

Елабужский институт (филиал) Федерального государственного автономного  
образовательного учреждения высшего профессионального образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

*На правах рукописи*

**Ихсанова Фания Ахуновна**

**МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОЙ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ В  
ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ  
MATHEMATICA**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)  
(педагогические науки)

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

доктор педагогических наук, профессор

Капустина Татьяна Васильевна

Елабуга - 2015

## Содержание

### Введение

4

### Глава 1 Творческая самостоятельность студентов технических вузов в обучении математике с использованием информационно-коммуникационных технологий

19

§1.1 Современное состояние использования информационно-коммуникационных технологий в технических вузах

19

§1.2 Психолого-педагогические подходы к формированию творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов

40

§1.3 Прикладная направленность обучения математике студентов технических вузов в контексте информатизации образования

57

§1.4 Компьютерная система Mathematica как средство формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов

66

#### Выводы по первой главе

94

### Глава 2 Методика обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica в техническом вузе

97

§2.1 Электронный учебно-методический комплекс по математике в системе Mathematica для будущих инженеров

97

§2.2 Электронный учебно-методический комплекс в системе Mathematica как средство формирования творческой самостоятельности в обучении математике (использование гиперссылок и анимаций)

131

§2.3 Модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica

158

#### Выводы по второй главе

171

<b>Глава 3 Организация опытно-экспериментальной работы</b>	<b>173</b>
§3.1 Педагогический эксперимент и его результаты.	173
<b>Выводы по третьей главе</b>	<b>199</b>
<b>Заключение</b>	<b>201</b>
<b>Литература</b>	<b>203</b>
<b>Приложения</b>	<b>231</b>

## Введение

**Актуальность исследования.** Современное обеспечение требований работодателей к уровню подготовки выпускников вузов, студентов – к качеству образования, заказчиков научной продукции — к качеству научно-исследовательских, опытно-конструкторских и экспериментальных работ, а также к качеству научно-технических услуг, требует поиска и разработки эффективных педагогических методик освоения фундаментальных знаний, расширения фундаментальных и прикладных научно-исследовательских разработок в области создания новых технологий. В связи с этим, необходим достаточно высокий уровень математической подготовки, позволяющий применять фундаментальные математические методы для создания современной учебно-научно-производственной базы, позволяющей строить и анализировать математические модели инженерных и прикладных задач, опирающейся на продуктивное использование информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в процессе обучения математике в техническом вузе для подготовки конкурентоспособного специалиста, обладающего высоким уровнем компетентности в своей профессии.

Необходим такой уровень математической подготовки, который позволял бы формировать творческую самостоятельность будущего специалиста, развивать способность применять фундаментальные математические методы для повышения эффективности конструктивных решений в профессиональной деятельности. Проблема перехода от традиционных методов организации учебного процесса к обучению с использованием ИКТ неизбежно ставит вопрос о методике организации учебного процесса, позволяющей сочетать традиционные методы с использованием программных средств для формирования творческой самостоятельности будущего специалиста. По словам С. М. Шалютина, «...искусственный интеллект является техническим инструментальным продолжением естественного интеллекта, усилителем интеллектуальных способностей человека».

Внедрение ИКТ в процесс обучения математике в техническом вузе может, без отказа от принципов фундаментальности классического образования, качественно изменить технологию обучения и форму представления учебного материала, обеспечить сочетание качественного профессионального образования с возможностью глубокого постижения дисциплин на основе компьютерных средств обучения. Студенты, получившие такую подготовку, оказываются более востребованными, поскольку ориентированы на конкретные нужды современного производства. Многие выпускники могут получить интересную для них работу, требующую аналитического склада ума и нестандартного подхода к решению производственных задач.

Вопросы, связанные с информатизацией образования, рассматривали Н. В. Апатова, Я. А. Варгаменко, П. Я. Гальперин, А. П. Ершов, В. А. Извозчиков, А. А. Кузнецов, М. П. Лапчик, Н. Н. Красовский, О. В. Мантуров, И. В. Роберт, Е. Г. Торина, Н. Ф. Талызина, и др.

Психолого-педагогическим проблемам, вопросам повышения эффективности процесса обучения и применения в нем средств компьютерных технологий посвящены исследования С. А. Бешенкова, Б. С. Гершунского, А. А. Кузнецова, Б. Ф. Ломова, Е. И. Машбица, Ю. А. Первина, Е. И. Смирнова, Н. Ф. Талызиной, О. К. Тихомирова, М. И. Шутиковой и др.

Научное обоснование педагогической целесообразности применения ИКТ, дидактические условия компьютеризации обучения проводятся в исследованиях Н. В. Апаатовой, Ю. С. Брановского, Я. А. Ваграменко, С. М. Вишняковой, Б. С. Гершунского, С. П. Грушевского, А. П. Ершова, Т. В. Капустиной, Е. И. Машбица, Н. И. Пака, В. М. Монахова, Е. С. Полат, Ю. А. Первина, И. В. Роберт, С. С. Свириденко и др.

Вопросы использования компьютерных математических систем для решения математических задач нашли отражение, главным образом, в справочных руководствах. В работах С. Вольфрама, В. З. Аладьева, М. Л. Шишакова, Е. М. Воробьева, В. П. Дьяконова, Е. Г. Давыдова, Т. В. Капустиной показано, что компьютерная математическая система

(КМС) Mathematica может быть использована в качестве символьного, графического и числового калькулятора и языка программирования высокого уровня.

Компьютерную систему Mathematica как средство обучения применительно к курсу геометрии рассмотрели в своих работах Т. В. Капустина, О. А. Бушкова, А. Р. Ганеева и др.

Научное обоснование, методику использования компьютерной системы Mathematica при организации лабораторных работ по высшей математике раскрыли С. А. Дьяченко, Е. А. Дахер и др.

Элементам технологии разработки компьютерного учебника по математике в среде Mathematica, структурированию учебного материала для выявления тем, при изучении которых целесообразно применять систему Mathematica, уделили внимание в своих работах Ж. И. Зайцева, Т. А. Иванова и др.

В научно-методической литературе возможности решения математических задач на основе КМС Mathematica проанализированы в работах А. М. Половко, А. Н. Васильева, Г. М. Фридмана, С. Н. Леора и др.

Творческую самостоятельность как состояние человека, его сущностное свойство рассматривали философы М. М. Бахтин, Н.А. Бердяев, С. Левицкий, Вл. Соловьев и др.

В психологии проблема творческой самостоятельности анализируется в работах А. Г. Асмолова, А. Маслоу, С. Л. Рубинштейна и др.

В педагогике, образовательном процессе проблему формирования опыта самостоятельной творческой работы, развития творческого самовыражения личности рассматривали В. И. Андреев, В. В. Афанасьев, П. И. Пидкасистый, А. Сластёнин, Е.И. Смирнов, В. А. Сухомлинский, А. П. Тряпицына, Д. Б. Эльконин, И. С. Якиманская, А. В. Ястребов и др.

Вместе с тем, в теоретических исследованиях недостаточно разработана методика формирования творческой самостоятельности как результат развития творческой деятельности, самостоятельности в обучении математике и

как результат становления личностного потенциала будущего инженера, взятые в единой целостности. Также остается мало изученной проблема взаимосвязи средств ИКТ с формированием творческой самостоятельности в обучении математике будущих специалистов технического профиля.

Обучение творческой деятельности, самореализации, индивидуальному стилю каждого студента — одно из главных условий успешности студента в обучении, подготовке к профессиональной деятельности. Наблюдения во время эксперимента, опрос студентов, аспирантов подтвердили тот факт, что творческий поиск адекватного решения проблем профессиональной направленности приводит к необходимости использования математических знаний, подкрепленных визуализацией математических методов средствами ИКТ. Результаты анкетирования, поисковый эксперимент в начале первого года обучения показал, что 78% студентов не готовы к самостоятельной творческой деятельности, хотя при определении идеальной модели конкурентоспособной личности в первую пятерку профессионально-мотивационных ценностей студенты вносят качества творческой самостоятельности: способность ставить и решать задачи; самостоятельность в принятии ответственных решений; способность к саморазвитию, личностному и профессиональному росту; способность создавать команду; способность к самоуправлению и творческой самореализации; прогностичность мышления. Более того, 48% опрошенных студентов первого курса не проявляют творческой самостоятельности в обучении математике.

Проблема исследования обусловлена тем, что педагогической наукой недостаточно изучены условия, факторы становления и развития творческой самостоятельности в обучении математике студентов в условиях технического вуза, требуется дальнейшая разработка проблемы мотивации, методов и средств, побуждающих творческую самостоятельность.

Включение в учебный процесс компьютерной системы Mathematica, электронного учебного пособия, позволяет интенсифицировать учебный процесс, обеспечивая системообразующие, «долгоживущие» знания студен-

тов технических вузов, которые, являясь основой их профессионального развития в будущем, позволят обеспечить мобильность и возможность быстрого освоения новых технологий.

В «Концепции модернизации системы образования» нашей страны (от 5 апреля 2002г, Министерства образования Российской Федерации) одной из задач, поставленных перед учебными заведениями, является задача использования в учебном процессе электронных учебников, новых мировых образовательных ресурсов. Однако методика использования ИКТ отстает от развития технических средств; это объясняется в первую очередь необходимостью владения спецификой содержания предметной области, необходимой для разработки методического обеспечения. Именно отставание в решении методических проблем является одной из причин разрыва между потенциальными и реальными возможностями применения ИКТ.

Анализ научно-педагогических исследований и опыт преподавания в вузе позволили выявить ряд **противоречий**:

- между мотивационной готовностью студентов технических вузов к творческой самостоятельности и возможностью использования потенциала обучения математике с применением ИКТ и недостаточной разработанностью методики обучения математике, направленной на формирование этой готовности и реальным уровнем организации этой деятельности в техническом вузе;
- между возможностями реализации разработок в области компьютерных математических систем и недостаточным опытом использования компьютерных математических систем в обучении математике студентов технических вузов;
- между традиционной системой подготовки будущих инженеров в области математики к построению и анализу математических моделей профессионально-ориентированных и прикладных задач и необходимостью повышения конкурентоспособности специалиста, опирающейся на продуктивное использование ИКТ в процессе обучения математике в техническом вузе.



В связи с указанными противоречиями возникла **проблема исследования**: какова должна быть методика формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в процессе обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica для эффективности будущей профессиональной деятельности специалистов технических специальностей?

Вышеизложенное объясняет выбор темы исследования: «Методика формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием системы Mathematica».

**Цель исследования**: разработать теоретические и методические основы формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica.

**Объект исследования**: процесс обучения математике будущих инженеров с использованием ИКТ на базе компьютерной системы Mathematica.

**Предмет исследования**: методическая система формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной математической системы Mathematica.

**Гипотеза исследования**: процесс формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica будет эффективным, если:

- в основу творческой деятельности будут положены процессы интеграции математических и информационных знаний в ходе решения прикладных и профессионально-ориентированных задач;
- будет реализовываться единая целостность развития творческой деятельности и самостоятельности в обучении математике и как результат становления личности будущего инженера;
- созданное в компьютерной системе Mathematica электронное учебное пособие будет использоваться как средство формирования творческой

самостоятельности, позволяющее реализовать специальные принципы обучения математике.

В соответствии с целью, объектом, предметом и гипотезой исследования были поставлены следующие **задачи**:

- выявить на основе научно-педагогического анализа сущность, уровни и этапы формирования, критерии сформированности творческой самостоятельности в обучении математике с использованием КМС Mathematica студентов технических вузов;
- разработать дидактическую и структурно-функциональную модели формирования творческой самостоятельности в обучении математике с использованием КМС Mathematica студентов технических вузов на основе интеграции математических и информационных знаний в ходе решения прикладных и профессионально-ориентированных задач;
- выявить педагогические условия, разработать и реализовать методику обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica в качестве базового программного продукта при проведении численных, символьных и графических вычислений с эффективным развитием творческой самостоятельности;
- разработать электронно-образовательный комплекс по математике, основой которого служит электронное учебное пособие для обучения математике с использованием системы Mathematica, с учетом уровня индивидуальной подготовки студентов и развития у них навыков творческой самостоятельности;
- экспериментально проверить эффективность и результативность методики формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов с использованием возможностей компьютерной системы Mathematica.

**Теоретическую и методологическую основу диссертационного исследования составили:**

- современные теории содержания образования (Ю. К. Бабанский, В. П. Беспалько, Б. С. Гершунский, И. Ф. Харламов, В. Д. Шадриков и др.);
- теория развивающего обучения (Л. С. Выготский, В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн, Д. Б. Эльконин, И. С. Якиманская и др.);
- теория и методика математического образования в школе и вузе (В. В. Афанасьев, М. И. Башмаков, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, А. Л. Жохов, А. Г. Мордкович, Ю. М. Колягин, Н.Х. Розов, Г. И. Саранцев, Е. И. Смирнов, В. А. Тестов, А. В. Ястребов и др.);
- концептуальные положения использования информационно-коммуникационных технологий в обучении (С. А. Бешенков, Н. В. Бордовская, А. П. Ершов, С. П. Грушевский, В. А. Извозчиков, А. А. Кузнецов, М. П. Лапчик, Е. И. Машбиц, В. М. Монахов, И. В. Роберт, О. К. Тихомиров, М. И. Шутикова и др.);
- концепции использования компьютерных математических систем в обучении математики (Ю. А. Горохова, Е. А. Дахер, С. А. Дьяченко, Т. А. Иванова, Т. В. Капустина, С. Ф. Катержина, А. В. Паньков, В. Плясунова, А. Ю. Скорнякова и др.);
- методология и теория инженерного образования (Я. Б. Зельдович, Н. П. Кириллов, Т.В. Кудрявцев, А.Д. Мышкис, Р.М. Зайниев, С.А. Розанова) и др.;
- теория и технология наглядного моделирования (Г. Ю. Буракова, В. В. Давыдов, В. Н. Осташков, Е. И. Смирнов, Е. Н. Трофимец, Л. М. Фридман и др.);
- концепция формирования творческой самостоятельности в школе и вузе (В. В. Афанасьев, В. А. Гусев, Е. А. Зубова, И.Я. Лернер, Г. Л. Луканкин, М. И. Махмутов, М. А. Осинцева, Д. Пойа, Г. И. Саранцев, Е. И. Смирнов, И. С. Якиманская и др.);

- теория компетентностного подхода (В.А. Адольф, И.А. Зимняя, А.В. Хуторской, В. А. Шершнева и др.),

Для решения поставленных задач использовались **методы педагогического исследования:**

- теоретические: анализ психолого-педагогической, философской, математической, учебно-методической литературы по аспектам, касающимся проблемы, предмета исследования методики формирования творческой самостоятельности в обучении математике в техническом вузе с использованием компьютерной системы Mathematica, сравнение, обобщение методического опыта ученых, преподавателей высшей школы;
- эмпирические: наблюдение за учебным процессом, педагогический эксперимент, включающий констатирующий, формирующий, контролирующий, сравнительный эксперименты; методы педагогического измерения (беседы, анкетирование, изучение письменных, графических и творческих работ студентов);
- статистические методы обработки результатов эксперимента: применение математической статистики в проверке гипотез, построение гистограмм.

**Основной базой опытно-экспериментальной работы** явился факультет разработки, эксплуатации и обслуживания объектов добычи нефти филиала Уфимского государственного нефтяного технического университета в городе Октябрьском, в эксперименте приняли участие 164 студента.

#### **Основные этапы выполненных автором исследований.**

**На первом этапе** (2003–2007 гг.) с целью уточнения понимания проблемы исследования, разработки его основных теоретических положений осуществлялся анализ психолого-педагогической, научно-методической и учебной литературы; выполнялись констатирующий и поисковый эксперименты; определялись объект, предмет; формулировались цель, гипотеза и задачи исследования; проводилось теоретическое исследование сущности

творческой самостоятельности студентов в связи с использованием КМС Mathematica в обучении математике.

