

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине
ГЕОМЕТРИЯ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профили Информатика, Математика)

Разработчик:

доцент каф. геометрии и алгебры,
канд. физ.-мат. н.

С.А.Тихомиров

Ярославль
2019

I. Цели и задачи дисциплины.

Цель дисциплины «Геометрия»:

формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых геометрических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными **задачами** курса являются:

понимание:

- основных понятий геометрии, таких, как векторное пространство, линейная зависимость, прямая, плоскость, кривая второго порядка, поверхность второго порядка, метрическое пространство, топологическое пространство, непрерывность, гомеоморфизм, кривизна и кручение кривой, проективная прямая, проективная плоскость, принцип двойственности, проективное преобразование, аксиоматический подход, абсолютная геометрия, неевклидовы геометрии и т.д.;

- формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

- решать задачи из различных разделов геометрии, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

- применения аппарата геометрии, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

II. Тематика курсовых работ.

1. Геометрия и искусство.
2. Минимальное свойство круга.
3. Выпуклые тела и минимальное свойство шара.
4. Классификация конечных групп вращений трехмерного пространства.
5. Орнаменты на плоскости.

6. Теорема Эйлера для сетей и графов.
7. Равновеликие и равносоставленные многоугольники и многогранники.
8. Точечные решетки на плоскости.
9. Построения на плоскости, выполняемые одной линейкой. Теорема Штейнера.
10. Геометрические построения, выполняемые одним циркулем. Теорема Морас-Маскерони.
11. Геометрические построения, выполняемые некоторыми простейшими инструментами.
12. Задачи удвоения куба и трисекции угла.
13. Некоторые замечательные линии на поверхности.
14. Чебышевские сети на поверхности.
15. Геометрия на сфере.
16. Геометрия прямых и плоскостей многомерных евклидовых пространств.
17. Изображение геометрических фигур с помощью параллельного проектирования.
18. Конечные проективные плоскости.
19. Проективные плоскости над телами.
20. Девять геометрий на плоскости.
21. Геометрические построения на проективной плоскости.
22. Предложения, эквивалентные аксиоме параллельности.
23. Интерпретация Пуанкаре планиметрии Евклида.
24. Геометрия псевдоевклидовой плоскости.
25. Геометрия Минковского.
26. Элементы гиперболической геометрии Лобачевского.
27. Геометрия на ортосфере и на эквидистантной поверхности в пространстве Лобачевского.
28. Элементы эллиптической геометрии Римана.

III. Тематика рефератов (проектов).

1. Комплексные числа и круговая геометрия плоскости.
2. Применение комплексных чисел в элементарной геометрии.
3. Инверсия и ее применение к решению задач элементарной геометрии.
4. Алгебра кватернионов и ее геометрические приложения.
5. Задачи на экстремум в планиметрии.
6. Группа движений.
7. Алгоритмы построения выпуклой оболочки множества точек.
8. Некоторые задачи вычислительной геометрии.
9. Применение методов аналитической геометрии к задачам школьного курса.
10. Простейшие топологические инварианты.
11. Индекс пересечения.
12. Кривая Пеано.
13. Проблема четырех красок.
14. «Дикая сфера».
15. Узлы.
16. Коэффициент зацепления.
17. Фундаментальная группа.
18. Циклы и гомологии.
19. Топологическое произведение.
20. Расслоения.

VI. Контрольная работа.

Контрольная работа проводится в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Выдается от 3 до 10 вариантов (в зависимости от числа студентов в группе). Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для получения оценки «зачет» на итоговом зачете или допуска к экзамену.

*Примерный вариант контрольной работы
II семестр*

Вариант 1

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (2, 1, 2), B (4, 2, 4), C (6, 4, 2), D (5, -1, 7). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 4 и -4, и проходящей через точку A (1; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из точки A(3; 1; -1) на плоскость, заданной уравнением $22x + 4y - 20z - 45 = 0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $x^2 - y^2 - 4x + 8y - 2z = 0$?

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 + 4x_1x_3 + x_3^2$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

Вариант 2

Задание 1. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD в прямоугольной системе координат A (0, -4, 3), B (-5, 1, -2), C (4, 7, -2), D (-9, 7, 8). Найти объем тетраэдра.

Задание 2. Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях координат Ox и Oy отрезки, соответственно равные 5 и -5, и проходящей через точку A (2; 1; 2).

Задание 3. Найдите длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость, заданной уравнением $2x - 2y - z - 12 = 0$.

Задание 4. Определить вид поверхности второго порядка, заданной уравнением $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 - 6x + 16y - 36x + 49 = 0$.

Задание 5. Записать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_1x_2 - x_3^2 + 2x_2x_3$ в матричном виде, найти ее дискриминант и ранг.

*Примерный вариант контрольной работы
6 семестр*

Вариант 1

Задание 1. Рассмотрим множество R , состоящее из двух точек a и b . Открытыми множествами будем считать множество R , пустое множество и точку a . Показать, что R — топологическое пространство.

Задание 2. Выяснить, какие множества евклидова пространства E_3 : а) отрезок с концами a и b ; б) открытый луч; в) множество всех точек некоторой прямой; г) множество всех точек сферы.

Задание 3. Показать, что в евклидовом пространстве внутренность шара с центром в данной точке является окрестностью данной точки.

Задание 4. Доказать, что следующее отображение является непрерывным: $f: \Pi_2 \dashrightarrow a$, где Π_2 — евклидова плоскость, a — прямая этой плоскости, f — ортогональное проектирование плоскости на прямую.

Задание 5. Показать, что отрезок, интервал и полуинтервал не гомеоморфны между собой.

Вариант 2

Задание 1. Доказать, что в топологическом пространстве пересечение любого числа замкнутых множеств (конечного или бесконечного) и объединение конечного числа замкнутых множеств — замкнутое множество.

