контрольной работы

Разделы: Множества. Функции.

Вариант 1

Задание 1. Упростить выражение $\frac{x^4 + 2x^2 - 3x + 1}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} + 2(\sqrt[6]{27x^3} - \frac{1}{2})$.

Задание 2. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+4}{2x-3} < 0$.

Задание 3. Построить график функции $y = 0.5 \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}$.

Задание 4. Решить неравенство. Изобразить решение на числовой прямой:
 $|3x - 4| + x > |2 - x|$.

Задание 5. Построить график функции и провести анализ свойств: $y = \frac{1}{(x - 1)^2 + 4}$.

Раздел: Пределы числовых последовательностей и функций

Вариант 1

Задание 1. Найти предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}$$

Задание 2. Построить график функции с помощью элементарных преобразований

$$y = \frac{2x}{1 + x^2}$$

Задание 3. Построить график функции умножением графиков

$$y = x^2 \sin 2x$$

Задание 4. Вычислить значение выражения, применяя первый замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$$

Задание 5. Найти значение выражения, воспользовавшись вторым замечательным пределом

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 3x + 5} \right)^{x^2}$$

Раздел: Дифференцирование функций

Вариант 1

Задание 1. Необходимо вывести производные функций $y = 2x^2 + 6x - 5$ и $y = 3\sin x$.

Задание 2. Необходимо вывести формулы производных суммы и произведения двух функций.

Задание 3. Найти производные функций: $y = \frac{2}{5}x + \sqrt[7]{x} + \sqrt[4]{x}$, $y = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$.

Задание 4. Найти производные функций: $y = \frac{\sin t}{1 + \cos t}$, $y = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$.

Задание 5. Найти производные функций: $y = \sqrt{1 + x^2} e^x$, $y = \frac{x^3}{4^x}$.

Раздел: Интегрирование функций

Вариант 1

Задание 1. Необходимо найти неопределенный интеграл:

$$\int (\sqrt{x} + 1) dx - \int (\sqrt{x} + 1) dx$$

Задание 2. Необходимо найти неопределенные интегралы:

$$\int \sin \frac{1}{x} \frac{dx}{x^2} \quad \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{\ln x}}$$

Задание 3. Необходимо найти неопределенные интегралы:

$$\int \left(\frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx \quad \int (x^2 + 3 - 5x) e^{-2x} dx$$

Задание 4. Необходимо вычислить определенные интегралы:

$$\int_1^2 \frac{e^{tx}}{\cos^2 x} dx \quad \int_3^4 \sin \frac{1}{x} \frac{dx}{x^2} \quad \int_1^2 \frac{\ln x dx}{x^5}$$

Задание 5. Необходимо вычислить определенные интегралы:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\sin^2 x} \quad \int_0^2 \sqrt{1 + x^2} e^x dx$$

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Тест

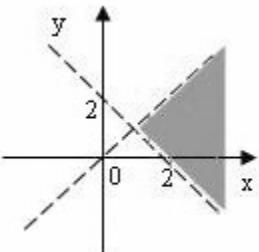
Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Он реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

Примеры вопросов тестового задания (I семестр)

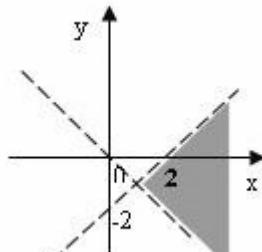
1. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 5}$

А) $(-\infty; \infty)$; Б) $(-\infty; \sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; \infty)$; В) $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$; Г) $(-\infty; -5] \cup [5; \infty)$.

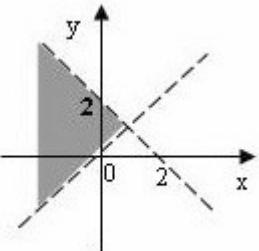
2. На каком из рисунков изображена область определения функции $z = \frac{\ln(2-x+y)}{\sqrt{x+y}}$?



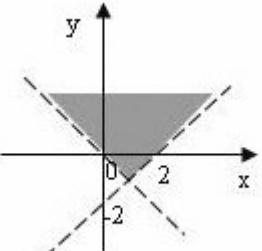
А)



Б)



В)



Г)

3. Какое из множеств определяет множество $A \cap B$, если $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ и $B = \{2, 4, 8, 9\}$?

А) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$; Б) $\{2, 4, 8, 9\}$; В) $\{2, 4, 8\}$; Г) $\{2, 4, 6, 8\}$

4. Какое из множеств определяет множество $A \cup B$, если $A = \{1, 3, 5, 7\}$ и $B = \{5, 6, 7\}$?

А) $\{1, 3, 5, 7\}$; Б) $\{1, 3, 5, 6, 7\}$; В) $\{5, 6, 7\}$; Г) $\{5, 7\}$

5. Найдите предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 6n^2 - 8n}{7n^2 - 3n + 2}$

А) $\frac{4}{7}$; Б) $\frac{8}{3}$; В) $\frac{6}{7}$; Г) 2.

6. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{x+10} - 3}$

А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{2}{3}$; В) $\frac{3}{2}$; Г) $-\frac{3}{2}$.

7. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 5x}$

A) $\frac{3}{5}$; Б) $-\frac{3}{5}$; В) $-\frac{1}{5}$; Г) $\frac{1}{5}$.

8. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x}\right)^{2x}$

A) $e^{\frac{3}{8}}$; Б) $e^{\frac{4}{3}}$; В) $e^{\frac{2}{3}}$; Г) $e^{\frac{8}{3}}$.

9. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^x$

A) $-\frac{1}{e^7}$; Б) $\frac{1}{e^7}$; В) e^7 ; Г) $-e^7$.

10. Найдите предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 + 7}{x^2 + 1}$

A) 0; Б) 5; В) ∞ ; Г) 6.

Примеры вопросов тестового задания (II семестр)

1. Найдите производную функции $y = (3e^x + x) \cdot \cos x$

A) $-(3e^x + 1) \cdot \sin x$; Б) $(3e^x + 1) \cdot \cos x - (3e^x + x) \cdot \sin x$;
 В) $(3e^x + 1) \cdot \sin x + (3e^x + x) \cdot \cos x$; Г) $(3e^{x-1} + 1) \cdot \cos x - (3e^x + x) \cdot \sin x$.

2. Найдите производную функции $y = \cos(5x^4 + 2)$

A) $-\sin 20x^3$; Б) $-\sin(5x^4 + 2)$; В) $20x^3 \sin(5x^4 + 2)$; Г) $-20x^3 \sin(5x^4 + 2)$.

3. Вычислите предел функции по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3x + 2}$

A) 0; Б) 2; В) 4; Г) 1.

4. Найдите точку максимума функции $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

A) (0,5; 0,4); Б) (-0,5; -0,4); В) (1; 0,5); Г) (-2; -0,4).

5. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 9x^2 - 5$ на отрезке $[0; 3]$

A) -35; Б) -113; В) -59; Г) -5.

6. Найдите точку перегиба функции $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 15x + 10$

A) (2; -4); Б) (2; 4); В) (-2; -4); Г) (-2; 4).

7. Найдите неопределенный интеграл $\int x \cdot e^{x^2} dx$

A) $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$; Б) $2e^{x^2} + C$; В) $\frac{1}{2} x \cdot e^x + C$; Г) $2x \cdot e^{x^2} + C$.

8. Найдите неопределенный интеграл $\int \frac{\ln x}{x} dx$:

A) $-\frac{1}{2} \ln^2 x + C$; Б) $\frac{1}{2} \ln^2 x + C$; В) $-\frac{1}{2} \ln x + C$; Г) $\frac{1}{2} \ln x + C$.

9. Найдите определенный интеграл $\int_4^{\frac{\pi}{3}} 4 \sin^3 x \cdot \cos x dx$

- A) $\frac{5}{6}$; Б) $\frac{6}{15}$; В) $\frac{5}{16}$; Г) $\frac{1}{16}$.

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x + 3$ и $y = x^2 + 1$

- A) $\frac{2}{9}$; Б) $\frac{9}{2}$; В) 9; Г) 0.

Критерии оценивания теста

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	7 балл
Решено правильно более 90% заданий	10 балла
Максимальный балл	10

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине:

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине в конце I (II) семестров является зачет (зачет с оценкой).

Зачет (зачет с оценкой) является итогом учебной деятельности студента в течение каждого из семестров семестра.

Допуск к зачету (зачету с оценкой) предполагает:

- 1) суммарный балл должен быть не менее 60 (50) баллов за I (II) семестры;
- 2) две контрольные работы за каждый семестр должны быть оценены не ниже 6 баллов за каждую.

7.2.2 Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квантиативная
высокий	Использует системный подход в решении задачи, подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ее решения. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами, планирует свои действия объективному анализу полученных результатов	91-100% 84-92,5 баллов (71-78 баллов)	отлично (зачтено)
повышенный	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие,	76-90% 70-83 баллов	хорошо (зачтено)

	осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки, проводит объективный анализ полученных результатов.	(60-70 баллов)	
базовый	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	61-75% 56-69 баллов (48-59 баллов)	удовлетворительно (зачтено)
низкий	Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	60 и ниже % 55 баллов и ниже (47 баллов и ниже)	неудовлетворительно (не зачтено)

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

7.2.3 Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций УК	
Ответ на зачете (зачете с оценкой)	
УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	
УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи.	
УК-1.6. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	
ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	
ОПК-5.2. Планирует свои действия по контролю и оценке формирования результатов образования обучающихся и объективному анализу полученных результатов	

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Наименование оценочного средства

1. Ответ на зачете (зачете с оценкой).

В каждый билет включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

1. "Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции.
2. Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел.
3. Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями.
4. Классификация промежутков на числовой прямой.
5. Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (границы) множества.
6. Функции и их свойства.
7. Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости.
8. Понятие о числовых последовательностях. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности.
9. Предел последовательности. Арифметические свойства пределов. Ограниченность последовательности, имеющей предел.
10. Бесконечно малые последовательности. Бесконечно большие последовательности.
11. Последовательность, способы задания. Предел последовательности.
12. Теоремы о пределе последовательности.
13. Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности.
14. Предел функции. Замечательные пределы.
15. Применение численных методов к исследованию числовых последовательностей.
16. Непрерывность функции в точке и на множестве.
17. Теоремы о непрерывных функциях.
18. Способы задания функции действительного аргумента. Функция как отображение одного множества в другое. График числовой функции.
19. Элементарные функции и их графики. Обратная функция. Сложная функция.
20. Понятие о пределе функции. Арифметические свойства пределов функций. Ограниченность функции, имеющей предел.
21. Снятие неопределенностей при вычислении пределов функций. Непрерывные функции.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Понятие о производной функции. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
2. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная суммы, разности, произведения, частного. Производные элементарных функций.
3. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Возрастание и убывание функции. Точки экстремума функции (локального максимума и минимума).
6. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба функции. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты.
7. Схема исследования функции и построения графика функции.
8. Применение численных методов к решению уравнений.
9. Дифференциал функции и его свойства. Свойства дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем.
10. Первообразная: определение, примеры. Теорема об общем виде всех первообразных данной функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Первообразные сложных функций.
11. Интегрирование по частям. Замена переменной в неопределенном интеграле.
12. Методы интегрирования некоторых классов элементарных функций: правильные и неправильные дроби, иррациональные функции, тригонометрические функции.

13. Определенный интеграл функции на отрезке как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Приложения определенного интеграла.
14. Применение численных методов к нахождению значения определенного интеграла.

Критерии оценивания

Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)	Балл
Использует системный подход при ответе на вопрос.	1
Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ответа на вопрос, решения поставленной задачи.	1
Моделирует процесс решения поставленной задачи.	1
Проводит критическую оценку вариантов действий в процессе ответа на вопрос, решения задачи	1
Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	1
Максимальный балл	5

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

a) основная литература

1. Кудрявцев Л.Д., Краткий курс математического анализа. В 2 т., М, Физматлит, 2008, 400 с.
2. Фихтенгольц Г.М., Основы математического анализа. Ч.1., СПб, Лань, 2002, 356 с. .
3. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.В. Власов [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. – 376 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>. – ЭБС «IPRbooks».

b) дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М., Основы математического анализа. Ч. 2, СПб, Лань, 2002, 250 с.
- Тыртышников Е.Е., Методы численного анализа, М, Академия, 2007, 320 с.
2. Богун В.В., Лабораторный практикум по исследованию функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ, Ярославль, Канцлер, 2014, 84 с.
3. Буракова Г.Ю., Соловьев А.Ф., Смирнов Е.И., Дидактический модуль по математическому анализу: теория и практика, Ярославль, ЯГПУ, 2002, 230 с.

c) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- ЭПС «Система Гарант-Максимум»;
- ЭПС «Консультант Плюс»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – Доклады, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)

10. Методические указания для преподавателя и обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- практикоориентированность, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;
- субъектоориентированность, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;
- преемственность, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплин «Математический анализ», «Элементарная математика с точки зрения высшей» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает 12 (7) тем, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Введение в математический анализ» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по математике должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция по дисциплине «Введение в математический анализ» должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по дисциплине «Введение в математический анализ», где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса по дисциплине «Введение в математический анализ» позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ в рамках каждого из двух семестров.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теорией и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов, домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

Методические указания для обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Введение в математический анализ».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и экзамену по дисциплине «Введение в математический анализ».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
 - подготовка к практическим занятиям;
 - подготовка к докладу;
 - подготовка к контрольным работам;
 - подготовка к тесту;
 - подготовка к зачету (зачету с оценкой).

Работа с лекционным материалом

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

Выполнение домашнего задания к занятию

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

Подготовка к докладу

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Виды докладов:

- 1) доклад – учебное выступление на заданную тему;
- 2) доклад-отчёт о результатах проделанной работы (в том числе доклад на предзащите и защите курсовой работы и дипломного исследования).

Доклад имеет следующие признаки:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Требования к подбору и использованию докладов:

1. Подобранный материал должен соответствовать заявленной теме доклада.
2. Используемый материал должен соответствовать уровню знаний и умений обучающихся, а также реализовывать определенную учебную задачу.
3. Теоретический материал должен подбираться с учетом требований и особенностей учебной дисциплины, в рамках которой он используется.
4. Доклад должен строиться в соответствии с определенной композицией: введение; основная часть, включающая тезисы, доказательства и примеры; вывод.
5. Устное выступление должно соответствовать принятому при научном общении формату: заявка темы и проблемы выступления, подведение итогов.

Общие этапы подготовки к докладу на практическом занятии:

При подготовке докладов студенты должны самостоятельно определить основную идею доклада, выбрать его структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры, уметь ответить на вопросы аудитории и преподавателя.

Самостоятельную работу над темой доклада следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, презентации нужно отобрать не менее 10 наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В

соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них – обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме. Продолжительность доклада не более 7 минут.

Подготовка к тесту

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам. Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Подготовка к зачету (зачету с оценкой)

Для успешной сдачи зачета (зачета с оценкой) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета (зачета с оценкой): студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до конца семестра.
3. 1-3 дня перед экзаменом необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также дочитать некоторые вопросы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины используется электронная образовательная среда ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Оборудованные аудитории – столы, стулья, доска, экран, телевизор.
2. Задания для работы студентов, обучающихся по индивидуальному графику.
3. Материалы для итогового и промежуточного контроля.
4. Раздаточный материал.
5. Компьютер, принтер, сканер, ксерокс, мультимедиа, интерактивная доска.

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении

13.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц для профиля **Информатика**.

Вид учебной работы	Всего часов	Триместры	
		III	IV
Контактная работа с преподавателем (всего)	32	16	16
В том числе:			
Лекции	12	6	6
Практические занятия (ПЗ)	20	10	10
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)	184	92	92
В том числе:			
Курсовая работа (проект)	-	-	-
Реферат	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:			
Проработка лекционного материала	92	46	46
Домашняя работа: решение задач	72	36	36
Контрольная работа	20	10	10
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	216	108	108
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	6	3	3

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц для профиля **Математика**.

Вид учебной работы	Всего часов	Триместры	
		III	IV
Контактная работа с преподавателем (всего)	28	14	14
В том числе:			
Лекции	12	6	6
Практические занятия (ПЗ)	16	8	8
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)	116	58	58

В том числе:			
Курсовая работа (проект)	-	-	-
Реферат	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:			
Проработка лекционного материала	48	24	24
Домашняя работа: решение задач	48	24	24
Контрольная работа	20	10	10
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	144	72	72
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	4	2	2

13.2. Содержание дисциплины

13.2.1. Разделы дисциплин и виды занятий профиля Информатика.

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самост. работа студ.	Всего часов
III триместр						
1	Раздел: Множества	2	2	0	28	32
1.1.	Тема 1: "Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции.	0,5	0,5		6	7
1.2.	Тема 2: Модуль действительного числа. Системы счисления. Классы действительных чисел.	0,5	0,5		6	7
1.3.	Тема 3: Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой.	0,5	0,5		8	9
1.4.	Тема 4: Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (грани) множества.	0,5	0,5		8	9
2	Раздел: Функции.	1	2	0	16	19
2.1.	Тема 1: Функции и их свойства.	0,5	1		8	9,5
2.2.	Тема 2: Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости.	0,5	1		8	9,5
3	Раздел: Пределы числовых последовательностей и функций	3	6	0	48	57

3.1.	Тема 1: Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.	0,5	1		8	9,5
3.2.	Тема 2: Теоремы о пределе последовательности.	0,5	1		8	9,5
3.3.	Тема 3: Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности.	0,5	1		8	9,5
3.4.	Тема 4: Предел функции. Замечательные пределы.	0,5	1		8	9,5
3.5.	Тема 5: Непрерывность функции в точке и на множестве.	0,5	1		8	9,5
3.6.	Тема 6: Теоремы о непрерывных функциях.	0,5	1		8	9,5

IV триместр

4	Раздел: Дифференцирование функций	3	4	0	50	57
4.1.	Тема 1: Производная и дифференциал функции в точке.	0,5	1		12	13,5
4.2.	Тема 2: Производные и дифференциалы высших порядков.	0,5	1		12	13,5
4.3	Тема 3: Основные теоремы дифференциального исчисления.	1	1		12	14
4.4.	Тема 4: Исследование функций с помощью производных	1	1		14	16
5	Раздел: Интегрирование функций	3	6	0	42	51
5.1.	Тема 1: Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования.	1	2		14	17
5.2.	Тема 2: Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	1	2		14	17
5.3.	Тема 3: Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.	1	2		14	17
Всего:		44	74	0	98	216

Разделы дисциплин и виды занятий профиля Математика.

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекци и	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
III триместр						

1	Раздел: Множества	2	2	0	16	20
1.1.	Тема 1: "Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции.	0,5	0,5		4	5

1.2.	Тема 2: Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел.	0,5	0,5		4	5
1.3.	Тема 3: Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой.	0,5	0,5		4	5
1.4.	Тема 4: Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (грани) множества.	0,5	0,5		4	5
2	Раздел: Функции.	1	1	0	8	10
2.1.	Тема 1: Функции и их свойства.	0,5	0,5		4	5
2.2.	Тема 2: Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости.	0,5	0,5		4	5
3	Раздел: Пределы числовых последовательностей и функций	3	5	0	34	42
3.1.	Тема 1: Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.	0,5	0,5		4	5
3.2.	Тема 2: Теоремы о пределе последовательности.	0,5	0,5		6	7
3.3.	Тема 3: Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности.	0,5	1		6	7,5
3.4.	Тема 4: Предел функции. Замечательные пределы.	0,5	1		6	7,5
3.5.	Тема 5: Непрерывность функции в точке и на множестве.	0,5	1		6	7,5
3.6.	Тема 6: Теоремы о непрерывных функциях.	0,5	1		6	7,5

IV триместр

4	Раздел: Дифференцирование функций	3	4	0	32	39
4.1.	Тема 1: Производная и дифференциал функции в точке.	0,5	1		8	9,5
4.2.	Тема 2: Производные и дифференциалы высших порядков.	0,5	1		8	9,5
4.3	Тема 3: Основные теоремы дифференциального исчисления.	1	1		8	10
4.4.	Тема 4: Исследование функций с помощью производных	1	1		8	10
5	Раздел: Интегрирование функций	3	4	0	26	33
5.1.	Тема 1: Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования.	1	1		8	10
5.2.	Тема 2: Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	1	1		8	10
5.3.	Тема 3: Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов.	1	2		10	13

	Несобственные интегралы 1 и 2 рода.					
Всего:		12	16	0	116	144

13.3.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
III триместр		
1	"Наивное" и аксиоматическое построение теории множеств. Мощность множества. Аксиоматика действительных чисел. Метод математической индукции.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
2	Модуль действительного числа Системы счисления. Классы действительных чисел.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
3	Числовая прямая. Несобственные точки $+\infty$ и $-\infty$, оперирование с бесконечностями. Классификация промежутков на числовой прямой.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
4	Окрестность точки на числовой прямой. Верхняя и нижняя границы (границы) множества.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
5	Функции и их свойства.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
6	Классификация элементарных функций. Декартова, полярная и параметрические координаты на плоскости.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
7	Последовательность, способы задания. Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
8	Теоремы о пределе последовательности.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
9	Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
10	Предел функции. Замечательные пределы.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
11	Непрерывность функции в точке и на множестве.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
12	Теоремы о непрерывных функциях.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
IV триместр		
13	Производная и дифференциал функции в точке.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
14	Производные и дифференциалы высших порядков.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
15	Основные теоремы дифференциального исчисления.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

16	Исследование функций с помощью производных	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
17	Первообразная функция. Методы неопределенного интегрирования.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
18	Интеграл Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
19	Применение интеграла Римана к вычислению длин дуг, площадей и объемов. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского»**

**У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
_____ В.П. Звойстый
«____» _____ 2020 г.**

Программа учебной дисциплины

**Наименование дисциплины:
К.М.07.07 Математический анализ**

**Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(профили Информатика, Математика)**

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчик:

зав. кафедрой математического анализа,
теории и методики обучения математике,
доктор педагогических наук, профессор

Е.И. Смирнов

**Утверждена на заседании кафедры
математического анализа,
теории и методики обучения математике
«23» января 2020 г.**

Протокол №5
Зав. кафедрой

Е.И. Смирнов

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Математический анализ» – формирование у обучающихся системы компетенций, необходимых для решения профессиональных задач по математическому анализу, связанных изучением различных процессов и явлений с точки зрения реализации концепций фундирования и наглядного моделирования, освоением системы основных математических структур, рассматриваемых в рамках учебной дисциплины, и методов через глубокое изучение объектов математического анализа и получение навыков решения типовых и научно-исследовательских математических задач.

Основными задачами курса являются:

понимание:

- расширенных и углубленных разделов математического анализа, таких, как дифференцирование и интегрирование функций нескольких переменных, числовые ряды, дифференциальные уравнения первого и второго порядков, позволяющие студенту ориентироваться в научно-исследовательских и решении задач профессиональной деятельности, требующих использования математического аппарата;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

- значимости математического анализа для интеллектуального развития: развитие абстрактно-логического мышления, умения оперировать с абстрактными объектами;

развитие умений:

- представлять математические утверждения и их доказательства, необходимые для исследования объектов математического анализа, проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, как в письменной, так и устной форме;

- корректно выражать и аргументировано обосновывать математические знания в профессиональной деятельности;

владение навыками:

- решения типовых задач по математическому анализу с применением изучаемого теоретического и практического материала;

- использования методов математического анализа в исследовании реальных процессов и явлений с применением математических компьютерных инструментов: визуализации данных, зависимостей, отношений, процессов; вычислений; обработки данных (статистики); экспериментальных лабораторий.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы (ОПОП):

Дисциплина включена в обязательную часть ОПОП.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине:

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные Средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач	УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная
		УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи.	
		УК-1.6. Устанавливает причинно-	

		следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ОПК-2	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ОПК-5	Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК-5.2. Планирует свои действия по контролю и оценке формирования результатов образования обучающихся и объективному анализу полученных результатов	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой
ПК-4	Способен осуществлять педагогическое проектирование развивающей образовательной среды, программ и технологий, для решения задач обучения, воспитания и развития личности средствами преподаваемого учебного предмета	ПК-4.1. Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете с оценкой

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет **9** зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
		III	IV	V
Контактная работа с преподавателем (всего)	184	36	72	76
В том числе:				
Лекции	66	14	30	22

Практические занятия (ПЗ)	118	22	42	54
Лабораторные работы (ЛР)				
Самостоятельная работа (всего)	140	18	54	68
В том числе:				
Курсовая работа (проект)	-	-	-	
Реферат	-	-	-	
Другие виды самостоятельной работы:				
Домашняя работа: решение задач	122	12	48	62
Доклад	18	6	6	6
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой)	Зачет с оценкой	Зачет	Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	324	54	126	144
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	9	1,5	3,5	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование тем
1	Исследование функций нескольких переменных	<p>Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха.</p> <p>Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры (\mathbf{R}^n, $C_{[a;b]}$, l_2 и др.). Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n. Типы множеств в \mathbf{R}^n (открытые и замкнутые множества). Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n. Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n. Основные свойства непрерывных отображений компактов. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.</p> <p>Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте.</p> <p>Понятие функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Предел функции в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними. Непрерывность функции в точке (в области). Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.</p> <p>Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</p> <p>Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции. Дифференцируемость и дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость.</p>

		<p>Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Формула Тейлора для функции двух переменных. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.</p> <p>Интегральное исчисление функций нескольких переменных.</p> <p>Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости). Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Вычисление двойного повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей. Приложения к физике. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.</p>
2	Числовые ряды	<p>Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.</p> <p>Ряды. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия. Остаток сходящегося ряда. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда. Ряды с положительными членами. а) Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши–Раабе, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда. б) Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Множество точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и</p>

		<p>дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.</p> <p>Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций.</p> <p>Степенные ряды. Лемма Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие. Разложение основных элементарных функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.</p> <p>Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций.</p> <p>Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме.</p>
3	Дифференциальные уравнения	<p>Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности.</p> <p>Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.</p> <p>Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.</p> <p>Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернуlli. Метод подстановки и метод замены переменной. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.</p> <p>Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.</p> <p>Линейные уравнения n-го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n-го порядка. Построение фундаментальной</p>

		системы для уравнения 2-го порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения. Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.
--	--	---

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
III семестр						
1	Раздел: Исследование функций нескольких переменных	14	22	0	18	54
1.1.	Тема 1: Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха. Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры ($\mathbf{R}^n, C_{[a;b]}, l_2$ и др.). Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n . Типы множеств в \mathbf{R}^n (открытые и замкнутые множества). Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n . Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n . Основные свойства непрерывных отображений компактов. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.	2	4		4	10
1.2.	Тема 2: Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте. Понятие функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Предел функции в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними. Непрерывность функции в точке (в области). Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.	4	6		4	14
1.3.	Тема 3: Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции. Дифференцируемость и	4	6		4	14

	дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Формула Тейлора для функции двух переменных. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.				
1.4.	Тема 4: Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости). Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Вычисление двойного повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей. Приложения к физике. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.	4	6	6	16

IV семестр

2	Раздел: Числовые ряды.	30	0	42	54	126
2.1.	Тема 1: Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости. Ряды. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия.	10		14	18	42

	Oстаток сходящегося ряда. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда. Ряды с положительными членами. а) Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши–Раабе, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда. б) Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Множество точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.					
2.2.	Тема 2: Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций. Степенные ряды. Лемма Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие. Разложение основных элементарных функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.	10		14	18	42
2.3	Тема 3: Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме.	10		14	18	42
V семестр						
3	Раздел:	22	0	54	68	144
3.1.	Тема 1: Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности. Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	6		6	20	32

	(2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.					
3.2.	Тема 2: Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.	8		24	24	56
3.3.	Тема 3: Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Линейные уравнения n -го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n -го порядка. Построение фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения. Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.	8		24	24	56
Всего:		66	118	0	140	324

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
III семестр		
1	Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха. Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры (\mathbf{R}^n , $C_{[a;b]}$, l_2 и др.). Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n . Типы множеств в \mathbf{R}^n (открытые и замкнутые множества). Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n . Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n. Основные свойства непрерывных отображений компактов. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
2	Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте. Понятие функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Предел функции в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними. Непрерывность функции в точке (в области). Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции. Дифференцируемость и дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Формула Тейлора для функции двух переменных. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
4	Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

	<p>двойного интеграла. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости). Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Вычисление двойного повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей. Приложения к физике. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.</p>	
IV семестр		
5	<p>Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.</p> <p>Ряды. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия. Остаток сходящегося ряда. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда. Ряды с положительными членами. а) Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши–Раабе, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда. б) Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Множество точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>
6	<p>Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций.</p> <p>Степенные ряды. Лемма Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие. Разложение</p>	<p>Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.</p>

	основных элементарных функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.	
7	Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
V семестр		
8	Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности. Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
9	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
10	Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Линейные уравнения n -го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n -го порядка. Построение	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

	фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения. Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.	
--	---	--

6.2. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

6.3. Примерная тематика рефератов

Рефераты не предусмотрены

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине

Наименование темы дисциплины	Средства текущего контроля	Перечень компетенций (указать шифр)
Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры ($\mathbf{R}^n, C_{[a,b]}, l_2$ и др.). Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n . Типы множеств в \mathbf{R}^n (открытые и замкнутые множества). Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n . Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n . Основные свойства непрерывных отображений компактов. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
Понятие функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Предел функции	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2

в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними. Непрерывность функции в точке (в области). Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции. Дифференцируемость и дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Формула Тейлора для функции двух переменных. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости). Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4

<p>двойного интеграла. Повторные интегралы. Вычисление двойного повторным интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей. Приложения к физике.</p> <p>Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.</p>		ОПК-5.2
<p>Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.</p> <p>Ряды. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия. Остаток сходящегося ряда. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда. Ряды с положительными членами. а) Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признак Даламбера и Коши–Раabe, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда. б) Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Множество</p>	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

<p>точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.</p>		
<p>Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций. Степенные ряды. Лемма Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие. Разложение основных элементарных функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.</p>	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
<p>Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме.</p>	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
<p>Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности. Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к</p>	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1

дифференциальным уравнениям (2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.		УК-1.4 ОПК-5.2
Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2
Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Линейные уравнения n -го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n -го порядка. Построение фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка. Общее решение	Домашняя работа: решение задач.	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Доклад	УК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-5.2
	Контрольная работа	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6 ПК-4.1
	Тест	УК-1.1 УК-1.4 ОПК-5.2

<p>неоднородного линейного уравнения n-го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения. Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.</p>		
---	--	--

Текущий контроль осуществляется на основе рейтинговой технологии оценивания. Обучающиеся в процессе изучения дисциплины набирают рейтинговые баллы и в рамках аттестационной недели получают отметки в соответствии с набранными баллами.