**На втором этапе** (2007–2010 гг.) выявлялись, обосновывались конкретные методические и практические пути, средства формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике, разрабатывались учебные модули электронного учебного пособия в системе Mathematica: построение графиков функций в различных системах координат; приложения определенного интеграла; решение дифференциальных уравнений; приближенные вычисления с помощью рядов; статистическая обработка экспериментальных данных; уравнения регрессии.

**На третьем этапе** (2010–2014 гг.) разрабатывались критерии и теоретически обосновывалась методика отбора и использования прикладных и профессионально-ориентированных задач для формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica. Разработана методика, определены ключевые педагогические условия формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов. Проводился формирующий, контролирующий, эксперименты, основной задачей которых была экспериментальная проверка эффективности педагогических условий, модели формирования творческой самостоятельности, сопоставлялись, анализировались методами математической статистики полученные эмпирические данные по контрольной и экспериментальной группам, определялась эффективность и результативность внедрения электронного учебного пособия, оформлялся текст диссертационной работы.

**Научная новизна исследования:**

- разработана методика обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica, направленная на формирование творческой самостоятельности будущих инженеров, на основе реализации комплекса прикладных и профессионально-ориентированных задач; выявлены этапы

решения математических задач с использованием компьютерной системы Mathematica на основе наглядного моделирования;

- выявлены педагогические условия, уточнена сущность, критерии готовности и уровни сформированности творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica;

- разработана и реализована структурно-функциональная модель конструирования и использования электронно-образовательного комплекса по математике, основой которого служит многоуровневое электронное учебное пособие в компьютерной системе Mathematica, ориентированное на формирование творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике;

- разработана дидактическая модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов на основе интеграции математических и информационных знаний в ходе решения прикладных и профессионально-ориентированных задач.

**Теоретическая значимость исследования** состоит в следующем:

- уточнена сущность творческой самостоятельности студентов технических вузов при обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica как результат развития творческой деятельности и самостоятельности в обучении математике и становления личности будущего инженера;

- выявлены и обоснованы этапы, уровни, критерии развития творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических и информационных знаний;

- выявлены и обоснованы возможности компьютерной системы Mathematica в формировании творческой самостоятельности студентов технических вузов при обучении математике;

- выявлены критерии отбора содержания и средств обучения математике, обоснована возможность тематического структурирования с использованием компьютерной системы Mathematica в обучении математике в целях формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов.

**Практическая значимость исследования** состоит в том, что:

- разработан и реализован электронный учебно-методический комплекс для формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной математической системы (КМС) Mathematica;
- разработаны критерии отбора прикладных, профессионально-ориентированных задач в процессе обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica и возможностью проведения практических занятий с реализацией нестандартных подходов к решению задач;
- созданное и апробированное электронное учебное пособие является эффективным средством формирования творческой самостоятельности, так как позволяет студенту самостоятельно изучить учебный курс или отдельный раздел, моделировать основные виды будущей профессиональной деятельности: поиск, обработку профессионально-значимой информации.

**Достоверность результатов и обоснованность выводов** достигается благодаря опоре на фундаментальные психолого-педагогические, математические, информационные, современные научно-методические исследования; согласованностью теоретических и эмпирических методов цели, объекту, предмету и задачам исследования; репрезентативностью и достаточным объемом выборки экспериментальных и контрольных групп; проведенным педагогическим экспериментом и использованием адекватных математико-статистических методов обработки полученных в ходе эксперимента результатов.

**Личный вклад автора** заключается в определении методики, моделей и этапов формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы

Mathematica; в разработке критериев отбора прикладных, профессионально-ориентированных, исследовательских задач; в разработке и реализации электронного учебного пособия для формирования творческой самостоятельности студентов; в выявлении сущности, критериев и показателей сформированности творческой самостоятельности и экспериментальной проверке разработанной методики ее формирования.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Разработанная и обоснованная методика обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica на основе реализации структурно-функциональной и дидактической моделей исследовательской деятельности, позволяет эффективно формировать творческую самостоятельность будущих инженеров посредством освоения комплексов профессионально-ориентированных и прикладных задач.

2. Педагогические условия формирования творческой самостоятельности в обучении математике будущих инженеров обеспечиваются через:

а) полифункциональную учебную деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемую с использованием электронного учебного пособия в компьютерной системе Mathematica;

б) обогащение творческой самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя;

в) коммуникативную деятельности в малых группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач;

г) создание творческой лаборатории по исследованию и определению новых фактов и задач с использованием КМС Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

3. Информационно-коммуникационные технологии на базе компьютерной системы Mathematica являются эффективным средством актуализации творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике, основой которого может служить многоуровневое электронное учебное пособие в КМС Mathematica.



**Апробация работы.** Основные теоретические и методологические положения диссертации докладывались и обсуждались на Всероссийской школе-семинаре «Проблемы и перспективы информатизации математического образования» (г. Елабуга, октябрь 2004 г.), на Межвузовской научно-методической конференции «Современные проблемы преподавания в техническом высшем учебном заведении» (г. Октябрьский, ноябрь 2004 г.), на Межвузовской научно-методической конференции «Проблемы преподавания в технических университетах» (г. Октябрьский, октябрь 2006 г.), на 34-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2007 г.), на 35-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2008 г.), на Межвузовской научно-методической конференции «Подготовка конкурентоспособного специалиста в процессе обучения в техническом вузе» (г. Уфа, декабрь 2008 г.), на 36-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2009 г.), на окружной конференции молодых ученых «Наука и инновации XXI века» (г. Сургут, ноябрь 2009 г.), на 37-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2010 г.), на V Международной научно-технической конференции «Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем» (г. Пенза, октябрь 2010 г.), на методическом семинаре: «Возможности и трудности реализации компьютерного обучения» (г. Октябрьский, март 2010 г.), на Всероссийской научно-методической конференции «Внедрение инновационных педагогических технологий в техническом университете» (г. Уфа, декабрь 2010 г.), на 39-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2012 г.), на 40-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов (г. Октябрьский, май 2013 г.), на семинарах кафедры алгебры и геометрии Елабужского государственного педагогического университета (сентябрь 2005 г., сентябрь 2006 г., июль 2013 г.), на научно-методической конференции «Проблемы формирования

профессиональных компетенций у выпускников технических ВУЗов» (г. Октябрьский, ноябрь 2013 г).

По теме диссертации имеется 23 публикации, в том числе 4 в изданиях, рецензируемых ВАК.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка, одного приложения. Общий объем работы — 252 страницы, основной текст — 230 страниц; список литературы содержит 248 наименований.

# **Глава 1. Творческая самостоятельность студентов технических вузов в обучении математике с использования информационно-коммуникационных технологий**

## **§1.1. Современное состояние использования информационно-коммуникационных технологий в технических вузах**

В результате проведенной в 90-е годы XX столетия перестройки в России изменились экономические отношения. Народное хозяйство стало развиваться по законам рыночной экономики. Основным отраслям экономики потребовались новые квалифицированные кадры, способные работать в изменившихся условиях. Поставленную задачу должна решать высшая школа, в частности, технические вузы, которые готовят инженерные кадры. Основным аппаратом, которым должны умело пользоваться инженерные кадры, является математика. Поэтому повышение математической подготовки в процессе обучения является залогом их успешной производственной деятельности.

В федеральных образовательных государственных стандартах третьего поколения ВПО формулируются высокие требования к профессиональным компетенциям студентов:

- планировать и проводить необходимые эксперименты, обрабатывать, в том числе с использованием прикладных программных продуктов, интерпретировать результаты и делать выводы (ПК-18);
- использовать физико-математический аппарат для решения расчетно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-19);
- выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов (ПК-20) [191].

Выпускник высшей школы должен понимать роль и место математики и математического моделирования в прикладной сфере, иметь навыки работы на персональном компьютере.

В прошлом веке была создана, пользующаяся большой известностью, советская школа методики преподавания математики, отличающаяся строгим, однако доступным изложением основных положений по высшей математике для студентов технического вуза; достаточным количеством часов для формирования навыков практического решения, приобретения эффективных навыков применения прикладных математических методов; обязательной стажировкой под руководством опытного наставника, обеспечением, периодически обновляющейся, централизованной литературой по высшей математике, написанной специалистами высокой квалификации; испытанной системой текущего и итогового контроля.

В современном постиндустриальном обществе образование не может ставить своей целью лишь чистую передачу определенного объема информации, роль естественных наук должна проявляться и в обучении самостоятельному, творческому, креативному мышлению, быстрому восприятию, обновлению знаний.

В 1969 г. по заказу Минобороны США были объединены общей микро сетью всего 4 компьютера в разных университетах. Очень медленно к ним присоединились другие машины, но уже в 1989 г. британский учёный Тим Бенерс-Ли изобрёл способ обмена текстами в Сети. Благодаря этому информация в сети стала доступной для работников науки и образования (а затем и для работников других сфер), что стало причиной экспоненциального роста компьютерных сетей.

Повышение качества подготовки специалистов нефтяного профиля, как и других специалистов в современном обществе, определяется внедрением информатики в образовательный процесс. В связи с переходом к «информационному обществу» приобщение молодого поколения к информационной культуре становится актуальным. Образование является составной частью социальной и производительной сферы общества, а потому основные проблемы, пути и этапы информатизации для образования в основном совпадают с общими положениями информатизации общества в целом [1].

Первым этапом информатизации общества является её компьютерное оснащение. Анализ современного оснащения средствами информационно-телекоммуникационной технологий вузов нефтяного профиля в последние годы позволяет утверждать о возможности ведения занятий по математике с применением компьютера на всех этапах организации обучения, будь-то практическое занятие, лабораторная работа или индивидуальная самостоятельная работа студента. К наиболее существенным результатам этого этапа относится значительное насыщение вычислительной техникой вузов нефтяных специальностей. Параллельно на этом этапе должно происходить формирование, освоение имеющихся информационных фондов в образовании.

Одной из первых работ в отечественной литературе по вопросам информационных работ была монография В. М. Глушкова [61], в которой и появился термин «информационные технологии» в его общем смысле: «Информационные технологии — процессы, связанные с переработкой информации». Исходя из этого понятия, можно считать, что в обучении информационные технологии, как методы, педагогические технологии передачи, переработки информации, присутствовали всегда. Любая педагогическая технология — это информационная технология, так как основу технологического процесса обучения составляет получение и преобразование информации.

В работе А. П. Ершова [80] даётся анализ состояния компьютеризации школьного образования (термин — предшественник термина «информатизация»), определяются проблемы, перспективы информатизации общества, которые связываются с проблемами математического образования. По А. П. Ершову, информатизация, понимаемая как совокупность знаний о фактических данных и зависимостях между ними, становится таким же стратегическим ресурсом общества, как и материальные и энергетические ресурсы.

В монографии [11] и докторской диссертации Н. В. Апатовой [10] рассматривается влияние информационных технологий на содержание и методы обучения в школе. Раскрывается роль информационных технологий обучения

как новой методической системы. Рассматриваются общие принципы конструирования интерактивных обучающих систем.

Н. В. Апатова даёт следующее определение понятию «информационная технология»: «Информационная технология — это совокупность средств и методов, с помощью которых осуществляется процесс переработки информации». Таким образом, информационная технология — технология автоматизированного сбора, анализа, обработки и представления информации, разработки и внедрения вычислительных средств информатики.

Используя данное определение, можно представить общую структуру информационных технологий, как последовательность базовых процедур:

- передача информации от места сбора к месту обработки или использования с сохранением информации при наличии помех;
- адаптация новых данных к имеющимся моделям, комплексная обработка информации, проведение вычислительных экспериментов, выработка решений и сценариев оптимального поведения, принятия решений;
- совершенствование математических моделей, расширение баз знаний, экспертных систем;
- создание технических и технологических средств (средств отображения моделей и информации, средств редактирования информации, информационно-аналитических центров, информационных хранилищ и т. д.);
- планирование оптимальной системы обработки информации с целью совершенствования контроля достоверности информации, уточнение вариантов ранее принятых решений;
- анализ практических результатов использования системы информатизации, контроль эффективности, прогнозирование деятельности, диагностика работы подсистем[85].

В работе Н. В. Апаповой [10] встречается другое определение: «Информационная технология обучения — процесс подготовки и передача информации обучаемому, средством осуществления которого является компьютер».

Вокруг понятия «информационно–коммуникационные технологии обучения» во всём мире ведутся серьёзные научные дискуссии, не позволяющие дать однозначное, всеми принимаемое определение.

В различных энциклопедических, современных толковых словарях можно найти следующие толкования:

Информация (от лат. *informatio* — разъяснение, изложение) — первоначальные сведения, передаваемые людьми устным, письменным или другим способом (с помощью условных сигналов, технических средств и т. д.); с середины XX века общенаучное понятие, включающее обмен сведениями между людьми, человеком и автоматом, автоматом и автоматом; обмен сигналами в животном и растительном мире; передачу признаков от клетки к клетке, от организма к организму.

Коммуникация (лат. *communicatio*, от *communico* — делаю общим, связываю, общаюсь) — 1) путь сообщения, связь одного места с другим; 2) общение, передача информации от человека к человеку — специфическая форма взаимодействия людей в процессах их познавательно-трудовой деятельности, осуществляющаяся главным образом при помощи языка (реже при помощи других знаковых систем). Коммуникацией называются также сигнальные способы связи у животных.

Технология (от греч. *techne* — искусство, мастерство, умение и греч. *Logos* — изучение) — совокупность методов обработки, изготовления, изменения состояния, свойств, формы сырья, материала или полуфабриката, осуществляемых в процессе производства продукции; научная дисциплина, изучающая физические, химические, механические и др. закономерности, действующие в технологических процессах. Технологией называют также сами операции добычи, обработки, транспортировки, хранения, контроля, являющиеся частью общего производственного процесса [30, 144].

Таким образом, информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) — это совокупность информации основанных на ней технологиях, пе-

редаваемых людьми устным, письменным способами или с помощью технических средств.

Н. В. Бордовская [32] появление термина «технология» в науке и образовательной практике связывает с особенностями применения технологического подхода:

- к решению задач обучения, воспитания и развития субъектов педагогического процесса (в результате появился термин «педагогическая технология», который конкретизировался в других разновидностях с учетом специфики педагогических задач — технология обучения, технология воспитания, образовательная технология);

- к работе субъектов образовательного процесса с информацией (передачей, сохранением, поиском, систематизацией и т. д.), в результате чего информационные технологии стали активно применяться в образовательной практике;

- к организации учебного процесса (появилась технология обучения);

- к организации образовательного процесса (что привело к появлению термина «образовательные технологии»).

В. П. Беспалько [27] пишет, что педагогическая технология — это систематическое и последовательное воплощение на практике заранее спроектированного учебно-воспитательного процесса.

Технология обучения предполагает использование разнообразных технических средств обучения, в том числе компьютеров и других электронных средств. По мнению В. А. Извозчикова [94], «... технология обучения подразумевает научные подходы к организации учебно-воспитательного процесса с целью его оптимизации и повышения его эффективности, а также обновление материально-технической базы школ и вузов с учётом последних достижений науки и техники».

По определению ЮНЕСКО 1986 г., понятие «технология обучения» рассматривается как системный метод создания, применения и определения всего процесса преподавания и усвоения знаний с учетом технических и че-



ловеческих ресурсов и их взаимодействия, ставящий своей задачей оптимизацию форм и способов организации учебного процесса. Основным качеством любой технологии обучения должна быть подвижность, мобильность, способность к быстрым изменениям.

Традиционные педагогические технологии в большинстве представляют собой информационные технологии, в силу использования инструментов накопления и обработки информации.