Задание 2. Будут ли следующие множества точек евклидовой плоскости E_2 связными: а) множество точек плоскости, каждая из которых имеет хотя бы одну рациональную координату; б) множество точек плоскости, имеющих только одну рациональную координату; в) множество точек плоскости, имеющих ровно две рациональные координаты?

Задание 3. Доказать, что интервал и прямая гомеоморфны между собой.

Задание 4. Найти эйлерову характеристику сферы.

Задание 5. Доказать, что не существует выпуклого многогранника, все грани которого — шестиугольники.

*Примерный вариант контрольной работы
7 семестр*

Вариант 1

Задание 1. Показать, что кривая L , заданная параметрически, совпадает с

кривой L' , заданной уравнениями в декартовых координатах: $(L): x=t, y=t, z=2t^2$, $(L'): z=x^2+y^2, y=x$.

Задание 2. Кривая в плоскости ХОY задана уравнением: $y=\ln \cos x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/3$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^4/4, y=t^3/3, z=t^2/2, 0 < t < \infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+3y+2z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $xy^2+z^3=12$ в точке $M_0(1, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму поверхности, заданной уравнениями

$$x=u, y=v, z=0.$$

Вариант 2

Задание 1. Показать, что кривая L , заданная параметрически, совпадает с кривой L' , заданной уравнениями в декартовых координатах: $(L): x=-t, y=-2t, z=5t^2$, $(L'): z=x^2+y^2, y=2x$.

Задание 2. Кривая в плоскости ХОY задана уравнением: $y=\ln \sin x$. Вычислить длину дуги этой кривой, заключенной между точками $x=0$ и $x=\pi/6$.

Задание 3. Кривая задана параметрически: $x=t^5/5, y=t^4/4, z=t^3/3, 0 < t < \infty$. Написать уравнение касательной, параллельной плоскости $x+2y+3z=0$.

Задание 4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2y-z^3=10$ в точке $M_0(-3, 2, 2)$.

Задание 5. Вычислить первую квадратичную форму плоскости, заданной уравнениями $x=-u, y=0, z=2v$.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету

1. Координаты точек в пространстве. Решение простейших задач в координатах.
2. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве.
3. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.
4. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника.
5. Метод координат в пространстве. Уравнение поверхности.
6. Уравнение плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
7. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
8. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых.
9. Взаимное расположение прямой и плоскости.
10. Углы между двумя прямыми, между прямой и плоскостью.
11. Основные задачи на прямую и плоскость.

12. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
13. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности.
14. Конические поверхности второго порядка. Конические сечения.
15. Эллипсоид.
16. Гиперболоиды.
17. Параболоиды.
18. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
19. Понятие квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при замене переменных. Канонический вид квадратичной формы.
20. Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы.
21. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Вектор-функция одного скалярного аргумента и ее характеристики.
2. Кривая как вектор-функция одного скалярного аргумента. Гладкие, регулярные кривые.
3. Вычисление длины регулярной кривой.
4. Натуральная параметризация регулярной кривой. Теорема о существовании натуральной параметризации.
5. Сопровождающий трехгранник Френе.
6. Формулы Френе.
7. Нахождение кривизны и кручения кривой в произвольной параметризации.
8. Первая квадратичная форма поверхности.
9. Вторая квадратичная форма поверхности.
10. Гладкие и регулярные поверхности. Координаты точки на поверхности.
11. Кривая на поверхности, координатные кривые. Координатная сеть. Поверхности вращения. Регулярность поверхности вращения. Координатные кривые на поверхности вращения.
12. Линейчатые поверхности. Поверхность касательных, цилиндрические и конические поверхности. Регулярность поверхности касательных.
13. Полная кривизна поверхности.
14. Главные кривизны поверхности. Поверхности с нулевой, положительной и отрицательной кривизной.

Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине

АЛГЕБРА

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(профили Информатика, Математика)

Разработчик:

доцент каф. геометрии и алгебры,
канд. физ.-мат. н.

Т.Л.Трошина

I. Цели и задачи дисциплины.

Цель дисциплины «Алгебра» – формирование специальных компетенций через изучение классических фактов и утверждений дисциплины, получение навыков решения типовых алгебраических задач, развитие логического и алгоритмического мышления, логической и алгоритмической интуиции, повышение уровня математической культуры, овладение основными методами работы с информацией, представлениями о связи дисциплины со школьным курсом математики.

Основными задачами курса являются:

понимание:

– основных понятий алгебры, таких, как группа, кольцо, поле, векторное пространство, линейная зависимость и линейная независимость векторов, базис и размерность векторного пространства, линейное уравнение, система линейных уравнений, равносильность, метод Гаусса, однородная система линейных уравнений, матрица, операции над матрицами, ранг матрицы, обратная матрица и т.д.;

– формулировок утверждений, методов их доказательства;

развитие умений:

– решать задачи из различных разделов алгебры, доказывать различные утверждения, строить выводы;

овладение навыками:

– применения аппарата алгебры, решения задач и доказательства утверждений в этой области.

II. Тематика курсовых работ.

Курсовые работы не предусмотрены.

III. Тематика рефератов.

1. Симметрическая группа S_n .
2. Цикловая структура перестановки.
3. Классические группы малых размерностей.
4. Конечные группы. Теорема Кэли.
5. Циклические группы.
6. Конечные группы. Классификация конечных групп порядка ≤ 6 .
7. Группы в геометрии.
8. Коммутативные кольца и их идеалы. Факторкольца.