Критерии оценки видов работ

Рейтинговая суммарная оценка за семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение лекционных занятий и отсутствие на занятии – 0 баллов, посещение практических занятий – 0,5 баллов;
- характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 14 баллов за семестр);

Оценки за контрольные работы, проводимые в течение семестра: 2 контрольные работы, содержащие по 5 задач; каждая задача оценивается по 3-балльной шкале:

0 – задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки;

1 – задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки;

2 – задача решена верно.

- выполнение домашних заданий (за работу по каждой теме):

0 – выполнено менее 70% заданий;

1 – выполнено от 70 до 90% заданий;

2 – выполнено более 90% заданий;

- подготовка доклада (оценивается от 0 до 11 баллов);

- выполнение теста (оценивается от 0 до 10 баллов).

К зачету (зачету с оценкой) допускаются студенты, набравшие 60 (50) и более баллов.

Рейтинг план на 3 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	11
	Итого	1	11
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Топология метрических	0,5	1

	пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха.		
	Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте.	0,5	1
	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	0,5	1
	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	0,5	1
	Итого	2	4
Домашняя работа: решение задач	Все темы	1	22
Доклад	Все темы	1	11
Контрольная работа	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	2	10
	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	2	10
Тест	Все темы	1	10
Всего в семестре		10	78
Промежуточная аттестация		1	5
ИТОГО		11	83
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 50 баллов			

Рейтинг план на 4 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	21
	Итого	1	21
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.	0,5	1
	Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций.	0,5	1
	Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций.	0,5	1
	Итого	1,5	3
Домашняя работа: решение задач	Все темы	1	42

Доклад	Все темы	1	11
Контрольная работа	Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.	2	10
	Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций.	2	10
Тест	Все темы	1	10
Всего в семестре		9,5	107
Промежуточная аттестация		1	5
ИТОГО		10,5	112
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 60 баллов			

Рейтинг план на 5 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	27
	Итого	1	27
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности	0,5	1
	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	0,5	1
	Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	0,5	1
Итого		1,5	3
Домашняя работа: решение задач	Все темы	1	54
Доклад	Все темы	1	11
Контрольная работа	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	2	10
	Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	2	10

Тест	Все темы	1	10
Всего в семестре		9,5	125
Промежуточная аттестация		1	5
ИТОГО		10,5	130
<p>Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов</p> <p>К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 70 баллов</p>			

Примеры заданий для практических занятий

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области

$$\int_0^1 dy \int_{-4y}^{-8y^3} f(x, y) dx$$

2. Вычислить двойной интеграл по области D $\int_D (x + y) dxdy$, $D : y^2 = x$, $y = x$

3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dy$$

4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $x+1=0$; $y=\arcsin x$; $y=\frac{\pi}{2}$

5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int_{\angle} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, где \angle - отрезок прямой, соединяющей точки $O(0,0)$ и $B(2,2)$

6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее. $y^2+z^2=4$, $x^2+y^2=4$, $x=0$, $y=0$, $x>0$, $y>0$, $z>0$

7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, $x = 3$, $y = 2$.

8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x, y, z)$ и $V(x, y, z)$ в точке $M(x, y, z)$ $U = \frac{x}{yz^2}$, $V = x^2 - y^2 - 3z^2$, $M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

9. Исследовать данные ряды на сходимость:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3^n}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-1} \right)^{n-1}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{5}{\sqrt{n^3}}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^7 + 4n^2 + 5}}$

10. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n (x-1)^n}.$$

11. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 x^2 \sin x^2 dx$$

12. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию:
 $y' + x \cdot y = 2e^y, \quad y(0) = 0$

13. Разложить функцию $f(x) = \pi - \frac{x}{2}$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$.

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

a) $xy' = y \ln(y/x);$	b) $x^3 y' + x^2 y = 1;$
б) $ydx - 2xdy = 2y^4 dy;$	г) $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}.$

15. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x; y(0) = -1, y'(0) = 1$.

16. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases}.$$

17. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(10, 10)$ и, обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания.

18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = \frac{1}{x}$

19. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}$.

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Домашняя работа: решение задач

Домашняя работа выдается студентам после каждого практического занятия и подразумевает решение стандартных задач по материалам курса (на основе знания теории). Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к экзамену.

Примерные задания домашней работы: решение задач

- Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле и сделать чертеж области интегрирования $\int_0^1 \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy dx$

2. Вычислить двойной интеграл по области D $\int_D (x^3 - 2y) dx dy$, $D : y = x^2 - 1, y = 0$

3. Вычислить интеграл, перейдя от прямоугольных декартовых координат к полярным:

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{tg \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

4. Вычислить площадь плоских фигур, ограниченных данными линиями $y = \ln x; x + 2y - 2 = e; y = 0$

5. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода $\int y dl$, где \angle - дуга астроиды $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$, заключенная между точками $A(1,0)$ и $B(0,1)$

6. Вычислить площадь части поверхности, уравнение которой задано в условии задач первым, вырезанной другими заданными поверхностями из нее.

$$y^2 + z^2 = y, y^2 + z^2 = x^2, x = y, x > 0, y > 0, z > 0$$

7. Найти координаты центра тяжести плоских однородных пластин, ограниченных заданными линиями $y^2 = 2x, x = 1$

8. Найти угол между градиентами скалярных полей $U(x, y, z)$ и $V(x, y, z)$ в точке $M(x, y, z)$ $U = x^2 yz^2, V = \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 - 2z^2, M\left(2, \frac{1}{3}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

9. Исследовать данные ряды на сходимость:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+3} \right)^n$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin \frac{1}{n^3}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4 + 2n + 9}}$$

10. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n (x-3)^n}$$

11. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} \cdot \cos x \, dx$$

12. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию:

$$y' + 3x \cdot y^3 = x^3, y(0) = 1$$

13. Разложить функцию $f(x) = 1 + |x|$ в ряд Фурье в интервале $(-1, 1)$.

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

a) $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2;$	b) $y'x \ln x = y;$
б) $xy' + y = y^2;$	г) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$

15. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y'' - 6y' - 7y = x^2 - x; y(0) = 1, y'(0) = 1$.

16. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}.$$

17. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(1, 4)$ и, обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен удвоенной абсциссе точки касания.

18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = y'e^y$

19. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных $y'' + y = \operatorname{ctg}^2 x$.

Критерии оценивания домашней работы

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	1 балл
Решено правильно более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	2

Доклад

На практических занятиях предусмотрено выступления студентов с устным докладом (5-7 минут) по заранее выбранной тематике.

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад не только передаёт научную и учебную информацию, но и нацелен на получение обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения аудиторией. Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Примерные темы докладов

1. Метрические пространства.
2. Сходимость в метрических пространствах.
3. Компактные метрические пространства.
4. Геометрическая интерпретация функции двух переменных.
5. Предел функции в точке по множеству.
6. Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.
7. Частные производные и производные по направлениям.
8. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости в точке.

9. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
10. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
11. Формула Тейлора для функции двух переменных.
12. Максимумы и минимумы функции многих переменных.
13. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
14. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.
15. Существование двойного интеграла по квадрируемой области.
16. Вычисление двойного повторным интегрированием.
17. Замена переменных в двойном интеграле.
18. Проблема измерения площади поверхности.
19. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление.
20. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление.
21. Формула Грина и ее применение для вычисления площади плоской фигуры.
22. Ряды. Числовые ряды. Сходимость числового ряда.
23. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда.
24. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов.
25. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
26. Степенные ряды. Формула Коши–Адамара.
27. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие.
28. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье.
29. Разложение функций в степенные ряды. Тригонометрические ряды.
30. Применение ряда Фурье в комплексной форме.
31. Общее и частные решения дифференциального уравнения.
32. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными.
33. Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка.
34. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
35. Решение дифференциальных уравнений второго порядка.
36. Решение дифференциальных уравнений высших порядков.
37. Математические модели и методы, реализуемых с применением объектов математического анализа, в решении профессиональных задач.
38. Формирование элементов реалистического отношения обучаемых к математическому анализу и его использованию в познавательной деятельности социологических проблем.
39. Математический анализ в природных объектах.
40. Математический анализ в живописи и архитектуре.
41. Применение численных методов к решению дифференциальных уравнений первого порядка.
42. Проведение сравнительного обзора документации по понятиям математического анализа.

Критерии оценивания доклада

Критерий	Балл	
Структурированность доклада, которая обеспечивает понимание его содержания	не структурирован	0
	структурирован	1
Культура выступления	чтение с листа	0
	рассказ с обращением к тексту	1
	рассказ без обращения к тексту	2

Владение специальной терминологией, использованной в докладе	не владеет	0
	иногда был не точен, ошибался	1
	владеет свободно	2
Раскрытие темы	тема не раскрыта	0
	тема раскрыта частично	1
	тема раскрыта полностью	2
Соответствие содержания теме доклада	не соответствует	0
	соответствует частично	1
	соответствует полностью	2
Качество ответов на вопросы	не может ответить на вопросы	0
	не может ответить на некоторые вопросы	1
	Аргументировано отвечает на все вопросы	2
Максимальный балл	11	

Контрольная работа

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 2 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Контрольная работа состоит из 5 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к зачету (зачету с оценкой).

Примерный вариант контрольной работы

Раздел: Исследование функций нескольких переменных.

Вариант 1

Задание 1. Найти дифференциалы первого и второго порядков от следующих функций:

$$u = x^2 y^2$$

Задание 2. Найти дифференциалы первых двух порядков сложной функции U , если φ - дважды дифференцируемая функция:

$$u = \varphi(\xi, \eta, \zeta)$$

$$\xi = xy, \eta = x - y, \zeta = x + y$$

Задание 3. Проверить равенства (φ, ψ - дифференцируемые функции достаточное число раз):

$$\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}, \quad z = y \cdot \varphi(x^2 - y^2)$$

Задание 4. Найти дифференциал второго порядка $d^2 z$

$$z = f(u, v), \text{ где } u = xy, v = \frac{x}{y}.$$

Задание 5. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y$$

Вариант 1

Задание 1. Вычислить двойной интеграл, перейдя к полярным координатам

$$\int_D \int f(x^2 + y^2) dx dy$$

если D – кольцо между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.

Задание 2. Найти площадь части поверхности $z = x^2 + y^2$, вырезанной цилиндром, $x^2 + y^2 = 1$, расположенной в первом октанте.

$$\int_{|z-i|=1} \frac{e^z dz}{z^4 + 2z^2 + 1}$$

Задание 3. Вычислить объем шара, ограниченного сферой:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Задание 4. Вычислить объем тела, ограниченного снизу плоскостью xOy , сверху плоскостью $2 - x - y - 2z = 0$, с боков цилиндрической поверхностью $y = x^2$ и плоскостью $y = x$.

Задание 5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4x$, $z = x$, $z = 2x$.

Раздел: Числовые ряды.

Вариант 1

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \text{ и } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$$

2. Исследовать положительный ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n} \text{ и } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$$

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}} \text{ и } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+1} \right)^n$$

4. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2^n}}{n4^n} \text{ и } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)x^{n+3}}{3^{n+1}}$$

5. Используя разложения основных элементарных функций, найти следующий предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{x^3} \text{ и } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$$

Раздел: Дифференциальные уравнения.

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными:

$$1. 4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx.$$

$$2. x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$$

2. Решить однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка:

$$1. y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$$

$$2. xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$$

3. Решить линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка:

$$1. y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}.$$

$$2. y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1), y(0) = 1.$$

4. Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$y'' - 8y' + 16y = e^{4x}, y(0) = 0, y'(0) = 1$$

5. Доказать, что множество всех действительных чисел с введённым расстоянием $\rho(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ является метрическим пространством?

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Тест

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Он реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

Примеры вопросов тестового задания (III семестр)

$$z = \frac{\sqrt{1-xy}}{x^2-y^2}$$

1. Найдите область определения функции

A) $xy = 1, x^2 \neq y^2$; Б) $xy \geq 1, x^2 \neq y^2$; В) $xy \leq 1, x^2 \neq y^2$

2. Найдите предел функции $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2}$ при $x \rightarrow 0, y \rightarrow 4$

A) 2; Б) -1; В) 0; Г) 1.

3. Найдите частные производные двух переменных $z = xe^y + ye^x$

A) $\frac{\partial z}{\partial x} = xe^y + ye^x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = xe^y + e^x \quad \text{Б) } \frac{\partial z}{\partial x} = e^y + e^x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^y + e^x$

B) $\frac{\partial z}{\partial x} = e^y + ye^x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = xe^y + e^x \quad \text{Г) } \frac{\partial z}{\partial x} = xe^y + e^x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^y + ye^x$

4. Найдите частные производные второго порядка функции двух переменных

$z = x^3y^4 + y \cos x$

A) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = 6xy^4 - y \cos x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 12x^3y^2 - \cos x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 12x^3y^2 + \sin x$

Б) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = 3x^2y^4 - y \cos x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 12x^3y^2, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 6xy^3 - \sin x$

В) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = 6xy^4 - y \cos x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 12x^3y^2, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 12x^2y^3 - \sin x$

Г) $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = 3x^2y^4 - y \sin x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 4x^3y^3 - \cos x, \quad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 6x \cdot 4y - \sin x$

5. Найдите полный дифференциал функции $z = x^2y + xy^2$

A) $dz = (2xy + y)dx + (x + 2xy)dy$;

Б) $dz = (xy + y^2)dx + (x^2 + xy)dy$;

В) $dz = (2xy + y^2)dx + (x^2 + 2xy)dy$.

Примеры вопросов тестового задания (IV семестр)

1. Найдите радиус сходимости ряда $\frac{1}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{6} - \frac{x^3}{7} + \dots + \frac{x^n}{n+4} + \dots$

А) 4; Б) $\frac{1}{4}$; В) ∞ ; Г) 1.

2. Исследуйте ряд на сходимость $\frac{5}{1} - \frac{7}{2} + \frac{9}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{2n+3}{n} + \dots$

А) расходится; Б) условно сходится; В) сходится; Г) абсолютно сходится.

3. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n$

А) 1; Б) -1; В) 0,5; Г) -0,5.

4. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{2n-1}$. Используя необходимое условие сходимости ряда сделайте вывод

А) ряд сходится

Б) ряд расходится

В) нельзя определить сходится или расходится ряд

Г) другой ответ.

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n}$ исследовали на сходимость по признаку Даламбера, вычислили предел

$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 5$. Тогда можно сделать вывод, что...

А) Данный ряд сходится.

Б) Данный ряд расходится

В) Данный ряд может как сходиться, так и расходиться.

Г) Данный ряд не существует.

Примеры вопросов тестового задания (V семестр)

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' = \cos x$

А) $y = -\sin x + Cx + C_1$; Б) $y = -\cos x + Cx + C_1$;

В) $y = \cos x + Cx + C_1$; Г) $y = \sin x + Cx + C_1$.

2. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' + 4y = 2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 6$

А) $y = \frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$; Б) $y = e^{-4x} + \frac{1}{2}$; В) $y = -\frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$; Г) $y = \frac{11}{2}e^{-4x} + \frac{1}{2}$.

3. Найдите общее решение дифференциального уравнения $xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$

А) $y^3 = 3x \ln|Cx|$; Б) $y^3 = 3x^3 \ln Cx$; В) $y^3 = 3x^3 \ln|Cx|$; Г) $y^3 = 3x \ln Cx$.

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = \sin x + 2$

А) $y = -\sin x + 2x + C_1$; Б) $y = -\sin x + x^2 + C_1$;

В) $y = \cos x + 2x + C_1 x + C_2$; Г) $y = -\cos x + 2x + C_1$.

$$y' = \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x} + 4$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения

А) $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln|Cx|$; Б) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln|Cx|$;

В) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{2x} = \ln C$; Г) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{2x} = \ln|Cx|$.

Критерии оценивания теста

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	7 балл
Решено правильно более 90% заданий	10 балла
Максимальный балл	10

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине:

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине в конце III, IV (V) семестров является зачет (зачет с оценкой).

Зачет (зачет с оценкой) является итогом учебной деятельности студента в течение каждого из семестров семестра.

Допуск к зачету (зачету с оценкой) предполагает:

- 1) суммарный балл должен быть не менее 50, 60 (70) баллов за III, IV (V) семестры;
- 2) две контрольные работы за каждый семестр должны быть оценены не ниже 6 баллов за каждую.

7.2.2 Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квантитативная
высокий	Использует системный подход в решении задачи, подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ее решения. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами, планирует свои действия объективному анализу полученных результатов	91-100% 76-83 баллов 102-112 баллов (118-130 баллов)	отлично (зачтено)
повышенный	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки, проводит объективный анализ полученных результатов.	76-90% 63-75 баллов 85-101 баллов (99-117 баллов)	хорошо (зачтено)
базовый	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.	61-75% 51-62 баллов 68-84 баллов (79-98 баллов)	удовлетворительно (зачтено)

низкий	Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	60 и ниже % 50 баллов и ниже 67 баллов и ниже (78 баллов и ниже)	неудовлетворительно (не зачтено)
---------------	--	---	---

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

7.2.3 Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций УК	
Ответ на зачете (зачете с оценкой)	
УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	
УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи.	
УК-1.6. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	
ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	
ОПК-5.2. Планирует свои действия по контролю и оценке формирования результатов образования обучающихся и объективному анализу полученных результатов	
ПК-4.1. Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Наименование оценочного средства

1. Ответ на зачете (зачете с оценкой).

В каждый билет включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету в III семестре

1. Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры $(\mathbf{R}^n, C_{[a;b]}, l_2$ и др.).
2. Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах.
3. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n . Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n .
4. Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n . Основные свойства непрерывных отображений компактов.
5. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.
6. Понятие функции нескольких переменных.
7. Геометрическая интерпретация функции двух переменных.
8. Предел функции в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними.
9. Непрерывность функции в точке (в области).
10. Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.
11. Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции.
12. Дифференцируемость и дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости.

13. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования.
16. Формула Тейлора для функции двух переменных.
17. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции.
18. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе.
19. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений.
20. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.
21. Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
22. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости).
23. Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы.
24. Вычисление двойного повторным интегрированием.
25. Замена переменных в двойном интеграле.
26. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела.
27. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей.
28. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление.
29. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление.
30. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
31. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету в IV семестре

1. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы.
2. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия. Остаток сходящегося ряда.
3. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости.
4. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда.
5. Ряды с положительными членами. Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши–Раабе, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда.
6. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.
7. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов.
8. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
9. Множество точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости.
10. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.
11. Степенные ряды. Лемма Абеля.
12. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара.
13. Единственность разложения ряда Тейлора. Достаточное условие.
14. Разложение основных элементарных функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.
15. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана.
16. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье.
17. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций.
18. Ряд Фурье в комплексной форме.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

- Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения.
- Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши.
- Теоремы Пеано и Пикара.
- Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Интегральные кривые.
- Поля направлений и изоклины.
- Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.
- Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования).
- Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной.
- Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения.
- Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых.
- Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной.
- Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши.
- Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений.
- Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара.
- Уравнения, допускающие понижение порядка.
- Линейные уравнения n -го порядка. Единственность решения задачи Коши.
- Линейный дифференциальный оператор и его свойства.
- Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример.
- Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений.
- Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n -го порядка.
- Построение фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка.
- Общее решение неоднородного линейного уравнения n -го порядка.
- Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
- Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
- Три формулы общего решения однородного уравнения.
- Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка.
- Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.

Критерии оценивания

Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)	Балл
Использует системный подход при ответе на вопрос.	1
Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ответа на вопрос, решения поставленной задачи.	1
Моделирует процесс решения поставленной задачи.	1
Проводит критическую оценку вариантов действий в процессе ответа на вопрос, решения задачи	1
Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	1
Максимальный балл	5

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Кудрявцев Л.Д., Краткий курс математического анализа. В 2 т., М, Физматлит, 2008, 400 с.
2. Фихтенгольц Г.М., Основы математического анализа. Ч.1., СПб, Лань, 2002, 356 с. .
3. Задачи и упражнения по математическому анализу и дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.В. Власов [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. – 376 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67393.html>. – ЭБС «IPRbooks».

б) дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М., Основы математического анализа. Ч. 2, СПб, Лань, 2002, 250 с. Тыртышников Е.Е., Методы численного анализа, М, Академия, 2007, 320 с.
2. Богун В.В., Лабораторный практикум по исследованию функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ, Ярославль, Канцлер, 2014, 84 с.
3. Буракова Г.Ю., Соловьев А.Ф., Смирнов Е.И., Дидактический модуль по математическому анализу: теория и практика, Ярославль, ЯГПУ, 2002, 230 с.

в) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- ЭПС «Система Гарант-Максимум»;
- ЭПС «Консультант Плюс»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – Доклады, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)

10. Методические указания для преподавателя и обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- *практикоориентированность*, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;
- *субъектноориентированность*, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя

в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;

- преемственность, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплин «Алгебра», «Теория функций комплексного переменного». Теория функций действительного переменного» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает 7 (3) тем, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Математический анализ» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по математике должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция по дисциплине «Математический анализ» должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по дисциплине «Математический анализ», где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса по дисциплине «Математический анализ» позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ в рамках каждого из двух семестров.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теoriей и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов,

домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

Методические указания для обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Математический анализ».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и экзамену по дисциплине «Математический анализ».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к докладу;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к тесту;
- подготовка к зачету (зачету с оценкой).

Работа с лекционным материалом

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

Выполнение домашнего задания к занятию

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

Подготовка к докладу

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Виды докладов:

- 1) доклад – учебное выступление на заданную тему;
- 2) доклад-отчёт о результатах проделанной работы (в том числе доклад на предзащитите и защите курсовой работы и дипломного исследования).

Доклад имеет следующие признаки:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;

- допускает обоснованную субъективную позицию;

- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Требования к подбору и использованию докладов:

1. Подобранный материал должен соответствовать заявленной теме доклада.

2. Используемый материал должен соответствовать уровню знаний и умений обучающихся, а также реализовывать определенную учебную задачу.

3. Теоретический материал должен подбираться с учетом требований и особенностей учебной дисциплины, в рамках которой он используется.

4. Доклад должен строиться в соответствии с определенной композицией: введение; основная часть, включающая тезисы, доказательства и примеры; вывод.

5. Устное выступление должно соответствовать принятому при научном общении формату: заявка темы и проблемы выступления, подведение итогов.

Общие этапы подготовки к докладу на практическом занятии:

При подготовке докладов студенты должны самостоятельно определить основную идею доклада, выбрать его структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры, уметь ответить на вопросы аудитории и преподавателя.

Самостоятельную работу над темой доклада следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, презентации нужно отобрать не менее 10 наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них – обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме. Продолжительность доклада не более 7 минут.

Подготовка к тесту

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам.

Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Подготовка к зачету (зачету с оценкой)

Для успешной сдачи зачета (зачета с оценкой) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету должна проводиться систематически, в течение всего семестра.

2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета (зачета с оценкой): студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до конца семестра.

3. 1-3 дня перед экзаменом необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также дочитать некоторые вопросы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины используется электронная образовательная среда ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Оборудованные аудитории – столы, стулья, доска, экран, телевизор.
2. Задания для работы студентов, обучающихся по индивидуальному графику.
3. Материалы для итогового и промежуточного контроля.
4. Раздаточный материал.
5. Компьютер, принтер, сканер, ксерокс, мультимедиа, интерактивная доска.

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении

13.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Для профиля **Информатика** обучение данной дисциплине не осуществляется.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц для профиля **Математика**.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		2 курс (летняя сессия)	3 курс (зимняя сессия)	3 курс (летняя сессия)	4 курс (зимняя сессия)
Контактная работа с преподавателем (всего)	44	8	10	10	16
В том числе:					
Лекции	18	4	4	4	6
Практические занятия (ПЗ)	26	4	6	6	10
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	208	28	26	62	92
В том числе:					
Курсовая работа (проект)	-	-	-	-	-
Реферат	-	-	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:					
Домашняя работа: решение задач	184	22	20	56	86
Доклад	24	6	6	6	6
Вид промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой)	Зачет с оценкой	Зачет	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	252	36	36	72	108
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	7	1	1	2	3

13.2. Содержание дисциплины

13.2.1. Разделы дисциплин и виды занятий профиля Математика.