При традиционных процессах обучения определяются традиционные способы организации учебного процесса, направленные на реализацию поставленных целей (набор учебных целей, описание условий обучения, критерии оценок). Технологию обучения можно подразделить на содержательную и процессуальную части. К содержательной части относятся учебные цели, содержание обучения. К процессуальной — совокупность методов, форм, средств предъявления информации; диагностика процесса обучения; взаимодействие участников учебного процесса. В понятии «технология обучения» следует выделить два слоя: наука или совокупность сведений, необходимых преподавателю для реализации того или иного учебного процесса, и сам учебный процесс, его организация, структура и обеспечение.

Любая технология в той или иной мере направлена на реализацию научных идей, положений, теорий в практике. Педагогическая технология занимает промежуточное положение между наукой и практикой.

В настоящее время общество находится на втором этапе информатизации, которому характерна индивидуализация информационной базы, определяемая организацией перевода информационной базы в электронную (компьютерную) форму.

Внедрение ИКТ дополняет традиционные технологии обучения, являясь дополнительным источником информации и формирования мотивации к самостоятельному творческому поиску, обработке этой информации; объединением сведений о предназначении автоматизированных (компьютерных) систем в учебном процессе, об инструментах их применения с целью повы-

шения эффективности труда преподавателей и учащихся в формировании творческой самостоятельности студентов технических вузов; средством повышения производительности умственного труда, позволяющим обеспечить широкий спектр возможностей для совместной деятельности преподавателей и обучаемых, влияющим на уровень математической подготовки будущих специалистов.

Опора на ИКТ повышает уровень автоматизации труда преподавателей, увеличивая долю творческого труда, делая его более доступным: различные по содержанию и сложности порции информации для студентов; возможности перехода от традиционных объяснительно-иллюстративных и репродуктивных — к творческо-поисковым, активным методам обучения студентов. Передача части обучающих функций техническому устройству, анализ проблем обучения с учётом возможностей компьютера требуют пересмотра фундаментальных положений педагогической и психологической теории обучения.

Сегодня надо уделять внимание не традиционным проблемам психологии, таким, как обусловленные применением компьютеров особенности развития внимания учащихся, усвоение ими знаний и умений, а проблемам создания эффективных обучающих систем, в рамках которых исследование традиционных психологических проблем выполняет вспомогательную функцию [133].

Психологические аспекты внедрения информационных технологий в процесс обучения были рассмотрены в работах Ю. Д. Бабаевой [16], А. В. Брушлинского [35], А. Е. Войскунского [48], Ю. Я. Голикова [65], Е. И. Машбица [133], О. К. Тихомирова [186–188], С. Пейперта [216], и др.

Анализ психолого-педагогической литературы ведёт к осознанию следующих возможностей компьютера:

- доступность информационных ресурсов, являющаяся решающим фактором эффективности обучения, который можно ставить в один ряд с наличным фондом знаний и умений студента;

- возможность сделать качественный скачок в методологии образовательного процесса за счет легкого доступа к информационным ресурсам;

- обучаемый получает возможность довести решение любой задачи до конца, поскольку ему оказывается необходимая помощь, а при наличии эффективной обучающей системы — и способ получения правильного решения;

- возможность, в отличие от программированного обучения, не только выбора направления, но также и управления деятельностью обучаемого, что способствует формированию у него рефлексии своей деятельности;

- компьютер позволяет наглядно представлять результат своих действий.

Отмечаются и недостатки применения компьютера, обусловленные недостаточной опытностью разработчиков обучающих систем, возможностью студента пренебрегать собственными способностями, что может привести его к чрезмерной зависимости от компьютера.

Теоретические основы создания и применения информационных технологий, научная аргументация педагогической целесообразности их использование, дидактические условия компьютеризации обучения изложены в работах Н. В. Апатовой [10], С. А. Бешенкова [27], Ю. С. Брановского [34], Я. А. Ваграменко [40], Б. С. Гершунского [60], А. П. Ершова [79], Т. В. Капустиной [99–103], А. А. Кузнецова [117], М. П. Лапчика [121], Б. Ф. Ломов [124], Е. И. Машбица [133], В. М. Монахова [137–139], Ю. А. Первина [149], Е. С. Полат [157], И. В. Роберт [168] и др.

Анализ психолого-педагогической литературы позволяет утверждать, что внедрение информационно-коммуникационных технологий обучения (ИКТО) должно руководствоваться жёсткими критериями целесообразности, эффективности, содержательности. Определим основные требования, которым должны удовлетворять ИКТО:

- педагогические требования (обеспечение научной достоверности, интерактивности, организация самостоятельной учебной и исследовательской

деятельности, обеспечение преемственности изучаемого материала, учёт специфики конкретного предмета;

- эргономические требования (психологические требования, включающие гуманное отношение к обучаемому, индивидуальное и дифференциальное обучение; санитарно-гигиенические требования, обеспечивающие минимальность степени утомления);

- технические требования: простота, надёжность, устойчивость к некорректным действиям пользователя, возможность лёгкого возврата на исходные позиции;

- эстетические требования соответствия составляющих мультимедиа-технологии(звук, видео изображение, графическое изображение, анимация) функциональному назначению ИКТО;

- требование к оформлению, обеспечению документацией определяется обеспечением руководствами для пользователя, методическими пособиями для студентов, удовлетворяющими единому порядку оформления документов.

Для успешного решения главной задачи — обеспечения усвоения студентом системы научных знаний из любой предметной области — необходимо, чтобы ИКТО обеспечивали [66]:

- безукоризненно четкую логику изложения материала, позволяющую зримо проследить последовательность умозаключений, содержание и структуру научных методов дисциплины;

- изложение учебного материала по разветвленной схеме, разработанной с учетом возможных уровней подготовки студентов и их интересов и склонностей;

- различные методы и средства побуждения студентов к мотивированной умственной деятельности (четкая постановка учебных задач, включение в текст компьютерного учебного пособия прикладных задач и т. п.);

- различные средства и методы стимулирования познавательной деятельности студентов и управления ею;

- системы вопросов, упражнений и задач на определение характера ошибок в усвоении материала и выявления их причин;
- целостную систему контроля за усвоением знаний и освоением соответствующих умений и навыков;
- систему наглядных и технических средств.

В настоящее время практика использования ИКТО в технических вузах находится на стадии становления, что объясняется сравнительно поздним началом использования учебными заведениями необходимых для внедрения ИКТО технических и программных средств. Отмечается малое количество разработок, содержащих методологию использования информационно-коммуникационных технологий. В том числе существует необходимость в учебном программном обеспечении, охватывающем как отдельные разделы определенного учебного курса, так и комплекс учебных дисциплин схожего направления (математических, физических и т. д.).

Третий этап информатизации общества можно обозначить как социализацию (от лат. *socialis* — общественный) информационных фондов. Это предполагает создание интегрированных компьютерных информационных фондов с удалённым доступом. Информатизация становится таким же стратегическим ресурсом общества, как и материальные и энергетические ресурсы [81].

Наращивание темпов роста научно-технического прогресса, определяемое внедрением в производственный процесс компьютерных систем управления и робототехники, обусловило постановку перед учебным процессом следующей задачи — воспитать и подготовить будущих специалистов, способных к активной самостоятельной деятельности на современном этапе развития общества, сопряженный с информатизацией. Решение данной задачи коренным образом связано с технической оснащённостью учебных заведений средствами информационно-коммуникационных технологий (СИКТ).

С. М. Вишнякова [47] под СИКТ рассматривает «...программные, программно-аппаратные и технические средства, функционирующие на базе вы-

числительной техники и информационных систем, обеспечивающих возможность доступа к информационным ресурсам компьютерных сетей, а также операции по сбору, накоплению, хранению, обработке и передаче данных».

И. В. Роберт [167] понимает под СИКТ «...программно-аппаратные средства и устройства, функционирующие на базе микропроцессорной, вычислительной техники, а также современных средств и систем информационного обмена, обеспечивающие операции по сбору, продуцированию, накоплению, хранению, обработке, передаче информации».

К СИКТ относятся: ЭВМ, ПЭВМ (персональные ЭВМ); комплекты терминального оборудования для ЭВМ всех классов, локальные вычислительные сети, устройства ввода-вывода информации, средства ввода и манипулирования текстовой и графической информацией, средства архивного хранения больших объёмов информации и другое периферийное оборудование современных ЭВМ; устройства для преобразования данных из графической или звуковой форм представления данных в цифровую и обратно; средства и устройства манипулирования аудиовизуальной информацией; современные средства связи; системы искусственного интеллекта; системы машинной графики, программные комплексы (языки программирования, трансляторы, компиляторы, операционные системы, пакеты прикладных программ и пр.) и др [166–168].

СИКТ позволяют сократить время на добывание знаний, тем самым интенсифицировать учебный процесс; способствуют развитию наглядно-действенного, наглядно-образного, интуитивного, творческого мышлений; создание творческих условий моделирования практических ситуаций.

Из всего многообразия СИКТ наиболее приемлемым является компьютер. Компьютер позволяет динамически сочетать вызовы и помощь, является идеальным средством контроля за промежуточными вычислениями, тем самым стимулируя активность студента; выполнение вычислений в приемлемом для студента темпе содействует индивидуализации процесса обучения; строгость в соблюдении вычислительных операций позволяет повышать

творческий, интеллектуальный уровень учебного процесса, большие визуальные возможности, конструирование алгоритмов вычисления вносят в учебный процесс элементы творчества.

Как средство обучения, компьютер способствует повышению эффективности и качества обучения, развитию интуитивного, творческого мышления, появлению возможности, в условиях сокращения количества аудиторных занятий, оптимизировать преподавание математики, углубляя, расширяя творческие возможности студентов, позволяя найти новые дидактические возможности:

- расширять возможности предъявления учебной информации, уделяя больше внимание качественным аспектам;
- усиливать мотивацию учения;
- устранять ситуацию неуспеха в обучении;
- активизировать творческий процесс;
- активно вовлекать обучаемых в учебную деятельность;
- качественно изменять контроль за деятельностью обучаемых и повышать эффективность контроля деятельности обучаемых;
- прививать вкус к анализу результатов;
- вырабатывать устойчивые практические навыки проведения математических рассуждений;
- способствовать формированию у обучаемых рефлексии собственной деятельности.

Широкое распространение получили программные средства (ПС) для непосредственного использования компьютера, как средства обучения и учебного процесса, в отечественной и зарубежной образовательной практике. Многолетний опыт использования различных видов ПС в учебных целях показал многогранность возможностей их применения. В то же время остаются вопросы недостаточной разработанности теоретической базы, обосновывающей необходимость разработки и использования ПС в целях обучения, в том

числе отсутствует единая классификация комплекса необходимых требований.

Программным средством учебного назначения будем называть ПС, в котором отражается некоторая предметная область, в той или иной мере реализуется технология её изучения, обеспечиваются условия для осуществления различных видов учебной деятельности [166].

С помощью ПС можно представлять на экране в различной форме учебную информацию; интенсифицировать процессы усвоения знаний, приобретения умений и навыков учебной или практической деятельности; эффективно осуществлять контроль результатов обучения, тренаж, повторение; активизировать познавательную деятельность обучаемых; формировать и развивать определенные виды мышления.

Методические цели, наиболее эффективно реализующиеся с использованием ПС:

- индивидуализация и дифференциация учебного процесса при сохранении его целостности;
- осуществление самоконтроля и самокоррекции;
- осуществление контроля с обратной связью, с диагностикой и оценкой результатов учебной деятельности;
- расширение содержательной компоненты дисциплины «Математика» за счёт выполнения на ЭВМ трудоёмких рутинных операций, связанных с вычислительной деятельностью или работой с большими объёмами информации, усиление осознанности учебного процесса, повышение его интеллектуального и логического уровня;
- усиление мотивации обучения;
- существенное повышение пропускной способности информационных каналов учебного процесса (за счёт способности компьютера к построению визуальных и других сложных образов);
- внесение в учебный процесс принципиально новых познавательных средств: вычислительного эксперимента, моделирования и имитации изучае-



мых объектов и явлений, проведения лабораторных работ в условиях имитации в компьютерной программе реального опыта или натурального эксперимента, решения задач с помощью экспертных систем, конструирования алгоритмов и пополнения баз знаний;

- возможность осуществления творческой исследовательской деятельности, связанной с переработкой и обобщением больших объёмов информации;
- компьютерная визуализация учебной информации.

Обобщая вышеизложенное, отметим, что в основном целесообразность применения СНИКТ, в частности ПС, определяется их использованием в качестве средства визуализации учебной информации, средства формализации знаний о предметном мире, инструмента измерения, отображения и воздействия на предметный мир.

И. В. Роберт [166] определяет, что педагогические программные средства (ППС) — это прикладные программы, предназначенные для организации и поддержки учебного диалога пользователя с компьютером. Функциональное назначение ППС — предоставлять учебную информацию и направлять обучение, учитывая индивидуальные возможности и предпочтения обучаемого. ППС предполагают усвоение новой информации при наличии обратной связи пользователя с программой. К ППС можно отнести: компьютерный или компьютеризированный курсы (программное средство по определенной теме), компьютерное учебное пособие (интегрированный компьютерный учебный курс по предмету с методическими разработками отдельных тем); программно-методический комплекс (объединенный комплекс компьютерных курсов, компьютерных учебных пособий, тематического плана для достижения общей цели и методического пособия для работы с ними).

В своём исследовании мы используем компьютерные математические системы (КМС), относящиеся к классу универсальных вычислительных сред. Вычислительная среда — это электронная оболочка, позволяющая решать математические задачи численного или символьного вычислительного харак-

тера. Подобные ПС разрабатываются так, что пользователь с помощью панели инструментов или имеющихся встроенных функций вводит условие своей задачи (программы), заполняет эту оболочку, и по внутренним алгоритмам системы происходит решение данной задачи. При этом ввод и вывод можно осуществлять на профессиональном языке пользователя. Плодотворная идея искусственного интеллекта привела к появлению таких видов программного обеспечения, как системы компьютерной математики (предназначены для графических построений и численных, символьных вычислений) и компьютерные математические системы (сочетают свойства систем компьютерной алгебры и универсальных языков программирования).

В связи с этим появился комплекс научных работ, в которых разрабатывались теоретические и практические основы использования этих программных продуктов в обучении математике. Одними из первых работ такого рода были: кандидатская диссертация Т. Л. Ниренбург [143], посвященная использованию системы компьютерной алгебры Derive в обучении математике, статья Ю. В. Позняка [156] о новых возможностях в преподавании математики на основе КМС Mathematica. Т. Л. Ниренбург [143] провела классификацию компьютерно-ориентированных задач, предложила реализацию факультативного курса с использованием среды Derive для решения математических задач в старших классах средней школы. Перспективам разработки и внедрения новой информационной технологии обучения на уроках математики с помощью КМС Mathematica посвящены статьи В. М. Монахова [138], С. В. Земскова [89]. Некоторые аспекты методики преподавания аналитической геометрии на основе систем компьютерной математики рассмотрены в статье Ю. И. Воротницкого [54]. Первыми работами по применению КМС Mathematica в вузовском образовании были монография Т. В. Капустиной [99] и её докторская диссертация [101], кандидатская диссертация С. А. Дьяченко [78].

Т. В. Капустина предлагает строить учебный процесс традиционно: лекции, семинары, лабораторные работы. Однако на лекциях использовать

компьютерные демонстрации и компьютерное решение задач, на семинарах применять компьютерное решение задач, лучше всего — основанное на готовых, запрограммированных в КМС заранее, решениях опорных задач по изучаемой теме.

С. А. Дьяченко [78] разработала методическую модель обучения высшей математике на первом курсе вузов естественно-технического профиля с применением КМС Mathematica. В этой модели знания, полученные на лекции, составляют теоретическую базу курса. Умения и навыки решения конкретных математических задач формируются на практических занятиях. Лабораторные работы становятся связующим звеном теоретических знаний студента и его практических умений.

В работе В. П. Дьяконова [77] отмечается факт неверной оценки потребности в таких системах, как результат нехватки знаний систем символьной математики у преподавателей вузов: «...некоторые преподаватели полагают, что системы символьной математики отучают школьников и студентов от анализа математической сущности задач, однако такое мнение обусловлено недостаточно глубоким знакомством с возможностями и принципами работы КМС».