9. Поле частных области целостности.
10. Алгебры над полем.
11. Группа корней n -й степени из единицы.
12. Применение комплексных чисел к решению задач элементарной математики.
13. Системы линейных неравенств.
14. Определители специальных матриц.
15. Двойственное пространство.
16. Билинейные формы.
17. Симметричные и кососимметричные формы.
18. Квадратичные формы.
19. Положительно определённые формы и матрицы.
20. Жорданова нормальная форма.
21. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы.
22. Эрмитовы векторные пространства.
23. Унитарные матрицы.
24. Изометрии.
25. Канонический вид изометрий.
26. Распределение простых чисел в натуральном ряду.
27. П.Л.Чебышев и его вклад в исследование простых чисел.
28. Диофантовы уравнения.
29. Непрерывные дроби.
30. Сравнения второй степени. Символы Лежандра и Якоби.
31. Системы сравнений первой степени.
32. Приближение действительных чисел рациональными дробями.
33. Целые гауссовые числа. Каноническое разложение суммы двух квадратов.
34. Расширения полей.
35. Группа Галуа.
36. Классические задачи на построение.
37. Применение симметрических многочленов при решении задач школьного курса.
38. Смежные классы по подгруппе.
39. Действие групп на множествах.
40. Факторгруппы. Теоремы о гомоморфизмах групп.
41. Коммутант.
42. Произведения групп.
43. Образующие и определяющие соотношения.

44. Разрешимые и простые группы.
45. Строение конечно порождённых абелевых групп.
46. Модули.
47. Конечные поля.

IV. Контрольная работа.

Контрольная работа проводится в течение семестра с целью диагностики уровня освоения студентами программы курса и возможной корректировки учебного процесса. Работа рассчитана на 2 академических часа. Выдается от 3 до 10 вариантов (в зависимости от числа студентов в группе). Выполнение этой работы является подтверждением освоения студентом разделов курса и наряду с другими требованиями становится основанием для получения оценки

«зачет» на итоговом зачете или допуска к экзамену.

*Примерный вариант контрольной работы
V семестр*

Тема: Основные алгебраические структуры: группы, кольца, поля

1. Изобразите комплексные числа $z_1=(-5;2)$, $z_2=(3,-4)$ векторами на комплексной плоскости. Найдите их сумму и разность и изобразите их на комплексной плоскости.
2. Переведите комплексные числа $z_1=(-5;2)$, $z_2=(3,-4)$ в алгебраическую форму и найдите:
 - а) $2z_1 + z_2$, б) $6z_1 - 4z_2$, в) z_1z_2 , г) $z_1 : z_2$, д) $z_1^2 \cdot z_2^2$.
3. Переведите комплексные числа $z_1=(-8;-8)$, $z_2=(2\sqrt{3},-2)$ в тригонометрическую форму.
4. Для комплексных чисел из задания 3 найдите: а) z_1z_2 , б) $z_1 : z_2$, в) $z_1^6 \cdot z_2^{10}$ г) $\sqrt[3]{z_1}$.
5. Решите уравнение $x^2 - 2x + 17 = 0$.

Тема: Векторные пространства

1. Выясните, является ли векторным пространством над полем \mathbf{C} множество n -мерных строк комплексных чисел с операцией сложения

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) + (b_1, b_2, \dots, b_n) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$$
 и с операцией \circ умножения строки на комплексное число, определенной следующим образом:

$$(x+yi) \circ (a_1, a_2, \dots, a_n) = (xa_1, xa_2, \dots, xa_n), x, y \in \mathbf{R}$$
2. Для следующих векторных пространств найдите какой-либо базис и определите размерность:

а) пространство квадратных матриц второго порядка с элементами из поля **R** над полем **R**;

б) пространство квадратных матриц второго порядка с элементами из поля **C** над полем **R**.

3. Докажите, что два вектора линейно зависимы тогда и только тогда, когда они коллинеарны.

4. Выясните, являются ли системы векторов линейно зависимыми:

а) $e_1 = (-5; 3; -2)$, $e_2 = (1; -2; -3)$, $e_3 = (-4; 1; 3)$,

б) $e_1 = (-5; 2; 6; -4)$, $e_2 = (1; -2; -3; 1)$, $e_3 = (-4; 0; 3; -3)$.

5. Выясните, образуют ли векторы базис векторного пространства, и, если да, то найдите координаты вектора $a = (-14; 5; 1)$ в этом базисе:

а) $e_1 = (6; 3; -10)$, $e_2 = (1; -2; 8)$,

б) $e_1 = (5; -1; 7; 11)$, $e_2 = (13; -22; 3; 0)$, $e_3 = (-15; 20; 33; -3)$,

в) $e_1 = (1; 2; -3)$, $e_2 = (-1; -4; 5)$, $e_3 = (0; -2; 2)$,

д) $e_1 = (2; 3; 4)$, $e_2 = (1; 2; -1)$, $e_3 = (-3; 1; -2)$.

Тема: Системы линейных уравнений

1. Докажите, что если в системе линейных уравнений поменять местами два уравнения, то исходная и полученная системы равносильны.

2. Исследуйте систему линейных уравнений 3x3 методом Гаусса

(или методом Жордана-Гаусса):
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ -5x_1 + 4x_2 - x_3 = -2, \\ -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

3. Решите систему линейных уравнений 4x4 методом Гаусса

(или методом Жордана-Гаусса):
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 7, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -4. \end{cases}$$

4. Найдите фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений 3x4:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

5. Запишите систему линейных уравнений в векторной

форме:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = -2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 7, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -4. \end{cases}$$

VI семестр

Тема: Алгебра матриц

1. Решите матричное уравнение $AX=B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 8 \\ 12 & 5 & -4 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B =$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & -2 \\ -3 & 3 & 11 \\ -15 & 1 & -6 \end{pmatrix}.$$

2. Пусть A – некоторая обратимая матрица порядка n . Образует ли группу по умножению множество $M=\{A, A^{-1}, E\}$? Ответ поясните.