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самос т. работа студ.	Всего часов
2 курс (летняя сессия)						
1	Раздел: Исследование функций нескольких переменных	8	10	0	54	72
1.1.	Тема 1: Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха. Метрические пространства. Понятие метрического пространства. Примеры ($\mathbf{R}^n, C_{[a;b]}, l_2$ и др.). Окрестности точки в метрическом пространстве. Сходимость в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Пространство \mathbf{R}^n .	2	2		14	18

	Типы множеств в \mathbf{R}^n (открытые и замкнутые множества). Предел последовательности точек в \mathbf{R}^n . Компактные метрические пространства. Компакты в \mathbf{R}^n . Основные свойства непрерывных отображений компактов. Теорема Банаха о сжимающем операторе. Приложения.					
1.2.	Тема 2: Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте. Понятие функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Предел функции в точке по множеству. Кратные и повторные пределы функции в точке и связь между ними. Непрерывность функции в точке (в области). Свойства непрерывных функций в замкнутых ограниченных областях.	2	2		14	18
3 курс (зимняя сессия)						
1.3.	Тема 3: Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Частные производные и производные по направлениям. Производная Гато. Градиент функции. Дифференцируемость и дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости в точке. Достаточные условия дифференцируемости. Касательная плоскость. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Частные производные высших порядков и условия их независимости от порядка дифференцирования. Формула Тейлора для функции двух переменных. Неявные функции. Существование и дифференцируемость неявной функции. Максимумы и минимумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Матрица Гессе. Достаточные условия экстремума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы. Функция и множители Лагранжа.	2	2		12	16
1.4.	Тема 4: Интегральное исчисление функций нескольких переменных. Интегральное исчисление для функций многих переменных. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Понятие двойного интеграла по области. Существование двойного интеграла по квадрируемой области (критерий интегрируемости). Интегрируемость непрерывной функции. Основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Вычисление двойного повторным	2	4		14	20

	интегрированием. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Некоторые применения кратных интегралов. Вычисление объема тела. Проблема измерения площади поверхности. Вычисление площадей гладких поверхностей. Приложения к физике. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл первого рода, его существование, свойства и вычисление. Криволинейные интеграл второго рода, его существование, свойства и вычисление. Формула Грина и некоторые ее применения: а) вычисление площади плоской фигуры; б) условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Некоторые механические приложения криволинейных интегралов.				
--	--	--	--	--	--

3 курс
(летняя сессия)

2	Раздел: Числовые ряды.	4	6	0	62	72
2.1.	Тема 1: Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости. Ряды. Числовые ряды. Верхний и нижний пределы. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Геометрическая прогрессия. Остаток сходящегося ряда. Арифметические операции над рядами. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Критерий сходимости ряда. Ряды с положительными членами. а) Критерий сходимости. Некоторые признаки сходимости и расходимости: признак сравнения, признаки Даламбера и Коши–Раабе, интегральный признак. Переместительное свойство сходящегося ряда. б) Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда. Теорема Римана. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Множество точек сходимости ряда. Понятие равномерной и неравномерной сходимости ряда на множестве. Некоторые признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов: а) непрерывность суммы ряда, составленного из непрерывных функций на отрезке; б) почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов; в) почленный переход к пределу.	1	2		20	23
2.2.	Тема 2: Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций. Степенные ряды. Лемма Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Формула Коши–Адамара. Единственность разложения	1	2		20	23

	ряда Тейлора. Достаточное условие. Разложение основных элементарных функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$.					
2.3	Тема 3: Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Лемма Римана. Достаточные условия разложимости. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье. Разложение на произвольном промежутке. Случай непериодических функций. Ряд Фурье в комплексной форме.	2	2		22	26

4 курс
(зимняя сессия)

3	Раздел:	6	10	0	92	108
3.1.	Тема 1: Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности. Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.	2	2		28	32
3.2.	Тема 2: Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.	2	4		28	34
3.3.	Тема 3: Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	2	4		36	42

	Линейные уравнения n -го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского–Лиувилля. Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n -го порядка. Построение фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка. Общее решение неоднородного линейного уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения. Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.				
Всего:		18	26	0	208

13.3.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
2 курс (летняя сессия)		
1	Топология метрических пространств. Компакты и непрерывные отображения. Теорема Банаха.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
2	Предел функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных на компакте.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
3 курс (зимняя сессия)		
3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
4	Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
3 курс (летняя сессия)		
5	Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
6	Степенные ряды. Разложение основных элементарных функций.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
7	Ряды Фурье. Интеграл и ядро Дирихле. Разложение элементарных функций.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

4 курс (зимняя сессия)		
8	Дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных). Классификация решений. Теоремы существования и единственности.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
9	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
10	Теория линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского»**

**У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
_____ В.П. Завойстый
«_____» 2020 г.**

Программа учебной дисциплины

**Наименование дисциплины:
К.М.07.09 Геометрия**

**Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование
(профили Информатика, Математика)**

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчик:

доцент кафедры геометрии и алгебры,
кандидат физико-математических наук
доцент кафедры геометрии и алгебры,
кандидат педагогических наук

С.А. Тихомиров

И.В. Кузнецова

**Утверждена на заседании кафедры
геометрии и алгебры
«17» января 2020 г.
Протокол № 6**

Зав. кафедрой

В.В. Афанасьев

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Геометрия» – формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых геометрических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными задачами курса являются:

понимание:

- основных понятий геометрии, таких, как векторное пространство, линейная зависимость, прямая, плоскость, кривая второго порядка, поверхность второго порядка, метрическое пространство, топологическое пространство, непрерывность, гомеоморфизм, касательная плоскость и нормаль, кривизна и кручение кривой и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

- решать задачи из различных разделов геометрии, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

- применения аппарата геометрии, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы (ОПОП):

Дисциплина включена в обязательную часть ОПОП.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине:

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач	УК-1.3. Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Домашняя работа: решение задач Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете Ответ на зачете с оценкой
УК-6	Способен управлять временем, выстраивать и	УК-6.2. Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий	Домашняя работа: решение задач

	реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни		Доклад Контрольная работа Тест Ответ на зачете Ответ на зачете с оценкой
ОПК-3	Способен организовывать совместную индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	и и в с	ОПК-3.3. Проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач
ПК-4	Способен осуществлять педагогическое проектирование развивающей образовательной среды, программ и технологий, для решения задач обучения, воспитания и развития личности средствами преподаваемого учебного предмета		ПК-4.1. Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи ПК-4.3. Демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет **9** зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
		II	VI	VII
Контактная работа с преподавателем (всего)	162	54	54	54

В том числе:				
Лекции	66	22	22	22
Практические занятия (ПЗ)	96	32	32	32
Лабораторные работы (ЛР)				
Самостоятельная работа (всего)	162	18	54	90
В том числе:				
Курсовая работа (проект)	-	-	-	-
Реферат	-	-	-	-
Другие виды самостоятельной работы:				
Домашняя работа: решение задач	156	16	52	88
Доклад	6	2	2	2
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Зачет	Зачет	Зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	324	72	108	144
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	9	2	3	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование тем
II семестр		
1	Метод координат в пространстве. Смешанное и векторное произведение векторов	Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии
2	Плоскости и прямые в пространстве	Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение к решению задач школьного курса геометрии

3	Изучение поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Приложение к решению задач школьного курса геометрии
4	Квадратичные формы	Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичной формы. Знакопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа
VI семестр		
5	Элементы топологии	Метрические пространства. Топологические пространства. Непрерывность и гомеоморфизм. Отделимость, компактность, связность. Эйлерова характеристика поверхности. Теорема Эйлера для многогранников
VII семестр		
6	Линии в евклидовом пространстве	Простейшая классификация линий. Векторная функция скалярного аргумента. Кривизна и кручение кривой. Сопровождающий репер плоской и пространственной кривой. Формулы Френе
7	Поверхности в евклидовом пространстве	Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая и вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой на поверхности. Разные типы кривизны поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхности

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекци и	Практ. занятия	Лабор.	Самос т. работа студ.	Всего часов
II семестр						
1	Раздел: Метод координат в пространстве Смешанное и векторное произведение векторов	6	10		4	20
1.1.	Тема 1: Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве	2	4		1	7
1.2.	Тема 2: Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Векторное произведение	2	4		1	7

	векторов. Площадь треугольника					
1.3.	Тема 3: Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии	2	2		2	6
2	Раздел: Плоскости и прямые в пространстве	6	12		4	22
2.1.	Тема 1: Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей	2	4		1	7
2.2.	Тема 2: Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости	2	4		1	7
2.3.	Тема 3: Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение к решению задач школьного курса геометрии	2	4		2	8
3	Раздел: Изучение поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям	6	6		6	18
3.1.	Тема 1: Поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности	2	2		2	6
3.2.	Тема 2: Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды	2	2		2	6
3.3.	Тема 3: Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Приложение к решению задач школьного курса геометрии	2	2		2	6
4	Раздел: Квадратичные формы	4	4		4	12
4.1.	Тема 1: Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы	2	2		2	6
4.2.	Тема 2: Закон инерции квадратичной формы. Знакопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа	2	2		2	6

VI семестр

5	Раздел: Элементы топологии	22	32		54	108
5.1	Тема 1: Метрические пространства	4	6		8	18
5.2	Тема 2: Непрерывность и гомеоморфизм	4	6		8	18
5.3	Тема 3: Топологические пространства	4	6		8	18

5.4	Тема 4: Отделимость, компактность, связность	4	6		8	18
5.5	Тема 5: Эйлерова характеристика. Классификация правильных многогранников	6	8		22	36
VII семестр						
6	Раздел: Линии в евклидовом пространстве	8	12		28	48
6.1	Тема 1: Векторная функция скалярного аргумента	2	2		10	14
6.2	Тема 2: Кривизна и кручение кривой	2	4		10	16
6.3	Тема 3: Сопровождающий репер плоской и пространственной кривой. Формулы Френе	4	6		8	18
7	Поверхности в евклидовом пространстве	14	20		62	96
7.1	Тема 1: Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль	2	4		12	18
7.2	Тема 2: Первая квадратичная форма поверхности	4	4		12	20
7.3	Тема 3: Вторая квадратичная форма поверхности	4	4		12	20
7.4	Тема 4: Классификация точек на поверхности	2	4		12	18
7.5	Тема 5: Кривизна кривой на поверхности. Разные типы кривизны поверхности	2	4		14	20
Всего:		66	96		162	324

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
II семестр		
1	Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве	Домашняя работа: решение задач
2	Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника	Домашняя работа: решение задач
3	Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии	Домашняя работа: решение задач

4	Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей	Домашняя работа: решение задач
5	Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости	Домашняя работа: решение задач
6	Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение к решению задач школьного курса геометрии	Домашняя работа: решение задач
7	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности	Домашняя работа: решение задач
8	Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды	Домашняя работа: решение задач
9	Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Приложение к решению задач школьного курса геометрии	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме
10	Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы	Домашняя работа: решение задач
11	Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа	Домашняя работа: решение задач

VI семестр

12	Метрические пространства	Домашняя работа: решение задач
13	Непрерывность и гомеоморфизм	Домашняя работа: решение задач
14	Топологические пространства	Домашняя работа: решение задач
15	Отделимость, компактность, связность	Домашняя работа: решение задач
16	Эйлерова характеристика. Классификация правильных многогранников	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме

VII семестр

17	Векторная функция скалярного аргумента	Домашняя работа: решение задач
18	Кривизна и кручение кривой	Домашняя работа: решение задач
19	Сопровождающий репер плоской и пространственной кривой. Формулы Френе	Домашняя работа: решение задач
20	Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль	Домашняя работа: решение задач
21	Первая квадратичная форма поверхности	Домашняя работа: решение задач
22	Вторая квадратичная форма поверхности	Домашняя работа: решение задач
23	Классификация точек на поверхности	Домашняя работа: решение задач. Подготовка доклада по выбранной теме.
24	Кривизна кривой на поверхности. Разные типы кривизны поверхности	Домашняя работа: решение задач

6.2. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

6.3. Примерная тематика рефератов

Рефераты не предусмотрены.

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине

Наименование темы дисциплины	Средства текущего контроля	Перечень компетенций (указать шифр)
Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнения прямой в пространстве.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2

Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение к решению задач школьного курса геометрии.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Приложение к решению задач школьного курса геометрии.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Доклад	УК-1.3 УК-6.2 ОПК-3.3 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Закон инерции квадратичной формы. Знокоопределенные квадратичные формы.	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3

Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.		УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Метрические пространства	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Непрерывность и гомеоморфизм	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Топологические пространства	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Отделимость, компактность, связность	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Эйлерова характеристика. Классификация правильных многогранников	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Доклад	УК-1.3 УК-6.2 ОПК-3.3 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Векторная функция скалярного аргумента	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3

		УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Кривизна и кручение кривой	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Сопровождающий репер плоской и пространственной кривой. Формулы Френе	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Первая квадратичная форма поверхности	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Вторая квадратичная форма поверхности	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Классификация точек на поверхности	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Доклад	УК-1.3 УК-6.2 ОПК-3.3 ПК-4.1
	Контрольная работа	УК-1.3

		УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3
Кривизна кривой на поверхности. Разные типы кривизны поверхности	Домашняя работа: решение задач	УК-1.3 УК-6.2
	Контрольная работа	УК-1.3 УК-6.2
	Тест	УК-1.3 ОПК-3.3 ПК-4.1 ПК-4.3

Текущий контроль осуществляется на основе рейтинговой технологии оценивания. Обучающиеся в процессе изучения дисциплины набирают рейтинговые баллы и в рамках аттестационной недели получают отметки в соответствии с набранными баллами.

Критерии оценки видов работ

Рейтинговая суммарная оценка за 2 семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение лекционных занятий и отсутствие на занятии – 0 баллов, посещение практических занятий – 0,5 баллов;
- характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 15 баллов за семестр).

Оценка за контрольную работу, проводимую в течение семестра: контрольная работа содержит 5 задач; каждая задача оценивается по 3-балльной шкале:

0 – задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки;

1 – задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки;

2 – задача решена верно.

- выполнение домашних заданий (за работу по каждой теме):

0 – выполнено менее 70% заданий;

1 – выполнено от 70 до 90% заданий;

2 – выполнено более 90% заданий;

- подготовка доклада (оценивается от 1 до 11 баллов);

- выполнение теста (оценивается от 0 до 10 баллов).

К зачету допускаются студенты, набравшие 50 и более баллов.

Рейтинг план (2 семестр)

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	8
	Итого	1	8
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Координаты точек в пространстве. Решение	0,5	1

	простейших задач в координатах. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.		
	Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.	1	2
	Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии.	0,5	1
	Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.	0,5	1
	Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.	1	2
	Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Основные задачи на прямую и плоскость. Приложение к решению задач школьного курса геометрии.	0,5	2
	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.	0,5	1
	Конические поверхности второго порядка. Конические сечения. Эллипсоид. Гиперболоиды. Парabolоиды.	1	2
	Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Приложение к решению задач школьного курса геометрии.	0,5	1
	Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.	0,5	1
	Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.	0,5	1

	Итого	7	15
Домашняя работа: решение задач	Все темы 2-го семестра	1	30
Доклад	Все темы 2-го семестра	1	11
Контрольная работа	Все темы 2-го семестра	2	10
Тест	Все темы 2-го семестра	1	10
	Всего в семестре	13	84
	Промежуточная аттестация	1	5
	ИТОГО	14	89
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 50 баллов			

Рейтинговая суммарная оценка за 6 семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение лекционных занятий и отсутствие на занятии – 0 баллов, посещение практических занятий – 0,5 баллов;
- характер работы на практических занятиях: +1 балл за активную работу, решение задач у доски (но не более 15 баллов за семестр).

Оценка за контрольную работу, проводимую в течение семестра: контрольная работа содержит 5 задач; каждая задача оценивается по 3-балльной шкале:

0 – задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки;

1 – задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки;

2 – задача решена верно.

- выполнение домашних заданий (за работу по каждой теме):

0 – выполнено менее 70% заданий;

1 – выполнено от 70 до 90% заданий;

2 – выполнено более 90% заданий;

- подготовка доклада (оценивается от 1 до 11 баллов);

- выполнение теста (оценивается от 0 до 10 баллов).

К зачету допускаются студенты, набравшие 50 и более баллов.

Рейтинг план (6 семестр)

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение лекционных, практических занятий	1	8
	Итого	1	8
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Векторная функция скалярного аргумента	0,5	1
	Кривизна и кручение кривой	0,5	2
	Сопровождающий репер плоской и пространственной кривой.	1	2

	Формулы Френе		
	Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль	1	2
	Первая квадратичная форма поверхности	1	2
	Вторая квадратичная форма поверхности	1	2
	Классификация точек на поверхности	1	2
	Кривизна кривой на поверхности. Разные типы кривизны поверхности	1	2
	Итого	7	15
Домашняя работа: решение задач	Все темы 6-го семестра	1	30
Доклад	Все темы 6-го семестра	1	11
Контрольная работа	Все темы 6-го семестра	2	10
Тест	Все темы 6-го семестра	1	10
	Всего в семестре	13	84
	Промежуточная аттестация	1	5
	ИТОГО	14	89
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 50 баллов			

Примеры заданий для практических занятий

- Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$.
- Напишите уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $x + y + 5z + 3 = 0$ и $2x + 3y - z + 2 = 0$ и через точку $M(3; 2; 1)$.
- Найти угол между прямыми

$$\begin{cases} 3x - 4y - 2z = 0 \\ 2x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$
 и
$$\begin{cases} 4x + y - 6z - 2 = 0 \\ y - 3z - 2 = 0. \end{cases}$$
- При каких значениях l и C прямая $\frac{x-2}{l} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + Cz + 1 = 0$?
- Написать каноническое уравнение эллипсоида, который проходит через т. $M(2; 0; 1)$ и пересекает плоскость xOy по эллипсу $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{1} = 1$.
- При каких значениях λ квадратичная форма $f(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + x_2^2 + \lambda x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_2x_3$ является положительно определенной?
- Пусть $X = \{a, b\}$. Под открытым множеством будем понимать пустое множество, множество X и множество $\{a\}$. Доказать, что на X определена топологическая структура.
- На евклидовой плоскости E^2 введена прямоугольная декартова система координат. Доказать, что гипербола является замкнутым множеством данной плоскости.
- Дан тетраэдр $ABCD$. Доказать, что его грани – треугольники ABC , ABD , ACD и

BCD – представляют собой клеточное разбиение боковой поверхности тетраэдра.

10. Выяснить ориентируемость/неориентируемость «бутылки Клейна».

11. Найти длину дуги кривой, заданной параметризацией $x = t - \frac{1}{2} \sin 2t$, $y = 2 \cos t$

между точками, соответствующими значениям $t_1 = 0$ и $t_2 = 2\pi$.

12. Найти кривизну кривой, заданной параметризацией $x = t^2$, $y = t^3$.

13. Составить уравнение касательной к кривой, заданной параметризацией $x = \sec t$, $y = \tan t$, $z = at$ в точке, соответствующей значению параметра $t = \frac{\pi}{4}$.

14. Составить уравнение нормальной плоскости к винтовой линии $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = 4t$ в точке, соответствующей значению $t = 0$.

15. Найти кручение кривой, заданной параметризацией $x = 2t$, $y = \ln t$, $z = t^2$.

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Домашняя работа: решение задач

Домашняя работа выдается студентам после каждого практического занятия и подразумевает решение стандартных задач по материалам курса (на основе знания теории). Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к зачету (зачету с оценкой).

Примерные задания домашней работы: решение задач

1. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

2. Написать уравнение плоскости, проходящей через т. $A(3; 7; 2)$ параллельно векторам $\vec{a}(4; 1; 2)$ и $\vec{b}(5; 3; 1)$. Указать ее расположение относительно системы координат.

3. Определить взаимное расположение следующих пар плоскостей:

a) $-x + y - z - 7 = 0$ и $2x - 2y + 2z + 1 = 0$;

b) $3x - y - 2z - 5 = 0$ и $x + 9y - 3z + 2 = 0$

4. Определить расстояние от точки $M_0(3; 5; -8)$ до плоскости $6x - 3y + 2z - 28 = 0$.

5. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $M_0(2; 3; -5)$ на плоскость $4x - 2y + 5z - 12 = 0$.

6. На евклидовой плоскости E^2 введена прямоугольная декартова система координат. Доказать, что эллипс является замкнутым множеством данной плоскости.

7. На бесконечном множестве X задана топология Зарисского. Доказать, что подмножество этого пространства тогда и только тогда является замкнутым, когда оно конечное.

8. Построить клеточное разбиение сферы.

9. Доказать, что лист Мебиуса неориентируем.

10. Найти эйлерову характеристику круга D^2 .

11. Написать уравнения нормальной плоскости кривой $z = x^2 + y^2$, $y = x$ в точке $(3, 3, 18)$.

12. Вычислить кручение кривой $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z=t\sqrt{2}$ в точке $(1,1,0)$.
13. Доказать, что поверхность $x=4(u+v)$, $y=3(u-v)$, $z=2uv$ является гиперболическим параболоидом, и вычислить угол между кривыми $u+v=0$ и $u-v=0$ в их точке пересечения.
14. Вычислить полную и среднюю кривизны гиперболического параболоида $z = x^2 - y^2$ в произвольной точке.
15. Найти геодезические линии круговой цилиндрической поверхности.

Критерии оценивания домашней работы

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	1 балл
Решено правильно более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	2

Доклад

На практических занятиях предусмотрено выступления студентов с устным докладом (5-7 минут) по заранее выбранной тематике.

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад не только передаёт научную и учебную информацию, но и нацелен на получение обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения аудиторией. Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Примерные темы докладов

1. Приложения аналитической геометрии в задачах экономики.
2. Биографии великих математиков России.
3. Линии второго порядка и другие замечательные кривые в математике, природе, технике.
4. Симметрия в геометрии и природе.
5. Простейшие топологические инварианты.
6. Индекс пересечения.
7. Кривая Пеано.
8. Проблема четырех красок.
9. Дикая сфера.
10. Узлы.
11. Коэффициент зацепления.
12. Фундаментальная группа.
13. Циклы и гомологии.
14. Топологическое произведение
15. Орнаменты на плоскости.

16. Теорема Эйлера для сетей и графов.
17. Точечные решетки на плоскости.
18. Линии второго порядка как траектории движения планет.
19. Некоторые замечательные линии на поверхности.
20. Чебышевские сети на поверхности.

Критерии оценивания доклада

Критерий	Балл	
Структурированность доклада, которая обеспечивает понимание его содержания	не структурирован	0
	структурен	1
Культура выступления	чтение с листа	0
	рассказ с обращением к тексту	1
	рассказ без обращения к тексту	2
Владение специальной терминологией, использованной в докладе	не владеет	0
	иногда был не точен, ошибался	1
	владеет свободно	2
Раскрытие темы	тема не раскрыта	0
	тема раскрыта частично	1
	тема раскрыта полностью	2
Соответствие содержания теме доклада	не соответствует	0
	соответствует частично	1
	соответствует полностью	2
Качество ответов на вопросы	не может ответить на вопросы	0
	не может ответить на некоторые вопросы	1
	Аргументировано отвечает на все вопросы	2
Максимальный балл	11	

Контрольная работа

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины. Контрольная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии, проводится 1 раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Контрольная работа состоит из 5 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к зачету (зачету с оценкой).

***Примерный вариант контрольной работы
II семестр***

Вариант 1

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (2, 1, 2), B (4, 2, 4), C (6, 4, 2), D (5, -1, 7). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 4 и -4 , и проходящей через точку A (1; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки A(3; 1; -1) на плоскость, заданной уравнением $22x + 4y - 20z - 45 = 0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $x^2 - y^2 - 4x + 8y - 2z = 0$?

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 + 4x_1x_3 + x_3^2$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

Вариант 2

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (0, -4, 3), B (-5, 1, -2), C (4, 7, -2), D (-9, 7, 8). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 5 и -5 , и проходящей через точку A (2; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость, заданной уравнением $2x - 2y - z - 12 = 0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 - 6x + 16y - 36x + 49 = 0$.

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_1x_2 - x_3^2 + 2x_2x_3$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

Примерный вариант контрольной работы 6 семестр

Вариант 1

Задание 1. Рассмотрим множество R, состоящее из двух точек a и b. Открытыми множествами будем считать множество R, пустое множество и точку a. Показать, что R — топологическое пространство.

Задание 2. Выяснить, какие множества евклидова пространства E_3 : а) отрезок с концами a и b; б) открытый луч; в) множество всех точек некоторой прямой; г) множество всех точек сферы.

Задание 3. Показать, что в евклидовом пространстве внутренность шара с центром в данной точке является окрестностью данной точки.

Задание 4. Доказать, что следующее отображение является непрерывным: $f: \Pi_2 \rightarrow a$, где Π_2 - евклидова плоскость, a - прямая этой плоскости, f - ортогональное проектирование плоскости на прямую.

Задание 5. Показать, что отрезок, интервал и полуинтервал не гомеоморфны между собой.

Вариант 2

Задание 1. Доказать, что в топологическом пространстве пересечение любого числа замкнутых множеств (конечного или бесконечного) и объединение конечного числа замкнутых множеств — замкнутое множество.

Задание 2. Будут ли следующие множества точек евклидовой плоскости E_2 связными: а) множество точек плоскости, каждая из которых имеет хотя бы одну рациональную координату; б) множество точек плоскости, имеющих только одну рациональную координату; в) множество точек плоскости, имеющих ровно две рациональные координаты?

Задание 3. Доказать, что интервал и прямая гомеоморфны между собой.

Задание 4. Найти эйлерову характеристику сферы.

Задание 5. Доказать, что не существует выпуклого многогранника, все грани которого — шестиугольники.

Примерный вариант контрольной работы 7 семестр

Вариант 1

Задание 1. Показать, что кривая L , заданная параметрически, совпадает с кривой L' , заданной уравнениями в декартовых координатах: $(L): x=t, y=t, z=2t^2$, $(L'): z=x^2+y^2, y=x$.

Задание 2. Кривая в плоскости ХОY задана уравнением: $y=\ln \cos x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/3$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^4/4, y=t^3/3, z=t^2/2, 0 < t < \infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+3y+2z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xy^2+z^3=12$ в точке $M_0(1, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму поверхности, заданной уравнениями $x=u, y=v, z=0$.

Вариант 2

Задание 1. Показать, что кривая L , заданная параметрически, совпадает с кривой L' , заданной уравнениями в декартовых координатах: $(L): x=-t, y=-2t, z=5t^2$, $(L'): z=x^2+y^2, y=2x$.

Задание 2. Кривая в плоскости ХОY задана уравнением: $y=\ln \sin x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/6$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^5/5$, $y=t^4/4$, $z=t^3/3$, $0 < t < \infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+2y+3z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2y - z^3 = 10$ в точке $M_0(-3, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму плоскости, заданной уравнениями $x=-u$, $y=0$, $z=2v$.

Критерии оценивания заданий, выполненных на контрольной работе

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Тест

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. Она реализуется или в безмашинном варианте, или с использованием средств вычислительной техники. Верность выбора ответов проверяется в первом случае с помощью шаблонов, во втором – с использованием соответствующих программ.

Примеры вопросов тестового задания II семестр

1. Формулы преобразования координат при переходе от системы O, e_1, e_2, e_3 к системе O', e_1, e_2, e_3 имеют вид:

$$\begin{aligned} 1) \quad &x = x' + x_0 \\ &y = y' + y_0 \\ &z = z' + z_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad &x' = x + x_0 \\ &y' = y + y_0 \\ &z' = z + z_0 \end{aligned}$$

2. Пусть векторы \vec{a} и \vec{b} заданы координатами $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тогда векторное произведение $[\vec{a}, \vec{b}]$ вычисляется по формуле:

$$1) \begin{vmatrix} i & j & k \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} i & a_1 & b_1 \\ j & a_2 & b_2 \\ k & a_3 & b_3 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} i & a_1 & a_2 \\ b_1 & j & a_3 \\ b_2 & b_3 & k \end{vmatrix}$$

3. Какие из свойств смешанного произведения справедливы:

- 1) Три вектора компланарны тогда и только тогда, когда смешанное произведение равно нулю;
- 2) Смешанное произведение меняется при перемене местами знаков векторного и

скалярного произведения;

3) Смешанное произведение не меняет значение при циклической перестановке векторов, и меняет знак при перестановке двух векторов;

4) Тройка некомпланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ одинаково ориентирована с тройкой базисных векторов тогда и только тогда, когда смешанное произведение векторов $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) > 0$.

4. Общим уравнением плоскости в пространстве является уравнение

- 1) $Ax + By + C = 0$;
- 2) $Ax + By + Cz + D = 0$;
- 3) $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$;
- 4) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

5. Плоскости $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$; $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ параллельны, если:

- 1) $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$;
- 2) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

6. Плоскости $2x + 3y + 5z + 1 = 0$ и $mx + 2y - 2z + 13 = 0$ перпендикулярны при m равном:

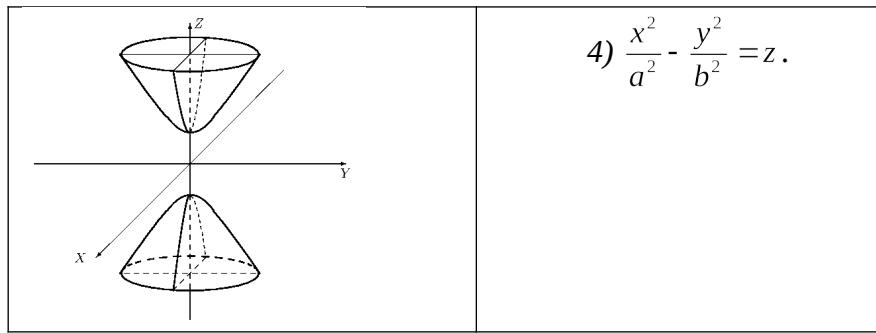
- 1) -2;
- 2) 2;
- 3) 3;
- 4) -3.