С. А. Дахер [73] утверждает, что КМС Mathematica может быть использована на самых различных по содержанию и организации учебных и внеучебных занятиях. При этом она органично вписывается в рамки традиционного обучения с широким использованием всего арсенала средств. Большое внимание ею уделяется частоте, условиям проведения лабораторных работ, формированию чётких инструкций, содержащих информацию о КМС Mathematica, принципам её использования, порядку выполнения работ, контрольным вопросам по темам. С. А. Дахер раскрывает возможности КМС Mathematica в новых лекционных формах, таких, как лекция-визуализация, проблемная лекция, появление которых обусловила гуманизация и которые способствуют развитию современной системы образования в направлении реализации творческих способностей каждого студента.

Комплексное использование КМС Mathematica в качестве базовой в учебном процессе высших учебных заведений предлагают Ю. В. Позняк [155], Ю. И. Воротницкий [54], С. В. Земсков [89].

В. А. Шершнева [204] отмечает, что в соответствии с ФГОС, основной целью обучения математике студентов инженерного вуза становится формирование математической компетентности — проекции общекультурных и профессиональных компетенций на предметную область математики. Дидактическим ядром математической компетентности является совокупность знаний, умений и навыков по математике вместе со способностью и готовностью выпускника применять их в профессиональной деятельности (которые также традиционно называют навыками математического моделирования в области профессиональной деятельности (ОПД)). Таким образом, цель обучения математике в инженерном вузе содержит такие компоненты (частные цели), как формирование знаний, умений и навыков по математике, а также формирование навыков математического моделирования в ОПД, для чего следует выделять в обучении математике математико-теоретическую и математико-прикладную содержательно-методические линии соответственно.

Далее показано, что информационное общество приводит к необходимости дополнить математическую компетентность качествами личности студента, которые обеспечивают готовность комплексно использовать в профессиональной деятельности математические методы и современные ИКТ: в разделе V ФГОС приведены профессиональные компетенции, связанные с готовностью применять пакеты прикладных программ и другие ИКТ в математическом моделировании при инженерных расчетах. Студенту необходимы не только знания об ИКТ, но и способность и готовность использовать их в процессе математического моделирования в ОПД, которые необходимо формировать в обучении математике, выделяя для этого еще одну, математико-информационную содержательно-методическую линию обучения.

Накоплен немалый опыт эффективного внедрения КМС в сфере высшего образования (в вузах Москвы, Санкт-Петербурга, Новосибирска, Мин-

ска, Ярославля, Томска, Астрахани и др.). Использованием КМС при обучении математике в вузах занимаются У. В. Плясунова, Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского (определение дидактических принципов использования системы MathCAD в роли основного средства при проведении практикумов); А. В. Паньков (обучение решению задач с экономическим содержанием с использованием среды Mathematica), В. Н. Веретенников, Российский государственный гидрометеорологический университет, г. Санкт-Петербург (компьютерные задачки по высшей математике); В. П. Дьяконов, Смоленский государственный педагогический университет (вычислительные практикумы для студентов, применение компьютерной графики математических систем, вопросы применения различных КМС — MathLAB, MathCAD, Mathematica, Derive, Maple); Ю. Г. Игнатьев, Казанский (Приволжский) федеральный университет (Применение Maple в обучении математике и научных исследованиях), С. А. Дьяченко, Орловский государственный университет (использование среды Mathematica при изучении аналитической геометрии); Т. В. Капустина, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета (использование КМС Mathematica при обучении геометрии и эконометрике); В. М. Волчков, Н. А. Зюбан, О. Б. Крючков, Волгоградский государственный технический университет (математическое моделирование в MathCAD, Maple и других КМС).

Анализ теории и практики использования конструктивно-комбинаторных возможностей КМС в обучении математике позволяет заключить следующее: преподаватель, ознакомившийся с принципами работы КМС, может эффективно применять эти системы на занятиях по математике в качестве инструмента для осуществления различных численных, символьных вычислений, визуализации графических образов, а также в педагогических целях при разработке ППС учебного назначения.

КМС можно использовать в качестве СИКТ в обучении, так как они удовлетворяют ряду положений методологии проектирования образцов ин-

формационно-коммуникационной технологии, сформулированных В. М. Мо-  
наховым [138, 139]:

- 1) создаваемые на основе КМС, новые педагогические инструменты позволяют развить творческую активность будущих инженеров и вводят методические инновации в учебный процесс;
- 2) КМС позволяют взвешенно сочетать в рамках единого учебно-воспитательного процесса учебную, учебно-научную, методическую, организационную деятельность преподавателя;
- 3) КМС позволяют интегрировать содержание традиционной математической дисциплины и банк информационных данных и информационных массивов, доступных как преподавателям, так и обучаемым;
- 4) при помощи КМС становятся доступными компиляция и совместимость НИТ как различных научных дисциплин, так и в рамках единого направления;
- 5) в рамках развития КМС востребованным является синтез учебной деятельности с компиляционным представлением всех её компонентов (системы учебных задач, соответствующих учебным действиям) преподавателем. Достижение указанной цели возможно путем моделирования особых учебных ситуаций и развития у будущих специалистов навыков действия;
- 6) ключевым принципом в педагогических технологиях на основе КМС является необходимость в активности самого учащегося; данный факт вносит дополнительные требования к мотивации учения;
- 7) реализация информационной технологии на базе КМС происходит через создание обучающего практикума для математических дисциплин;
- 8) достигается интеграция персонализированного подхода с разными формами групповой учебной деятельности;
- 9) применение КМС позволяет использовать ПК в качестве инструмента для изучения закономерностей широкого круга объектов исследований, выходя за рамки исключительно демонстрационной функции.

В нашем исследовании компьютерные математические системы рассматриваются как средства информационно-коммуникационных технологий, использование КМС является новым методом в обучении математике в высших учебных заведениях технического профиля, позволяющим вводить в вопросы программы те новые дидактические формы и новое содержание, которые расширяют уровень творческой самостоятельности студентов. Обоснованию выбора КМС Mathematica в качестве СИКТ обучения математике посвящён следующий параграф.

## **§1.2. Психолого-педагогические подходы к формированию творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов**

Решение стоящей перед высшей школой в современных условиях задачи применения приобретенных знаний, умений, навыков для решения конкретных профессиональных задач, становления знаний творческой базой компетентности специалиста неизбежно подводит высшую школу к поиску методов перехода от знаниевого способа усвоения учебного материала к общемировой тенденции формирования творческой самостоятельности студентов в предметном обучении и качественном становлении личности в единой целостности.

Обучение студентов является динамическим процессом, выражающимся в реализации триединой функции обучения — образовательно-воспитательно-развивающей, следовательно, и в его направленности на творческое развитие сущностных сил и природных задатков студентов. Тенденция усиления творческих начал урока обнаруживает себя как раз в особом внимании к организации самостоятельной работы. [178].

Идея ценности творческой самостоятельности в процессе передачи следующим поколениям полезного опыта и знаний имеют давние традиции (Сократ, Платон, Аристотель). Диалоги Сократа со своими учениками, развивая мышление, учили мыслить логически, стимулировали их творческую самостоятельность системой вопросов, направляя их на правильный ответ.

Вопросы творческой самостоятельности рассматривались и в более поздних трудах Я. А. Коменского, Ф.А. Дистервега, М. Монтессори, И. Ф. Гербарта.

К. Д. Ушинский впервые поставил задачу не только передать ученику те или иные познания, но и развивать желание и способность самостоятельно приобретать и пополнять новые познания [190].



Л. Н. Толстой развивал принцип свободного воспитания, заключающийся в побуждении интересов учащихся, заложенных в самой их природе, а не на принудительном усвоении того, что им преподносит программа. Обучение должно представлять собой процесс активной, сознательной и творческой переработки и усвоения учебного материала[189].

К. Н. Венцель полагал, что ребенок должен получить знания в таком количестве, как он пожелает, и тогда, когда в этом чувствует потребность [46].

С. Т. Шацкий использовал проектный метод в преподавании, целью которого является развитие самостоятельной творческой активности учащихся [201].

Вопросами творчества занимались С. Л. Рубинштейн [171], А. Пуанкаре [160], Г. Уоллес, Ж. Адамар, Н. А. Бердяев [24], В. Н. Дружинин [75], Л. С. Выготский [56].

А. Пуанкаре утверждал, что математическое творчество состоит в том, чтобы не создавать бесполезных комбинаций с помощью уже известных математических объектов, а строить такие, которые оказываются полезными, а их ничтожное меньшинство. Творить — это отличать, выбирать [160].

С. Л. Рубинштейн определил, что изобретательское творчество должно создавать вещь, механизм, предмет, прием, который разрешает определенную проблему действительности, опираясь на историческое развитие научной мысли. «Творчество— деятельность человека, созидаящая новые материальные и духовные ценности, обладающие общественной значимостью» [171].

А. Маслоу считал, что творческим человек является от рождения и это безотносительная способность каждого, не зависящая от природных, этнических, культурных или иных различий. Проявить и не потерять эту способность в результате «окультуривания» на любом жизненном этапе возможно через скрытые ресурсы человека, его потенциальные возможности и таланты.

Таким образом, к причинам развития творчества А. Маслоу добавляет стремление человека раскрыть свой творческий потенциал.

В работах М.С. Бернштейна проблема истинного творчества рассматривается им как одержимость, как невозможность не выполнять эту работу, так как в ней предоставляется та самая благоприятная возможность самовыражения, а также «возможность сказать людям свое особое, индивидуальное и неповторимое слово».

Согласно определению Я. А. Пономарёва, творчество в широком смысле слова есть всякое взаимодействие, ведущее к развитию; это механизм развития. «Творчество — необходимое условие развития материи, образования её новых форм, вместе с возникновением которых меняются и сами формы творчества. Творчество человека — лишь одна из таких форм». Творчество в самом широком смысле выступает как механизм развития, как взаимодействие, ведущее к развитию [159].

Творческая деятельность — всякая практическая или теоретическая деятельность человека, в которой возникают новые, по крайней мере, для субъекта деятельности, результаты.

Согласно В. В. Афанасьеву, «...творчество есть свойственная человеку целенаправленная деятельность, отмеченная неординарностью, оригинальностью, нешаблонностью мышления, чувствований, действий и направленная на получение новых, существенных свойств, признаков, качеств у привычных процедур и процессов, конечного продукта практического и умственного труда, а также на реализацию своих собственных возможностей в интеллектуальной, эмоциональной и предметно-практических сущностных сферах человека» [15].

Ю.Н. Кулюткин и Г.С. Сухобская считают, что «понятие творчества содержит в себе два взаимосвязанных аспекта. Во-первых, творчество — это деятельность личности по созданию материальных и духовных ценностей, имеющих социальное, а не только личное значение. Во-вторых, под творчеством понимается сам процесс достижения результата, причем такой про-

цесс, в котором личность реализует и утверждает свои потенциальные силы и способности и в котором она сама развивается» [141].

В педагогической энциклопедии творчество определяют как «высшую форму активности и самостоятельности человека» [170].

Стадии творческого процесса, описанные учеными психологами и математиками-философами (А. Пуанкаре, Г. Уоллес, Д. Пойа), подразделяются на подготовительную (ставится задача, делаются попытки ее решения), инкубационную (внутренняя бессознательная работа над отложенной задачей), озарение (интуитивное чувство готовности к решению отложенной задачи), проверка (решение задачи) [160].

Ж. Адамар отмечал, что второй и третий этапы — плоды бессознательного. «Бессознательное решает не только задачу создания различных идей, но и существенную и деликатную задачу выбора сочетаний, удовлетворяющих нашему чувству красоты и, следовательно, имеющих шансы быть полезными.»

В период понимания психики как отображения, идеального субъективного образа объективного мира, Я. А. Пономарев отмечает, понятия «интуиции», «бессознательного» признаются ненаучными. В период, трактующий психику как субъективное отражение действительности, как динамическую модель, как материальное, понятия «интуиции», «бессознательного» восстанавливаются уже в диалектико-материалистической трактовке.

Я. А. Пономарев [159] в 80-е годы определяет четырехфазную классификацию творческого процесса: первая фаза — сознательная работа, называемая «подготовка»; вторая фаза заключается в бессознательной работе над проблемой, называемая «созревание»; третья фаза, называемая «вдохновением» — поступление идеи решения в результате бессознательной работы в сферу сознания; четвертая — сознательная работа над оформлением и проверкой.

Согласно Я. А. Пономареву, творческая деятельность, изменяя окружающий мир, меняет внутренний мир самого человека. Творчески мыслящий

студент видит побочные результаты, которые являются творением нового, а нетворческий видит только результаты по достижению цели (целесообразные результаты), проходит мимо новизны [159].

В процессе мышления человек использует совокупную информацию, которой располагает индивид, раскрывает содержание, которое в неявной форме входило в условия задачи, сопоставляет его с имеющимися у него знаниями, осмысливает и перестраивает проблемную ситуацию и, оперируя образами, приходит к решению задачи. Посредством мышления человек не только вырабатывает знания, но и создает новые методы их производства. Расширяется круг осуществляемых им задач. Это значит, что человеческому мышлению органически свойственно творчество [200].

А. М. Матюшкин отмечает, что «...творческое мышление составляет высший уровень развитого мышления и соответствует возможностям проявления оригинальных форм поведения, обеспечивающих достижение (создание и т. п.) оригинальных продуктов (изобретений, открытий и т. п.). Творческое мышление как форма поведения (деятельности) является результатом научения; только отдельные индивиды обладают возможностями к творчеству». Творчеству можно научить, а стимулировать его можно при групповой работе. Из исследований А.М. Матюшкина: «Общим показателем творческого процесса группы является оригинальность решения, составляющая одновременно и показатель эффективного мышления. К основным стимулам организации творчества в группе относится создание оптимальных условий, обеспечивающих творческое состояние участников и типов творческого взаимодействия, которые способствуют возникновению и проявлению нестандартных (оригинальных) реакций на предъявляемую ситуацию (задание)». И далее: «В условиях группового творчества, как продуктивного процесса, оно приобретает для каждого участника все более личностный характер, обеспечивающий развитие творческого мышления в условиях учебного общения, групповых форм учения, игры, профессиональной деятельности» [131].

Согласно теории о творчестве, исходной точкой творчества являются активность и самостоятельность, ассоциативность и гибкость мышления, оригинальность, способность легко переключаться от уже решенной проблемы к началу нового поиска, новых путей решения, склонность и умение фантазировать и обобщать мысли, идеи, способность аккумулировать внутреннюю энергию для решения задач.

Границу между творческой и нетворческой деятельностью пытались найти многие авторы, занимающиеся вопросами творчества. Интересна точка зрения о творческой и нетворческой (алгоритмической) деятельности С. М. Шалютина. Алгоритмический компонент предполагает стандартную ситуацию, определённые элементы которой преобразуются стандартными методами в соответствии со стандартной целью. Творческий характер деятельности имеет место, когда метод деятельности не задан заранее, а определяется субъектом в соответствии с особенностями ситуации. Творчество, с психологической стороны, заключается в неалгоритмическом характере действий по достижению определенных целей. Творчество приводит либо к постановке новых задач, либо к решению задач, методы, решения которых ранее неизвестны, либо к созданию новых методов [200].

В.И. Загвязинский обращает внимание на ряд сложных умений, необходимых для творческой деятельности: умение анализировать исходную ситуацию, выдвигать гипотезу, моделировать искомое состояние объекта, находить альтернативы с очевидным решением, экстраполировать подходы, методы и некоторые другие. К числу комплексных умений автор относит умение проводить проблемный анализ изучаемого объекта, вычленять проблему и конкретизировать ее в задаче[84].