3. Докажите, что если матрица B получена из матрицы A умножением ее i -ой строки на число $\lambda \neq 0$, то $B=E_{\lambda(i)} \cdot A$.

4. Найдите матрицу, обратную данной, решив матричное уравнение $AX=E$:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Методом Жордана-Гаусса найдите матрицу, обратную данной матрице четвертого порядка:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тема: Теория определителей

1. Найдите определитель матрицы третьего порядка: $A=\begin{pmatrix} 2 & -7 & 8 \\ 12 & 5 & -4 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

2. Найдите определитель матрицы четвертого порядка: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Докажите, что определитель матрицы с нулевой строкой равен нулю.

4. Докажите, что если в матрице поменять местами две строки, то определитель поменяет знак.

5. Докажите, что общий множитель элементов любой строки матрицы можно выносить за знак определителя.

Тема: Теория линейных операторов

1. Составить матрицу линейного оператора $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ в стандартном базисе, где f – симметрия относительно прямой $y = x$.

2. Составить матрицу линейного оператора $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ в стандартном базисе, где f – поворот вокруг оси OY на 120° .

3. Матрица линейного оператора $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ в стандартном базисе имеет вид $A_{f_e} = \begin{pmatrix} -3 & -7 & 5 \\ -2 & 5 & -1 \\ 6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A_{f_e} этого оператора в базисе $e'=\{e'_1, e'_2, e'_3\}$, где $e'_1=(1,1,1)$, $e'_2=(2,3,4)$, $e'_3=(0,0,1)$.

4. Матрица линейного оператора f , действующего в векторном пространстве \mathbb{R}^3 , имеет вид $A_f = \begin{pmatrix} 6 & 12 & -5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 12 & -3 \end{pmatrix}$. Найти собственные числа, собственные векторы и собственные подпространства линейного оператора f .

5. Выяснить, является ли диагонализируемым линейный оператор $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, матрица которого в некотором базисе имеет вид $A_f = \begin{pmatrix} 6 & 12 & -5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 12 & -3 \end{pmatrix}$. Если да, то

записать соответствующую диагональную матрицу.

VII семестр
Тема: Теория чисел

1 вариант

1. Найдите НОД и линейное представление НОД чисел 504 и 6000,
2. Докажите, что если наибольший общий делитель двух целых чисел существует, то он определен с точностью до знака.
3. Докажите, что целые числа a и b взаимно просты тогда и только тогда, когда существуют такие целые числа x и y , что $1=ax+by$.
4. Найти НОК чисел 930 и 504.
5. Решите уравнение в целых числах: $2x + 3y - xy - 19 = 0$.

2 вариант

1. Перевести 3567824 в а) 7-ичную систему счисления, б) в 15-ичную систему счисления.
2. Перевести 6352435_7 в десятичную систему счисления.
3. Выполнить действия
 - а) $564136_7 + 435352_7$ б) $12(12)(15)9_{19} - (11)8(17)(13)_{19}$,
 - в) $435_6 * 54_6$, г) $(12)3(15)407(10)_{17} : 8(13)_{17}$.
4. Решить: а) $17_8 x = 702_8$, б) $1(12)_{16} x + 38_{16} \geq 70_{16}$.
5. Решить $x^2 - 12_8 x - 70_8 = 0$.

Тема: Алгебра многочленов

Решите уравнения:

1) $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$;

2) $\frac{4x}{x^2 + x + 3} + \frac{5x}{x^2 - 5x + 3} = -1,5$;

3) $x^4 + 5x^3 - 8x^2 - 5x + 1 = 0$;

4) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 2x + 2 = 0$;

5) $21x^3 + 30x^2 - 31x + 4 = 0$.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету (5 семестр)

1. Алгебраические операции, их свойства. Понятие алгебраической структуры.
2. Группы. Простейшие свойства групп. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
3. Кольца. Области целостности. Простейшие свойства колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец.
4. Поля. Простейшие свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы полей.
5. Поле комплексных чисел. Построение. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.
6. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.
7. Векторные пространства над полем. Примеры. Простейшие свойства.
8. Линейная зависимость. Утверждения о линейной зависимости.
9. Базис системы векторов и векторного пространства. Число векторов в разных базисах векторного пространства. Размерность векторного пространства.

Координаты вектора в заданном базисе.

10. Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств равной размерности над одним и тем же полем.

11. Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка векторов.

12. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.
Векторные многообразия.

13. Системы линейных уравнений: основные понятия.

14. Элементарные преобразования системы линейных уравнений.

15. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

16. Исследование системы линейных уравнений на основе метода Гаусса.

17. Однородная система линейных уравнений.

18. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.

19. Векторная и матричная формы записи системы линейных уравнений.

20. Ранг матрицы.

21. Критерий Кронекера-Капелли совместности системы линейных уравнений.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету (6 семестр)

1. Матрица. Операции над матрицами.

2. Группа прямоугольных матриц.

3. Кольцо квадратных матриц.

4. Группа обратимых матриц.

5. Элементарные матрицы.

6. Условия обратимости матрицы.

7. Нахождение обратной матрицы.

8. Симметрическая группа.

9. Определитель квадратной матрицы.

10. Разложение определителя по строке и столбцу.

11. Свойства определителей.

12. Применения определителей.

13. Линейные отображения в векторном пространстве.

14. Линейные операторы.

15. Свойства линейных операторов.

16. Матрица линейного оператора.

17. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.

18. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора.

19. Критерий диагонализуемости линейного оператора.

Примерные вопросы для самоподготовки к зачету с оценкой

1. Деление с остатком в кольце целых чисел.

2. Наибольший общий делитель двух целых чисел и алгоритм Евклида.