7. Расстояние между плоскостями $2x + 3y + 6z - 4 = 0$ и $2x + 3y + 6z + 3 = 0$ равно:

- 1) $\frac{1}{7}$
- 2) 1
- 3) -1
- 4) 7

8. Каноническое уравнение поверхности второго порядка, изображенной на рисунке, имеет вид:

INCLUDEPICTURE "http://www.academixxi.ru/Collections/La_Ag/Electr_book/Ag/05/03/t2.gif" MERGEFORMATINET	$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$; $2) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1;$ $3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0;$
---	--



9. Укажите верные утверждения:

- 1) Квадратичная форма $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2$ имеет канонический вид, её матрица коэффициентов $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$.
- 2) Квадратичная форма $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 5x_2^2 + 4x_1x_2$ имеет канонический вид.

6 семестр

1. Топологическое пространство называется связным, если не существует его разбиения на:
 - а) два открытых подмножества; б) три открытых подмножества; в) четыре открытых подмножества; г) пять открытых подмножеств.
2. Подпространство пространства R^n компактно тогда и только тогда, когда оно:
 - а) ограничено и непрерывно; б) ограничено и замкнуто; в) ограничено и открыто; г) замкнуто и непрерывно.
3. Топология любого метрического пространства является:
 - а) паракомпактной; б) дискретной; в) отделимой; г) бикомпактной.
4. Двуполостный гиперболоид в трехмерном евклидовом пространстве не является:
 - а) открытым множеством; б) связным множеством; в) метрическим пространством; г) топологическим пространством.
5. На числовой прямой объединение двух отрезков является:
 - а) несвязным множеством; б) замкнутым множеством; в) отделимым множеством; г) компактным множеством.
6. Параллельное проецирование плоскости с заданной на ней топологией, индуцированной метрикой, на прямую параллельно другой прямой является ... отображением:
 - а) гладким; б) непрерывным; в) дифференцируемым; г) компактным.
7. Полуинтервал ... луч:
 - а) гомеоморфен; б) диффеоморфен; в) изоморфен; г) диффеоморфен либо изоморфен.
8. Отображение называется непрерывным, если оно непрерывно:
 - а) в некоторых точках; б) в двух точках; в) в трех точках; г) в каждой точке.

9. Гомеоморфные пространства относят к:

- а) к разным топологическим типам; б) одному топологическому типу; в) к двум топологическим типам; г) к трем топологическим типам.

10. Отображение топологических пространств непрерывно тогда и только тогда, когда прообраз любого ... множества является ... множеством:

- а) замкнутого ... замкнут; б) открытого ... замкнут; в) открытого ... открыт; г) замкнутого ... открыт.

7 семестр

1. Предел суммы вектор-функций равен ... пределов слагаемых:

- а) сумме; б) произведению; в) прямой сумме; г) прямому произведению.

2. При вычислении длины дуги кривой, ограниченной двумя точками, используется:

- а) неопределенный интеграл; б) определенный интеграл; в) векторное произведение; г) смешанное произведение.

3. Эволюта – это фигура, состоящая из ... кривой:

- а) радиусов кривизны; б) радиусов кручения; в) центров кривизны; г) центров кручения.

4. Для кривой, заданной в пространстве R^3 , имеет место репер ...:

- а) Гаусса; б) Гильберта; в) Френе; г) Вейля.

5. Уравнение соприкасающейся плоскости пространственной кривой находится с помощью определителя ... порядка:

- а) третьего; б) второго; в) четвертого; г) пятого.

6. Для поверхности вычисляют ... квадратичные формы:

- а) вторую и третью; б) первую и вторую; в) первую и третью; г) третью.

7. У прямого геликоида главные кривизны:

- а) совпадают; б) равны нулю; в) не существуют; г) отличаются знаком.

8. Если полная кривизна поверхности в точке больше нуля, то точка называется:

- а) параболической; б) гиперболической; в) эллиптической; г) цилиндрической.

9. У эллипсоида все точки являются:

- а) параболическими; б) гиперболическими; в) эллиптическими; г) цилиндрическими.

10. Линия на поверхности называется линией кривизны, если в каждой точке линии ее касательная имеет ... направление:

- а) главное; б) побочное; в) главное и побочное; г) главное или побочное.

Критерии оценивания теста

Критерий	Балл
Решено правильно менее 70% заданий	0 балла
Решено правильно от 70 до 90% заданий	7 балл
Решено правильно более 90% заданий	10 балла
Максимальный балл	10

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине:

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине является зачет (2, 6 семестр) и зачет с оценкой (7 семестр).

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение 2-го и 6-го семестра.

Допуск к зачету предполагает:

- 1) суммарный балл должен быть не менее 50;
- 2) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

Зачет с оценкой является итогом учебной деятельности студента в течение 7-го семестра.

Допуск к зачету с оценкой предполагает:

- 3) суммарный балл должен быть не менее 50;
- 4) контрольная работа должны быть оценена не ниже 6 баллов.

7.2.2 Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Зачет (2, 6 семестр)

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квалитативная
высокий	Использует системный подход в решении задачи, подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ее решения. Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий. Составляет и реализует проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии, проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия с обучающимися	81-89 баллов	зачтено
повышенный	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Рассматривает возможные варианты решения задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих	68-80 баллов	

	действий. Составляет проект решения конкретной профессиональной задачи, демонстрирует готовность к разработке проектов развивающих ситуаций на учебном занятии		
базовый	Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи, осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий. Составляет проект решения конкретной профессиональной задачи.	54-67 баллов	
низкий	Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки. Не может осуществить самоанализ и рефлексию результатов своих действий.	53 баллов и ниже	не зачтено

Зачет с оценкой (7 семестр)

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*
			Квантиitative
высокий	Использует системный подход в решении задачи, подбирает и систематизирует информацию, необходимую для ее решения. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами	81-89 баллов	Отлично
повышенный	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	68-80 баллов	хорошо
базовый	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи; находит и критически анализирует информацию,	54-67 баллов	удовлетворительно

	необходимую для решения поставленной задачи.		
низкий	Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	53 баллов и ниже	неудовлетворительно

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

7.2.3 Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций	
Ответ на зачете (зачете с оценкой)	
УК-1.3.	Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи
УК-6.2.	Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий
ОПК-3.3.	Проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач
ПК-4.1.	Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи
ПК-4.3.	Демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Наименование оценочного средства

1. Ответ на зачете.

На зачете студенту предлагается один теоретический вопрос, соответствующий содержанию формируемых компетенций. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

1. Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах.
2. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.
3. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
4. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
5. Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности.
6. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
8. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости.
10. Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.
11. Основные задачи на прямую и плоскость.
12. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
13. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.
14. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
15. Эллипсоид.
16. Гиперболоиды.
17. Параболоиды.
18. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
19. Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.

20. Закон инерции квадратичной формы. Знakoопределенные квадратичные формы.
 21. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

2. Ответ на зачете с оценкой.

В каждый билет для зачета с оценкой включено два теоретических вопроса, соответствующие содержанию формируемых компетенций. Зачет с оценкой проводится в устной форме. На подготовку ответа студенту отводится 30 минут.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Вектор-функция одного скалярного аргумента и ее характеристики.
2. Кривая как вектор-функция одного скалярного аргумента. Гладкие, регулярные кривые.
3. Вычисление длины регулярной кривой.
4. Натуральная параметризация регулярной кривой. Теорема о существовании натуральной параметризации.
5. Сопровождающий трехгранник Френе.
6. Формулы Френе.
7. Нахождение кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Гладкие и регулярные поверхности. Координаты точки на поверхности.
11. Кривая на поверхности, координатные кривые. Координатная сеть. Поверхности вращения. Регулярность поверхности вращения. Координатные кривые на поверхности вращения.
12. Линейчатые поверхности. Поверхность касательных, цилиндрические и конические поверхности. Регулярность поверхности касательных.
13. Полная кривизна поверхности.
14. Главные кривизны поверхности. Поверхности с нулевой, положительной и отрицательной кривизной.

Критерии оценивания

Критерий (формулируется на основе индикаторов проверяемых компетенций)	Балл
Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	1
Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий	1
Проектирует ситуации учебного сотрудничества и взаимодействия обучающихся в целях эффективного решения образовательных задач	1
Составляет и реализует в практической деятельности проект решения конкретной профессиональной задачи	1
Демонстрирует готовность к разработке и реализации проектов развивающих ситуаций на учебном занятии	1
Максимальный балл	5

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой

для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 1 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2011. – 400 с.
2. Гусева, Н.И. Сборник задач по геометрии : в 2 ч. – Ч. I : учебное пособие / Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О. Ю. Тесля. – М.: КНОРУС, 2012. – 528 с.
3. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451230>
4. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452196>
5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 288 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02938-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/453493>

б) дополнительная литература

1. Алания Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]/ Алания Л.А., Гусейн-Заде С.М., Дынников И.А.— Электрон. текстовые данные.— Москва: Логос, 2005.— 376 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9121.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Пахомова, Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 110 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08432-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451706>
3. Погорелов, А.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]/ Погорелов А.В. – Электрон. текстовые данные. – Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. – 208 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/91909.html>. – ЭБС «IPRbooks»
4. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451192>

в) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- ЭПС «Система Гарант-Максимум»;
- ЭПС «Консультант Плюс»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – рефераты, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)

10. Методические указания для преподавателя и обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- практикоориентированность, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной практической задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений применять математику в своей профессиональной деятельности;
- субъектоориентированность, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках дисциплины в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;
- преемственность, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения дисциплин «Элементарная математика», «Дополнительные разделы геометрии», «Начальные разделы алгебраической геометрии» (осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения математических задач, необходимы для дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности).

При организации учебного процесса по данной дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- развивающего обучения (развитие личности и ее способностей);
- контекстного обучения (мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением).

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме лекционных и практических занятий. Тематический план включает темы, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Геометрия» преподаватель использует аудиовизуальные и мультимедийные средства обучения. В рамках изучения лекционного материала у студентов формируется представление о ключевых понятиях и базовых идеях дисциплины.

Во время практических занятий у студентов формируются практические навыки по решению задач курса.

Одной из ключевых организационных форм обучения по данной дисциплине является лекция. Курс лекций по геометрии должен обеспечить достижение следующих целей:

- 1) обобщение и передачу фундаментальных знаний по курсу;
- 2) развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, интереса к данному предмету;
- 3) создание ориентировки для самостоятельной работы.

Современная лекция по геометрии должна удовлетворять двум основным требованиям: фундаментализации знаний и активизации познавательной деятельности

студентов.

В процессе ведения лекционных занятий по геометрии, где необходимо разнообразное графическое сопровождение (рисунки, графики, таблицы, диаграммы и т.п.), преподаватель может использовать презентации на компьютере. Формы использования презентации зависят, как от содержания занятия, так и от цели, которую ставит преподаватель.

Возможны несколько вариантов подачи материала:

- лекция-презентация;
- лекция с элементами презентации.

Использование презентаций при изложении курса геометрии позволяет активизировать внимание студентов, иллюстрировать отдельные положения лекционного материала, освобождая время преподавателя на разбор учебного материала, позволяет наглядно структурировать материал в структурно-логических схемах, что закрепляет знания студентов.

При реализации учебного процесса предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм учебного процесса. Цель самостоятельной работы студентов, состоит в том, чтобы научиться самостоятельно овладевать теoriей и применять ее в дальнейшей практической деятельности.

Самостоятельная работа осуществляется как в аудиторной (выполнение различных заданий), так и во внеаудиторной (самостоятельное изучение теоретических вопросов, домашние задания практического характера и т.д.) форме и контролируется преподавателем.

Методические указания для обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины «Геометрия».

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к контрольной работе и зачету по дисциплине «Геометрия».

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение упражнений);
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к докладу;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к тесту;
- подготовка к зачету.

Работа с лекционным материалом

Проработка лекционного материала сводится к прочтению конспекта лекций и/или рекомендованной литературы. Рекомендуется при самостоятельной проработке материала, во-первых, внимательно проанализировать теоретический материал, предложенный в лекциях, во-вторых, ознакомиться с материалами по соответствующей тематике из рекомендуемых источников.

Выполнение домашнего задания к занятию

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

Подготовка к практическим занятиям и контрольной работе

Практические задания – задания, направленные на формирование знаний, умений и навыков обучающихся.

Контрольная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим научным инструментарием учебной дисциплины.

При подготовке к практическим занятиям и контрольной работе необходимо обратиться к конспектам лекций по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, предложенных в лекциях; самостоятельно решить по 1-2 задачи соответствующей тематики из рекомендуемых сборников задач.

Подготовка к докладу

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Виды докладов:

- 1) доклад – учебное выступление на заданную тему;
- 2) доклад-отчёт о результатах проделанной работы (в том числе доклад на предзащите и защите курсовой работы и дипломного исследования).

Доклад имеет следующие признаки:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Требования к подбору и использованию докладов:

1. Подобранный материал должен соответствовать заявленной теме доклада.
2. Используемый материал должен соответствовать уровню знаний и умений обучающихся, а также реализовывать определенную учебную задачу.
3. Теоретический материал должен подбираться с учетом требований и особенностей учебной дисциплины, в рамках которой он используется.
4. Доклад должен строиться в соответствии с определенной композицией: введение; основная часть, включающая тезисы, доказательства и примеры; вывод.
5. Устное выступление должно соответствовать принятому при научном общении формату: заявка темы и проблемы выступления, подведение итогов.

Общие этапы подготовки к докладу на практическом занятии:

При подготовке докладов студенты должны самостоятельно определить основную идею доклада, выбрать его структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры, уметь ответить на вопросы аудитории и преподавателя.

Самостоятельную работу над темой доклада следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, презентации нужно отобрать не менее 10 наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В

соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них – обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме. Продолжительность доклада не более 7 минут.

Подготовка к тесту

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию необходимо проработать лекционный материал, а также материал практических занятий по дисциплине. Заранее выяснить все условия тестирования, в частности, время, отводимое на тестирование, количество вопросов в тесте, критерии оценки результатов. Приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам. Если какой-то вопрос оказался чрезвычайно трудным, то не тратьте много времени на него. Переходите к другим вопросам, после ответа на которые, нужно вернуться к пропущенным вопросам. Обязательно нужно оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Подготовка к зачету (зачету с оценкой)

Для успешной сдачи зачета рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к зачету должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до зачета: студент распределяет теоретические вопросы таким образом, чтобы успеть выучить или повторить их полностью до начала сессии.
3. 3-4 дня перед зачетом необходимо использовать для повторения: студент распределяет вопросы на первые 2-3 дня, оставив последний день свободным. Последний день используется для повторения курса в целом, чтобы систематизировать материал, а также доучить некоторые вопросы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины используется электронная образовательная среда ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Оборудованные аудитории – столы, стулья, доска, экран, телевизор.
2. Задания для работы студентов, обучающихся по индивидуальному графику.
3. Материалы для итогового и промежуточного контроля.
4. Раздаточный материал.
5. Компьютер, принтер, сканер, ксерокс, мультимедиа, интерактивная доска.

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении не осуществляется

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический
университет им. К.Д. Ушинского»**

**У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
_____ В.П. Завойстый
«_____» _____ 2020 г.**

Программа учебной дисциплины

**Наименование дисциплины:
К.М.07.10 Элементарная математика**

**Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование
(профили Информатика, Математика)**

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчики:

доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,
кандидат педагогических наук

Г.Ю. Буракова

**Утверждена на заседании кафедры
математического анализа, теории
и методики обучения математике
«23» января 2020 г.
Протокол № 5
Заведующий кафедрой**

Смирнов Е.И.

1. Цели и задачи дисциплины:

Цели дисциплины «Элементарная математика» - овладение системой математических знаний умений и навыков в области элементарной математики как основы для развития профессиональных и специальных компетенций, раскрывающих содержание профессионально-предметной деятельности учителя математики. Изучение дисциплины должно обеспечить условия для активизации познавательной деятельности и формирования опыта методической работы с задачным материалом, приобретения первичного опыта профессиональной деятельности; стимулирование самостоятельной деятельности по освоению содержания дисциплины, саморазвития, развития математических способностей.

Основными **задачами** курса являются:

понимание содержания школьного курса математики, основных содержательных линий школьной математики; сущности методов и приёмов решения задач элементарной математики; приемов и методов решения алгебраических и геометрических задач школьного курса математики; роли математики в развитии абстрактно-логического и пространственного мышления, мыслительных операций;

овладение навыками (опытом):

интеллектуальной деятельности в области математики; решения базовых задач школьного курса математики; составления математических моделей и работы с ними; грамотного письменного и устного изложения решения задач; методической работы с задачей; поиска и отбора информации по проблеме;

развитие умений:

выбирать наиболее рациональные методы решения задач; решать отдельные типы задач повышенной трудности школьного курса; самостоятельно анализировать учебно-методическую и учебную литературу по элементарной математике (сборники задач, пособия, статьи в журналах, материалы олимпиад и др.); работать с электронными ресурсами, сайтами и т.п.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы (ОП):

Дисциплина включена в обязательную часть ОП.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине:

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения задач	УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач. УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи. УК-1.6. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы Реферат Доклад Зачет Дидактические материалы. Подготовка
УК-3	Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.3. Взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи УК-3.5. Принимает решения в рамках своей роли в команде	Презентация Доклад Дидактические материалы.

			Подготовка
ОПК-2	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	Презентация Доклад Дидактические материалы. Подготовка

4. Объём дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры				
		4	5	6	7	8
Контактная работа с преподавателем (всего)	120	18	36	30	18	18
В том числе:						
Лекции						
Практические занятия (ПЗ)	120	18	36	30	18	18
Лабораторные работы (ЛР)						
Самостоятельная работа (всего)	168	18	18	24	72	36
В том числе:						
Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой	22	2	2	2	12	4
Решение задач по теме	55	7	8	10	20	10
Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций	24	2	2	2	12	6
Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. Подготовка доклада (выступления)	28	2	2	4	14	6
Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ	28	2	4	2	14	6
Реферат	11	3		4		4
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		зачёт		зачёт	зачёт	зачет с оценкой
Общая трудоемкость (часов)	288	36	54	54	90	54
Общая трудоемкость (Зачетных единиц)	8	1	1,5	1,5	2,5	1,5

5. Содержание дисциплины

5.1 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела	Наименование тем

	дисциплины	
1	Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> ■ Модуль действительного числа. Различные определения модуля действительного числа. Свойства. Геометрический смысл модуля действительного числа. Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля. ■ Текстовые задачи. Понятие задачи. Классификация задач. Методы решения. ■ Рациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования рациональных выражений; Равносильность уравнений и неравенств; Общие методы решения рациональных уравнений; Общие методы решения рациональных неравенств; Общие методы решения систем рациональных уравнений и неравенств. ■ Иррациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования иррациональных выражений; Общие методы решения иррациональных уравнений; Общие методы решения иррациональных неравенств; Общие методы решения систем иррациональных уравнений и неравенств.
2	Показательная и логарифмическая функции в задачах	<ul style="list-style-type: none"> ■ Показательная и логарифмическая функции, графики. Показательная функция, её свойства и график; Логарифмическая функция, её свойства и график; Преобразования графиков; Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений. ■ Показательные и логарифмические уравнения. Показательные уравнения, общие методы решения; Логарифмические уравнения, общие методы решения. ■ Показательные и логарифмические неравенства. Показательные неравенства, общие методы решения; Логарифмические неравенства, общие методы решения; Комбинированные уравнения и неравенства; Графические методы решения уравнений и неравенств.
3	Тригонометрия	<ul style="list-style-type: none"> ■ Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики; Тождественные преобразования тригонометрических выражений; ■ Тригонометрические уравнения. Методы решения тригонометрических уравнений; ■ Тригонометрические неравенства. Методы решения тригонометрических неравенств; ■ Тождественные преобразования выражений, содержащие обратные тригонометрические функции. Доказательство тождеств, решение уравнений и неравенств, содержащих обратные тригонометрические функции. ■ Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. ■ Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.
4	Планиметрия	<ul style="list-style-type: none"> ■ Треугольник. Метрические соотношения в треугольнике. Прямоугольный треугольник и соотношения в нем. Занятательные точки треугольника. ■ Четырехугольник. Параллелограмм. Ромб. Прямоугольник. Трапеция. ■ Окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Углы, связанные с окружностью. Свойства касательных к окружности. Вписанные и описанные четырехугольники. Метод вспомогательной окружности. ■ Площади фигур. Площадь треугольника. Площадь четырехугольника. ■ Преобразования плоскости. Движения.

		<p>Свойства движений в задачах. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Поворот. Параллельных перенос.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Преобразование подобия в задачах. Гомотетия. ■ Геометрические построения. <p>Метод геометрических мест. Метод движений. Метод подобия. Алгебраический метод.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Координатный метод решения планиметрических задач. ■ Векторный, координатно-векторный метод решения планиметрических задач.
5	Стереометрия	<ul style="list-style-type: none"> ■ Изображения плоских и пространственных фигур. <p>Построения на изображениях фигур Параллельная проекция. Методы построения сечений многогранника плоскостью. Вычисление площади сечения многогранника.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Вычисление углов между прямыми и плоскостями. <p>Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Вычисление расстояний в пространстве. <p>Приемы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до плоскости.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Многогранники. <p>Площадь поверхности и объем призмы. Площадь поверхности и объем пирамиды.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Тела вращения. <p>Площадь поверхности и объем: цилиндра, конуса, шара.</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Комбинации многогранников и тел вращения. <p>Комбинации многогранников. Комбинации тел вращения. Комбинации многогранников и тел вращения.</p>
6	Функции и графики	<ul style="list-style-type: none"> ■ Элементарные функции. <p>Понятие элементарной функции. Классы элементарных функций. Операции на множестве функций. Свойства функций. Асимптоты. Графики дробно-рациональных функций. Графики уравнений, содержащих знак модуля. Методы построения графиков. Согласование свойств элементарных функций с алгебраической структурой и отношением порядка;</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Функционально-графический метод решения задач. Свойства функций в задачах; ■ Комбинированные задачи.

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Кол-во часов				
		Лекции	Практ. Занятия	Лабораторные	Самост. работа студ.	Всего часов
I.	Раздел: Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства (4 семестр)		18		18	36
1.1	Тема 1: Модуль действительного числа. Различные определения модуля действительного числа. Свойства. Геометрический смысл модуля действительного числа. Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля.		2		2	4
1.2	Тема 2: Текстовые задачи. Понятие задачи. Классификация задач. Методы решения.		2		2	4

1.3	Тема 3: Рациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования рациональных выражений; Равносильность уравнений и неравенств; Общие методы решения рациональных уравнений; Общие методы решения рациональных неравенств; Общие методы решения систем рациональных уравнений и неравенств.		8		8	16
1.4	Тема 4: Иррациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования иррациональных выражений; Общие методы решения иррациональных уравнений; Общие методы решения иррациональных неравенств; Общие методы решения систем иррациональных уравнений и неравенств.		6		6	12
II.	Раздел: Показательная и логарифмическая функции в задачах (5 семестр)		18		9	27
2.1	Тема 1: Показательная и логарифмическая функции, графики. Показательная функция, её свойства и график; Логарифмическая функция, её свойства и график; Преобразования графиков; Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.		4		3	7
2.2	Тема 2: Показательные и логарифмические уравнения. Показательные уравнения, общие методы решения; Логарифмические уравнения, общие методы решения.		6		3	9
2.3	Тема 3: Показательные и логарифмические неравенства. Показательные неравенства, общие методы решения; Логарифмические неравенства, общие методы решения; Комбинированные уравнения и неравенства; Графические методы решения уравнений и неравенств.		8		3	11
III.	Раздел: Тригонометрия (5 семестр)		18		9	27
3.1	Тема 1: Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики; Тождественные преобразования тригонометрических выражений;		4		2	6
3.2	Тема 2: Тригонометрические уравнения. Методы решения тригонометрических уравнений;		4		2	6
3.3	Тема 3: Тригонометрические неравенства. Методы решения тригонометрических неравенств;		4		2	6

3.4	Тема 4: Тождественные преобразования выражений, содержащие обратные тригонометрические функции. Доказательство тождеств, решение уравнений и неравенств, содержащих обратные тригонометрические функции.		2		1	3
3.5	Тема 5: Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.		2		1	3
3.6	Тема 6: Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.		2		1	3
IV.	Раздел: Планиметрия (6 семестр)		30		24	54
4.1	Тема 1: Треугольник. Метрические соотношения в треугольнике. Прямоугольный треугольник и соотношения в нем. Занимательные точки треугольника.		4		4	8
4.2	Тема 2: Четырехугольник. Параллелограмм. Ромб. Прямоугольник. Трапеция.		4		2	6
4.3	Тема 3: Окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Углы, связанные с окружностью. Свойства касательных к окружности. Вписанные и описанные четырехугольники. Метод вспомогательной окружности.		4		4	8
4.4	Тема 4: Площади фигур. Площадь треугольника. Площадь четырехугольника.		4		2	6
4.5	Тема 5: Преобразования плоскости. Движения. Свойства движений в задачах. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Поворот. Параллельных перенос.		4		2	6
4.6	Тема 6: Преобразование подобия в задачах. Гомотетия.		2		4	6
4.7	Тема 7: Геометрические построения. Метод геометрических мест. Метод движений. Метод подобия. Алгебраический метод.		4		2	6
4.8	Тема 8: Координатный метод решения планиметрических задач.		2		2	4
4.9	Тема 9: Векторный, координатно-векторный метод решения планиметрических задач.		2		2	4
V.	Раздел: Стереометрия (7 семестр)		18		72	90
5.1	Тема 1: Изображения плоских и пространственных фигур. Построения на изображениях фигур Параллельная проекция. Методы построения сечений многогранника плоскостью. Вычисление площади сечения многогранника.		4		8	12
5.2	Тема 2: Вычисление углов между прямыми и плоскостями.		4		16	20

	Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.					
5.3	Тема 3: Вычисление расстояний в пространстве. Приемы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до плоскости.		2		16	18
5.4	Тема 4: Многогранники. Площадь поверхности и объем призмы. Площадь поверхности и объем пирамиды.		4		16	20
5.5	Тема 5: Тела вращения. Площадь поверхности и объем: цилиндра, конуса, шара.		2		8	10
5.6	Тема 6: Комбинации многогранников и тел вращения. Комбинации многогранников. Комбинации тел вращения. Комбинации многогранников и тел вращения.		2		8	10
VI.	Раздел: Функции и графики (8 семестр)		18		36	54
6.1	Тема 1: Элементарные функции. Понятие элементарной функции. Классы элементарных функций. Операции на множестве функций. Свойства функций. Асимптоты. Графики дробно-рациональных функций. Графики уравнений, содержащих знак модуля. Методы построения графиков. Согласование свойств элементарных функций с алгебраической структурой и отношением порядка;		6		12	18
6.2	Тема 2: Функционально-графический метод решения задач. Свойства функций в задачах.		6		12	18
6.3	Тема 3: Комбинированные задачи.		6		12	18
Итого			120		168	288

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов
4 семестр		
1	Модуль действительного числа	- Решение задач по теме. -Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой.
2	Текстовые задачи	- Решение задач по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
3	Рациональны	- Решение задач по теме.

	е уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой - Реферат.
4	Иррациональные уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Подготовка доклада. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
5 семестр		
1	Показательная и логарифмическая функции, графики.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой
2	Показательные и логарифмические уравнения.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. Подготовка доклада (выступления) - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой
3	Показательные и логарифмические неравенства	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
4	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме.
5	Тригонометрические уравнения.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций.
6	Тригонометрические неравенства.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
7	Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме.

	тригонометрические функции.	
8	Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии.
9	Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ.
6 семестр		
1	Треугольник	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме.
2	Четырехугольник	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме.
3	Окружность.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме. - Реферат.
4	Площади фигур.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций, доклада. - Систематизация теоретических положений по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ.
5	Преобразования плоскости. Движения.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме.
6	Преобразование подобия в задачах. Гомотетия	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме.
7	Геометрические построения.	<ul style="list-style-type: none"> - Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ.

8	Координатный метод решения планиметрических задач.	- Решение задач по теме. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме.
9	Векторный, координатно-векторный методы решения планиметрических задач.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме.

7 семестр

1	Изображения плоских и пространственных фигур.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме.
2	Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
3	Вычисление расстояний в пространстве.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций. - Систематизация теоретических положений по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ.
4	Многогранники.	-Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. Подготовка доклада. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ
5	Тела вращения.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме
6	Комбинации многогранников и тел вращения.	- Решение задач по теме. - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выделение приемов и методов решения задач. - Систематизация теоретических положений по теме. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ.