Я. А. Пономарев к методам исследования творчества относят две категории: методы получения исходных данных (использование непосредственного опыта) и методы их регистрации и предварительной обработки. Первая представлена методами традиционной психологии творчества (самонаблюдение творцов за ходом своего творчества, изучение библиографических

данных творцов за ходом творческого процесса, анкетирование, интервьюирование). Авторы исследований о возможности самонаблюдения за процессом творчества (Б. А. Лезин, Блох, С. О. Грузенберг, И. И. Лапшин) отмечали, что бессознательное не может быть схвачено самонаблюдением. П. М. Якобсон на примере методов «творческой биографии», «методически построенного собеседования» отвергает положение о возможности неосознаваемых действий, полагая, что все, что ни совершал бы изобретатель, обязательно представлено в сознании, но в силу увлеченности может забыться. Пропуски при передаче процесса творческой работы бывают не у всех изобретателей и не на одинаковых местах, значит, один изобретатель может корректировать другого. Для вскрытия свойств творческого процесса важен весь комплекс высказываний и указаний. Методы исследования творчества должны давать возможность различать осознаваемый компонент действия человека (прямой продукт), который отражается в самонаблюдении, доступен ему и может быть зарегистрирован с его помощью, и неосознаваемый компонент (побочный продукт), который в самонаблюдении не представлен и для регистрации которого необходимы иные, специальные приемы.

А. М. Матюшков, в результате рассмотрения обширного числа исследований мышления, приходит к выводу, что условием формирования новых актов поведения, новых знаний и действий служит ситуация новой для субъекта задачи [131].

Анализ психолого-педагогических работ позволяет утверждать, что творчество (созидание, творение) — процесс деятельности по созданию субъективных материальных, духовных ценностей (нового для данного человека), представляющего объективно новый (уникальный) результат. Виды творчества соответствуют видам практической и духовной деятельности (производственно-техническое, изобретательское, научное, философское и др.).

В «Российской педагогической энциклопедии» самостоятельность определяется как одно из ведущих качеств личности, выражающееся в умении

ставить перед собой определенные цели и добиваться их достижения собственными силами. Самостоятельность предусматривает ответственное отношение человека к своему поведению, способность действовать сознательно и инициативно не только в знакомой обстановке, но и в новых условиях, в том числе требующих принятия нестандартных решений.

Самостоятельность — независимость, свобода собственного выбора, возможность или способность действовать без чьего-либо вмешательства или обладать собственной инициативой.

С. Л. Рубинштейн самостоятельность определяет как осознанное мотивирование действий и их обоснованность, неподверженность чужим влияниям, стремление и способность поступать в соответствии со своим личным убеждениям[171].

А. И. Щербаков самостоятельность определил как «интегральное свойство личности, базирующееся на единстве ума, чувств, воли, характера...»[206].

П. П. Блонский, А. М. Матюшкин, Н. А. Менчинская рассматривают самостоятельность как необходимое условие продуктивности мыслительных процессов, свойство ума [131].

Г. И. Щукина характеризует самостоятельность как «способность к поиску различных путей решения учебно-познавательных задач без участия взрослых и помощи со стороны». Именно от становления самостоятельности зависит активность человека, его ориентировка в окружающей действительности[207].

П. И. Пидкасистый утверждает, что самостоятельность характеризуется двумя факторами: во-первых, знаниями, умениями и навыками, во-вторых, отношением личности к процессу деятельности, ее результатам и условиям осуществления, а также складывающимися в процессе деятельности связями с другими людьми. Кроме того, «главный признак самостоятельной деятельности как дидактической категории проявляется в том, что цель деятельности

ученика несет в себе одновременно и функцию управления этой деятельностью» [151].

А. Н. Леонтьев рассматривает самостоятельность как черту личности, которая определяет выбор и реализацию определенного способа решения задач [122].

С. Н. Дворяткина при вероятностном стиле мышления определяет самостоятельность как умение собственными силами выделить проблемную ситуацию и разрешить ее оригинальным способом, не поддаваясь влиянию стереотипов и внешнему воздействию [74].

А. В. Конышева полагает, что понятие самостоятельности включает три взаимосвязанных качества: 1) независимость как способность самому, без подсказки извне, принимать и осуществлять решения, 2) ответственность, готовность отвечать за последствия своих поступков, 3) убеждение в реальной социальной возможности и моральной правильности такого убеждения [113].

По мнению некоторых ученых, самостоятельность соотносится с любой деятельностью, совершаемой собственными силами, по собственной инициативе (А. Н. Аристова, Р. А. Низамов, Г. И. Щукина). Большинство ученых при определении самостоятельности склоняются к волевой творческой деятельности (А. В. Конышева, А. И. Щербаков, А. Н. Леонтьев, П. И. Пидкасистый, С. Л. Рубинштейн и др.). Большая группа определений самостоятельности позволяет утверждать, что без развития самостоятельности нет творчества (П. П. Блонский, А. М. Матюшкин, Н. А. Менчинская, С. Н. Дворяткина). Самостоятельность определяется как способность к творческой деятельности, составляющими которой являются:

- действия по установлению нового факта, явления;
- умение ставить цели, выдвижение гипотезы, действия по формулированию проблемы задачи;
- действия по установлению существенных связей, закономерностей;
- определение путей поиска новых фактов;



- потребность и умение увидеть и поставить новый вопрос, проблему и решить ее своими силами;
- способность ориентироваться в новой ситуации.

Изучение проблемы творчества и самостоятельности многими исследователями указывает на их тесную связь, которая позволяет интегрировать эти понятия в категорию творческой самостоятельности. Для творчества надо обладать знаниями, умениями и навыками, а это, по определению П. И. Пидкасистого, один из факторов самостоятельности, значит, она является условием творчества. Современное усвоение содержания образования предполагает усвоение систематизированных знаний, умений и навыков на уровне готовности к их творческому применению, обеспечения творческого развития личности, способности к самосовершенствованию и саморазвитию. Право на самостоятельность обеспечивает личную ответственность за решение проблемных ситуативных, профессиональных задач. Для становления самостоятельности необходимо создавать условия привлекательности, творчества, престижности процесса деятельности, при которых поставленная цель достигается. По мнению педагога Пидкасистого, «высшая школа постепенно, но неуклонно переходит от передачи студентам информации в готовом виде к управлению их самостоятельной учебно-познавательной деятельностью, к формированию у них опыта самостоятельной творческой работы [153].

В философии творческую самостоятельность, как сущностное свойство человека, рассматривали М. М. Бахтин, Н. А. Бердяев, Вл. Соловьев, и др. Н. А. Бердяев пишет: «Творчество неотрывно от свободы. Лишь свободный творит. Из необходимости рождается лишь эволюция; творчество рождается из свободы. Свобода есть положительная творческая мощь, ничем необосновываемая и не обуславливаемая, льющаяся из бездонного источника. Свобода есть мощь творить из ничего, мощь духа творить не из природного мира, а из себя. Свобода в положительном своем выражении и утверждении и есть творчество. Свобода — колодезь бездонно глубокий, дно его — последняя тайна.» [24].

В психологии проблема творческой самостоятельности анализируется в работах А. Г. Асмолова, А. Маслоу, С. Л. Рубинштейна и др.

В педагогической науке проблема творческого самовыражения личности освещалась В. И. Андреевым, В. А. Сластёниным, В. А. Сухомлинским, А. П. Тряпицыной.

Развитие творческой самостоятельности в образовательном процессе рассматривали В. В. Давыдов, А. И. Савенков, Д. Б. Эльконин, И. С. Якиманская и др.

Выделены четыре направления исследования творческой самостоятельности: как способности мышления (А. В. Брушлинский, А. З. Рахимов); как способности к действию в новых условиях (А. Г. Асмолов, А. Б. Ительсон, К. К. Платонов); как совокупности творческих процедур учебно-познавательной деятельности (В. И. Андреев, И. Я. Лернер, В. С. Шубинский); как условия для проявления субъектной позиции (С. Л. Рубинштейн, А. П. Тряпицына).

По А. В. Качалову, «...творческую самостоятельность можно понимать в двух аспектах: как качество личности, отражающее отношение человека к познанию, его результатам и условиям осуществления, отношение к учебной деятельности как творческой, способствующей преобразовать имеющееся знание в новое состояние; как деятельность, проявляющуюся в самоуправлении процессом творческого преобразования целей и результатов учения» [106].

Следовательно, творческая самостоятельность как деятельность — это целенаправленная, управляемая самим субъектом творческая деятельность; как качество личности — это интегративное свойство личности, объединяющее в себе стремление к познанию, преобразованию своего знания на основе творческого поиска и создания нового, оригинального продукта, необходимого для эффективного продвижения по ступеням познания.

Творческая самостоятельность — интегральное качество личности, характеризующееся способностью самостоятельно ставить цель учебно-

профессиональной деятельности и прогнозировать ее творческое решение, актуализировать необходимые знания и способы ее достижения, планировать и корректировать свои действия, соотносить полученный результат с поставленной целью [106].

В. И. Андреев определяет: «Творчески саморазвивающаяся личность — это личность, ориентированная на творчество в одном или нескольких видах деятельности на основе самоактуализации все более сложных творческих задач и проблем, в процессе разрешения которых происходит самосозидание, т. е. творческое позитивное изменение «самости», среди которых системообразующими являются самопознание, самоопределение, самоуправление, самосовершенствование и творческая самореализация» [9].

Е. И. Цопанова утверждает, что творческая самостоятельность личности — это интегративный творческий процесс сознательного личностного становления, основанный на взаимодействии внутренне значимых и активно воспринятых внешних факторов. Творческое развитие личности студента в учебном процессе вуза обеспечивает дальнейшую творческую самореализацию в профессиональной деятельности [198].

Н. В. Зинченко определяет творческую самостоятельность студентов, как качество развивающейся личности, ориентированное на активное приобретение знаний, умений и навыков и их творческое использование в учебной деятельности [90].

А. Н. Кузнецова пишет: «творческая самостоятельность определяется как способность и готовность учащегося к решению ряда задач, не допускающих переноса готовых образцов деятельности и предполагающих рефлекссию и саморазвитие его процессуальной и личностной сфер [118].

О. А. Челядинова определяет: «Творческая самостоятельность студентов педагогического вуза — это самоорганизация активной самостоятельной деятельности, основанная на принятии ценности творчества, стремлении к творчеству во всех его проявлениях и аспектах, модифицированию, комби-

нированию собственной деятельности, импровизированию в решении педагогических проблем, самореализации» [199].

А. А. Кулешова рассматривает творческую самостоятельность студента как важный фактор социальной, профессиональной и личностной самореализации человека.

Можно выделить три направления подхода к сущности понятия «творческая самостоятельность». Первое направление характеризует творческую самостоятельность как деятельность, второе — как черту личности, третье направление характеризует как деятельность и черту личности в целом. Мы придерживаемся третьего направления к сущности понятия «творческая самостоятельность», так как оно позволяет рассматривать ее и как деятельность, направленную на становление знаний, умений, навыков творческой базой компетентности будущего специалиста, и как качество личности, являющиеся средствами для ее достижения, и как результат этой деятельности.

Творческая самостоятельность является фактором личностной, профессиональной, социальной самореализации. Определение понятия «творчество» как процесса создания человеком субъективных ценностей предполагает наличие высокого уровня самостоятельности, которую можно определить как творческую самостоятельность. Суть творческой самостоятельности воспринимается как единство созидającego, интеллектуального и волевого, активного факторов познавательной деятельности, выражающееся в приобретении навыков переноса приобретенных знаний, умений и навыков к решению новых проблем, комбинирования ранее известных способов деятельности к решению новых проблем.

В своей работе мы считаем, что *творческая самостоятельность будущих инженеров есть интегративное качество личности, проявляющееся в стремлении и умении собственными силами обеспечивать личную ответственность за решение проблемных, ситуативных, профессионально-ориентированных задач будущего инженера.*

Формирование творческой самостоятельности является одним из сильнейших факторов в профессиональном становлении личности, исходя из этого в структуре творческой самостоятельности можно выделить мотивационно-ценностный, когнитивный, креативно-деятельностный, рефлексивно-оценочный компоненты.

Мотивационно-ценностный компонент отражает наличие целевого интереса, стимулирующего, побуждающего к совершению творческой деятельности, отражающегося в любознательности, стремлении познать новое, ориентации на усвоение приемов самостоятельного приобретения знаний, подготовку к будущей профессиональной деятельности, осознание возможности дальнейшего социального продвижения, рефлексию (осознание) студентом собственной системы ценностей.

Когнитивный (познавательный) компонент, включающий совокупность знаний, умений, навыков общеобразовательного и профессионального характера, способствующих решению творческих задач, владение мыслительными операциями сравнения и сопоставления, анализа и синтеза, индукции и дедукции.

Креативно-деятельностный компонент включает планирование и организацию самостоятельной творческой деятельности, возможности студентов в создании нового самовыражения в индивидуальной творческой деятельности, включающей владение разнообразными способами творческой деятельности в различных сферах.

Коммуникативный компонент, в состав которого входят коммуникативные функции личности, включающие в себя готовность к сотрудничеству, гибкому и конструктивному ведению диалога.

Рефлексивно-оценочный включает самооценку собственной творческой деятельности, умение прогнозировать собственную самостоятельную деятельность, ее цели, задачи и ход с учетом своих творческих особенностей и возможностей, исследовать перспективность роста и развития своих творческих способностей.

В психолого-педагогической науке различают два типа познавательной деятельности: репродуктивный и продуктивный. Первый определяется как «воспроизведение или повторение уже ранее создавшихся и выработанных приемов поведения». Второй характеризуется тем, что направлен на создание чего-то нового. С репродуктивной познавательной деятельностью связана воспроизводящая познавательная самостоятельность, с продуктивной — творческая. Опираясь на приведенные определения, можно сказать, что репродуктивная познавательная деятельность подразумевает восприятие готовых знаний, их осмысление (установление связей, выделение главного и т. д.), что приводит к пониманию. Основное из понятого (исходные положения, выводы) студент запоминает, запоминание понятого приводит к усвоению. Для доведения до уровня овладения студент проходит этап применения, который проходит либо на репродуктивном (алгоритмическом) уровне, либо на творческом (поисковом) уровне. Последний этап в вузовском обучении явно недооценивается, что делает процесс овладения знаниями незавершенным [148].

Продуктивный тип познавательной деятельности состоит из ориентировочного, исполнительского и контрольно-систематизирующего этапов, добывание и применение знаний носит поисковый, творческий характер. Продуктивный тип — творческий подход к решению проблемы, внесение чего-то нового, нахождение на основе имеющихся знаний и собственного опыта нестандартных способов решения.

Процесс формирования творческой самостоятельности студентов состоит из совокупности специально сконструированных последовательных самостоятельных творческих действий для достижения предусмотренных целей, результатов обучения. К таким учебным ситуациям можно отнести ситуации эвристического поиска, самостоятельного выбора и принятия решения, творческой самореализации.

На основе представленных компонентов творческой самостоятельности можно выделить критерии успешности и эффективности процесса формиро-

вания данного качества студента в процессе обучения: осознанная мотивация достижения успеха, глубина, полнота, качество знаний по изучаемой дисциплине, развитость логического и творческого мышления; готовность к совместной деятельности и осознание своей роли в ней, способность к самостоятельному переносу полученных знаний и умений в различные условия деятельности.

Расклад компонентного состава творческой самостоятельности не решает практической задачи ее формирования в процессе обучения математике. Поэтому были предприняты попытки выделения уровней развития творческой самостоятельности. Исходя из вышеперечисленных критериев, ориентируясь на труды Г. И. Саранцева, можно выделить следующие уровни творческой самостоятельности:

- первый, элементарный или низкий уровень заключается в том, что студент нуждается в стимулировании творческой деятельности, контроле со стороны преподавателя за ее выполнением, выполняет те или иные действия при наличии образца или информации о способах их выполнения, ориентируется на известные способы;

- второй, средний уровень характеризуется тем, что отдельные элементы высокого уровня выполняются с помощью преподавателя, например, преподавателем может быть осуществлен контроль за решением задачи, либо дано указание на способ ее решения;

- третий, высокий уровень характеризуется самостоятельной постановкой познавательных задач, прогнозированием и самостоятельным определением наиболее эффективных путей решения задач, самостоятельным контролем и оценкой своих действий [175].