3. Линейное представление наибольшего общего делителя двух чисел.

4. Взаимно простые числа.

5. Наименьшее общее кратное двух целых чисел.

6. Наибольший общий делитель нескольких чисел.

7. Наименьшее общее кратное нескольких чисел.

8. Простые и составные числа.
9. Основная теорема арифметики.
10. Количество простых чисел, распределение простых чисел. Число $\varpi(n)$ и сумма $\varpi(n)$ делителей натурального числа n .
11. Систематические числа.
12. Числовые сравнения и их свойства.
13. Кольцо классов вычетов по данному модулю.
14. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
15. Признаки делимости.
16. Приложения теории сравнений к задачам школьного курса.
17. Построение кольца многочленов от одного переменного над полем.
18. Деление с остатком в кольце многочленов над полем.
19. Схема Горнера.
20. Теорема Безу и ее следствия.
21. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное многочленов.
22. Приводимые и неприводимые многочлены над полем.
23. Многочлены над полем комплексных чисел.
24. Многочлены над полем действительных чисел.
25. Многочлены над полем рациональных чисел.
26. Алгебраические уравнения третьей степени.
27. Алгебраические уравнения четвертой степени.
28. Многочлены от нескольких переменных.
29. Симметрические многочлены.

Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

Методические рекомендации по дисциплине
ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

для направления подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилиями подготовки)

(профили Информатика, Математика)

Разработчики:

профессор кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,

доктор педагогических наук

А.В. Ястребов

доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,

кандидат педагогических наук

Т.Н. Карпова

доцент кафедры математического анализа,
теории и методики обучения математике,

кандидат педагогических наук

Г.Ю. Буракова

I. Цели и задачи дисциплины:

Цель дисциплины «Теория и методика обучения математике» - формирование методической подготовки будущего учителя математики как основы для развития профессиональных и специальных компетенций, раскрывающих содержание профессионально-предметной деятельности учителя математики. Изучение дисциплины должно обеспечить овладение деятельностью по самостоятельной постановке методических задач, выявлению наиболее эффективных путей их решения; овладение исследовательской и экспериментальной деятельностью, контролю и оценке своих действий; прогнозированию результатов обучения.

Изучение курса должно обеспечить условия для активизации познавательной деятельности и формирования опыта методической работы, приобретения опыта профессиональной деятельности; стимулирование самостоятельной деятельности по освоению содержания дисциплины, саморазвития, развития математических способностей.

Основными *задачами* курса являются:

понимания (знание): концепции школьного курса математики, о путях формирования системы математических знаний учащихся об актуализации и обобщении субъектного опыта учащихся, необходимости учета возрастных особенностей учащихся, о формировании метапредметных знаний, необходимости творческого подхода к работе учителя, различных подходов к изучению темы;

овладение навыками (опытом): конструирование уроков разных типов, методики работы с теоремой, задачей, составление задач разного уровня сложности, в том числе заданий творческого характера, обобщения и систематизации знаний, использование проектной деятельности, игровых форм, организации диалога, осуществление воспитательной работы через предмет;

развитие умений: анализировать и обобщать, сравнивать, классифицировать, систематизировать учебный материал, решать задачи разными методами, работать с теоремой и задачей, осуществлять мотивацию, строить уроки разных типов в различных технологиях, оценивать знания учащихся, осуществлять разные виды контроля, составлять творческие задания, методические проекты.

II. Тематика курсовых работ (проектов)

1. Формирование исследовательских умений учащихся при изучении тригонометрии.
2. Формирование предметной мотивации школьников в процессе обучения математике.
3. Методика обучения решению иррациональных уравнений и неравенств.
4. Деятельностный подход в обучении геометрии (на примере темы «Объемы многогранников»).
5. Использование ИКТ при изучении стереометрии (на примере одной из тем курса стереометрии).
6. Роль математических задач в изучении математики.
7. Роль методических задач в курсе методики обучения математике.
8. Подготовка школьников к итоговой государственной аттестации.
9. Развитие мыслительных операций школьников при решении алгебраических задач.
10. Методика обучения построению графиков функций в средней школе.
11. Контроль и оценивание деятельности школьника при обучении математике.
12. Задачи с практическим содержанием в курсе алгебры основной школы
13. Развитие алгоритмического мышления у учащихся при изучении алгебры основной школы.
14. Приемы составления задач по алгебре в школе.
15. Организация проектной деятельности при изучении геометрии.
16. Геометрические неравенства в задачах

17. Использование дополнительных построений при решении геометрических задач.
18. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе изучения многогранников.
19. Иррациональные уравнения и неравенства в средней школе и их роль в подготовке старшеклассников к ЕГЭ по математике.
20. Разработка элективного курса для учащихся основной школы по теме «Интересные натуральные числа»
21. Систематизация знаний по математике учащихся средней школы.
22. Методическое портфолио по теме «Числовая линия в средней школе»
23. Методическое портфолио по теме «Функции в основной школе»
24. Неравенства Коши и их использование в учебном процессе.
25. Неравенства Ки Фана и их использование в учебном процессе.
26. Различные способы введения понятия производной.
27. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе решения стереометрических задач.
28. Метод развертки при решении стереометрических задач.
29. Использование информационно-компьютерных технологий при изучении темы «Сечения многогранников».
30. Методы решения стереометрических задач на нахождение наибольших и наименьших значений.
31. Инновационные формы и методы обучения и воспитания в области математики
32. Метод проблемного обучения (на примере одной из тем школьного курса математики)
33. Развитие вариативного мышления при изучении математики
34. Организация интегрированных уроков
35. Межпредметные связи на примере изучения одной из тем курса.
36. Задачи элементарной математики в олимпиадах школьников.
37. Методические особенности работы с одаренными детьми
38. Методика подготовки учащихся к школьным олимпиадам (конкурсам, конференциям)