8 семестр

1	Элементарные функции	- Решение задач по теме, подготовка доклада - Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ - Выделение приемов и методов решения задач, подготовка презентаций, доклада. - Систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой
2	Функционально-графический	- Индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии, подготовка презентаций - Выполнение расчетных (контрольных, самостоятельных) работ

	метод решения задач. Свойства функций в задачах	- Решение задач по теме.
3	Комбинированные задачи	- Решение задач по теме. - Выделение приемов и методов решения задач. - Реферат

6.2 Тематика курсовых работ (проектов) – не предусмотрено.

6.3. Примерная тематика рефератов

1. Неравенство Коши и его применение при решении задач.
2. Именные неравенства в курсе элементарной математики.
3. Именные задачи в курсе элементарной математики.
4. Координатный и векторный методы при доказательстве теорем.
5. Координатный и векторный методы в решении планиметрических (стереометрических) задач.
6. Русские математики и их роль в развитии науки.
7. Открытия великих математиков в разных областях наук (математика и физика, математика и химия и т.п.).
8. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами.
9. Задачи практического содержания в курсе алгебры (планиметрии).
10. Задачи на комбинации многогранников и тел вращения.
11. Симметрия в алгебре, геометрии, биологии, химии, живописи и архитектуре.
12. Алгебраические способы решения геометрических задач.
13. Геометрические способы решения алгебраических задач.
14. Метод вспомогательной окружности в задачах.
15. Вневписанная окружность в задачах.
16. Касательная в задачах планиметрии и стереометрии.
17. Задачи элементарной математики в олимпиадах школьников.
18. Приложения математики в естественных науках и технике.
19. Математика и гуманитарные науки.
20. Математика и искусство.
21. Золотое сечение в архитектуре и живописи.
22. Сложные проценты в экономике.
23. Взаимосвязь различных определений понятий элементарной математики
24. Формирование у учащихся представлений о математических моделях и их использовании.

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по дисциплине

Наименование темы дисциплины	Средства текущего контроля	Перечень компетенций (указать шифр)

Раздел: Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства (4 семестр)		
Тема 1: Модуль действительного числа. Различные определения модуля действительного числа. Свойства. Геометрический смысл модуля действительного числа. Уравнения и неравенства, содержащие знак модуля.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 2: Текстовые задачи. Понятие задачи. Классификация задач. Методы решения.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 3: Рациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования рациональных выражений; Равносильность уравнений и неравенств; Общие методы решения рациональных уравнений; Общие методы решения рациональных неравенств; Общие методы решения систем рациональных уравнений и неравенств.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы Презентация Реферат	УК-1.4 УК-1.6 УК-3.3 ОПК-2.2 УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
Тема 4: Иррациональные уравнения и неравенства. Тождественные преобразования иррациональных выражений; Общие методы решения иррациональных уравнений; Общие методы решения иррациональных неравенств; Общие методы решения систем иррациональных уравнений и неравенств.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы Доклад	УК-1.4 УК-1.6 УК-1.1 УК-3.3 УК-3.5 ОПК-2.2
Раздел: Показательная и логарифмическая функции в задачах (5 семестр)		
Тема 1: Показательная и логарифмическая функции, графики. Показательная функция, её свойства и график; Логарифмическая функция, её свойства и график; Преобразования графиков; Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 2: Показательные и логарифмические уравнения. Показательные уравнения, общие методы решения; Логарифмические уравнения, общие методы решения.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы Презентация Доклад	УК-1.4 УК-1.6 УК-3.3 ОПК-2.2 УК-1.1 УК-3.3 УК-3.5 ОПК-2.2
Тема 3: Показательные и логарифмические неравенства. Показательные неравенства, общие методы решения; Логарифмические неравенства, общие методы решения; Комбинированные уравнения и неравенства; Графические методы решения уравнений и неравенств.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы Презентация	УК-1.4 УК-1.6 УК-3.3 ОПК-2.2
Раздел: Тригонометрия (5 семестр)		
Тема 1: Тождественные преобразования	Расчетные	УК-1.4

тригонометрических выражений. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики; Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	(контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.6
Тема 2: Тригонометрические уравнения. Методы решения тригонометрических уравнений;	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 3: Тригонометрические неравенства. Методы решения тригонометрических неравенств;	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 4: Тождественные преобразования выражений, содержащие обратные тригонометрические функции. Доказательство тождеств, решение уравнений и неравенств, содержащих обратные тригонометрические функции.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 5: Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 6: Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Раздел: Планиметрия (6 семестр)		
Тема 1: Треугольник. Метрические соотношения в треугольнике. Прямоугольный треугольник и соотношения в нем. Занятельные точки треугольника.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 2: Четырехугольник. Параллелограмм. Ромб. Прямоугольник. Трапеция.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 3: Окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Углы, связанные с окружностью. Свойства касательных к окружности. Вписанные и описанные четырехугольники. Метод вспомогательной окружности.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
	Реферат	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6
Тема 4: Площади фигур. Площадь треугольника. Площадь четырехугольника.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 УК-3.3 УК-3.5 ОПК-2.2

Тема 5: Преобразования плоскости. Движения. Свойства движений в задачах. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Поворот. Параллельный перенос.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 6: Преобразование подобия в задачах. Гомотетия.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 7: Геометрические построения. Метод геометрических мест. Метод движений. Метод подобия. Алгебраический метод.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 8: Координатный метод решения планиметрических задач.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 9: Векторный, координатно-векторный метод решения планиметрических задач.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Раздел: Стереометрия (7 семестр)		
Тема 1: Изображения плоских и пространственных фигур. Построения на изображениях фигур Параллельная проекция. Методы построения сечений многогранника плоскостью. Вычисление площади сечения многогранника.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Тема 2: Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 3: Вычисление расстояний в пространстве. Приемы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до плоскости.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 4: Многогранники. Площадь поверхности и объем призмы. Площадь поверхности и объем пирамиды.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 УК-3.3 УК-3.5 ОПК-2.2
Тема 5: Тела вращения. Площадь поверхности и объем: цилиндра, конуса, шара.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6

Тема 6: Комбинации многогранников и тел вращения. Комбинации многогранников. Комбинации тел вращения. Комбинации многогранников и тел вращения.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
Раздел: Функции и графики (8 семестр)		
Тема 1: Элементарные функции. Понятие элементарной функции. Классы элементарных функций. Операции на множестве функций. Свойства функций. Асимптоты. Графики дробно-рациональных функций. Графики уравнений, содержащих знак модуля. Методы построения графиков. Согласование свойств элементарных функций с алгебраической структурой и отношением порядка;	Презентация Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-3.3 ОПК-2.2 УК-1.4 УК-1.6
	Доклад	УК-1.1 УК-3.3 УК-3.5 ОПК-2.2
Тема 2: Функционально-графический метод решения задач. Свойства функций в задачах.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Презентация	УК-3.3 ОПК-2.2
Тема 3: Комбинированные задачи.	Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы	УК-1.4 УК-1.6
	Реферат	УК-1.1 УК-1.4 УК-1.6

Текущий контроль осуществляется на основе рейтинговой технологии оценивания. Обучающиеся в процессе изучения дисциплины набирают рейтинговые баллы и в рамках аттестационной недели получают отметки в соответствии с набранными баллами.

Критерии оценки видов работ

Рейтинговая оценка за семестр складывается из следующих рейтинговых оценок:

- посещение практических занятий – 0,5 баллов; отсутствие на занятии – 0 баллов;
- работа на практических занятиях: активное участие в обсуждении, представление результатов самостоятельной работы - 1 балл (но не более 16 баллов за семестр)
- оценки за расчетные (контрольные, самостоятельные) работы, проводимые в течение семестра:

работа в зависимости от темы может содержать от четырех до восьми заданий. Каждая задача оценивается по 5-балльной шкале:

4 - обоснованно получен верный ответ, решение не содержит логических пробелов;

3 - допущена единичная ошибка, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения;

2 – обоснованно верно решено около 50% задач;

1 – обоснованно решено около 30% задачи, при этом имеются математические ошибки;

0 – решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.

В итоге за аудиторную расчетную работу студент может получить от 0 до 32 баллов

- выполнение самостоятельной (домашней) работы по каждой теме (решение задач, выделение приемов и методов решения задач, индивидуальная работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии, систематизация теоретических положений

по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой и т.д.):

- 0 – выполнено менее 70% заданий;
- 1 – выполнено от 70 до 90% заданий;
- 2 – выполнено более 90% заданий;

- подготовка реферата (оценивается от 0 до 15 баллов);
- подготовка доклада (оценивается от 0 до 11 баллов);
- подготовка презентации (оценивается от 0 до 7 баллов).

Рейтинг план

4 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение практических занятий	0,5	9
	Итого	0,5	9
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Модуль действительного числа	0,5	1
	Текстовые задачи	0,5	1
	Рациональные уравнения и неравенства	0,5	4
	Иррациональные уравнения и неравенства	0,5	3
	Итого	2	9
Самостоятельная (домашняя работа) работа	Все темы	1	18
Доклад	Все темы	1	11
Презентация	Все темы	1	7
Реферат	Все темы	1	15
Расчетная (контрольная, самостоятельная) работа	Модуль действительного числа	1	16
	Текстовые задачи	1	28
	Рациональные уравнения и неравенства	0,5	5
	Иррациональные уравнения и неравенства	0,5	4
Всего в семестре		9,5	122
Промежуточная аттестация			
ИТОГО		9,5	122
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 80 баллов			

5 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-	Макс.

		всего баллов	Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение практических занятий	0,5	18
	Итого	0,5	18
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Показательная и логарифмическая функции, графики.	0,5	2
	Показательные и логарифмические уравнения.	0,5	3
	Показательные и логарифмические неравенства	0,5	4
	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	0,5	2
	Тригонометрические уравнения.	0,5	2
	Тригонометрические неравенства.	0,5	2
	Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.	0,5	1
	Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.	0,5	1
	Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.	0,5	1
	Итого	4,5	18
Самостоятельная (домашняя работа) работа	Все темы	1	18
Доклад	Все темы	1	11
Презентация	Все темы	1	7
расчетная (контрольная, самостоятельная) работа	Показательная и логарифмическая функции, графики. Показательные и логарифмические уравнения.	1	24
	Показательные и логарифмические неравенства	1	20
	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	1	28
	Тригонометрические уравнения.		
	Тригонометрические неравенства.	1	24
Всего в семестре		12	168
Промежуточная аттестация			
ИТОГО		12	168
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
В данном семестре промежуточной аттестации не предусмотрено, но к промежуточной аттестации в следующем семестре не допускаются обучающиеся, набравшие в течение 5 семестра менее 110 баллов			

6 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение практических занятий	0,5	15
	Итого	0,5	15
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Треугольник	0,5	2
	Четырехугольник	0,5	2
	Окружность.	0,5	2
	Площади фигур.	0,5	2
	Преобразования плоскости. Движения.	0,5	2
	Преобразование подобия в задачах. Гомотетия	0,5	1
	Геометрические построения.	0,5	2
	Координатный метод решения планиметрических задач.	0,5	1
	Векторный, координатно-векторный методы решения планиметрических задач.	0,5	1
	Итого	4,5	15
Самостоятельная (домашняя работа) работа	Все темы	1	24
Реферат	Все темы	1	15
Доклад	Все темы	1	11
Презентация	Все темы	1	7
расчетная (контрольная, самостоятельная) работа	Треугольник, четырехугольник	1	16
	Окружность. Площади фигур. Преобразования плоскости. Движения.	1	16
	Преобразование подобия в задачах. Гомотетия Геометрические построения.		
	Всего в семестре	11	119
Промежуточная аттестация			
ИТОГО			
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 78 баллов, а также набравшие в течение 5 семестра менее 110 баллов			

7 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-	Макс.

		во баллов	Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение практических занятий	0,5	9
	Итого	0,5	9
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Изображения плоских и пространственных фигур.	0,5	2
	Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	0,5	2
	Вычисление расстояний в пространстве.	0,5	1
	Многогранники.	0,5	2
	Тела вращения.	0,5	1
	Комбинации многогранников и тел вращения.	0,5	1
Итого		3	9
Самостоятельная (домашняя работа) работа	Все темы	1	72
Доклад	Все темы	1	11
Презентация	Все темы	1	7
расчетная (контрольная, самостоятельная) работа	Изображения плоских и пространственных фигур. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Вычисление расстояний в пространстве.	1	16
	Многогранники. Тела вращения.	1	16
Всего в семестре		8,5	140
Промежуточная аттестация			
ИТОГО		8,5	140
Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов			
К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 92 баллов			

8 семестр

Базовая часть			
Вид контроля	Форма контроля	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
Контроль посещаемости	Посещение практических занятий	0,5	9
	Итого	0,5	9
Контроль работы на занятиях	Наименование темы	Мин. Кол-во баллов	Макс. Кол-во баллов
	Элементарные функции	0,5	3
	Функционально-графический метод решения задач. Свойства функций в	0,5	3

	задачах		
	Комбинированные задачи	0,5	3
	Итого	1,5	9
Самостоятельная (домашняя работа) работа	Все темы	1	36
Реферат	Все темы	1	15
Доклад	Все темы	1	11
Презентация	Все темы	1	7
расчетная (контрольная, самостоятельная) работа	Элементарные функции. Функционально-графический метод решения задач. Свойства функций в задачах	1	20
	Комбинированные задачи	1	16
Всего в семестре		8	123
Промежуточная аттестация		1	40
ИТОГО		9	163

Подготовка к практическим занятиям является обязательным условием получения итоговой рейтинговой оценки по дисциплине не зависимо от количества накопленных баллов

К промежуточной аттестации не допускаются обучающиеся, набравшие в течение семестра менее 81 баллов

Примеры заданий для практических занятий

Тема занятия: «Модуль действительного числа»

I вариант

1. Запишите без знака модуля

1) $|3-\pi|$;

2) $\left| \frac{1-\log_1 5}{2} \right|$;

3) $|\sin 3 + 0,1|$;

4) $|x^2 - x + 1|$;

5) $|2x-1|$;

6) $|x-1|-4$.

2. Решите уравнения

1) $|5x+3|=1$;

2) $|x-3|=|x|-3$;

3) $2x^2+|x|-1=0$;

4) $||x-3|-3|-3=3$.

3. Решите неравенства и системы неравенств

1) $x^2 - 2|x| - 8 \geq 0$;

2)
$$\begin{cases} |x-3| < 5, \\ |x-5| \leq 3, \end{cases}$$

4. Постройте графики функций

II вариант

1) $|2-e|$;

2) $|\log_2 3 - 1|$;

3) $|0,01 + \cos(-6)|$;

4) $|x^2 + x + 1|$;

5) $|1-3x|$;

6) $|x+1|-3$.

1) $|2x-3|=5$;

2) $|x|-|x+2|=0$;

3) $x^2 - 2|x| - 15 = 0$;

4) $||x-3|+3|-3=3$.

1) $y = |x| \cdot x ;$
 2) $y = \frac{x^2 - 4}{|x| + 2} ;$
 3) $y = |x^2 - 3x + 2| .$

1) $y = |x| - x ;$
 2) $y = \frac{x^2 - 1}{|x| - 1} ;$
 3) $y = x^2 - 3|x| + 2 .$

Тема занятия: «Рациональные функции»

«Элементарные функции, их свойства и графики»

Вариант 1

Вариант 2

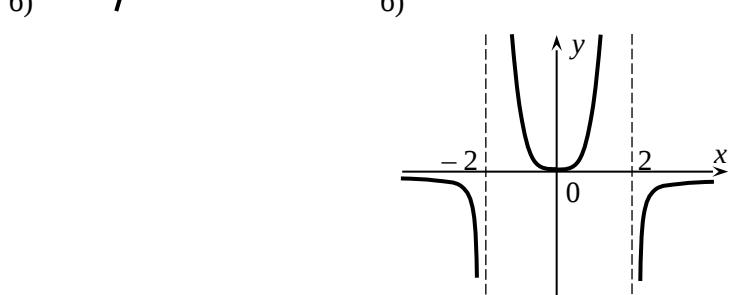
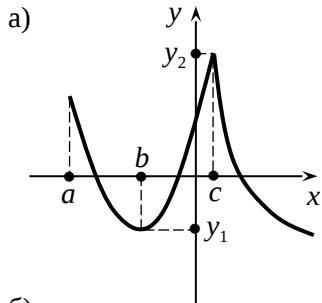
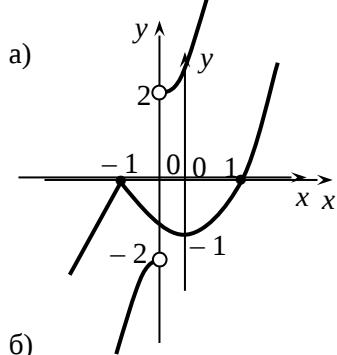
1. Укажите область определения функций:

a) $y = \frac{1}{x+2} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} ;$ a) $y = \lg(10x^2 - x) + \frac{1}{\sqrt{3+5x}} ;$
 б) $y = \frac{\sqrt{2x-x^2+3}}{\log_2 x - 1} .$ б) $y = \sqrt{2^x - 1} + \sin \frac{1}{5x-1} .$

2. Найдите множество значений функций:

a) $y = 5 - 4 \sin 3x ;$ a) $y = -\cos^2 3x + 4 ;$
 б) $y = 2^{|x|} ;$ б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} ;$
 в) $y = \frac{x+1}{x-1} .$ в) $y = \frac{1}{x^2+1} .$

3. Укажите свойства функций, изображенных на графиках:



4. Постройте графики функций:

а) $y = \frac{1}{x^2 - 4} ;$
 б) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 ;$

а) $y = \frac{1}{4-x^2} ;$
 б) $y = -\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 ;$

$$\text{в)} \quad y = \sqrt{1-x} + \ln(x-1) . \quad \text{в)} \quad y = 2^{\log_2 \cos x} .$$

Тема занятия: «Текстовые задачи»

1. Из города А в город В выехал мотоциклист. Через 2 часа из города А выехал автомобилист, который прибыл в город В одновременно с мотоциклистом. Если бы автомобилист и мотоциклист одновременно выехали из А и В навстречу друг другу, то они встретились бы через 1 час 20 минут после выезда. Сколько времени провел в пути из А в В мотоциклист, если скорость автомобиля и мотоцикла постоянные?
2. Двое рабочих, работая вместе, некоторую работу за 20 дней. Первый из них, работая отдельно, может выполнить всю работу на 30 дней скорее, чем второй рабочий, если этот последний будет работать отдельно. За сколько дней каждый из них работая отдельно, может выполнить работу?
3. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь 120 км он затрачивает на 2 часа больше, чем мотоциклист. Вычислить скорость каждого.
4. На путь из А в В теплоход затрачивает 3 часа, а на обратный путь – 4 часа. сколько времени будет плыть плот из А в В?
5. По окружности длиной 360 м движутся две точки, причем первая точка проходит окружность на 1 с быстрее, чем вторая. Найти скорость точек, если первая проходит за 1 с на 4 м больше второй.
6. Из 38 т сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после переработки получается 30 т сырья первого сорта. Найти процент примесей в сырье первого сорта.
7. Три тракторные бригады вместе вспахивают поле за 4 дня. Это же поле первая и вторая бригады вместе могут вспахать за 6 дней, а первая и третья вместе за 8 дней. Во сколько раз площадь, вспахиваемая за день второй бригадой, больше, чем площадь, вспахиваемая за день третьей бригадой?
8. Сумма двух трехзначных чисел, записанных одинаковыми цифрами, но в обратном порядке, равна 1252. Найдите эти числа, если сумма цифр каждого равна 14, а сумма квадратов цифр равна 84.
9. В двух ящиках находится более 29 одинаковых деталей. Число деталей в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем в 3 раза превышает число деталей во втором ящике. Утроенное число деталей в первом ящике превышает удвоенное число деталей во втором ящике менее чем на 60. Сколько деталей в каждом ящике?
10. Партию деталей решили поровну разложить по ящикам. Сначала в каждый ящик положили по 12 деталей, но при этом осталась 1 деталь. Тогда из одного ящика вынули все детали и в оставшиеся ящики удалось разложить все детали поровну. Сколько деталей было в партии, если в каждом ящике помещается не более 20 деталей.
11. 2) Поезд со станции А идет по направлению к станции В. Пройдя 450 км, что составляет 75 % всего пути, поезд остановился на 30 минут из-за снежного заноса. После остановки машинист привел поезд в В без опоздания, увеличив скорость на 15 км/ч. Найти первоначальную скорость поезда.
12. 3) На вступительном экзамене по математике 15% поступающих не решили ни одной задачи, 144 человека решили задачи с ошибками, а число решивших все задачи относится к числу вовсе не решивших как 5:3. Сколько человек экзаменовалось по математике в этот день?

Тема занятия: «Рациональные уравнения и неравенства»

«Рациональные уравнения»

1. Проанализируйте решение данного уравнения. Какие методы и приемы были использованы при его решении? Дополните предлагаемое решение обоснованиями на каждом шаге.

Уравнение 1. $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 4x + 4 = 0$

Решение:

Так как $x=0$ не является корнем уравнения разделим уравнение почленно на x^2 :

$$x^2 + 2x - 7x - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2} = 0$$

и

Выполним группировку, объединяя в группы слагаемые, содержащие x^2 и слагаемые, содержащие x :

$$\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + \left(2x - \frac{4}{x}\right) - 7 = 0 \text{ или } \left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + 2\left(x - \frac{2}{x}\right) - 7 = 0.$$

Пусть $t = x - \frac{2}{x}$. Выразим $x^2 + \frac{4}{x^2}$ через t .

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = t^2 \quad \text{или} \quad x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 + 4$$

Получим:

$$\text{При подстановке уравнение примет вид: } t^2 + 4 + 2t - 7 = 0 \text{ или } t^2 + 2t - 3 = 0.$$

Корни вспомогательного уравнения: $t = -1$ и $t = 1$.

Выполняя обратную подстановку, получаем уравнения:

$$x - \frac{2}{x} = -3 \quad \text{и} \quad x - \frac{2}{x} = 1$$

Корни этих уравнений являются корнями данного уравнения. Найдите их самостоятельно.

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}, x_3 = -3, x_4 = -1$$

Ответ:

$$\text{уравнение 2. } (x+1)^5 + (x-1)^5 = 32x$$

Решение:

$$(x+1)^5 + (x-1)^5 = 32x$$

$$x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 + x^5 - 5x^4 - 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1 = 32x$$

$$2x^5 + 20x^3 + 10x - 32x = 0$$

$$2x^5 + 20x^3 - 22x = 0$$

$$2x(x^4 + 10x^2 - 22) = 0$$

$$2x = 0 \quad x^4 + 10x^2 - 22 = 0$$

$$x = 0 \quad x^2 = 1 \quad x^2 = -11$$

$$x = \pm 1 \quad \text{нет корней}$$

Ответ: -1, 0, 1.

1. Даны уравнения

$$1) \quad x^3 + 2x^2 + 3x + 6 = 0;$$

$$2) \quad x^3 + 4x^2 - 24 = 0;$$

$$3) \quad 3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 12 = 0;$$

$$4) \quad \frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2};$$

$$5) \quad \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 - \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{3}{2};$$

$$6) \quad (x-3)^2 - 5x(x-3) + 4x^2 = 0.$$

Определите: вид уравнения, метод его решения (если возможно, укажите рациональный способ в рамках метода).

2. Решите уравнения:

$$1) \quad x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = 0;$$

$$2) \quad 3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0;$$

$$3) \quad x^4 + x^3 - 8x^2 + 3x + 5 = 0;$$

$$4) \quad x^3 + 7x^2 + 14x + 8 = 0;$$

5) $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$;

6) $x^4 + x^3 - 8x^2 + 3x + 5 = 0$;

7) $x^3 - 4x^2 + 13x - 10 = 0$;

8) $2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$;

9) $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 37x - 14 = 0$.

3. Проанализируйте данные системы уравнений. Определите возможные методы решения каждой системы. Выделите, по возможности, несколько методов их решения.

1) $\begin{cases} x+y=-2 \\ \text{или} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ \text{или} \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + xy + 2y^2 = 37 \\ \text{или} \end{cases}$

4) $\begin{cases} x-y=5 \\ y-x=6 \end{cases}$

5) $2(x+y) = 3xy$

5) $x^2 - x - y + y^2 = 2$

6) $\begin{cases} (x+y+1)^2 + (x+y)^2 = 25 \\ \text{или} \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ \text{или} \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{1}{x-2y} + \frac{4}{3x+y} = \frac{6}{xy} \\ \text{или} \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 7 + xy \\ \text{или} \end{cases}$

4. Решите эти системы уравнений.

5. Дифференцируйте эти задачи по степени сложности.

«Рациональные неравенства»

1. Решите неравенства:

1) $\frac{2x}{3x-9} + \frac{36}{36-x^2} \geq \frac{3}{x+6}$;

2) $|x-2| + |x+3| \geq 11$;

3) $\frac{(x-1)(3x+2)^2(x+1)^3}{x^5(x^2-1)(2-3x)^4} \geq 0$;

4) $\frac{2}{x-5} - \frac{3x-6}{6-2x} \geq \frac{3}{x^2-4x+3}$;

5) $|\frac{x+5}{2x-1}| \geq 3$;

6) $(x+3)(3x-2)^5(7-x)^3(5x+8)^4 \leq 0$;

7) $\frac{3}{x^2+2x} - \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2x} \leq 1,5$;

8) $\sqrt{x^2+4x+4} + |x-3| \leq 7$;

9) $\begin{cases} 3x+4 < 0 \\ \dots \end{cases}$;

10) $x^4 + 3x^3 - 24x^2 + 17x + 3 \geq 0$;

11) $\left| \frac{x+5}{2x-1} \right| \leq 3$;

12) $(x+3)(3x+2)^5(7+x)^3(5x-8)^4 \leq 0$

Тема занятия: «Иррациональные уравнения и неравенства»

1. Решите неравенства.

1) $\sqrt{-x^2+4x-3} \leq x^2-6x+5$;

2) $\sqrt[3]{x^2+6x} > x$

3) $\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} \geq 2$

2. Даны неравенства.

- Выполните анализ неравенства с целью определения возможных методов решения (если возможно, укажите рациональный способ в рамках метода).

- Решите неравенство.

1) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{4x-3} > \sqrt{x}$;

2) $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} > \sqrt{x-1} - \sqrt{6-x}$;

3) $\frac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \frac{5}{\sqrt{x-3}}$;

4) $\sqrt{17-4x} + \sqrt{x-5} \leq \sqrt{13x+1}$;

5) $\sqrt[3]{x-1} < \sqrt{x+2} + 2$;

6) $\sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} > 1$;

7) $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2 \leq 3x+7$;

8) $2\sqrt{x^2+5x-6} - \sqrt{x+6} - \sqrt{x-1} \geq -3-2x$

Тема занятия: «Показательная и логарифмическая функции, графики»

1. Докажите тождество: $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$, $a^{\sqrt{\log_a b}} = b^{\sqrt{\log_b a}}$

2. Вычислите:

а) $16^{0,625 \log_5 5 + \log_2 3}$;

б) $(\sqrt{2})^{3 \log_2 7 + \log_3 9}$

3. На каком числовом промежутке точки графика функции $y = \log_2 x$ расположены выше (ниже) соответствующих точек графика функции $y = \log 4x$?

4. Что называют характеристикой логарифма числа A и мантиссой логарифма числа A?