К критериям сформированности творческой самостоятельности студентов мы относим следующие:

- потребность творческой деятельности (отношение к дополнительным заданиям, чувствительность к творческой деятельности, ее независимость в

новых условиях, ситуациях, характер читательских запросов, стремление к участию в научной работе, познавательная «дотошность» и т.п.);

- самостоятельная постановка творческих задач;
- прогнозирование и самостоятельное определение эффективных путей решения задач;
- умение работать с источником информации;
- формирование опыта критического оценивания собственных успехов и неудач, личной ответственности за результаты деятельности;
- развитие коммуникативных умений.

Традиционно принято выделять следующие основные виды занятий в процессе самостоятельной работы студентов:

- работа с литературой (учебниками, справочниками, первоисточниками, методическими указаниями и т. п.), которая носит в основном рекомендательный характер;
- выполнение упражнений и решение учебных задач;
- выполнение расчетно-графических заданий, курсовых проектов и работ, дипломное проектирование.

Анализ основных направлений работы вуза, связанных с развитием профессиональной творческой самостоятельности студентов, приводит к выводу о том, что в массовой практике высшей технической школы не сложилась четкая система работы по развитию творческой самостоятельности студентов. Современное усвоение содержания образования предполагает усвоение знаний, умений и навыков на уровне готовности к их творческому применению. Как считают многие исследователи, большие возможности развития творческой самостоятельности заложены в самом процессе обучения.



### **§1.3. Прикладная направленность обучения математике студентов технических вузов в контексте информатизации образования**

ФГОС ВПО нового поколения сводит вопрос о качестве подготовки специалистов к вопросу о переходе от «знаниевого», или квалификационного, подхода к компетентностному. При этом цель профессионального образования и обучения определяется как установление соответствия между содержанием обучения и характером трудовой деятельности, между знаниями, умениями, опытом, получаемыми в результате освоения образовательных программ, и реальными задачами и проблемами. Фундаментальность образования и определяет её опережающее свойство по отношению к прикладным задачам практической деятельности будущего специалиста. Связь прикладной и фундаментальной частей должна осуществляться через классические примеры приложения высшей математики.

Проблема математической подготовки будущих инженеров рассматривалась многими исследователями. Основными направлениями ее совершенствования является профессиональная направленность обучения математике. В этом отношении особое внимание уделяется её содержательной компоненте. К ней относятся задачи прикладного характера, вопросы математического моделирования. Этими вопросами занимались С. И. Архангельский [13], Ю. М. Колягин [111], Я. Б. Зельдович [88] и др.

Для совершенствования, активизации содержательной компоненты, высвобождения от рутинных вычислений появилась возможность применения компьютерных математических систем. Над этими вопросами работали О. В. Мантуров [128], Т. В. Капустина [99], Ж. И. Зайцева [85], Е. В. Клименко [109], С. А. Дьяченко [78], Е. А. Дахер [73] и др.

В работах В. А. Шершневой [203], Ю. Я. Голикова [65] и других учёных проявляется большой интерес к развитию математического мышления и формированию навыков математического моделирования в связи с компе-

тентностной парадигмой современного целеполагания в области обучения математике студентов технических специальностей, предполагающей обновление содержания образования в сторону его практической направленности.

Творческий труд специалистов особенно ценен при нынешней рыночной экономике, где централизованное управление максимально ограничено, где конкуренция объективно требует от предприятий непрерывного роста эффективности производства, конечной прибыли, а этого нельзя добиться без творческого труда. Таким образом, в условиях рыночной экономики внимание к обучению творческому труду должно быть всемерно повышено.

Трудовая деятельность инженера всё более соприкасается с компьютером. Ведение дела с помощью компьютера всё более превращается в норму. При этом ресурс живого умственного труда многократно увеличивается ресурсом искусственного машинного интеллекта, что приводит к радикальному изменению содержания трудового процесса.

Числовые расчеты проникают во все области деятельности инженеров. Все эти расчёты основаны на математике — науке, занимающейся числовыми и геометрическими соотношениями. Математика обслуживает самые разнообразные области науки и практической деятельности. Роль математики постоянно растёт. Наука только тогда достигает совершенства, когда ей удаётся пользоваться математикой. Сложившаяся ситуация приводит к проблеме организации математической подготовки студента в техническом вузе.

Одним из принципов государственной политики в сфере образования, зафиксированным Федеральным законом «О высшем и послевузовском образовании», является интеграция в мировую систему высшего образования системы ВПО Российской Федерации при сохранении и развитии достижений и традиций российской высшей школы.

С этой целью в сентябре 2003 года Россия присоединилась к Болонскому процессу. В соответствии с требованиями Болонского процесса в России введена система двухуровневого высшего профессионального образования (ВПО) — бакалавриат и магистратура, ведётся переработка образовательных

стандартов для ВПО, внедряются системы контроля качества образования, европейская система зачётных единиц, идёт привлечение к внешней оценке деятельности вузов, студентов и работодателей.

Различаются компетенции, приобретаемые обучающимися в вузах, и компетенции, которыми должен владеть образованный человек, который не только получил высшее образование, но и обладает опытом профессиональной деятельности.

Очевидно, при организации обучения студентов речь должна идти не только о задачах, которые возникнут в будущем в результате профессиональной деятельности, но и о тех, которые стоят в данный момент. Фундаментальность образования и определяет её опережающее свойство по отношению к прикладным задачам практической деятельности будущего специалиста. Связь прикладной и фундаментальной частями должна осуществляться через классические примеры приложения высшей математики.

Деление математики на фундаментальную, чистую и прикладную не может быть проведено строго. Под чистой математикой понимается та часть математики, в которой изучаются математические модели сами по себе, без связи с теми реальными явлениями (физическими, химическими, биологическими, экономическими), которые они могут моделировать. К прикладной же математике относится та часть математики, в которой изучаются математические модели, моделирующие те или иные реальные явления.

В разное время проблемой прикладной направленности обучения математике занимались математики и методисты: С. С. Варданян, Г. Д. Глейзер, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, Н. А. Терешин, Ю. Ф. Фоминых и другие. В трактовке Н. А. Терешина под прикладной направленностью к обучению математике понимается ориентация содержания и методов обучения на применение математики для решения задач, возникающих вне математики [186].

К прикладной математике будем относить численные методы решения задач приближенного вычисления интегралов, оценки погрешностей, системы линейных уравнений, вычисления обратных матриц, метод наименьших

квадратов, проверку статистических гипотез, приближенное решение дифференциальных уравнений. Для осуществления прикладной направленности необходимо умение ставить математическую задачу, с помощью качественного анализа абстрагироваться от несущественных переменных, владение математическими навыками вычисления. Большую роль в прикладной математике играют численные методы решения задач, для этого должен быть тщательно подобран минимум теоретического материала как наиболее сложная ступень изучения математических методов и, вместе с тем, прививать практические навыки компьютерного вычисления.

Обучение математическому моделированию должно входить как составная часть специального образования, а не проводиться в рамках общего математического образования. Изучение математики нельзя подменять обучением составлению математических моделей. В математических курсах математическое моделирование может носить лишь иллюстративный характер.

В требованиях к результатам освоения основных образовательных программ бакалавриата в ФГОС ВПО, утверждённом приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 13 января 2010 года сказано, что в числе профессиональных компетенций (ПК) специалисты производственно-технической деятельности должны владеть методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач (ПК-20).

В связи с сокращением количества часов, отводимых на математику, увеличением требований к умению, всё в большей мере, составлять математические описания физических процессов, происходящих в природе, становится необходимым дать студенту такие представления о том, как нужно пользоваться математическим аппаратом и каким простейшим способом можно «в первом приближении» освоить те методы, которые будущему специалисту понадобятся прежде всего [220].

Современная система образования, осознавая переход к разработке и использованию информационно-коммуникационных технологий обучения, в многочисленных исследованиях С. И. Архангельского [13], Ю. К. Бабанско-

го [17], В. П. Беспалько [25], А. Я. Ваграменко [40], Б. С. Гершунского [60], Е. И. Машбица [133], И. В. Роберт [166] и др. учёных в этой области обратила внимание к вопросам методики применения компьютеров в общеобразовательном процессе и их влияния на эффективность учебного процесса. С появлением компьютеров и внедрением информационных технологий в образовательные учреждения постепенно стал меняться процесс преподавания. Как гласит теория, компьютеризация должна не только способствовать развитию личности и творческих возможностей обучаемых, но и кардинально изменить всю технологию обучения.

Внедрение информационно-коммуникационных технологий в образование приводит к существенной перестройке учебного процесса и, как следствие, к необходимости разработки соответствующего методического обеспечения использования вычислительной техники на всех уровнях образования. Однако характерной особенностью внедрения компьютерной техники в образовательный процесс является отставание методики преподавания от уровня возможных с ее помощью технических решений и требований учебного процесса. Это во многом объясняется переносом старых методических приёмов в среду информационно-коммуникационных технологий, а потому не даёт возможности использования таких важных преимуществ компьютерной техники, как наглядность, работа с большим объёмом информации, выполнение громоздких и рутинных вычислений, часто появляющихся при решении прикладных задач.

Информационные технологии, применяемые в математике, должны помочь вдумчивому студенту неформально овладеть средствами математики и попробовать применять эти средства в задачах физики и техники [220].

Законы природы формулируются на языке высшей математики, на языке дифференциального, интегрального исчисления и других математических теорий, а средством для применения математики в этих законах является математическое моделирование. Наша ближайшая задача — дать возможность студенту технического вуза, воспользовавшись средствами компьютерных

технологий, приобрести навыки математического моделирования. С точки зрения вузовского образования, средства информационно-коммуникационных технологий помогают приблизить познавательную деятельность к методам исследования науки, создавая творческую модель образования.

Привлечение КМС Mathematica к решению прикладных задач должно служить достижению цели обучения, соответствующего учебной программе, содействовать тому, чтобы прикладная часть задач не скрывала математическую сущность.

Прикладные задачи дают широкие возможности для реализации общедидактических принципов в обучении математике. Практика показывает, что прикладные задачи могут быть использованы с разной дидактической целью, они могут заинтересовать или мотивировать, развивать умственную деятельность, объяснять соотношение между математикой и другими дисциплинами.

Так, например, рассматривая дифференциальные уравнения, можно предложить следующую задачу:

Принимая скорость прироста населения Земли прямо пропорциональной количеству населения, найти зависимость между количеством населения  $A$  и временем  $t$ , если известно, что в 1965 г. население Земли составляло 3.3, а в 1970 г. – 3.6 млрд. человек. Тогда каково должно быть население Земли в 2010 г.?

Решение. Пусть  $A$  — количество населения Земли в момент времени  $t$ . По условию задачи принимаем за начало отсчёта времени 1965 г. и обозначим этот момент времени  $t=0$ , тогда начальными условиями являются :  $A(0)=3.3$ ,  $A(5)=3.6$ . Найдём  $A(45)$ .

Скорость прироста населения пропорционально его количеству, т. е.

$$\frac{dA}{dt} = kA, \text{ где } k - \text{коэффициент пропорциональности.}$$

Применяя КМС Mathematica, студенты быстро справляются с трудоёмкими вычислениями и определяют количество населения  $A \approx 7.2$  млрд. человек (рис. 1).

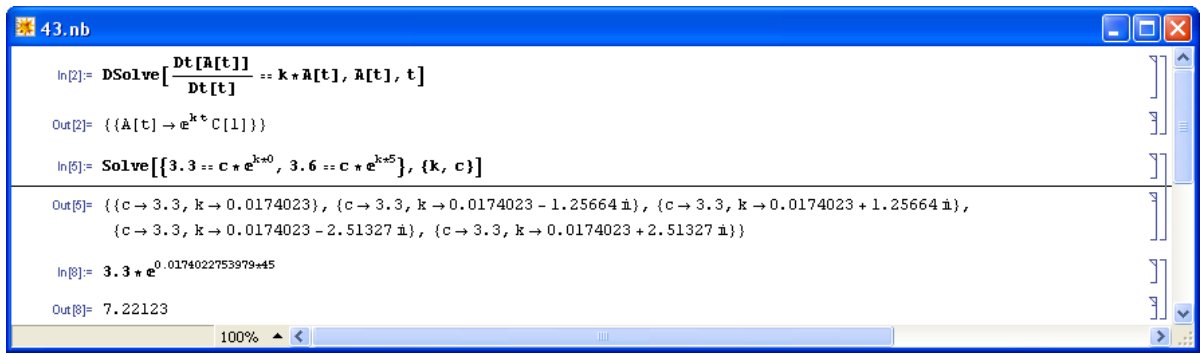


Рис. 1. Математическая модель поставленной задачи и ее решение в КМС Mathematica

В качестве примера применения системы линейных уравнений для решения практически важных задач приведем пример расчета эффекта интерференции на дебиты скважин эксплуатирующих один объект.

Задача расчета интерференции скважин заключается в определении величин дебитов  $\theta_i$ ,  $i=1, 2, \dots$  батарей скважин по известному давлению на контуре питания  $P_k$ , и забойным давлениям  $P_i$ ,  $i=1, 2, \dots$  в батареях (рис. 2).

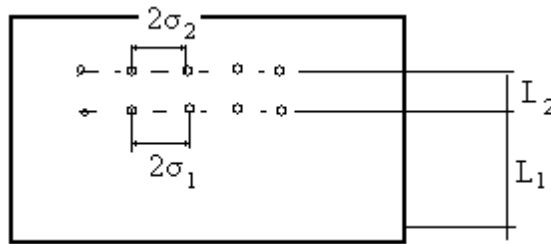


Рис. 2. Схема батареи скважин

Эта задача может быть сведена к выводу системы линейных уравнений. В случае интерференции двух прямолинейных батарей соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \left( \frac{L_1}{\sigma_1 \cdot n_1} + \frac{\ln \frac{\sigma_1}{\pi R_1}}{\pi n_1} \right) \cdot Q_1 + \frac{L_1 Q_2}{\sigma_1 \cdot n_1} = \frac{2kh}{\mu} (P_k - P_1) \\ \frac{L_1}{\sigma_1 \cdot n_1} \cdot Q_1 + \left( \frac{L_1}{\sigma_1 \cdot n_1} + \frac{L_2}{\sigma_2 \cdot n_2} + \frac{\ln \frac{\sigma_2}{\pi R_2}}{\pi n_2} \right) Q_2 = \frac{2kh}{\mu} (P_k - P_2) \end{cases},$$

где  $k$ ,  $h$  – проницаемость и мощность пласта;  $\mu$  – вязкость нефти;  $n_1$ ,  $n_2$  – число скважин в батареях;  $R_1$ ,  $R_2$  – радиусы скважин;  $2\sigma_1$ ,  $2\sigma_2$  – расстояние между скважинами в батареях;  $L_1$  – расстояние от батарей до контура питания;  $L_2$  – расстояние между батареями.

Решение данной задачи во многом упрощается в КМС Mathematica, применение которой к решению этой задачи рассмотрено на рис. 3.