III. Примерная тематика рефератов (докладов)

1. Математические понятия и методика их формирования.
2. Методика обучения доказательству теорем в школьном курсе математики.
3. Математические предложения и их доказательства в школьном курсе математики.
4. Применение анализа и синтеза при решении геометрических задач.
5. Классификации в алгебре и геометрии.
6. Организация обучения ориентированного на взаимообучение учащихся.
7. Разработка заданий для репродуктивной самостоятельной работы.
8. Задача одна – решения разные (в алгебре, в геометрии).
9. Координатный и векторный методы при доказательстве теорем.
10. Координатный и векторный методы в решении планиметрических (стереометрических) задач.
11. Методика обучения решению задач практического содержания в курсе алгебры (планиметрии).
12. Методика составления творческих задания для учащихся по теме.
13. Методика проведения уроков изучения и первичного заключения знаний по теме «Деление с остатком».
14. Методика проведения дидактической игры по определенной теме.
15. Формы работы на уроках математики со старшеклассниками.
16. Взаимосвязь различных определений понятий элементарной математики
17. Урок одной задачи.

18. Методика обучения решению задач с практическим содержанием при изучении тригонометрии.
19. Обобщение и систематизация знаний по теме «Симметрия»
20. Математическое путешествие по Ярославлю.
21. Методика изучения кривых второго порядка в школьном курсе математики.
22. Методика работы с задачей в контексте деятельностного подхода.
23. Развитие пространственного мышления учащихся в процессе решения стереометрических задач.
24. Метод развертки при решении стереометрических задач.
25. Приемы формирования грамотной математической речи учащихся при изучении математики
26. Формирование у учащихся представлений о математических моделях и их использовании.

IV. Методические комментарии к проведению практических и лабораторных работ

Тема занятия: «Объект и предмет методики обучения математике»

Цель: раскрыть общую структуру школьного курса математики как способа организации процесса передачи математических знаний обучающимся; познакомить студентов с основной терминологией курса; раскрыть взаимосвязи курса методики обучения математике с другими вузовскими дисциплинами, более детальная проработка самими студентами теоретического материала, изложенного в лекции № 1, закрепление понятия методической системы обучения математике; знакомство с различными учебными комплектами по математике для основной и средней школы, утвержденным Министерством образования и науки Российской Федерации.

Понятия, которые должны быть усвоены:

- методическая система обучения математике и ее составные части;
- общая структура основных нормативных документов, обеспечивающих математическое образование в средней школе;
- общая структура учебного комплекта по математике для основной школы; для старших классов.

Вопросы к занятию:

- принципы и методы обучения, изученные в курсе дидактики; понятие дидактической системы;
- возрастные особенности учащихся и понятия, связанные с мышлением, которые изучены в курсе психологии;
- особенности обучения математике в начальной школе.
- особенности учебных комплектов по математике для основной школы;
- особенности учебных комплектов по математике для старших классов.
- возрастные особенности учащихся и понятия, связанные с мышлением, которые изучены в курсе психологии;

Практические задания к занятию:

- изучение структуры федерального образовательного стандарта по математике для средней школы каждым студентом с комментариями преподавателя;
- изучение структуры учебной программы по математике для средней школы каждым студентом с комментариями преподавателя;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по математике для 5-6 классов;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по алгебре для основной школы;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по алгебре и началам анализа для 10-11 классов;
- знакомство со структурой 2-3 комплектов по геометрии.

Тема занятия: «Математическое понятие и методика его формирования. Теорема и методика ее изучения»

Цель: формирование знаний студентов об основных дидактических единицах школьного курса математики; основных принципах конструирования уроков математики различных типов,

изучение и усвоение ведущих компонентов методики работы с основными дидактическими единицами на уроке математики; общих требований к конструированию уроков различных типов.

Понятия, которые должны быть усвоены:

- математические понятия и способы их определения;
- основные этапы методики введения нового понятия на уроке;
- основные этапы методики работы с теоремой на уроке;
- основные этапы методики работы с учебной задачей на уроке;
- основные требования к организованному набору задач;
- общая схема конспекта урока математики;
- технологическая карта урока математики.

Вопросы к занятию:

- изучить и усвоить основные этапы технологии изучения математического понятия: актуализация знаний, мотивация, введение нового понятия, осознание и осмысление, закрепление и применение нового понятия, введение нового понятия в систему знаний учащегося;
- знакомство с общей схемой конспекта урока по математике;
- изучение и усвоение основных этапов технологии изучения теоремы на уроке математики;
- знакомство с различными подходами к классификации задач школьного курса математики;
- изучение и усвоение основных этапов технологии работы с отдельной математической задачей на примере сюжетной задачи;
- знакомство с основными принципами составления организованных наборов и систем задач. Систематизация знаний студентов по вопросу «Общие подходы к конструированию уроков математики различных типов» - устный опрос;

Практические задания к занятию:

- разработка малой группой фрагмента урока по введению математического понятия, представление результатов всей группе;
- пополнение собственного портфолио.
- разработка малой группой фрагмента урока по изучению теоремы на уроке, представление результатов всей группе;
- представление студентами результатов собственной разработки урока по избранной теме.

Тема занятия: Методика изучения числовых систем (Методика изучения натуральных и целых чисел. Методика изучения иррациональных чисел).

Общее задание:

1. Подготовить краткие исторические справки о возникновении и развитии понятий: натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби, отрицательные числа, иррациональные числа.
2. Выписать определения и ознакомиться с примерами различных видов чисел (числа-близнецы, совершенные числа, дружественные числа, числа Фибоначчи, фигурные числа, треугольные числа).