5. Вычислите с помощью таблиц мантисс логарифмов

$\lg 373,2$; $\lg 0,0354$

6. Найти число A (с помощью таблиц антilogарифмов) если

- a) $\lg A = 1,52$;
 б) $\lg A = -1,52$
7. Простройте графики
- а) $y = |2^x + 1| + |1 - 2^x|$;
 б) $y = |0,5^x + 1| + |1 - 0,5^x|$;
 в) $y = \log_{\frac{1}{3}}(1 + |x|)$;
 г) $y = |\log_{1,5}|2-x|-2|$;
- Тема занятия: «Показательные и логарифмические уравнения»**
1. Решите уравнение:
- а) $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} (1+3x) = 6 - 7^{\log_7 4}$;
 б) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (3+2x) = 8 - 5^{\log_5 4}$;
 в) $(x+3)^{\log_{x+3}(x+2)^2} = 9$;
 д) $(x+2)^{\log_{x+2}(x+1)^2} = 16$;
 е) $\log_8 \log_9 \log_{7x+6} ((7x+6)^9 + x^2 - x - 56) = 0$;
 ж) $\log_6 \log_7 \log_{3x+14} ((3x+14)^9 + x^2 - 7x - 30) = 0$.
2. Решите систему уравнений:
- а) $\begin{cases} \frac{1}{2} \log_x y + 2 \log_y x = 2, \\ \frac{1}{2} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}, \end{cases}$;
 б) $\begin{cases} \log_x y + \log_y x = \frac{5}{2}, \\ \log_x y + 2 \log_y x = 2, \end{cases}$
3. Решите уравнение:
- а) $9^x - 24 \cdot 3^{\frac{x-3}{2}} = 3 \cdot 3^{-x}$;
 б) $16^x - 31 \cdot 2^{\frac{3x-5}{2}} = 2^{-x}$;
 в) $\sqrt[3]{64^{5-3x}} = \sqrt[3]{16^{8+x}}$;
 г) $\sqrt[3]{27^{9-5x}} = \sqrt[3]{9^{7+x}}$;
 д) $\frac{1}{4^x + 3} = \frac{4^x}{4^x + 24}$;
 е) $\frac{1}{3^x + 4} = \frac{3^x}{4^3 + 18}$.
4. Найдите все пары $(x; y)$ положительных x и y , являющихся решениями системы уравнений:
- $\begin{cases} 4^y - 1 = 8, \\ x^4 - 1 = 8, \end{cases}$
5. Решите уравнение: $4^x - 13 \cdot 3^{\frac{x-1}{2}} = 3^{\frac{x+1}{2}} - 7 \cdot 2^{2x-1}$

Тема занятия: «Показательные и логарифмические неравенства»

1. Решить неравенства:

a) $2\sqrt{5 \cdot 6^x - 2 \cdot 9^x - 3 \cdot 4^x} + 3^x < 2^{x+1}$;

б) $4 \cdot \sqrt{\frac{2^x - 1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14 \cdot \sqrt{\frac{2^{x-2}}{2^x - 1}}$;

в) $\frac{4^x + 5}{2^x - 11} \geq -1$;

г) $31^x + 33 \geq 11(7 - \sqrt{18})^x + 3(7 + \sqrt{18})^x$;

д) $\frac{\sqrt{1+3^{-x}}}{\sqrt{1+3^{-x}} - \sqrt{1-3^{-x}}} - \frac{3^{-x}-1}{\sqrt{1-9^{-x}} + 3^{-x} - 1} \geq \frac{1+\sqrt{1-9^{-x}}}{3^{-x}}$;

е) $\sqrt{25^x - 2^{3-x}} < 7 \cdot 2^{-\frac{x}{2}} - 2 \cdot 5^x$;

ж) $2^{x^2} \cdot 3^x > 6$;

з) $(2^{|2x-1|} - 1)(\sqrt{4 \cdot 2^{-|2x-1|}} - 3 - 1) \geq 0$;

и) $|4^{3x} - 2^{4x+2} \cdot 3^{x+1} + 20 \cdot 12^x \cdot 3^x| \geq 8 \cdot 6^x \cdot (8^{x-1} + 6^x)$;

к) $6^{\frac{10}{\sqrt[10]{x}}} \leq 10^{\frac{6}{\sqrt[6]{x}}}$;

л) $\sqrt{3} \cdot 4^x \leq \sqrt{2} \cdot 9^x$;

м) $3^{2-x} + 6 \cdot (\sqrt{3})^{2-2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+x-2}-3}$;

н) $2^{\frac{6x-4}{x}} < \sqrt[3]{8^{3x-7}}$.

2. Определить, какие из чисел $-3, -1, 1, 3$ являются решениями неравенства

$$\left| \frac{1}{3} - \log_6 2 \right| \cdot x \leq \frac{1}{3} - \log_6 2$$

3. Решить неравенства:

а) $\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{x+3}) - x + 3 \geq -2 + \log_{\frac{1}{4}} \frac{3}{8}$;

б) $\frac{x - 4\sqrt{x} - 2 \log_2 x}{\log_2 x + 2} > -2$;

в) $\sqrt{\log_2(x^2 - x - 1)} \cdot \frac{x+5}{4x-3} \leq 0$;

г) $\log_{x-1} \frac{x_2 - x - 6}{2x-8} \leq 1$;

д) $\frac{(\log_2 3)^x - (\log_2 3)^2}{(\log_2 3)^{-x} - x \log_2 3} > 0$;

е) $\log_{2x-3}(\sqrt{x+2} + x - 3) \leq 1$;

ж) $\left(x + \frac{8}{x} \right) \cdot \log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \geq 9 \left| \log_{\frac{2x-3}{2}}(x^2 - 4x + 4) \right|$;

$$\begin{aligned}
 & \log_{x+1} \sqrt{(x-2)^4 + 2} \geq -3 + \log_{\frac{1}{x+1}} \sqrt{(x-2)^6} \\
 \text{и)} & \left(x^2 - \log_2 \frac{3^x}{5} - \log_3 5^x \right) \cdot \log_5 (125 \cdot 25^{x-3}) < 0 ; \\
 \text{к)} & \log_{\frac{3}{4}} \left(\frac{x}{x-1} \right) + \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{x-1}{4x} \right) \geq 2 ; \\
 \text{л)} & |3 - \log_2 (9x^2 - 30x + 25)| \cdot \log_{5-3x} \frac{1}{16} \geq -4 ; \\
 \text{м)} & 4^{\log_{1-x} (3x^2 - 8x + 4)} \geq (x^2 - 3x + 2)^{\log_{1-x} 16} ; \\
 \text{н)} & \frac{\log_4 (2-x) - \log_6 (2-x)}{\log_6 x - \log_9 x} \leq \log_4 9 ; \\
 4. & \text{ Найти } \log_2 \frac{2x}{2^x} \text{ при условии } \left| \log_{\sqrt{2}} x^{\frac{x}{2}} - 2 \log_2 x \right| + |2-x| - |\log_2 x| \leq (x-2) \log_8 x^3 ;
 \end{aligned}$$

Темы занятий «Треугольник, Четырехугольник, Окружность. Площади фигур»:

1. Доказать, что в прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит пополам угол между медианой и высотой, проведенными из той же вершины.
2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C=90^\circ$) AA₁- биссектриса внутреннего угла, BA₁=m, C=n. Найти длины гипotenузы AB и катета AC.
3. Найти биссектрису прямого угла прямоугольного треугольника с катетами a и b.
4. В треугольнике ABC $\angle B=90^\circ$, AB=BC=2. На основании AC взяты точки K и L так, что три угла между BA и BK, BK и BL, BL и BC соответственно равны между собой. Найти длину отрезка BK.
5. В четырехугольнике ABCD точки P, K, E и M - соответственно середины сторон AB, BC, CD и DA. Доказать, что четырехугольник PKEM - параллелограмм. При каком условии этот параллелограмм будет а) прямоугольником; б) ромбом; в) квадратом?
6. Основания трапеции равны a и b. найти длину отрезка, соединяющего середины диагоналей.
7. В параллелограмме со сторонами a и b (a > b) проведены биссектрисы внутренних углов. Найдите длины диагоналей четырехугольника, образованного в пересечении биссектрис.
8. Сумма углов при одном из оснований трапеции равна 90° . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции равен их полуразности.
9. Если четырехугольник является вписанным, то произведение его диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон.(2 способа)
10. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины С прямого угла проведена высота CK. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ACK и BCK, равны соответственно r_1 и r_2 . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.
11. Катеты прямоугольного треугольника a и b, а гипotenуза c. Вычислить радиус вписанной в треугольник окружности.
12. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины С прямого угла проведена высота CK. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC, ACK и BCK соответственно равны r, r_1, r_2 . Найдите длину высоты CK.
13. В окружность вписан правильный треугольник ABC. На дуге BC, не содержащей точку A, взята точка M и проведены хорды AM, BM и CM. Доказать, что AM=BM+MC (3 способа)
14. Доказать, что медианы треугольника делят его на 6 равновеликих треугольников.
15. Зная медианы треугольника $m_a = 3, m_b = 4, m_c = 5$ треугольника ABC , вычислите его площадь.
16. Найдите площадь треугольника ABC, если AB=13, AC=15 , а длина медианы AM равна 7 .
17. Через точку M, лежащую на стороне BC треугольника ABC, провели прямые, параллельные его сторонам AB и AC и пересекающие эти стороны соответственно в точках K и P. Докажите, что треугольники BPM и CKM равновелики.

18. В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$, $AB \angle AC$. На стороне AB выбрана точка M , на продолжении стороны AC за точку A выбрана точка N так, что $\angle BNC = \angle ACM$. Докажите, что площади треугольников AMN и CBM равны.
19. Один из углов треугольника равен 60° , радиус описанной около треугольника окружности равен $\frac{7}{\sqrt{3}}$, а радиус вписанной в треугольник окружности равен $\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника.
20. В треугольнике ABC длина биссектрисы $AL=l$. В $\triangle ABL$ вписана окружность, касающаяся стороны AB в точке K , $BK=b$. На сторонах AB и BC $\triangle ABC$ выбраны точки M и N , соответственно, так, что прямая MN проходит через центр окружности, вписанной в $\triangle ABC$, причем $MB+BN=c$. Найдите отношение площадей треугольников ABL и MBN .

Темы занятий: «Геометрические построения. Движения»

Вариант № 1

- Постройте треугольник ABC по углу A , равному α , высоте h_b , проведенной из вершины B , и стороне a .
- Постройте отрезок MN , концы которого лежат на заданных перпендикулярных прямых m и n , и делящийся в данной точке A пополам.
- Постройте равносторонний треугольник ABC , вершины B и C которого лежат на заданных окружностях ω_1 и ω_2 , а третья вершина совпадает с заданной на плоскости точкой A .
- Постройте треугольник ABC по двум углам α и β , и сумме высоты и медианы, проведенных из вершины третьего угла.

Вариант № 2

- Постройте треугольник ABC по стороне b , противолежащему углу β и высоте h_b .
- Дан угол и внутри его точки A и B . Постройте параллелограмм, для которого точки A и B – противоположные вершины, а две другие вершины лежат на сторонах угла.
- Постройте равносторонний треугольник ABC , вершины A и B которого лежат на заданных окружности ω и прямой m соответственно, а третья вершина совпадает с данной точкой C .
- Постройте треугольник по двум углам α и β , и сумме трех его биссектрис ($t=l_a+l_b+l_c$).

Темы занятий: «Вычисление углов в пространстве».

Вариант 1.

- В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=6$, $BC=6$, $CC_1=4$. Найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.
- В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка E – середина ребра A_1B_1 . Найдите косинус угла между прямыми AE и B_1D_1 .

Вариант 2.

- В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=4$, $BC=6$, $CC_1=4$. Найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1 .
- В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки E и F – середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BF .

Темы занятий «Вычисление расстояний в пространстве».

Вариант 1.

- В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$. Все ребра, которые равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой A_1B_1 .

2. Данна правильная четырехугольная пирамида $SABCD$. Боковое ребро $SA=\sqrt{5}$, сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки S до плоскости ADM , где M – середина ребра SC .

Вариант 2.

- В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, стороны основания которой равны 3, а боковые ребра равны 4, найдите расстояние от точки C до прямой A_1B_1 .

2. Даны четырехугольная пирамида SABCD. Боковое ребро $SA = \sqrt{5}$, сторона основания равна 2. Найдите расстояние от точки В до плоскости ADM, где М – середина ребра SC.

Темы занятий: «Свойства функций. Функционально-графический метод решения задач»

Решить уравнение, неравенство:

$$1) \sqrt[4]{x-1} + 2\sqrt[3]{3x+2} = 4 + \sqrt{3-x} .$$

$$2) 1 + 3^{\frac{x}{2}} = 2^x .$$

$$3) (2x+1)\left(2+\sqrt{3+(2x+1)^2}\right) + 3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right) = 0 .$$

4)

$$4^{-|x-1|} \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{1/3}(2|x-1|+2) = 0$$

$$5) 5^{|1-4x^2|} = \sin \pi x .$$

$$6) 2^{\cos x} - |x| + \sqrt{x^2 + \left|\frac{1}{\cos x}\right|} - 1 \leq \frac{1}{2} .$$

Решите систему:

$$1) \begin{cases} e^y + y = e^x + x, \\ x^2 + xy + y^2 = 12' . \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^3 - y^3 = 3(\ln y - \ln x), \\ 9^y = 4^y + 2^x + 3^x' . \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6, \\ x^6 + x^2 = 2y^3 + 2y' . \end{cases}$$

$$4) : \begin{cases} 2^{1+\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 4 \cos^2 y, \\ \log_{\frac{1}{2}}(\sin z) + \sin^2 y = 1 . \end{cases}$$

Сколько решений в зависимости от b имеет уравнение:

$$\sqrt{3x-5} = b - \sqrt{3x+11} ?$$

Критерии оценивания заданий, выполненных на практических занятиях

Критерий	Балл
Задача не решена или в решении задачи содержатся существенные ошибки	0 балла
Задача решена и в решении содержатся несущественные ошибки	1 балл
Задача решена верно	2 балла
Максимальный балл	2

Самостоятельная (домашняя) работа

Самостоятельная (домашняя) работа выполняется студентам после каждого практического занятия. Самостоятельная работа может включать в себя решение задач, выделение приемов и методов решения задач, индивидуальную или групповую работу с

задачей и подготовку к представлению ее в учебной группе на занятии, систематизацию теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работу с научной и учебной литературой и т.д.

Выполнение всех домашних работ является основанием для допуска к зачету. Примерами заданий могут быть задания, приведенные ранее (см. *Примеры заданий для практических занятий*).

Критерии оценивания самостоятельной (домашней) работы

Критерий	Балл
выполнено менее 70% заданий	0 балла
выполнено от 70 до 90% заданий	1 балл
выполнено более 90% заданий	2 балла
Максимальный балл	2

Доклад

Доклад – подготовленное устное выступление на определённую тему, включающее постановку проблемы; изложение тезисов (положений), доказательств и примеров; выводы.

Доклад имеет следующие **признаки**:

- включает основные тезисы (положения), которые подкреплены доказательствами и примерами;
- допускает обоснованную субъективную позицию;
- ориентирован на устное изложение текста и подразумевает общение с аудиторией, возможность и способность донести до неё информацию по проблеме исследования, умение доказать свою точку зрения.

Доклад как оценочное средство способствует формированию навыков исследовательской работы, ответственности за высказанные положения, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. Данное оценочное средство служит последующему развитию у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Доклад может быть подготовлен студентом индивидуально либо группой студентов.

Примерные темы докладов

1. Метод интервалов на прямой, окружности, плоскости.
2. Задача одна – решения разные (в алгебре, в геометрии).
3. Приемы и методы решения показательных и логарифмических (иррациональных, тригонометрических, комбинированных) уравнений и неравенств и их систем.
4. Графики рациональных функций в решении уравнений и неравенств.
5. Исследование и построение графиков дробно-рациональных функций без применения производной.
6. Различные способы нахождения площадей поверхностей и объемов тел.
7. Правильные многоугольники (многогранники) в задачах.
8. Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств.
9. Метод площадей в задачах.

Критерии оценивания доклада

Критерий	Балл
Структурированность доклада	3
Соответствие содержания теме доклада	2
Раскрытие темы доклада, логика и грамотность изложения материала	3

Культура выступления, качество ответов на вопросы	2
Владение специальной терминологией, использованной в докладе	1
Максимальный балл	11

Расчетные (контрольные, самостоятельные) работы

Расчетная работа – средство, позволяющее оценить умение студента самостоятельно и творчески рассуждать в рамках изученной темы, руководствуясь соответствующим учебно-методический инструментарием учебной дисциплины. Расчетная работа является одной из форм оценочных средств.

Контрольные и самостоятельные работы выполняются на аудиторном занятии, проводятся несколько раза в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работы могут быть рассчитаны от 0,5 до 2 академических часа. Аудиторная контрольная работа проводится в среднем два раза в семестр. Контрольная работа может содержать от 4 до 8 задач, требующих поиска обоснованного ответа.

Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для допуска к зачету.

Примерные варианты расчетных (контрольных, самостоятельных) работ

1. Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства.

Контроль знаний № 1.

Решить уравнения:

$$1) |x+4|-2x=3x-1$$

$$2) \frac{x-1}{|x-3|}=2x$$

Решить неравенства:

$$3) \left| \frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+4} \right| + \left| \frac{x-1}{x-2} \right| - 12 < 0$$

$$4) \frac{4x-9}{|x-3|} \geq |x-1|$$

Контроль знаний №2.

Решить сюжетные задачи.

1. Велосипедист каждую минуту проезжает на 500 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь 120 км он затрачивает на 2 часа больше, чем мотоциклист. Вычислить скорость каждого.
2. На путь из А в В теплоход затрачивает 3 часа, а на обратный путь – 4 часа. сколько времени будет плыть плот из А в В?
3. По окружности длиной 360 м движутся две точки, причем первая точка проходит окружность на 1 с быстрее, чем вторая. Найти скорость точек, если первая проходит за 1 с на 4 м больше второй.
4. Из 38 т сырья второго сорта, содержащего 25% примесей, после переработки получается 30 т сырья первого сорта. Найти процент примесей в сырье первого сорта.
5. Три тракторные бригады вместе вспахивают поле за 4 дня. Это же поле первая и вторая бригады вместе могут вспахать за 6 дней, а первая и третья вместе за 8 дней. Во сколько раз площадь, вспахиваемая за день второй бригадой, больше, чем площадь, вспахиваемая за день третьей бригадой?
6. Сумма двух трехзначных чисел, записанных одинаковыми цифрами, но в обратном порядке, равна 1252. Найдите эти числа, если сумма цифр каждого равна 14, а сумма квадратов цифр равна 84.
7. В двух ящиках находится более 29 одинаковых деталей. Число деталей в первом ящике, уменьшенное на 2, более чем в 3 раза превышает число деталей во втором ящике. Утроенное число

деталей в первом ящике превышает удвоенное число деталей во втором ящике менее чем на 60. Сколько деталей в каждом ящике?

Контроль знаний № 3.

Решите уравнения:

- 1). $x^5 - x^4 - 6x^3 + x^2 - x - 6 = 0;$
- 2). $2x^6 + 5x^5 - x^4 + 10x^3 - x^2 + 5x + 2 = 0;$
- 3). $x^4 + 8x - 7 = 0;$

Решите неравенства:

- 4). $\frac{x-13}{x+3} \geq \frac{9x-30}{x^3+3x^2};$
- 5). $|2x-1| + |x-3| \leq 4;$
- 6). $\begin{cases} \frac{x-2}{x+2} \geq \frac{2x-3}{4x-1}, \\ \frac{2x-3}{4x-1} < 0 \end{cases}$

Контроль знаний № 4.

Решите уравнения:

- 1). $\sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x};$
- 2). $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = \frac{1}{x};$

Решите неравенства

- 3). $\sqrt{x^2+3x+2} - \sqrt{x^2-x+1} < 1;$
- 4). $\sqrt{5+x} - \sqrt{-x-3} < 1 + \sqrt{(x+5)(-x-3)};$
- 5). $x^2 - 5x + 6 < 3\sqrt{(x-1)(x-4)}$

3. Показательная и логарифмическая функции в задачах

Контроль знаний № 1.

Решить уравнения и неравенства:

- 1). $(2+\sqrt{3})^x + (2-\sqrt{3})^x = 4;$
- 2). $(x-2)^x = (x-2)^{12};$
- 3). $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9;$
- 4). $\log_{x+1}(x^3 - 9x + 8) \cdot \log_{x-1}(x+1) = 3;$
- 5). $\log_x \log_2(4^x - 12) \leq 1;$
- 6). $20x \log_3 y + 7y \log_3 x = 81\sqrt[3]{3},$

Контроль знаний № 2.

Решить неравенства:

- 1)
- 2). $\log_{2-5x} 3 + \frac{1}{\log_2(2-5x)} \leq \frac{1}{\log_6(6x^2 - 6x + 1)}$
- 3). $\frac{(\log_{0,2}(6-x) + \log_{\sqrt{5}}\sqrt{x+3} + 1) \cdot (\log_7(6+7^{-x}) - x - 1)}{|2x^2 - 2x + 11| - |4x^2 - 2x - 21|} \leq 0$

$$4) \frac{\log_2(\sqrt{4x+5}-1)}{\log_2(\sqrt{4x+5}+1)} > \frac{1}{2};$$

$$5) \text{Построить график функции } y = \frac{1}{x \lg x}.$$

4. Планиметрия.

Контроль знаний № 1

- В равнобедренный треугольник РМК с основанием МК вписана окружность с радиусом $2\sqrt{3}$. Высота РН делится точкой пересечения с окружностью в отношении 1:2, считая от вершины Р. Найдите периметр треугольника РМК.
- В равнобедренной трапеции диагональ имеет длину 8 и является биссектрисой одного из углов. Может ли одно из оснований этой трапеции быть меньше 4, а другое равно 5?
- В выпуклом четырехугольнике ABCD известно, что $\angle BCD=80^\circ$, $\angle ACB=50^\circ$ и $\angle ABD=30^\circ$. Найдите $\angle ADB$.
- Вычислить площадь трапеции по разности оснований, равной 14 см и двум непараллельным сторонам, равным 13 см и 15 см, если известно, что в трапецию можно вписать окружность.

Контроль знаний № 2

- В окружность вписан ΔMNK . Расстояния от М и К до прямой, касающейся окружности в точке N равны 4 и 9 соответственно. Найти высоту NM треугольника MNK.
- В трапецию ABCD вписана окружность. Найти длину боковой стороны CD, если боковая сторона AB равна 7, а средняя линия трапеции MN равна 10.
- Доказать, что биссектрисы углов любого четырехугольника при пересечении образуют четырехугольник, который может быть вписан в окружность.
- Построить ΔMNP по двум углам $\angle M=\alpha$, $\angle N=\beta$ и сумме длин медианы, высоты и биссектрисы выходящих из вершины P ($t=mp+hp+lp$).

5 Стереометрия.

Контроль знаний № 1

- В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$, все ребра которой равны a , найдите угол между прямыми AB_1 и BC_1 .
- В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 .
- В правильной треугольной пирамиде MABC стороны основания ABC равны 3, боковые ребра - 5. На ребре AC взята точка D, на ребре AB точка E, на ребре AM точка L, причем $LA=BE=CD=1$. Найти площадь сечения LDE.
- В правильной четырехугольной пирамиде MABCD сторона основания равна 7. Угол между прямыми DM и AL, где L - середина MB, равен 60° . Найдите высоту пирамиды.

Контроль знаний № 2

- Диагональ прямоугольного параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол α , а с боковой гранью угол β . Высота параллелепипеда равна H. Найдите стороны основания.
- В прямоугольной треугольной пирамиде боковой грани наклонены к основанию под углом 60° . Расстояние от центра основания до боковой грани равно $2\sqrt{3}$. Найдите площадь полной поверхности и объем пирамиды.

3. Стороны основания четырехугольной пирамиды равны a , боковые ребра равны b . Найдите площадь сечения, проведенного через середины двух смежных сторон основания, параллельно боковому ребру, которое пересекает эти стороны.

4. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник, боковые стороны которого равны $\sqrt{2}$ и образуют угол, равный 120° . Боковые ребра наклонены к плоскости основания пирамиды под одинаковым углом. Найдите объем пирамиды, если боковое ребро равно $\sqrt{110}$.

6. Тригонометрия

Контроль знаний № 1.

$$1) \text{Найти: } \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right), \text{ если } \sin^2 \beta = \frac{1}{4};$$

2) Решить уравнения:

$$\text{а)} (2x^2 - 12x + 13) \operatorname{ctgx} = 3 |\operatorname{ctgx}|;$$

$$\text{б)} \sin x + \cos x = \sqrt{2} + \sin^4 4x$$

3) Решить неравенства:

$$\text{а)} 8 \sin^2 \frac{x}{2} + 3 \sin x - 4 > 0;$$

$$\text{б)} \cos 2x \cos 5x < \cos 3x$$

$$4) \text{Решить комбинированное неравенство: } 3^{\cos 2x} (4 \cdot 3^{\sin x} - 9) < 1;$$

$$\sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha \geq \frac{1}{8};$$

$$5) \text{Доказать неравенство: } \arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{4} + \arctg \frac{2}{9} = \frac{\pi}{4}$$

Контроль знаний № 2.

1) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = 0.75, \\ \tan x + \tan y = 0.75 \end{cases}$$

$$\arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{4} + \arctg \frac{2}{9} = \frac{\pi}{4}$$

2) Проверить истинность равенства:

3) Решить уравнения:

$$\text{а)} \arcsin 6x + \arcsin 6\sqrt{3}x = -\frac{\pi}{2};$$

$$\text{б)} \arccos x = \arctg x$$

4) Решить неравенства:

$$\text{а)} \arccos \frac{2x}{x^2+1} \geq \frac{\pi}{2};$$

$$\text{б)} \arctg^2 x - 4 \arctg x + 3 > 0$$

7. Функции и графики

Контроль знаний № 1.

1) Решите уравнение и неравенства:

$$\text{а)} \log_{\sin x - \cos x} (\sin x - 5 \cos x) \geq 1;$$

$$б) \log_2 \left(\cos^2(xy) + \frac{1}{\cos^2(xy)} \right) = \frac{1}{y^2 - 2y + 2};$$

$$в) \sqrt{\operatorname{tg}x - 1} (\log_{\operatorname{tg}x} (2 + 4 \cos^2 x) - 2) \geq 0.$$

2) Нечетная функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для всякого $x \leq 0$ $x \leq 0$ значение этой функции совпадает со значением функции

$$g(x) = x \cdot (x^2 + 2x + 1) \cdot (4x + 3) \cdot (x - 7) \cdot (3x - 5) \cdot (2x + 5)$$

$g(x) = x(x^2 + 2x + 1)(4x + 3)(x - 7)(3x - 5)(2x + 5)$. Найдите промежутки знакопостоянства функции $y=f(x)$.

3) Известно, что функция $y=1-3f\left(\frac{3}{4}x+2\right)$ $y=1-3f\left(\frac{3}{4}x+2\right)$ периодическая с периодом 4.

Каков период функции $y=2-8f\left(\frac{4}{9}x+10\right)$ $y=2-8f\left(\frac{4}{9}x+10\right)$?

Контроль знаний № 2.

1) При каких значениях параметра b уравнение $b^4 - 8b \cdot \cos(\cos x) - 9x^2 = 0$
 $f(x) = \sqrt{ax+3} + \sqrt{x+b}$ имеет единственное решение?

2) При каких значениях параметра k функция $f(x) = \sqrt{12-x^2-4x+2} \sqrt{36-x^2+16x-3\sqrt{x^2-4}} + kx$ является четной?

3) При каком значении a функция $y = \operatorname{arctg}(9x^2 + 6a^3x + a)$ имеет максимум при $x=9$?

4) Решите уравнение 1) $f(g(x)+1) - g(f(x)+3) = 6$, если $f(x) = x^4 - 32x + 50$,

$$g(x) = \begin{cases} -4, & x \geq 5, \\ iiii & \end{cases}$$

Критерии оценивания заданий, выполненных на расчетных (контрольных, самостоятельных) работах

Критерий	Балл
Обоснованно получен верный ответ, решение не содержит логических пробелов;	4 балла
Допущена единичная ошибка, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3 балла
Обоснованно верно решено около 50% задачи	2 балла
Обоснованно решено около 30% задачи, при этом имеются математические ошибки	1 балл
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0 баллов
Максимальный балл	4

В итоге за аудиторную расчетную работу студент может получить от 0 до 32 баллов

Реферат

Реферат – доклад на определённую тему, включающий обзор соответствующих литературных и других источников; изложение содержания научной работы, книги и т. п.

Реферат имеет следующие признаки:

содержание реферата полностью зависит от содержания реферируемого источника;
 содержит точное изложение основной информации без искажений и субъективных оценок;

имеет постоянные структуры.

Реферат никак не соотносится с вторичным текстом, переписанным из первоисточника, поскольку это самостоятельная исследовательская работа, раскрывающая суть изучаемой темы. Как правило, реферат отражает различные точки зрения на исследуемый вопрос, выражая в то же время и мнение самого автора.