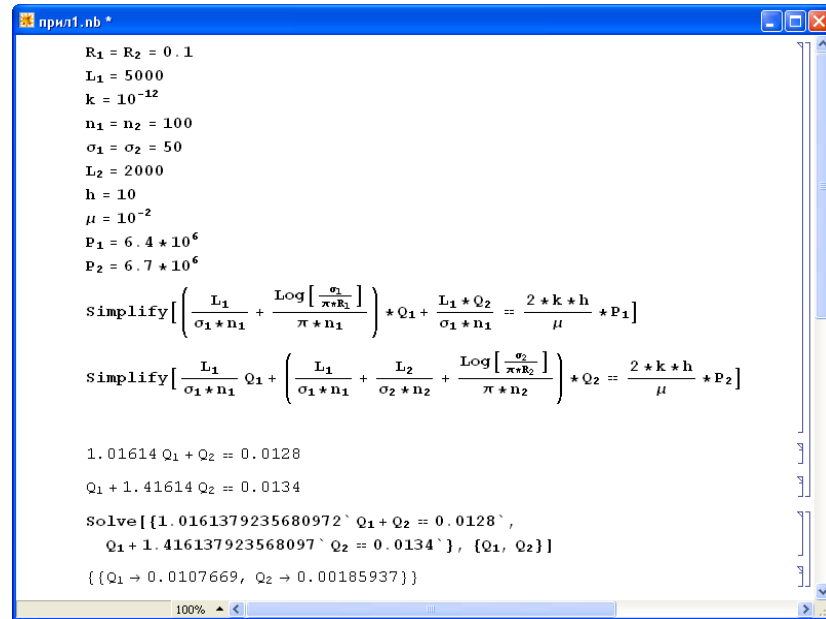


Рис. 3. Решение к задаче с системой линейных уравнений

$$\text{Ответ: } Q_1 = 0.01077 \frac{\text{м}^3}{\text{сек}}; Q_2 = 0.00186 \frac{\text{м}^3}{\text{сек}};$$

Таким образом, по заданным депрессиям (разность между контурным давлением и забойным на батареях) с помощью системы линейных алгебраических уравнений можно рассчитать с учетом интерференции дебиты батарей скважин, что является важной задачей проекта разработки продуктивного объекта на месторождении.

В результате изложенного можно сделать вывод о необходимости более широкого привлечения студентов к решению прикладных задач с использованием компьютерных математических систем, что позволит выработать у них устойчивые профессиональные навыки привлечения математического аппарата при моделировании различных технологических режимов производственных объектов.

Важным условием формирования профессиональных компетенций у бакалавров явились практические занятия, организованные в виде мастер-классов по математическому моделированию классических задач прикладного характера.



Мастер-класс включает в себя учебно-методическую деятельность, ориентированную на стимулирование самостоятельного изучения явлений, практических задач классического содержания. Учебно-исследовательская работа включает следующие структурные элементы:

1. постановка задачи;
2. поиск, анализ, обработка информации;
3. формирование математической модели;
4. решение этой задачи средствами компьютерной математической системы;
5. оценка результатов данной опытно-экспериментальной работы в виде практического занятия-конференции [220].

В результате изложенного можно сделать вывод о необходимости более широкого привлечения студентов к решению прикладных задач с использованием компьютерных математических систем, что позволит выработать у них устойчивые профессиональные навыки привлечения математического аппарата, компьютерных математических систем при моделировании различных объектов производства. Создание творческой лаборатории по формированию новой для студентов ситуации по исследованию и определению путей поиска новых фактов и задач с использованием КМС Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний обеспечивают педагогические условия формирования творческой самостоятельности.

Математическое моделирование заслуживает особенного внимания, поскольку оно играет все большую роль во многих областях современной науки и техники, являясь мощным и экономически выгодным средством как для проведения научных исследований, так и для выполнения самых разнообразных экспериментальных и конструкторских работ. Например, использование математических моделей при проектировании самолетов и кораблей и расчет их на ЭВМ экономически во много раз выгоднее создания экспериментальных образцов.

#### **§1.4. Компьютерная система Mathematica как средство формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов**

Если труд человека всё более приобретает индивидуальный и творческий характер, то результаты мыслительной деятельности становятся общечеловеческими ценностями общества.

Анализ основных направлений и тенденций развития передовых в экономическом отношении стран показывает, что информатизация системы высшей школы является одним из ключевых условий, определяющих последующее ускоренное развитие экономики, науки и культуры. Российская Федерация в последнее время также встала на этот проверенный мировой практикой путь.

Придавая исключительное значение проблеме применения современных информационных технологий в вузах России, Госкомвуз РФ принял Концепцию информатизации высшего образования, в которой изложен общий подход к формированию информационно-интеллектуального пространства российской высшей школы на базе современных компьютерных и телекоммуникационных технологий, закреплены основные принципы, цели и механизмы реализации государственной политики в области информатизации высшего образования. В Концепции дано обоснование процесса информатизации высшей школы.

Новым и перспективным направлением в области образования является использование в процессе обучения систем компьютерной математики (СКМ) и компьютерных математических систем (КМС).

Система компьютерной математики (СКМ) — это комплексное программное средство, обеспечивающее автоматизированную, технологически единую и замкнутую обработку задач математической направленности при задании их условий на специально предусмотренном языке пользователя. Системы компьютерной математики имеют проблемно-ориентированный ха-

ракти, то есть каждая система ориентирована на конкретный класс задач [101]. В. П. Дьяконов [76] понимает под системой компьютерной математики программное средство или комплекс ПС, функциональное наполнение которых позволяет решать математические задачи любой сложности, с высокой степенью визуализации всех этапов решения.

Общие для СКМ свойства — во-первых, способность к символьным вычислениям, а во-вторых — то, что все их возможности реализуются при помощи заложенных в них алгоритмов, к которым пользователь не обращается, в силу чего при работе с системами компьютерной алгебры нет необходимости использовать программные средства низшего уровня. СКМ представляют собой программные продукты, имеющие многооконный интерфейс, справочную систему по пользованию и предполагает интерактивное взаимодействие с пользователем. Структура СКМ представлена на рис. 4.

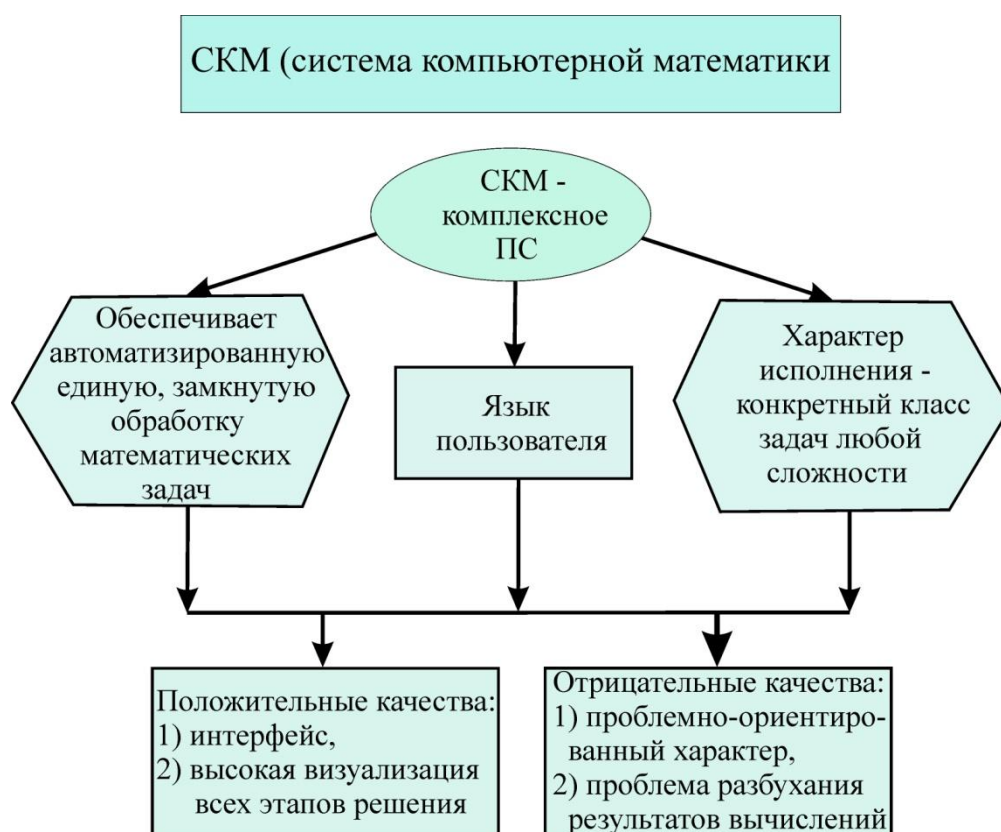


Рис. 4. Схема свойств систем компьютерной математики (СКМ)

Компьютерные математические системы (КМС) — интегрированные программные продукты, объединяющие в себе свойства систем компьютер-

ной математики и универсальных вычислительных сред. Компьютерные математические системы отличаются от систем компьютерной математики главным образом тем, что предоставляют в распоряжение пользователя развитый встроенный язык программирования сверхвысокого уровня, позволяющий расширять класс задач, охваченных встроенными функциями, и решать такие задачи, которые невозможно решить использованием только лишь встроенных функций. Возможность программирования значительно расширяет область применения компьютерных математических систем [101]. Графически структура КМС представлена на рис.5.

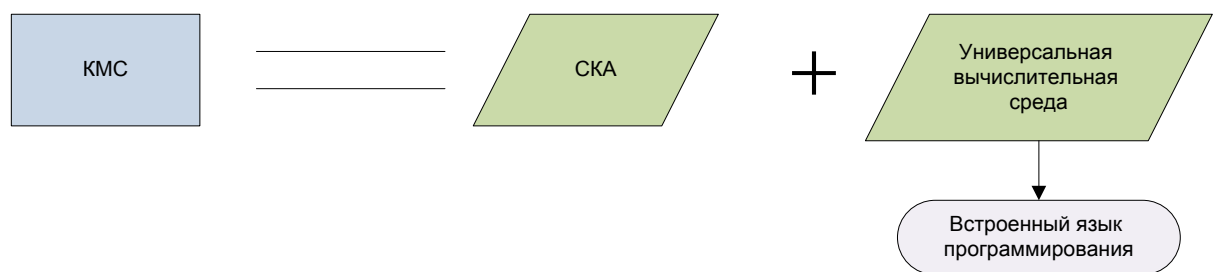


Рис. 5. Схема компьютерной математической системы (КМС)

К настоящему времени системы компьютерной математики можно условно разделить на следующие четыре уровня:

- узкоспециальные СКМ;
- специальные СКМ;
- общие СКМ;
- компьютерные математические системы.

Первый уровень может быть представлен как библиотеками математических подпрограмм (SSP, NAG, ПНП-БИМ и др.), так и узкоспециальными пакетами MacMath, Phaser, VossPlot, Eureka и др. Ко второму уровню относятся такие пакеты, как S-Plus, XploRe, SAS, StatGraf, SPSS, Dynamics, Macsyma, BMDP, Systat и др. Третий уровень представляют системы компьютерной математики Derive, Reduce, MatLab и MathCAD [103].

Современное развитие компьютерных технологий, ориентированных на создание интегрированных пакетов мультимедиа-технологий, привело к

появлению компьютерных математических систем четвёртого уровня, к которым относятся, например, Maple и Mathematica.

Системы компьютерной математики многочисленны, отличаются количеством встроенных функций (от нескольких десятков до нескольких тысяч), внутренней структурой.

Общими чертами всех СКМ являются:

- набор встроенных функций, предназначенных для вычислений (численных, символьных, графических);
- работа пользователя со встроенными функциями происходит в интерактивном режиме: пользователь вмешивается в ход вычисления в любое время;
- входные данные представляют собой математические выражения, у которых, по крайней мере, исходное представление выдержанно в стандартных математических обозначениях; ввод этих данных в систему производится либо в том же виде, либо с использованием специфического для каждой конкретной СКМ синтаксиса;
- язык пользователя — совокупность встроенных функций и их опций, а некоторых системах возможность определения процедур с помощью операторов классических языков программирования (If, While и др.);
- компьютерные системы являются, в основном, открытыми для пользователя, то есть пользователь может создать новые функции на основе встроенных функций.

Структура систем компьютерной математики такова:

- ядро — заранее откомпилированные функции и процедуры, обеспечивающие набор встроенных функций и операций системы; доступ пользователей к ядру исключен;
- оболочка (интерфейс)— позволяет пользователям обращаться к ядру с запросами и получать результат решения на экране, позволяет редактировать библиотечные модули и пакеты расширения системы;

- библиотеки — более редкие процедуры и функции, которые отсутствуют в ядре; некоторые системы позволяют модернизировать библиотеки;
- пакеты расширения системы (пакеты стандартных дополнений) пишутся на собственном языке программирования системы и могут быть подготовлены пользователем;
- справочная система предназначена для получения оперативных справок по вопросам работы с системой и примерами.

В работах О. В. Мантурова [128], Т. В. Капустиной [99], А. Gray [214] КМС рассматриваются как СИКТ в обучении естественнонаучным дисциплинам и в математических исследованиях. КМС являются инструментом, позволяющим педагогам качественно изменить методы и организационные формы преподавательской деятельности даже при сохранении традиционной формы обучения, осуществляя постоянное динамическое обновление организации учебного процесса. Применение компьютерных математических систем обуславливает увеличение доли творческого труда. Такое изменение характера учебной деятельности приводит к необходимости качественных изменений в системе подготовки специалистов и переориентации её в направлении от традиционных объяснительно-иллюстративных и репродуктивных методов к творческо-поисковым, активным.

Сегодня конструирование, градостроительство, архитектура и смежные с ними отрасли не могут обойтись без помощи компьютера, в том числе и КМС. Теперь в КМС применяется принцип конструирования модели, а не традиционное «искусство программирования». То есть пользователь лишь ставит задачу, а методы и алгоритмы решения система находит сама. Если реальная цель изучения математики в техническом вузе заключается в дальнейшей возможности решения каких-либо профессиональных прикладных задач, а вычисление — всего лишь промежуточный этап на пути к этому, то КМС позволяет пересмотреть содержание дисциплины математика с качественным его изменением в сторону формирования творческой самостоятельности будущего специалиста [187].

С помощью КМС можно сэкономить массу учебного времени и избежать многих ошибок при вычислении. Отметим спектр задач, решаемых с помощью КМС:

- проведение математических исследований, требующих вычислений и аналитических выкладок;
- разработка и анализ алгоритмов;
- математическое моделирование и компьютерный эксперимент;
- анализ и обработка данных;
- визуализация, научная и инженерная графика;
- разработка графических и расчетных приложений.

При этом отметим, что поскольку компьютерные математические системы содержат операторы для базовых вычислений, то почти все алгоритмы, отсутствующие в стандартных функциях, можно реализовать посредством написания собственной программы.

Проведем краткий обзор возможностей применения ведущих КМС и СКМ, их основные достоинства и ограничения (табл. 1) [92, 187].

Таблица 1

**Назначение, достоинства и ограничения наиболее распространённых математических систем**

Название системы	Авторы системы	Назначение и достоинства	Ограничения, недостатки
<b>Macsyma</b>	Первая версия разрабатывалась с 1968 по 1982 годы в MIT (Массачусетский технологический институт)	Прикладные расчеты. Содержит данные для прикладных расчётов, располагает различными видами анимации, интерфейсным процессором.	Ограниченные средства символьной математики, скромные возможности символьной графики, обладают «знаниями» алгебры и математического анализа в объеме первых курсов технического вуза.
<b>Derive</b>	Разработчиками системы являются специалисты небольшой фирмы SoftWarehouseInc. (Гонолулу, Гавайи, США).	Начальное образование, первые курсы вузов математических профилей. Функциональное программирование, аналитические вычисления, наличие русифицированных версий.	Слабая графика, отсутствие средств операторного программирования, слабая поддержка специальных функций в символьных расчетах.
<b>MatCAD</b>	Задуман и первоначально-	Научное и высшее образо-	Ограниченные средства

	но написан Алленом Раздовом из MIT, соучредителем компании – Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (Parametric Technology).	вание. Хороший интерфейс пользователя, хорошая графика, ввод данных с помощью палитры математических знаков.	символьной математики, примитивные средства программирования, повышенные требования к аппаратным ресурсам, проблема разбухания вычислений.
<b>MatLab</b>	Разработан Кливом Мюллером в конце 1970-х годов, когда он был деканом факультета компьютерных наук в Университете Нью-Мексико.	Университетское образование, научные расчеты. Численное моделирование технических систем, обилие численных методов, описательная графика, высокая скорость вычислений, существует множество пакетов расширений системы, богатейший справочный материал	Высокие требования к аппаратным ресурсам, входной язык напоминает Бейсик, ориентированность на материал линейной алгебры, невысокая интегрированность среды (очень много окон, с которыми лучше работать на двух мониторах), не очень внятная справочная система.
<b>Maple</b>	Совместная разработка Университета Ватерлоо (шт. Онтарио, Канада) и Высшей технической школы (ETHZ, Цюрих, Швейцария).	Привлекательна для математика-аналитика, научного работника. Мощное ядро символьных вычислений (до 3000 функций), мощная графика, язык программирования высокого уровня.	Повышенные требования к аппаратным ресурсам, подробная встроенная помощь, чрезмерная академичность.
<b>Mathematica</b>	Результат труда команды мирового класса, работающей в компании Wolfram Research возглавляемой с момента ее основания Стивеном Вольфрамом (Шампейн, США).	Высшее образование, научные расчеты. Мощная графика, множество пакетов расширений системы, удобная система помощи, язык программирования высокого уровня, возможность создания педагогических программных продуктов разного назначения.	Не совсем удобная защита от несанкционированного копирования.