Индивидуальные задания:

1. Введение понятия десятичной дроби. Разработайте фрагмент урока. Разработка должна отражать цели урока, описание оборудования, разработку этапов: актуализации знаний. Введение нового материала, закрепления (с элементами самостоятельной работы учащихся).
2. Различные формы записи рациональных чисел и их взаимосвязь.
3. Введение понятия иррационального числа. Примеры иррациональных чисел.
4. Последовательность изучения действительных чисел в альтернативных учебниках основной школы авторов Ю.Н. Макарычева, А.Г. Мордковича, Г.В. Дорофеева, С.Н. Никольского. Проследите выполнения схемы введения новых чисел.

Тема занятия: Методика изучения линии неравенств в курсе алгебры основной школы

Основная учебная цель изучения линии неравенств в школьном курсе математики. Изучения

теории неравенств в 5-6 классах. Методические особенности изучения темы «Числовые неравенства и их свойства». Содержание тем «Линейные неравенства с одной переменной», «Системы неравенств с одной переменной». Методика обучения учащихся доказательству неравенств. Обучение учащихся разным способам решения квадратных неравенств. Формирование навыка проведения равносильных преобразований неравенств. Использование метода интервалов при решении неравенств вида $|x - a| < b$, $(x-a)(x+b) > 0$. Решение текстовых задач, требующих составления и решения неравенств или систем неравенств.

Общее задание

1. Перечислить основные определения, связанные с неравенствами, свойства равносильности неравенств.

2. Выполнить анализ темы «Квадратные неравенства»:

- методы решения квадратных неравенств,
- функциональный подход при решении квадратных неравенств,
- разработка варианта справочной таблицы по решению квадратных неравенств, в основе которой лежит функциональный подход.

Индивидуальные задания

1. Методика обучения решению неравенств методом интервалов (предварительное разложение на множители, учет кратности корней соответствующего уравнения, изолированные и выколотые точки ...)

2. Методика обучения решению систем неравенств в курсе алгебры 8-9 классов.

Литература

1. Школьные учебники алгебры основной школы разных авторов.
2. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн.ред.Н.Л. Стефановой, Н.С.Подходовой. -М.:Дрофа, 2005.
3. Э.Г.Гельфман и др. Неравенства в алгебре.-изд-во Томского ун-та, Томск, 1999.
4. Мельникова Т.П.Устное решение квадратных уравнений. - газета Математика 10/1997.
5. Э.Г.Гельфман и др. Квадратные уравнения.-изд-во Томского ун-та, Томск.,
6. Э.Г.Гельфман и др. Системы уравнений..-изд-во Томского ун-та, Томск

Тема занятия: Вероятностно-статистическая линия в курсе алгебры и начал анализа.

Цели изучения элементов теории вероятностей и статистики в школе. Содержание темы и требования к учащимся. Особенности изучения основных понятий тем «Комбинаторика», «Случайные события», «Статистический анализ данных» в 10-11 классах. Методика обучения учащихся решению комбинаторных задач. Методика введения понятия «вероятность» (классического геометрического, статистического). Методика изучения основных понятий теории вероятностей (случайные события, частота событий, графическое представление частот...). Типология вероятностных задач. Элементы статистики в школьном курсе математики (прикладное значение статистической линии, сбор и обработка статистической информации, методика изучения статистического материала...). Особенности построения системы упражнений.

Задания по группам:

I гр: Элементы теории вероятностей

II гр: Элементы статистики

III гр: Комбинаторика

План:

1. Сравнительный анализ изложения темы в учебниках разных авторов
2. Исторические сведения
3. Задачи для мотивации, прикладные аспекты
4. Разноуровневые дидактические материалы (самостоятельные работы, контрольные работы, тесты, зачеты, индивидуальные задания...)

5. Фрагменты уроков или уроки разных типов
6. Методические находки
7. Тематическое повторение к ГИА
8. Презентация
9. Список литературы.

Тема занятия: Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве (Особенности изучения темы «Параллельность в пространстве»)

Групповые задания:

1 группа:

«Параллельные прямые в пространстве»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, теорема существования, лемма (без доказательства), теорема (с. 11) с доказательством.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

2 группа:

«Параллельность прямой и плоскости»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, работа с определением, признак параллельности с доказательством, два дополнительных утверждения.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

3 группа:

«Параллельность плоскостей»: по учебнику [1]

Методика введения понятия, работа с определением, признак параллельности с доказательством, свойства.

Материал должен быть структурирован, продумать оформление, вопросы к учащимся, возможность применения ИКТ.

Разработать серию устных упражнений на закрепление [5].

Общее задание. Методика работы с задачей [1] №20,28,33,58,59

Литература

1. Геометрия: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 19-е изд., – М.: Просвещение, 2010
2. Саакян С.М. Изучение геометрии в 10-11 классах. Книга для учителя, – М.: Просвещение, 2010
3. Шарыгин И. Ф. Геометрия 10-11 классы, 2001
4. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия 10-11, 2001
5. Смирнова И. М. Сборник устных задач и упражнений по геометрии для 10-11 классов средней школы. – М.: аквариум, 1998

V. Перечень вопросов для зачета и экзамена

Перечень вопросов для зачета:

4 семестр

1. Раскройте общую структуру Федерального государственного образовательного стандарта основного общего (среднего (полного) общего) образования. Перечислите предметные результаты освоение ООП по математике. Раскройте общую структуру и содержание Профессионального стандарта «Педагог» (в том числе модуль «Предметное обучение. Математика»).
2. Раскройте общую структуру программы по математике основной школы (5-6 кл., 7-9 кл.); для старших классов.
3. Как реализуется индивидуализация обучения математике в практике школы?