Реферат реализует функцию передачи научной и учебной информации, а также получения обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения с целью последующего развития у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Критерии оценивания реферата

Критерий	Балл
Обоснование актуальности проблемы, наличие авторской позиции, степень самостоятельности	4
Раскрытие сущности проблемы	4
Разнообразие источников, привлеченных к решению проблемы	3
Соблюдение требований к оформлению	2
Грамотность изложения	2
Максимальный балл	15

Презентация

Презентация – совокупный «продукт», его составляющие: текст, визуальный ряд, звуковой ряд. Материал слайдов реализует функцию передачи информации, а также получения обратной связи в процессе ее восприятия и усвоения с целью последующего развития у обучающихся отдельных компонентов компетенций на аудиторных занятиях и в рамках самостоятельной работы.

Основная цель презентации - облегчение процесса восприятия информации об объекте с помощью запоминающихся образов, систематизация знаний о представляемом объекте.

Презентации могут сопровождать доклады, рефераты, способствовать большей наглядности выступления. Создание презентации может быть итогом индивидуальной или групповой работы, работа с задачей и подготовка к представлению ее в учебной группе на занятии. В презентации могут быть представлены выделенные учащимися приемы методы решения задач.

Презентация может быть подготовлена студентом индивидуально либо группой студентов.

Примерные задания для создания презентаций

1. Свойства и графики элементарных функций.
2. Функции в алгебре, геометрии, физике и экономике.
3. Функции в природе и технике.
4. Применение векторов к решению практических задач.
5. Координатный и векторный методы в геометрии и физике.
6. Различные методы доказательства неравенств.
7. Основные методы решения рациональных (иррациональных, показательных, логарифмических) уравнений (неравенств).
8. Решение геометрической (алгебраической) задачи различными способами.
9. Вписанные и описанные четырехугольники.

10. Правильные многоугольники (многогранники) в задачах.

Критерии оценивания презентации

Критерий	Балл
Оформление слайдов (стиль, фон, использование цвета, анимации)	2
Содержание информации	2
Объем информации, выделение информации	2
Грамотность изложения	1
Максимальный балл	7

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации по дисциплине:

В качестве промежуточной аттестации по данной дисциплине является зачет или зачет с оценкой.

Зачет является итогом учебной деятельности студента в течение семестра, ставится в случае выполнения всех заданий, получения рейтингового балла, не меньшего указанного в рейтинг плане соответствующего семестра.

Допуск к зачету с оценкой в 8 семестре предполагает, что суммарный балл должен быть не менее 81; и получение положительной оценки за итоговую расчетную работу.

7.2.2 Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по дисциплине

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*	
			Квалификативная	Квантитативная
высокий	Студент успешно использует системный подход в решении профессиональных задач, обоснованно моделирует процесс решения профессиональной задачи в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий; верно устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами; активно взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи, принимает решения в рамках своей роли в команде	91-100% 132-145 балла	Зачтено 61-100% от полученных ых за текущий семестр баллов	отлично
повышенный	Студент использует системный подход в решении профессиональных задач, в целом моделирует процесс решения профессиональной задачи, но может	76-90% 110-131 баллов		хорошо

	испытывать затруднения в использовании информационно-коммуникационных технологий; в основном верно устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами; взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи, может принимать отдельные решения в рамках своей роли в команде			
базовый	Студент частично использует системный подход в решении профессиональных задач, может испытывать затруднения при осуществлении отдельных этапов моделирования процесса решения профессиональной задачи, в использовании информационно-коммуникационных технологий; не всегда верно устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами; взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи, но может испытывать затруднения при принятии отдельных решений в рамках своей роли в команде	61-75% 88-109 баллов		удовлетворительно
низкий	Студент испытывает затруднения в использовании системного подхода в решении профессиональных задач, допускает ошибки при осуществлении большинства этапов моделирования процесса решения профессиональной задачи, в частности при использовании информационно-коммуникационных технологий; в большинстве случаев не верно устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами; демонстрирует неумение взаимодействовать с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи, испытывает затруднения при принятии решений в рамках своей роли в команде	60 и ниже % 87 баллов и ниже	не зачтено	неудовлетворительно

7.2.3 Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций	
УК	ОПК
Расчетная (контрольная) работа	
УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	
УК-1.4. Моделирует процесс решения профессиональной задачи.	

УК-1.6. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	
Дидактические материалы. Подготовка	
УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач.	ОПК-2.2. Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий
УК-3.3. Взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи	
УК-3.5. Принимает решения в рамках своей роли в команде	

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные варианты итоговой расчетной (контрольной) работы

Вариант № 1

- Решить неравенство: $\frac{|x+4|-|2x+2|}{(\sqrt{5+x^2}+x-5)(x^2-x+2)} \geq 0 / \cancel{x}$
- а) Решите уравнение: $2\cos 2x + 4\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$
б) Отберите корни, принадлежащие промежутку $[-\pi; 3\pi]$
- Построить график, проведя полное исследование функции $y = \frac{x}{\ln x - 1}$
- В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла C проведена биссектриса CK и медиана CM=b., KM=a. Найдите площадь треугольника
- В наклонной треугольной призме две боковые грани взаимно перпендикулярны, а их общее ребро равно 24 и отстоит от двух других ребер на 12 и 35. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Вариант № 2

- Двое рабочих, работая одновременно, выполнили всю работу за 5 дней. Если бы первый работал вдвое быстрее, а второй—вдвое медленнее, то работа заняла бы у них 4 дня. За сколько времени выполнил бы всю работу один первый рабочий, работая один?
- Решите систему неравенств: $\begin{cases} 3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1 \end{cases}$
- Построить график, приведя полные обоснования $|y| = -x^3 - 2x^2 + x + 2$
- В равнобедренной трапеции с боковой стороной 10 см диагональ является биссектрисой острого угла. Средняя линия трапеции равна 16 см. Найдите площадь трапеции.
- В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известно, что $AB = 12\sqrt{3}$, $SC = 13$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер SA и BC

Вариант № 3

- Решить уравнение: $\sqrt[3]{\sin^2 x} - \sqrt[3]{\cos^2 x} = \sqrt[3]{2\cos 2x}$
- Имеются два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй—30%. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько кг масса первого сплава меньше массы второго?
- Найдите точки, симметричные относительно оси Ox, одна из которых лежит на прямой $y=2x+5$, а другая—на параболе $y=16x^2+12x-2$

- Катеты прямоугольного треугольника равны a и b . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник и отрезки, на которые точка касания делит гипотенузу
- В четырехугольной пирамиде около трапеции основания можно описать окружность. Высота пирамиды проецируется в центр вписанной в основание окружности. Двугранный угол при боковой стороне основания равен 60° . Основания трапеции 6 и 2. Найдите высоту пирамиды и площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант № 4

- Решить неравенство: $\frac{1}{\left|\log_2\left(\frac{4}{x}\right)\right|-3} > \frac{1}{\left|\log_2\left(\frac{x}{2}\right)\right|-1}$
- а) Решите уравнение: $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)=\sqrt{3}\sin x$
б) Отберите корни, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$
- Построить график, проведя полное исследование функции, $y=\frac{(x^2-4x+3)(x^2-6x+8)}{(3-x)(x-2)}$
- В параллелограмме ABCD с диагональю AC=13 см высота BE=5 см и отсекает от параллелограмма $\frac{1}{4}$ часть. Найдите площадь параллелограмма.
- В конус вписана пирамида, основанием которой является прямоугольник. Меньшая сторона прямоугольника равна m , а острый угол между диагоналями равен β . Боковая грань, содержащая меньшую сторону основания, составляет с плоскостью основания двугранный угол ϕ . Найдите объем конуса.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Использует системный подход в решении профессиональных задач	7
Моделирует процесс решения профессиональной задачи	7
Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами	6
Максимальный балл	20

Дидактические материалы. Подготовка

Дидактические материалы – это вид учебных материалов, подготовка и использование которых способствует реализации целей обучения, активизации познавательной деятельности обучаемых, оптимизации учебного процесса. Самостоятельная разработка дидактических материалов осуществляется студентами на завершающем этапе изучения курса. Работа осуществляется в групповой форме.

Группа выбирает одну из изученных тем дисциплины и разрабатывает один из видов дидактических материалов:

- Задания для организации познавательной деятельности обучающихся, составленные на основе анализа различных учебно-методических источников.
- Набор задач, направленных на формирование математических понятий, изучение теорем, формирование умений, обучение решению задач, в том числе инструкции к лабораторным работам, алгоритмы выполнения заданий.
- Наборы разноуровневых задач, системы упражнений; примеры задач, решенных различными способами, прикладных задач.
- Образцы доказательств теорем с использованием различных методов и приемов, выделение идеи доказательства, составление плана доказательства, подбор контрпримеров к условию.
- Примеры математических моделей реальных процессов и ситуаций.
- Контрольные разноуровневые задания для оценки результатов обучения.
- Задания для решения кейс-задачи
- Экспериментальные задания.
- Справочные материалы.
- Инструкции по работе с Интернет-ресурсами и т.п.

Разработанные дидактические материалы сопровождаются презентацией и защищаются перед учебной группой.

Критерии оценивания

Критерий	Балл
Использует системный подход в решении профессиональных задач	6
Взаимодействует с другими членами команды в процессе решения поставленной задачи	4
Принимает решения в рамках своей роли в команде	4
Решает профессиональные задачи с использованием информационно-коммуникационных технологий	6
Максимальный балл	20

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

Раздел Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства

1. Модуль действительного числа. Свойства, геометрический смысл модуля. Приемы и методы решения уравнений и неравенств, содержащие знак модуля.
2. Текстовые задачи. Классификация задач. Методы решения.
3. Тождественные преобразования рациональных выражений.
4. Равносильность уравнений и неравенств.
5. Общие методы решения рациональных уравнений.
6. Общие методы решения рациональных неравенств.
7. Общие методы решения систем рациональных уравнений и неравенств.
8. Тождественные преобразования иррациональных выражений.
9. Общие методы решения иррациональных уравнений.
10. Общие методы решения иррациональных неравенств.
11. Общие методы решения систем иррациональных уравнений и неравенств.

Раздел Показательная и логарифмическая функции в задачах

1. Показательная и логарифмическая функция, свойства и графики.
2. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.
3. Показательные и логарифмические уравнения, общие методы решения.
4. Показательные и логарифмические неравенства, общие методы решения.
5. Комбинированные уравнения и неравенства; графический метод решения уравнений и неравенств.

Раздел Тригонометрия

1. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики; Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
2. Методы решения тригонометрических уравнений.
3. Методы решения тригонометрических неравенств.
4. Тождественные преобразования выражений, содержащие обратные тригонометрические функции. Доказательство тождеств, решение уравнений и неравенств, содержащих обратные тригонометрические функции.
5. Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.
6. Неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции

Раздел Планиметрия

1. Треугольник. Метрические соотношения в треугольнике. Прямоугольный треугольник и соотношения в нем. Занимательные точки треугольника.
2. Четырехугольник. Параллелограмм. Ромб. Прямоугольник. Трапеция.
3. Окружность. Вписанные и описанные многоугольники. Углы, связанные с окружностью. Свойства касательных к окружности. Метод вспомогательной окружности.

4. Площади фигур. Площадь треугольника. Площадь четырехугольника.
5. Виды и свойства движений в задачах. Центральная симметрия. Осевая симметрия. Поворот. Параллельный перенос.
6. Преобразование подобия в задачах. Гомотетия.
7. Геометрические построения. Метод геометрических мест. Метод движений. Метод подобия. Алгебраический метод.
8. Координатный метод решения планиметрических задач. Векторный, координатно-векторный метод решения планиметрических задач.

Раздел Стереометрия

1. Изображения плоских и пространственных фигур. Построения на изображениях фигур Параллельная проекция. Методы построения сечений многогранника плоскостью. Вычисление площади сечения многогранника.
2. Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.
3. Приемы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до плоскости.
4. Многогранники. Площадь поверхности и объем призмы. Площадь поверхности и объем пирамиды.
5. Тела вращения. Площадь поверхности и объем: цилиндра, конуса, шара.
6. Комбинации многогранников. Комбинации тел вращения. Комбинации многогранников и тел вращения

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Корикова, Тамара Михайловна Элементарная математика. Стереометрия [Текст]: [учебное пособие] / Т. М. Корикова, И. В. Суслова. - Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010. - 114 с.
2. Карпова Т.Н., Мурина И.Н., Практикум по элементарной математике. Тригонометрия, Ярославль, ЯГПУ, 2011, 64с.
3. Элементарная математика в помощь высшей [Электронный ресурс]: учебное пособие/ — Электрон. текстовые данные. — Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016.— 118 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59680.html>.— ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная литература

1. Буракова Г.Ю. и др., Развитие функционального мышления при решении задач, Ярославль, ЯГПУ, 2012, 103с
2. Корикова Т.М., Суслова И.В., Элементарная математика. Планиметрия, Ярославль, ЯГПУ, 2008, 103с
3. Буракова Г.Ю., Карпова Т.Н., Мурина И.Н., Элементарная математика. Ч. 1, Ярославль, ЯГПУ, 2012, 131с
4. Атанасян Л.С. и др., Геометрия. Дополнительные главы к учеб. 8 кл.(с углубленным изучение математики), М, Вита-Пресс, 2005, 208с
5. Краснощекова В.П. Элементарная математика. Арифметика. Алгебра. Тригонометрия [Электронный ресурс]: задачник. Направление подготовки - 050100 «Педагогическое образование». Профили - «Математика. Информатика», «Технология»/ Краснощекова В.П., Мусихина И.В., Цай И.С.— Электрон. текстовые данные.— Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2014.— 52 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/32114.html>.— ЭБС «IPRbooks»

в) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- ЭПС «Система Гарант-Максимум»;
- ЭПС «Консультант Плюс»

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – рефераты, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» – полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)

10. Методические указания для преподавателя и обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для преподавателя

Главные особенности изучения дисциплины:

- *практикоориентированность*, изучение каждой темы курса готовит студента к решению определенной профессиональной задачи и предполагает не только формирование теоретической основы для ее решения, но и развитие практических умений в сфере организации отдельных этапов педагогического процесса;
- *субъектноориентированность*, в процессе изучения дисциплины каждый студент может выстроить индивидуальный маршрут своей образовательной деятельности, определяя в рамках модуля в целом и отдельной темы индивидуальные цели, выбирая уровень освоения материала, проектируя желаемые результаты;
- *рефлексивность*, технология изучения дисциплины предполагает постоянное обращение студента к формируемым у него профессионально значимым компетенциям, по итогам изучения каждой темы необходимо самостоятельно оценивать результаты своей образовательной деятельности, определяя причины возникающих проблем и перспективы дальнейшего развития умений решать профессиональные задачи;
- *преемственность*, изучение дисциплины является необходимой составляющей освоения предметно-методических модулей, осваиваемые в рамках отдельных тем элементы компетенций и формируемый студентами субъективный опыт решения профессиональных задач, необходимы для успешной работы в период педагогической практики в образовательных учреждениях и дальнейшей самостоятельной профессиональной деятельности.

Программа дисциплины предполагает проведение по каждой теме практических занятий. Тематический план включает темы, изучение которых направлено на формирование профессионально значимых компетенций.

Изучение дисциплины направлено на систематизацию и обобщение знаний школьного курса математики и дополнительных разделов курса, развитие мотивов учебной и профессиональной деятельности, формирование профессионально-педагогического опыта. Помимо процесса решения задач студенты осуществляют выделение приемов и методов решения задач, проводится индивидуальная и групповая работа с задачным и теоретическим

материалом, подготовка к представлению информации в учебной группе на занятии, систематизация теоретических положений по теме, выбор информационных источников, работа с научной и учебной литературой и т.д.

Помимо овладения предметным содержанием дисциплины при ее изучении у студентов формируется опыт профессионально-педагогической деятельности, проводятся выступления студентов с представлением полученных результатов работы, осуществляется систематизация и структурирование изучаемого материала, выявление приемов и методов работы с ним. Все это должно способствовать успешному изучению дисциплин методического цикла и прохождению педагогической практики.

В процессе изучения дисциплины используется групповая форма работы, работа студентов в малых группах, осуществляется социальное взаимодействие между ними, работа в команде.

Методические указания для обучающихся

Обучающиеся осуществляют учебную деятельность на практических занятиях и самостоятельно. Самостоятельная работа обучающегося – это вид учебной, научно-исследовательской деятельности, направленный на развитие его компетенций, организуемый самим обучающимся в наиболее удобное с его точки зрения время, контролируемый обучающимся в процессе и по результату деятельности, на основе опосредованного системного управления со стороны преподавателя. Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса и осуществляется в объеме в соответствии с утвержденной рабочей программой дисциплины.

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к расчетным (контрольным, самостоятельным) работам, различным заданиям, к зачетам по дисциплине.

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с материалом практического занятия, предусматривающая проработку учебного материала, дополнительной литературы;

- выполнение домашнего задания к занятию (решение задач, выполнение заданий);
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка доклада, реферата;
- подготовка к расчетным (контрольным, самостоятельным) работам;
- подготовка презентации, дидактических материалов;
- подготовка к зачету.

Домашнее задание по дисциплине может состоять из теоретических и практических заданий по темам. Выполнение домашних заданий должно быть систематическим, все решения должны быть аргументированными, обоснованными, полными, сопровождаться необходимыми вычислениями и ссылками на источники литературы.

При подготовке к расчетным (контрольным, самостоятельным) работам необходимо обратиться к материалам практических занятий по данному вопросу и рекомендуемым источникам, чтобы уточнить терминологию; внимательно проанализировать ход решения задач, приемы и методы их решения; самостоятельно решить несколько задач по данной теме.

При подготовке докладов, рефератов и презентаций студенты должны самостоятельно определить основную идею, выбрать структуру в соответствии с поставленной задачей, разработать план, рационально отобрать материал из различных источников, привести наглядные примеры.

Самостоятельную работу над докладом, рефератом следует начать с изучения литературы. В поисках книг заданной тематики необходимо обратиться к библиотечным каталогам, справочникам, тематическим аннотированным указателям литературы, периодическим изданиям (газетам и журналам), электронным каталогам, Интернету. При подготовке текста доклада, реферата, презентации нужно отобрать не менее 10

наименований печатных изданий (книг, статей, сборников). Предпочтение следует отдавать литературе, опубликованной в течение последних 5 лет. Допускается обращение к Интернет-сайтам. Осуществив отбор необходимой литературы, далее необходимо составить рабочий план доклада. В соответствии с составленным планом производится изучение литературы и распределение материала по разделам доклада. Необходимо отмечать основные, представляющие наибольший интерес положения изучаемого источника. Изложение текста доклада должно быть четким, аргументированным. Изучая литературу, можно столкнуться с научной полемикой разных авторов, с различными подходами в рассмотрении вопросов. Следует учитывать все многообразие точек зрения, а в случае выбора какой-либо одной из них –обосновывать, аргументировать свою позицию. При необходимости изложение своих взглядов на проблемы можно подтвердить цитатами. Цитирование представляет собой дословное воспроизведение фрагмента какого-либо текста. Поэтому необходимо тщательно выверить соответствие текста цитаты источнику. В заключение доклада студент должен сделать выводы по теме.

Разработка дидактических материалов осуществляется группой учащихся в соответствии с выбранной темой и видом материалов.

При подготовке дидактических материалов группы выполняют следующие задания:

- Выделите основные теоретические положения, изучите различные способы доказательства теорем, решения задач;
- Подберите (составь самостоятельно) задачи, решаемые разными способами;
- Составьте цепочки взаимосвязанных учебных (учебно-исследовательских задач);
- Приведите примеры решения задач практического содержания по теме;
- Подготовьте презентацию для выступления перед группой.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины используется электронная образовательная среда ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Специализированная мебель, набор демонстрационного оборудования (мультимедийный переносной проектор, стационарный экран, ноутбук), наглядные пособия, дидактические материалы для проведения практических занятий.

Microsoft Windows, номер лицензии 69108710; Microsoft Office, номер лицензии 69108710; Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition, номер лицензии 1FB6-180215-114440-5-110.

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении

Не предусмотрено

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

У Т В Е Р Ж Д А Ў
проректор по организации образовательной
деятельности и обеспечению условий
образовательного процесса
_____ В.П. Завойстый
«_____» _____ 2020 г.

Программа учебной дисциплины
Наименование дисциплины:
К.М.07.12 Физика

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование
(профили Математика, Экономика)

К.М.07.11 Физика

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование
(профили Информатика, Математика)

К.М.07.12 Физика

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование
(профиль Математика)

К.М.07.11 Физика

Рекомендуется для направления подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование
(профиль Информатика)

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Разработчик:
старший преподаватель
кафедры физики и информационных технологий

В. К. Мухин

Утверждена на заседании кафедры
физики и информационных технологий
«24» января 2020 г.
Протокол № 5
И.о. зав. кафедрой

Д.А. Личак

1. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Физика» – формирование знаний о физике как экспериментальной науке о природе. Здесь же происходит формирование и развитие общеучебных умений и навыков, способов деятельности и компетентности студентов в познавательной, творческой и информационно-коммуникативной областях.

Основные задачи курса.

Понимание:

- содержание и формулировки основных физических постулатов, принципов и законов, их обоснования и следствия, область применимости;
- отличительные признаки и сущность физических явлений и процессов;
- определения, физический смысл, способы измерения и единицы основных физических величин, математические зависимости между ними, представленные в аналитическом, графическом или табличном виде;
- сущность фундаментальных экспериментов, сыгравших решающую роль в формировании физической картины мира и научного мировоззрения.

Развитие умений:

- проводить наблюдения, планировать и выполнять экспериментальные задания, объяснять полученные результаты, выявлять эмпирические зависимости и сопоставлять их с теоретическими;
- различать факты, гипотезы, причины, следствия, доказательства, эмпирические и фундаментальные законы, постулаты, теории;
- использовать дополнительную литературу и современные информационные технологии для поиска, изучения и предъявления учебной и научной информации по физике;
- самостоятельно приобретать новые знания в процессе подготовки рефератов, докладов и других видов творческих работ;
- применять полученные знания для объяснения явлений природы, макроскопических свойств вещества, принципов действия технических устройств и физических приборов, а также для обеспечения безопасности жизнедеятельности.

Приобретение навыков:

- выполнения прямых и косвенных измерений физических величин, обработки результатов статистическими методами;
- решения физических задач, использования правил размерности для проверки правильности полученных выражений в общем виде, анализа и оценки достоверности численных ответов;
- конспективного изложения лекционного материала и вопросов, предложенных для самостоятельного изучения с выделением главных элементов содержания;
- логического мышления, использования индукции и дедукции, методов моделирования, аналогий и идеализации;
- предметной и коммуникативной компетентности, функциональной (математической и естественнонаучной) грамотности.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы (ОП)

Курс физики является одной из дисциплин предметного модуля подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (профили Математика, Экономика и Информатика, Математика).

К моменту начала изучения дисциплины предполагается предварительное изучение студентами физики и математики в объеме курса средней школы.

Для успешного освоения дисциплины студент первого курса должен обладать

знаниями, умениями и навыками, сформированными в курсе физики средней школы (см. «Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования»).

Студент должен знать:

- роль и место физики в современной научной картине мира;
- физическую сущность наблюдаемых во Вселенной явлений;
- основные методы научного познания, используемые в физике: наблюдение, описание, измерение, эксперимент.

Студент должен уметь:

- пользование физической терминологией и символикой;
- ориентироваться в основополагающих физических понятиях, законах и теориях;
- обнаруживать зависимость между физическими величинами, объяснять полученные результаты и делать выводы.

Студент должен владеть навыками:

- обработки результатов измерений;
- решения физических задач;
- обнаружения элементарных зависимостей между физическими величинами.

Физика является предшествующей для следующих дисциплин: математический анализ, естественнонаучная картина мира, теория вероятностей и математическая статистика, основы микроэлектроники и архитектура ЭВМ, безопасность жизнедеятельности.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии со сводным паспортом компетенций по профилю): **УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.**

КОМПЕТЕНЦИИ		Индикаторы	Оценочные средства
Шифр	Формулировка		
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Использует системный подход в решении профессиональных задач. УК-1.3. Подбирает и систематизирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи. УК-1.6. Устанавливает причинно-следственные связи между своими действиями и полученными результатами.	Текущая: – контрольные тесты; – беседы при допусках к лабораторным работам; – беседы при защите лабораторных работ. Промежуточная: – семестровая контрольная работа; – беседа на зачете с оценкой; – беседа на зачете.
УК-6	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни.	УК-6.1. Определяет уровень своей готовности к решению профессиональной задачи. УК-6.2. Осуществляет самоанализ и рефлексию результатов своих действий. УК-6.3. Демонстрирует личную организованность	Текущая: – контрольные тесты; – беседы при допусках к лабораторным работам; – беседы при защите лабораторных работ. Промежуточная: – семестровая контрольная работа; – беседа на зачете с оценкой; – беседа на зачете.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 324 час / 9 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1 курс		2 курс	
		1 сем	2 сем	3 сем	4 сем
Контактная работа с преподавателем (всего)	144	48	48	48	
В том числе:					
Лекции	48	16	16	16	
Практические занятия (ПЗ)	48	16	16	16	
Лабораторные работы (ЛР)	48	16	16	16	
Самостоятельная работа (всего)	144	96	24	24	
В том числе:					
Конспектирование	48	32	7	9	
Решение задач	44	32	6	6	
Подготовка к лабораторным работам и их защита	52	32	11	9	
Вид промежуточной аттестации (зач., экзам.)			ЗаO	Зач.	
Общая трудоемкость : – часов	288	144	72	72	
– зачетных единиц	8	4	2	2	

Примечание. Пункт «Подготовка к лабораторным работам и их защита» предполагает следующую самостоятельную работу: 1) знакомство с описанием лабораторной работы; 2) освоение экспериментальной установки; 3) подготовка бланков для записи результатов; 4) самоконтроль качества подготовки по «Вопросам для подготовки к работе»; 5) подготовка письменного отчета по результатам работы; 6) подготовка к защите лабораторной работы по контрольным вопросам.

5. Содержание дисциплины

5.1 Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование тем	<i>1 семестр</i>
1	Механика		Введение в физику. Кинематика. Динамика. Работа и энергия. Колебания и волны.
2	Молекулярная физика и термодинамика		Молекулярно-кинетическая теория вещества. Распределение Максвелла. Понятие о термодинамике.
<i>2 семестр</i>			

3	Основы электродинамики	Электростатика. Законы постоянного тока. Магнитостатика. Явление электромагнитной индукции. Электромагнитное поле. Понятие об электромагнитных волнах.
<i>3 семестр</i>		
4	Оптика.	Геометрическая оптика. Волновая оптика. Квантовая оптика.
5	Основы атомной и ядерной физики	Модель атома Резерфорда. Постулаты Бора. Понятие о квантовой механике. Физика атомного ядра. Понятие об элементарных частицах.

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самост. работа студ. (конс.+пр.+лаб.)	Всего часов
<i>1 семестр</i>						
1	Раздел. Механика	8	8	8	48	72
1.1	Тема. Введение в физику. Кинематика.	3	2	4	0+4+8=12	21
1.2	Тема. Динамика.	2	2	2	4+4+4=12	18
1.3	Тема. Работа и энергия.	1	2		8+4+0=12	15
1.4	Тема. Колебания и волны.	2	2	2	4+4+4=12	18
2	Раздел. Молекулярная физика и термодинамика	8	8	8	48	72
2.1	Тема. Молекулярно-кинетическая теория.	4	2	4	4+4+8=16	26
2.2	Тема. Распределение Maxwellла.	1	2		8+8+0=16	19
2.3	Тема. Понятие о термодинамике.	3	2	4	4+4+8=16	25
	Контрольная работа №1.		2			2
<i>2 семестр</i>						
3	Раздел. Основы электродинамики	16	16	16	24	72
3.1	Тема. Электростатика.	3	2	4	0+1+3=4	13
3.2	Тема. Законы постоянного тока.	2	2	6	0+1+4=5	15
3.3	Тема. Магнитостатика.	3	4	4	0+2+3=5	16
3.4	Тема. Явление электромагнитной индукции.	3	4	2	0+2+1=3	12
3.5	Тема. Электромагнитное поле.	3			4+0+0=4	7

3.6	Тема. Понятие об электромагнитных волнах.	2	2		3+0+0=3	7
	Контрольная работа №2.		2			2
3 семестр						
4	Раздел. Оптика.	8	8	10	12	38
4.1	Тема. Геометрическая оптика.	2	2	2	0+1+1=2	8
4.2	Тема. Волновая оптика.	4	4	6	0+2+4=6	20
4.3	Тема. Квантовая оптика.	2	2	2	2+1+1=4	10
5	Раздел. Основы атомной и ядерной физики	8	8	6	12	34
5.1	Тема. Модель атома Резерфорда.	2			3+0+0=3	5
5.2	Тема. Постулаты Бора. Понятие о квантовой механике.	2	3	4	0+1+2=3	12
5.3	Тема. Физика атомного ядра.	2	2	2	1+1+1=3	9
5.4	Тема. Понятие об элементарных частицах.	2	1		3+0+0=3	6
	Контрольная работа №3.		2			2
	ВСЕГО:	48	48	48	144	288

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов	Колич. часов
1 семестр			
1	Тема 1.1. Кинематика.	Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№15; 16.	8
		Задачи: (3) 1.7; 1.26; 1.31; 1.35; 1.41; 1.46; 12.7; 12.3.	4
2	Тема 1.2. Динамика.	Конспектирование. Особенности применения третьего закона Ньютона.	4
		Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№18.	4
		Задачи: (3) 2.13; 2.27; 2.37; 2.57; 2.61; 2.76; 2.87; 2.88; 2.89; 2.90.	4
3	Тема 1.3. Работа и энергия.	Конспектирование. Связь между потенциальной энергией и силой. Условия равновесия механической системы.	8
		Задачи: (4) №№ 317; 324; 330; 341; 357; 393.	4
4	Тема 1.4. Колебания и волны.	Конспектирование. Звуковые колебания и волны.	4

		<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№17.</i> <i>Задачи: (4) №№ 409; 411; 435.</i>	4
		<i>Задачи: (4) №№ 409; 411; 435.</i>	4
5	Тема 2.1. Молекулярно-кинетическая теория.	<i>Конспектирование. Распределение энергии молекул по степеням свободы.</i>	4
		<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№21; 22.</i>	8
		<i>Задачи: (4) №№ 466; 478; 481; 493; 511; 531; 534.</i>	4
6	Тема 2.2. Распределение Maxwella.	<i>Конспектирование. Теоретические основы распределения Maxwella. Наиболее вероятная, средняя квадратичная, средняя скорости.</i>	8
		<i>Задачи: (7) №№ 2.13; 2.14; 2.16; 2.20.</i>	8
7	Тема 2.3. Понятие о термодинамике.	<i>Конспектирование. Различные тепловые двигатели.</i>	4
		<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№23; 26.</i>	8
		<i>Задачи: (7) №№ 2.50; 2.53; 2.55; 2.67; 2.71.</i>	4
2 семестр			
8	Тема 3.1. Электростатика.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№35; 34.</i>	3
		<i>Задачи: (4) №№ 727; 729; 744; 751; 763.</i>	1
9	Тема 3.2. Законы постоянного тока.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№31; 32; 33.</i>	4
		<i>Задачи: (4) №№ 771; 775; 783; 794; 807; 811.</i>	1
10	Тема 3.3. Магнитостатика.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№ 312; 313.</i>	3
		<i>Задачи: (4) №№ 828; 830; 837; 839; 831; 843; 846; 847.</i>	2
11	Тема 3.4. Явление электромагнитной индукции.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№314.</i>	1
		<i>Задачи: (4) №№ 911; 921; 928; 947; 985; 995.</i>	2
12	Тема 3.5. Электромагнитное поле.	<i>Конспектирование. Система уравнений Maxwella в дифференциальной форме.</i>	4
13	Тема 3.6. Понятие об электромагнитных волнах.	<i>Конспектирование. Волновое уравнение и его решение.</i>	3
3 семестр			
14	Тема 4.1. Геометрическая оптика.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№49.</i>	1
		<i>Задачи: (4) №№ 1023; 1024; 1026; 1028.</i>	1
15	Тема 4.2. Волновая оптика.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№43; 46; 48.</i>	4
		<i>Задачи: (7) №№ 5.46; 5.54; 5.68; 5.73; 5.144.</i>	2
16	Тема 4.3. Квантовая оптика.	<i>Конспектирование. Абсолютно черное тело и законы его излучения.</i>	2
		<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№452.</i>	1
		<i>Задачи: (7) №№ 5.198; 5.200; 5.203.</i>	1
17	Тема 5.1. Модель атома	<i>Конспектирование. Описание опыта</i>	3

	Резерфорда.	Резерфорда.	
18	Тема 5.2. Постулаты Бора. Понятие о квантовой механике.	<i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№54; 55.</i> <i>Задачи: (7) №№ 6.1; 6.3; 6.5; 6.7; 6.9.</i>	2 1
19	Тема 5.3. Физика атомного ядра.	<i>Конспектирование. История создания протонно-нейтронной модели атомного ядра.</i> <i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ №№510.</i> <i>Задачи: (4) №№ 1165; 1170; 1177; 1188.</i>	1 1 1
20	Тема 5.4. Понятие об элементарных частицах.	<i>Конспектирование. История создания современной теории элементарных частиц.</i>	3

6.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрено учебным планом.

6.3 Примерная тематика рефератов

Не предусмотрено учебным планом.

7. Фонды оценочных средств

7.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации обучающихся по физике

№ п/п	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Средства текущего контроля			Шифр компетенции
		Контрольный тест	Беседа при допуске к лаб. работе	Беседа при защите лаб. работы	
Раздел 1. Механика (1 семестр)					
1.1	Тема. Введение в физику. Кинематика.	x	x	x	УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.
1.2	Тема. Динамика.	x	x	x	
1.3	Тема. Работа и энергия.	x	—	—	
1.4	Тема. Колебания и волны.	x	x	x	
Раздел 2. Молекулярная физика и термодинамика (1 семестр)					
2.1	Тема. Молекулярно-кинетическая теория.	—	x	x	УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.
2.2	Тема. Распределение Maxwellла.	—	x	x	
2.3	Тема. Понятие о термодинамике.	—	x	x	
Раздел 3. Основы электродинамики (2 семестр)					
3.1	Тема. Электростатика.	x	x	x	УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.
3.2	Тема. Законы постоянного тока.	x	x	x	
3.3	Тема. Магнитостатика.	—	x	x	
3.4	Тема. Явление электромагнитной индукции.	—	x	x	
3.5	Тема. Электромагнитное поле.	x	—	—	
3.6	Тема. Понятие об	x	—	—	

	электромагнитных волнах.				
Раздел 4. Оптика (3 семестр)					
4.1	Тема. Геометрическая оптика.	x	x	x	УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.
4.2	Тема. Волновая оптика.	x	x	x	
4.3	Тема. Квантовая оптика.	x	x	x	
Раздел 5. Основы атомной и ядерной физики (3 семестр)					
5.1	Тема. Модель атома Резерфорда.	-	x	x	УК-1, УК-6, ОПК-8, ПК-1.
5.2	Тема. Постулаты Бора. Понятие о квантовой механике.	-	x	x	
5.3	Тема. Физика атомного ядра.	-	x	x	
5.4	Тема. Понятие об элементарных частицах.	-	x	x	

7.1.1. Критерии оценки видов работ

Компетентностно-ориентированный контрольный тест (задания с открытым ответом). Тест проводится перед первой аттестацией в семестре, когда количество выполненных лабораторных работ еще недостаточно для выставления аттестационной оценки. Тест включает 20 вопросов и проводится в течение 10 минут. Перевод в пятибалльную систему:

- 19 – 20 верных ответов – 5 баллов;
- 16 – 18 верных ответов – 4 балла;
- 13 – 15 верных ответов – 3 балла.

Беседа при допуске к лабораторной работе. Здесь оценка квадратичная: допущен или не допущен к выполнению лабораторной работы.

Беседа при защите лабораторной работы. Здесь оценка так же квадратичная: если студент ответил на все контрольные вопросы, то теоретическая часть лабораторной работы будет зачтена.

Комплексная оценка лабораторной работы. Текущая аттестация осуществляется по пятибалльной системе:

- выполненная лабораторная работа – 3 балла;
- работа выполнена и безошибочно оформлена отчет – 4 балла;
- работа выполнена, отчет оформлен, теория зачтена – 5 баллов, т. е., работа **зашита**.

Для допуска к промежуточной аттестации нужно защитить все лабораторные работы. В семестре их шесть, то есть, нужно набрать 30 баллов.

Суммарное количество баллов, требуемое для допуска к промежуточной аттестации – от 30 до 35. Все вопросы контрольного теста освещаются позднее при защите лабораторных работ.

7.1.2. Пример задания для лабораторной работы

Название работы: «Изучение законов движения с помощью машины Атвуда». (1 семестр).

Этапы выполнения лабораторной работы: подготовка к работе (самостоятельно, до занятия); допуск (беседа в начале занятия); выполнение работы (на занятии по расписанию); подготовка отчета; защита лабораторной работы (беседа по контрольным вопросам).

Во время подготовки к лабораторной работе должен уяснить, а при допуске к работе изложить:

- цель постановки данной лабораторной работы;
- логику проверки предложенных физических законов;
- принцип действия машины Атвуда.

Контрольные вопросы.

1. Основные кинематические величины и их физический смысл.
2. Законы пути и скорости для равномерного и равнопеременного движения.
3. Законы Ньютона.
4. Графики a , v , x как функции времени для равноускоренного движения без начальной скорости.
5. Выводы о выполнимости законов кинематики и динамики в условиях опыта.
6. Каковы причины погрешности измерений?

7.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по физике

Оценочным средством при промежуточной аттестации является зачет с оценкой, который выставляется автоматически по результатам семестровой контрольной работы. Если результаты выполнения контрольной работы вызывают сомнения, то дополнительно проводится беседа по вопросам для зачета, которые выдаются каждому студенту в начале семестра.

7.2.1. Требования к проведению промежуточной аттестации:

- зачтены все лабораторные работы;
- написана на положительную оценку семестровая контрольная работа.

7.2.2. Критерии оценки результатов прохождения студентом промежуточной аттестации по физике

Уровень проявления компетенций	Качественная характеристика	Количественный показатель (баллы БРС)	Оценка*	
			Квалитативная	Квантитативная
высокий	Решено пять задач	5	зачтено	отлично
повышенный	Решено четыре задачи	4		хорошо
базовый	Решено три задачи	3		удовлетворительно
низкий	Решено менее трех задач	0; 1; 2	не зачтено	неудовлетворительно

* соответственно форме промежуточной аттестации по учебному плану

7.2.3. Спецификация оценочных средств

Проверяемые индикаторы проявления компетенций			
УК	ОПК	ПК	ППК
Семестровая контрольная работа			
УК-1; УК-6	-	-	-
Беседа на зачете с оценкой.			
УК-1; УК-6	-	-	-
Беседа на зачете			
УК-1; УК-6	-	-	-

7.2.4. Описание оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Контрольная работа: содержит пять задач в соответствии с темами курса.

Зачет с оценкой: проводится по необходимости по вопросам электродинамики.

Зачет: проводится по вопросам оптики и атомной физики.

8. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики в 5 томах (3 томах). М.,2003, 2004, 2007.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.,2007.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.,1979, 1985, 1990.
4. Рымкевич А.П. Физика. Задачник 10-11 кл. М.,1979, 1980, 1981, 1983, 1987.
5. Васильев А.А. Физика [Электронный ресурс]: учеб. Пособие для СПО / А.А.Васильев, В.Е.Федоров, Л.Д.Храмов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2018.

б) дополнительная литература

6. Горлач В.В. Физика. Задачи, тесты. Методы решения [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / В.В.Горлач. – М.: Изд-во Юрайт, 2018.
7. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. М., 1991, 1999, 2003.
8. Методические указания к выполнению контрольных работ по физике. Часть I. Составитель: Т.Н.Спирионова. Ярославль, 2010.
9. Методические указания к выполнению контрольных работ по физике. Часть.2. Сост.: А.Д.Кондратюк, Т.Н.Спирионова. Ярославль, 2010.
10. Методические указания к выполнению контрольных работ по физике. Часть 3. Сост.: Г.В.Жусь, А.Д.Кондратюк. Ярославль, 2006.

в) программное обеспечение

Наименования ежегодно обновляемых лицензионных программных продуктов, используемых при изучении дисциплины:

- Microsoft Windows
- Microsoft Office
- Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru – рефераты, полные тексты научных статей из российских и зарубежных журналов;
2. Электронно-библиотечная система IPRbooks - полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (<http://www.iprbookshop.ru>)
3. ФГНУ «Научная педагогическая библиотека имени К. Д. Ушинского» <http://elib.gnpbu.ru/>.
4. Электронно-библиотечная система «ЭБС ЮРАЙТ» - полнотекстовая база учебных и учебно-методических электронных изданий (www.biblio-online.ru)
5. ЭПС «Система Гарант-Максимум»
6. ЭПС «Консультант Плюс»
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» <http://window.edu.ru/>.
8. Научная педагогическая электронная библиотека <http://elib.gnpbu.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс физики относится к математическому и естественнонаучному циклу в подготовке

бакалавра педагогического образования и является одним из определяющих в обучении и воспитании студентов с учетом специфики дисциплины. Изучение физики способствует формированию предметных знаний, общей культуры студентов, их социализации, осознанному выбору и последующему освоению профессиональных образовательных программ.

Этот курс является связующим звеном между школьной и вузовской программами и в то же время базовым элементом для последующего изучения таких дисциплин, как математика, безопасность жизнедеятельности человека и др.

Курс физики включает основные сведения о важнейших физических явлениях, понятиях, законах и принципах; в нем органически сочетаются вопросы классической и современной физики с четким определением границ, в пределах которых справедливы те или иные физические концепции, модели и теории. Он формирует у студентов представление о физике как науке, имеющей экспериментальную основу, знакомит с историей важнейших физических открытий и возникновением теорий, идей и понятий, а также раскрывает вклад отечественных и зарубежных ученых в развитие физики.

В современных условиях резкого и быстрого возрастания объема необходимых для человека знаний при пятилетнем сроке освоения образовательных программ важно прививать стремление студентов к самостоятельному поиску и пополнению знаний.

Методика проведения всех видов занятий – лекций, практических занятий по решению задач, лабораторных занятий – подчинена основной цели – подготовке квалифицированного бакалавра соответствующего профиля. Практические занятия развивают навыки грамотного изложения студентами теоретических вопросов и применения теории к решению физических задач. В результате выполнения лабораторных работ студенты должны ясно представлять исследуемое явление (процесс), правильно провести эксперимент, осмысливать полученные результаты и оценить степень их достоверности. При защите лабораторных работ студенты должны опираться на знание теоретического материала, относящегося к данной работе.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При освоении дисциплины планируется использование электронной образовательной среды ЯГПУ LMS MOODLe.

Контроль знаний студентов по дисциплине осуществляется в рамках электронной среды фиксации успеваемости студентов (БРС) ЯГПУ. Максимальное количество баллов по этому предмету – 288 (см. БРС ЯГПУ). Студент допускается к зачету, если набрал более 200 баллов. В минимальном варианте баллы суммируются по результатам двух аттестаций.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

№ п.п.	Название лаборатории	Приборы и оборудование
1.	Кабинет лекционного демонстрационного оборудования.	Спец. аудитория – комплект лабораторного оборудования “UniRem” – 1, эпидиаскоп – 1, экраны – 2, лазер – 2, телевизор – 1, кинопроектор – 1, видеоплеер – 1, баллистический гальванометр с демонстрационной шкалой – 1, шкала электромагнитных волн – 1, 4 шкафа-музея физических приборов, кодоскоп – 1, демонстрационные электроизмерительные приборы – 4, источники питания и освещения – 3, диапроекторы – 2, усилители – 1, комплекты приборов к различным демонстрациям по

		отдельным темам по 1 комплекту (виды движения, свойства жидкости и пара, последовательный и параллельный резонанс в цепях переменного тока, свойства электромагнитных волн, фотоэффект и др.), кино- и видеофильмы – 3 комплекта, таблицы – 1
2.	Лаборатория механики и молекулярной физики.	<p>Спец. лаборатория механики - комплекты приборов для изучения колебаний и волн – 2, стационарные экспериментальные установки для определения модуля Юнга (прибор Лерманта) – 1, скорости полета пули – 2, характеристики прямолинейного движения (машина Атвуда) – 2, изучение вращательного движения (маятник Обербека) – 2, закон сухого трения (трибометр) – 1, проверки теоремы Штейнера (крутильные весы) – 2; измерительные приборы – 10, теодолиты – 2, аналитические лабораторные весы – 3, весы лабораторные – 5, генераторы звуковые – 10, электросекундомеры – 22, осциллограф – 2, вытяжной шкаф – 1, кимографы – 2, сферометры – 2, микроскоп Бринелля – 1.</p> <p>Спец. лаборатория молекулярной физики и теплоты (ауд. 302, 1 уч. здание) - стандартный набор лабораторного оборудования ФПТ-1 из 9 лабораторных работ, катетометр – 1, термостат – 1, весы аналитические – 1 и технические – 1, звуковой генератор – 2, регуляторы напряжения – 3, микроскоп Бринелля – 2 печь муфельная – 1, термопары – 1, барометры – 2 и психрометры – 1, наборы термометров – 80, вискозиметры – 5, секундомеры – 2, калориметры – 2, ареометры – 40, таблицы различных физических величин – 2, справочники – 3.</p>
3.	Лаборатории электричества и магнетизма.	Спец. Лаборатория электричества и магнетизма источники питания переменного тока – 5, источники питания постоянного тока – 17, генераторы сигналов – 9, осциллографы – 12, гальванометры – 8, амперметры – 15 и вольтметры – 15, магазины сопротивлений – 10 и реостаты – 10, трансформаторы – 2, омметры – 5, измеритель индуктивности и емкости – 1, тангенс-гальванометр – 1, катушки индуктивности – 5, батарея конденсаторов – 1, потенциометры постоянного тока высокоомный – 1, электронагреватели – 2.
4.	Лаборатория оптики.	Спец. лаборатория оптики - оптические скамьи (ОСК-1 и другие) – 2, микроскопы – 8, интерферометры – 2, рефрактометр – 4, сахариметры – 2, осветители – 2, люксметры – 1, гониометр – 1, аппарат рисовальный – 1, лампы кварцевые – 2, выпрямители – 3, лазер – 2, измерительные приборы – 5, дифракционные

		решетки – 3, набор линз – 4.
5.	Лаборатория атомной физики.	Спец. лаборатория квантовой физики – лазер – 3, монохроматоры – 3, оптический пирометр – 1, радиометр ТИСС – 1, фотоэлементы – 2, спектральные трубки – 2, выпрямители, источники постоянного тока – 8, стабилизаторы напряжения – 2, высоковольтный преобразователь – 1, приборы для зажигания спек-тральных трубок – 2, электроизмерительные приборы – 10 и потенциометр – 1, осциллограф – 1, генераторы – 1, термостат – 1,

13. Преподавание дисциплины на заочном отделении

13.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 252 час / 7 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры							
		1 курс		2 курс		3 курс		4 курс	
		1 сем	2 сем	3 сем	4 сем	5 сем	6 сем	7 сем	8 сем
Контактная работа с преподавателем (всего)	28				14	14			
В том числе:									
Лекции	8				4	4			
Практические занятия (ПЗ)	12				6	6			
Лабораторные работы (ЛР)	8				4	4			
Самостоятельная работа (всего)	215				94	94	27		
В том числе:									
Конспектирование	115				90	70			
Решение задач (контрольные работы)	20				20	27			
Подготовка к лаборат. работам и их защита	8				4	4			
Вид промежуточной аттестации (зачет с оценкой)	9				Zач	ЗаO 9			
Общая трудоемкость : – часов	252				108	108	36		
– зачетных единиц	7				3	3	1		

Примечание. Пункт «Подготовка к лабораторным работам и их защита» предполагает следующую самостоятельную работу: 1) знакомство с описанием лабораторной работы; 2) освоение экспериментальной установки; 3) подготовка бланков для записи результатов; 4) самоконтроль качества подготовки по «Вопросам для подготовки к работе»; 5) подготовка письменного отчета по результатам работы; 6) подготовка к защите лабораторной работы по контрольным вопросам

13.2. Содержание дисциплины

13.2.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины и входящих в него тем	Лекции	Практ. занятия	Лабор. занятия	Самост. работа студ. (конс.+лаб.)	Всего часов
------------------	--	---------------	---------------------------	---------------------------	--	------------------------

4 семестр

1	Раздел. Механика	2	4	2	54	62
1.0	Понятие о механике. Основные законы и соотношения.	2			$0+0=0$	2
1.1	Тема. Введение в физику. Кинематика.		1	2	$12+4=16$	19
1.2	Тема. Динамика поступательного и вращательного движения.		1		$12+0=12$	13
1.3	Тема. Работа и энергия.		1		$8+0=8$	9
1.4	Тема. Колебания и волны.		1		$18+0=18$	19
2	Раздел. Молекулярная физика и термодинамика	2	2	2	40	46
2.0	Понятие о молекулярной физике и термодинамике. Основные законы и соотношения.	2			$0+0=0$	2
2.1	Тема. Молекулярно-кинетическая теория вещества.		1	2	$10+4=14$	17
2.2	Тема. Распределение Maxwellла.				$10+0=10$	10
2.3	Тема. Понятие о термодинамике		1		$16+0=16$	17

5 семестр

3	Раздел. Электромагнетизм	2	4	2	40	48
3.0	Понятие об электромагнетизме. Основные формулы и соотношения.	2			$0+0=0$	2
3.1	Тема. Электростатика.		1		$8+0=8$	9
3.2	Тема. Законы постоянного тока.		1	2	$4+4=8$	11
3.3	Тема. Магнитостатика.		1		$6+0=6$	7
3.4	Тема. Явление электромагнитной индукции.		1		$6+0=6$	7
3.5	Понятие об электромагнитных колебаниях и волнах.				$12+0=12$	12
4	Раздел. Оптика. Основы атомной физики	2	2	2	34	40
4.0	Понятие об оптике физике. Основные формулы и соотношения.	2			$0+0=0$	2
4.1	Тема. Волновые свойства света.		1	2	$12+4=16$	19
4.2	Тема. Квантовые свойства света.		1		$9+0=9$	10

4.3	Тема. Понятие об атомной и ядерной физике				9+0=9	9
1; 2	Разделы. Механика. Молекулярная физика и термодинамика				20	20
	Контрольная работа №1				20	20
6 семестр						
3; 4	Разделы. Электромагнетизм. Оптика. Основы атомной физики				27	27
	Контрольная работа №2.				27	27
	ВСЕГО:	8	12	8	215	243

13.3. Содержание самостоятельной работы студентов по темам

№ п/ п	Темы дисциплины	Содержание самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (час.)
4 семестр			
1	Тема. Кинематика.	<p><i>Конспектирование.</i> Кинематика. Модель материальной точки. Относительность движения, система отсчета. Кинематические характеристики движения: траектория, путь, перемещение, скорость, ускорение. Способы описания движения.</p> <p>Равномерное и равнопеременное движение. Законы движения. Графическое представление движения. Сложение движений. Принцип независимости движений. Кинематика движения точки по окружности. Угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение. Связь линейных и угловых кинематических величин.</p> <p><i>Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ № 15.</i></p>	12
2	Тема. Динамика поступательного и вращательного движения.	<p><i>Конспектирование.</i> Динамика материальной точки. Предмет и задачи динамики. Понятие о силе и ее измерении. Силы в природе. Фундаментальные взаимодействия. Силы в механике. Принцип независимости действия. Масса, ее свойства. Законы Ньютона.</p> <p>Вращательное движение. Момент силы относительно оси. Момент инерции точки. Основное уравнение динамики вращательного движения. Момент импульса материальной точки. Закон сохранения момента импульса.</p>	12
3	Тема. Работа и энергия.	<i>Конспектирование.</i> Механическая работа. Мощность. Консервативные силы. Работа	8

		консервативных сил. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения механической энергии.	
4	Тема. Колебания и волны. Уравнение волны.	Конспектирование. Колебательное движение. Гармонические колебания, уравнение колебаний. Частота, амплитуда, фаза колебаний. Понятие о волновом процессе	18
5	Тема. Молекулярно-кинетическая теория вещества.	Конспектирование. Основные положения м.к.т. Основное уравнение м.к.т. Изопроцессы. Уравнение Клапейрона - Менделеева. Связь макро и микропараметров: уравнение $p = nkT$.	10
		Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ № 21.	4
6	Тема. Распределение Maxwellла.	Конспектирование. Теоретические основы распределения Maxwellла. Наиболее вероятная, средняя квадратичная, средняя скорости.	10
7	Тема. Понятие о термодинамике.	Конспектирование. Понятие о термодинамике. Первое начало термодинамики. Первоначальные сведения о втором начале термодинамики. Адиабатический процесс. Тепловые машины и их КПД. Цикл Карно.	16

5 семестр

8	Тема. Электростатика	Конспектирование. Электрические заряды и их свойства. Предмет электростатики. Закон Кулона. Системы единиц в электростатике. Электрическое поле и его характеристики. Напряжённость электрического поля, принцип суперпозиции полей. Напряжённость поля точечного заряда. Графическое изображение электростатических полей. Работа сил электростатического поля при перемещении зарядов. Потенциал. Потенциал поля точечного заряда. Связь между напряжённостью и потенциалом. Эквипотенциальные поверхности.	8
9	Тема. Законы постоянного тока	Конспектирование. Электрический ток и условия его возникновения. Понятие о постоянном и переменном токе. Единицы тока. Электрический ток в различных средах: металлы, электролиты, газы, вакуум. Закон Ома для участка цепи; единицы сопротивления. Сопротивление проводника; резисторы. Соединение резисторов. Работа и мощность электрического тока. ЭДС источника тока. Закон Ома для полной цепи.	4
		Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ № 32.	4
10	Тема. Магнитостатика.	Конспектирование. Взаимодействие	6

		токов. Индукция магнитного поля; единицы индукции; суперпозиция. Вихревой характер магнитного поля. Направление и графическое изображение магнитного поля (взаимная перпендикулярность \mathbf{B} , \mathbf{F} , \mathbf{v}_e). Магнитное поле прямого и кругового тока; правило «буравчика». Проводник с током в однородном магнитном поле; сила Ампера и правило «левой руки». Сила Лоренца. Магнитный поток; единицы магнитного потока. Катушка с током; индуктивность и единицы индуктивности. Магнитное поле в веществе: диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики.	
11	Тема. Электромагнитная индукция	Конспектирование. Работа при перемещении проводника с током в магнитном поле. Электромагнитная индукция. Опыты Фарадея. Закон Фарадея и правило Ленца. ЭДС индукции. Вихревые токи. Индукция в движущихся проводниках. Самоиндукция. ЭДС самоиндукции.	6
12	Тема. Понятие об электромагнитных колебаниях и волнах.	Конспектирование. Колебательный контур. Затухающие и незатухающие электрические колебания. Вихревое электрическое поле. Понятие об электромагнитном поле. Понятие об электромагнитных волнах.	12
15	Тема. Волновые свойства света.	Конспектирование. Свет как электромагнитная волна определенного диапазона частот. Шкала электромагнитных волн. Видимый свет. Интерференция света. Условия максимумов и минимумов освещенности в проходящем и отраженном свете. Условия и методы наблюдения интерференции света. Дифракция Фраунгофера на узкой щели. Условия максимумов и минимумов. Дифракция на многих щелях. Дифракционная решетка. Поляризация света. Основные законы и формулы.	12
13	Тема. Волновые свойства света.	Подготовка к выполнению и защите лабораторных работ № 43.	4
16	Тема. Квантовые свойства света.	Конспектирование. Оптические явления, не объяснимые с волновой точки зрения: 1) красная граница фотоэффекта; 2) линейчатый спектр; 3) излучение абсолютно черного тела. Теория М. Планка. Фотоны: масса, импульс. Волны де-Броイラ. Уравнение А. Эйнштейна для фотоэффекта (Нобелевская премия за 1921 год). Понятие о квантово-волновом дуализме.	9

17	Тема. Понятие об атомной и ядерной физике.	<i>Конспектирование. Модели атома. Опыты Резерфорда по рассеянию альфа-частиц. Ядерная модель атома.</i> <i>Спектральные серии атома водорода. Недостатки модели атома Резерфорда. Постулаты Бора. Опыты Франка - Герца. Строение ядра. Нуклоны. Заряд и масса ядра. Дефект массы. Энергия связи ядер.</i>	9
14	Механика, молекулярная физика и термодинамика.	<i>Контрольная работа №1.</i>	20
<i>6 семестр</i>			
18	Электромагнетизм. Оптика. Основы атомной физики	<i>Контрольная работа №2.</i>	27