4. Какие методы научного познания применяются в процессе обучения школьников математике?
5. Приведите конкретные примеры применения одного из методов или их сочетания в процессе решения геометрической задачи из школьного учебника.
6. Раскройте связь понятий «методы научного познания» и «метапредметные знания обучающихся».
7. Что такое «Универсальные учебные действия» в контексте ФГОС?
8. Назовите способы определения математических понятий.
9. Раскройте сущность методики введения нового понятия на уроке математики.
10. Раскройте сущность методики изучения теоремы на уроке математики.
11. Раскройте этапы работы с математической учебной задачей на уроке.
12. Сформулируйте требования, предъявляемые к минимальной системе задач; к организованному набору задач.
13. Какие типы уроков используются в обучении математике?
14. Раскройте общие требования предъявляемые к уроку математики соответствующего типа.

5 семестр

1. Методика изучения числовых систем в курсе алгебры основной школы.
2. Методика изучения целых чисел.
3. Методика изучения десятичных дробей.
4. Методика изучения обыкновенных дробей.
5. Методика формирования понятия иррационального числа. Множество действительных чисел.
6. Методика изучения тождественных преобразований.
7. Методика формирования понятий степени с рациональным показателем и арифметического корня n -ой степени. Вынесение множителя под знака корня и внесение множителя под знак корня.
8. Методика изучения линии уравнений. Классификация уравнений.
9. Методика изучения линейных уравнений и их систем в курсе алгебры основной школы.
10. Методика изучения квадратных уравнений (введение понятия, способы решения, приложения) в курсе алгебры основной школы.
11. Методика изучения теорема Виета (доказательство, применение).
12. Методика изучения линии неравенств в курсе алгебры основной школы.
13. Числовые неравенства, их свойства. Применение свойств к решению задач.
14. Методика изучения неравенств второй степени в курсе алгебры основной школе.
15. Методика обучения учащихся доказательству неравенства в курсе алгебры основной школы.
16. Методика введения общих функциональных понятий в курсе алгебры 7 класса.
17. Методика изучения линейной функции.
18. Методика изучения квадратичной функции.
19. Методика изучения функции $y = \frac{k}{x}$.
20. Методика обучения учащихся преобразованиям графиков в основной школе.
21. Методика изучения элементов комбинаторики в курсе алгебры основной школы.
22. Методика изучения статистической линии в курсе математики основной школы.
23. Методика изучения элементов теории вероятностей в основной школе.

6 семестр

1. Логическое строение школьного курса стереометрии. Методические особенности изучения аксиом, их следствий и первых теорем стереометрии.
2. Изображение плоских фигур в стереометрии. Параллельная проекция и ее свойства.
3. Методы построения сечений многоугольников плоскостью. Вычисление площадей сечений.

4. Методика изучения темы «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве». Параллельность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей.
5. Особенности изучения темы «Перпендикулярность в пространстве». Перпендикулярность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикулярность плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние между геометрическими фигурами.
6. Скрещивающиеся прямые. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы вычисления расстояний между прямыми. Методика работы с задачей. Примеры решения задач разными способами.
7. Скрещивающиеся прямые. Вычисление углов между прямыми. Методика работы с задачей.
8. Вычисление угла между прямой и плоскостью. Теорема о трех косинусах, следствие из нее. Методика работы с задачей.
9. Вычисление углов между плоскостями. Методика работы с задачей.
10. Векторный метод решения задач на плоскости и в пространстве. Методика изучения темы «Векторы». Определения понятия вектора в различных школьных учебниках. Операции над векторами. Обучение векторному методу решения задач.
11. Координатный метод решения задач на плоскости и в пространстве. Методика изучения темы «Декартовы координаты». Обучение координатному методу решения задач.
12. Методика изучения многогранников. Эйлерова характеристика многогранника. Правильные многогранники.
13. Сечения многогранников.
14. Площади поверхностей стереометрических фигур. Методика работы со стереометрической задачей.
15. Методика изучения темы «Объемы тел».

Перечень вопросов для экзамена:

7 семестр

1. Особенности и методика изучения функциональной линии в 10 и 11 классе (определение функции, общие свойства, метод исследования, анализ заданного материала, класс элементарных функций)
2. Операции на множестве функций. Методика обучения сложению и умножению графиков функций. Система упражнения.
3. Композиция функций и методика ее изучения (введение понятия, система упражнений, в каких темах используется и как)
4. Методика обучения построению графиков композиции функций на основе теорем согласования свойств функций с операциями на множестве функций
5. Применение производной к исследованию функций (доказательство опорных теорем, общая схема исследования)
6. Обратные функции и методика их изучения
7. Методика изучения тригонометрических функций числового аргумента (базовые понятия, определения, доказательство свойств, методы построения графиков), ($y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$)
8. Методика обучения решению простейших тригонометрических уравнений
9. Методика обучения решению тригонометрических уравнений (классификация тригонометрических уравнений, методы решений, обобщающее повторение)
10. Методика изучения показательной функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
11. Методика изучения логарифмической функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
12. Методика изучения степенной функции (задачи, приводящие к понятию, доказательство свойств, производная, график)
13. Предел и непрерывность функции в школьном курсе математики
14. Методика введения понятия производной; теоремы дифференциального исчисления, связанные с техникой дифференцирования; анализ заданного материала учебников.

- 15.Методика изучения темы “Касательная к графику функций” в школьном курсе математики.
- 16.Методика обучения решению задач на оптимизацию без производной. Анализ задачного материала школьных учебников.
- 17.Методика обучения решению задач на оптимизацию (с производной). Анализ задачного материала школьных учебников.
- 18.Первообразная и интеграл в старших классах средней школы (определение, свойства, анализ задачного материала).
- 19.Методика изучения основных понятий теории вероятностей в школьном курсе математики.
- 20.Методика изучения основных теорем теории вероятностей и основных характеристик случайных величин.