Изучение основных возможностей и ограничений СКМ и КМС позволило выделить ряд существенных преимуществ КМС Mathematica.

Компания Wolfram Research, разработавшая систему компьютерной математики Mathematica, по праву считается старейшей и наиболее солидной фирмой в этой области, КМС Mathematica—мощная математическая система, претендующая на мировое лидерство. КМС Mathematica выделяется среди других систем тем, что удачно сочетает чрезвычайно широкий набор средств для проведения численных и символьных вычислений, средств графики и



анимации, а также программирования, простотой в обращении и не слишком высокими требованиями к используемой технике. Языком реализации является Си++ и, в новейших версиях, сама Mathematica. Система подчиняется принципу открытости, то есть может дополняться пользователями, но стандартное ядро при этом неизменно.

КМС Mathematica рассматривается как мировой лидер среди компьютерных систем, обеспечивающих не только возможности выполнения сложных численных расчетов с выводом их результатов в самом изысканном графическом виде, но и проведение особо трудоемких аналитических преобразований и вычислений. Версии системы под Windows имеют современный пользовательский интерфейс и позволяют готовить документы в формате Notebooks (.nb). Они объединяют исходные данные, описания алгоритмов решения задач, программ и результатов решения в самой разнообразной форме (математические формулы, числа, векторы, матрицы, таблицы и графики).

Ввод математических символов возможен в нескольких вариантах, в том числе — в виде обычной математической символики. Это огромное преимущество КМС Mathematica. Вывод всегда использует традиционную математическую символику.

КМС Mathematica— интеллектуальная система, полностью удовлетворяющая следующим требованиям, имеющим важное значение для пользователя:

- устойчивость (система обнаруживает и корректирует ошибки ввода);
- полезность (система умеет оказывать помощь испытывающему затруднения пользователю, выдавая на экране документацию, описывающую её собственную структуру и способы действий пользователя);
- имеет удобный интерфейс пользователя, что обеспечивает простоту и понятность, когда введение команд происходит с помощью встроенных функций или с помощью нажатия одной клавиши палитры инструментов, в окне системы появляются обычные математические выражения, входной

язык обеспечивается простыми правилами синтаксиса;

- мощный и гибкий математический инструмент с удобной графикой, в том числе динамической и возможностями мультимедиа – воспроизведению анимации и синтезу звуков, с её помощью возможны численные и символьные вычисления любой сложности и программирование для решения тонких математических задач);

- контролируемость (управляемость) (пользователь в любой момент может вмешиваться в ход вычислений или программы, то есть всегда имеет возможность определить своё положение на пути к достижению цели);

- согласованность (с точки зрения пользователя система действует понятно и последовательно; сообщения об ошибках ввода или ответы на вычислительные задания имеют вид, соответствующий представлениям пользователя о способе действия системы);

- очевидность (результаты действий пользователя всегда демонстрируются);

- гибкая система, ориентированная, с одной стороны, на программирование высокого уровня, с другой, для решения большинства математических задач в диалоговом режиме без традиционного программирования;

- избыточность (все области современной математики, связанные с вычислениями, охвачены системой);

- послушание (система на любом этапе работы с ней находится под управлением пользователя).

- универсальность; данная КМС Mathematica в одной оболочке объединяет математический процессор, позволяющий производить как символьные (аналитические), так и численные расчеты, графическую подсистему для визуализации данных, издательскую систему для подготовки публикаций, средства коммуникации с другими приложениями.

КМС Mathematica — это огромная индустрия в математической культуре, она хорошо разрекламирована, имеет многомиллионный круг пользователей, на Всемирном математическом конгрессе системе Mathematica выделена

отдельная секция.

Важными преимуществами использования КМС Mathematica в обучении, позволяющими разрабатывать педагогические программные продукты, являются:

- КМС Mathematica содержит средства, на основе которых можно создавать полноценные обучающие и контролирующие программы;
- возможность использовать многофункциональный язык программирования КМС Mathematica с применением всех приёмов программирования (процедурное, функциональное, по правилам преобразований) как для автоматизации вычислений, так и для разработки педагогических программных продуктов;
- наличие различных степеней защиты документов, позволяющих редактировать и дополнять рабочие материалы любым пользователем, а также устанавливать различные степени ограничений в работе с документом;
- совместимость документов, созданных в старых версиях КМС Mathematica, с новыми версиями системы.

Таким образом, КМС Mathematica является прекрасным СНИКТ обучения математике и может использоваться в обучении в учебных заведениях технического профиля.

Использование КМС Mathematica в обучении математике в высших учебных заведениях технического профиля позволяет:

- 1)совершенствовать сам учебный курс и его содержание, поскольку в деятельности преподавателя возникает зависимость от состояния, возможностей и безукоризненного функционирования КМС;
- 2)увеличивать число задач и упражнений для самостоятельного решения благодаря сокращению числа рутинных преобразований;
- 3)прививать вкус к анализу результатов при решении задач и упражнений различного уровня сложности;
- 4)вырабатывать устойчивые практические навыки проведения математических рассуждений;

5) моделировать и иллюстрировать изучаемые понятия и явления, что даст возможность глубже исследовать отдельные темы и повысить интерес к дисциплине в целом;

б) вывести на принципиально новый уровень научную работу студентов по математике.

Информационные технологии обучения уже стали частью повседневной реальности и ждут своего дальнейшего развития и совершенствования. В деятельности преподавателя, в глазах студентов, они делают учебный процесс наглядно доказуемым. По утверждению Смирнова Е. И., «...наглядное обучение позволяет обеспечить разностороннее и полное формирование понятий, поддерживать интерес к предмету, приводит к более высокому уровню развития математического языка, логического мышления, творческого отношения к делу» [179].

Для эффективной организации процесса обучения в учебных заведениях технического профиля КМС Mathematica можно использовать в качестве средства формирования творческой самостоятельности в обучении математике.

Понятие методики в толковом словаре С. И. Ожегова рассматривается как совокупность методов обучения чему-нибудь, практического выполнения чего-нибудь, а также наука о методах обучения. Метод — способ теоретического исследования или практического осуществления чего-нибудь.

О. С. Гребенюк, М. И. Рожков определили метод как способ, путь научного познания, достижения цели, определенным образом упорядоченная деятельность. Методы исследования рассматриваются как приемы, процедуры, операции эмпирического и теоретического познания и изучения явлений действительности. Методика, рассматривается ими, как частный вариант, нестандартизованный метод исследования, методология — учение о принципах построения, формах и способах научно-познавательной деятельности, теоретическое обоснование совокупности методов, их единства и связей [67].

Г. И. Саранцев определяет методику обучения математике как научную область, исследующую проблемы обучения математике, математического образования и воспитания [174].

А. М. Пышкало ввел понятие методической системы, состоящей из целей обучения, содержания образования, методов, средств, форм обучения. Однако цели обучения являются идеальным результатом обучения, которые в учебном процессе зачастую не достигаются, поэтому в компоненты методической системы можно включить учет полученных результатов.

В. А. Сластёнин определяет, что объект— это то, на что направлен процесс познания, предмет исследования — свойства, стороны, особенности объекта, которые подлежат непосредственному изучению[178].

За объект исследования будем принимать реальность, которую исследует данная наука с помощью накопленных знаний. Предмет исследования рассматривается как сторона объекта, способствующая целостному видению объекта, познание ее обеспечит совершенствование объекта, изменение которой влечет за собой изменение объекта и наоборот.

Г. И. Саранцев определяет предметом методики обучения математике методическую систему, объектом исследования методики обучения математике — обучение математике, математическое образование и воспитание [174].

На функционирование методической системы оказывает влияние внешняя среда, которая определяется: целями образования; предметом математики, ее местом в науке, производстве, повседневной жизни; структурой, индивидуальностью, закономерностями развития личности; новыми образовательными идеями как гуманизация, гуманитаризация образования. Закономерные связи, способы конструирования компонентов методической системы и ее внешней среды составляют методологию обучения математике.

Большинство специалистов в области методологии рассматривают методологию как науку о средствах, формах, принципах построения деятельно-

сти в определенной области, теоретическое обоснование совокупности методов, их единства и связей.

По формулировке Г. И. Саранцева, методика обучения математике есть самостоятельная научная область, предметом исследования которой является методическая система обучения математике, находящаяся под влиянием определенной внешней среды. Закономерные связи между компонентами методической системы обучения математике, являющейся предметом методики обучения математике, образуют теорию обучения математике. Применение теории обучения к решению отдельных методических задач (формирование, работа над конкретными понятиями, теоремами) является приложением теории обучения.

Также, по определению Г. И. Саранцева, методику обучения математике составляют методология, теория и ее приложение.

Появление идеи гуманизации образования, включающей в себя приобщение к творческой деятельности, методологии открытия нового, учет индивидуальности личности, позволяют развивать такое качество личности, как творческая самостоятельность, дает возможность перейти от дифференциации по успеваемости студента (сильный, средний, слабый) к возможности исходить от уровня мотивации, волевых усилий овладения определенными профессиональными компетенциями.

Основной целью математического образования, по мнению В. И. Арнольда, должно быть воспитание умения математически исследовать явления реального мира, чему способствуют усиление практической направленности учебного материала, мотивации содержанием обучения, эвристической составляющей математической деятельности.

Г. И. Саранцев отмечает, что смысл математического образования заключается не только в усвоении системы знаний по математике, методов математического исследования явлений природы, обоснования математических утверждений, но и в овладении методологией научного поиска, способности к творческой деятельности, ответственности за свою работу.

*Мы рассматриваем методику формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов как систему способов научного познания, определенным образом упорядоченного исследования закономерных связей между компонентами методической системы (цели обучения, содержание образования, методы, средства, формы обучения), являющейся предметом методики обучения математике, функционирующей под влиянием внешней среды, включающей развитие самостоятельного творческого потенциала личности.*

Процесс обучения математике, являясь объектом методики обучения математике, выполняет следующие функции, способствующие формированию творческой самостоятельности студентов технических вузов:

- образовательная функция обуславливает умение решать прикладные, профессионально-ориентированные задачи, выделяя взаимосвязь математики с другими дисциплинами, обеспечивая знакомство с методами эвристики, познания;
- воспитательные функции обеспечивают реализацию развития волевых навыков, устойчивой мотивации к учебной творческой деятельности;
- развивающая функция способствует развитию математической аргументации действительности через специфику связи математики с действительностью;
- эвристические функции обеспечивают самореализацию личностного потенциала студента;
- прогностическая функция предусматривает формирование умения видеть альтернативные способы решения проблем, включение студента в процесс открытия, обоснования фактов;
- эстетическая функция формирования понимания красоты и изящества математических утверждений. Изучение творческой деятельности многих ученых показывает, что именно эстетическая сторона обеспечивает оптимальное направление поиска решения;

- информационная функция, обеспечивающая через знакомство студентов с историческими фактами возникновения, формирования математических идей, новыми приложениями математики;
- корректирующая функция сопоставления информации, полученных из различных источников (книги, телевидение и т. д.), и математического моделирования ситуации;
- интегрирующая функция в возможности объединять различные понятия, теоремы, методы в решении одной задачи и, как следствие, интеграции различных межпредметных связей;
- гуманистические функции в организации возможности превалирования творческих мотивов, активного участия в открытии, обосновании фактов, тем самым направленного на изменение субъектной сущности студентов.

П. И. Пидкасистый, Л. П. Крившенко считают, что методы обучения — это способы совместной деятельности педагога и учащихся, направленных на достижение ими образовательных целей [153].

Ю. К. Бабанский определяет методы обучения как способы взаимосвязанной деятельности педагогов и учеников по осуществлению задач образования, воспитания и развития [17].

*Будем понимать методы формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов в качестве способов движения (развития) деятельности преподавателя, студента и математического содержания в развитии самостоятельного творческого потенциала личности будущего инженера.*

По характеру самостоятельной творческой деятельности и организации содержания материала в обучении математике можно выделить следующие методы обучения: объяснительно-иллюстративный, обобщающе-репродуктивный, проблемного изложения, частично-поисковый (эвристический), исследовательский.



При объяснительно-иллюстративном, с переходом на обобщающе-репродуктивный (воспроизводящий) методах, для формирования знаний визуализация учебной информации, представление её в виде графиков, показ геометрических объектов в динамике, иллюстрация процесса изменения геометрических объектов при изменении значений параметров, создают возможность организации изучаемого содержания предмета в виде более чётких, точных, конкретных, доказуемых дидактических единиц. Так, например, рассматривая разложение функции в ряд, наглядно можно показать преимущества разложения в ряд Фурье в сравнении с разложением в ряд Тейлора, уделяя внимание при этом на то, что в разложении в ряд Фурье нескольких членов достаточно, так как обычно члены ряда достаточно быстро убывают в сравнении с членами ряда Тейлора, более того, в ряде Тейлора рассматривается разложение в окрестности точки, в ряде Фурье — разложение на заданном интервале.

Изучение предмета с помощью КМС Mathematica создаст реальные возможности сформулировать положительную мотивацию обучения за счёт возможности постоянного контроля за правильностью вычислений на каждом этапе действий, вычислений, выполнимостью или невыполнимостью гипотезы. При рассмотрении функции  $y = f(x)$ , применяя традиционные средства, преподаватель мог бы идти двумя путями: нарисовать схематический чертёж мелом на доске или использовать заранее заготовленный плакат. Недостатком первого метода является именно его схематичность (или временная затратность), второй метод требует большой подготовительной работы. Компьютерная система всю работу берёт на себя, обеспечивая ясность понимания конкретного материала. В силу этого применение компьютера приводит к повышению активности студента, его стремлению к принятию оптимального решения, выдвижению гипотез, что в дальнейшем напрямую влияет на содержание математической дисциплины. Широкая визуализация учебного процесса даёт возможность организации излагаемого содержания предмета на занятиях во много раз более чётким, точным, конкретным, доказуемым.

Навыки вычисления достигаются при воспроизведении изученных фактов с помощью электронного пособия, рассчитанного на различные уровни восприятия учебного материала. Сюда относятся возможности многократного повторения учебного материала, решение типовых, расчетно-графических задач, выполнение лабораторных работ. Данные методы подготавливают знания, умения навыки студентов, развивают умственные действия (анализ, синтез, индукцию, дедукцию, сравнение, обобщение) к самостоятельной творческой деятельности по решению проблемных задач. Данные методы экономичны по времени и по трудовым затратам, использование электронного пособия дает возможность многократного повторения всей процедуры аудиторного изучения учебного материала вне занятий. Познавательная деятельность при таком обучении определяется восприятием, запоминанием, воспроизведением. Организация дальнейшей систематической познавательной деятельности в различных формах обучения (лекции, практические, лабораторные занятия, самостоятельные, проектные работы) может развить творческую самостоятельность студентов.

Метод проблемного изложения позволяет студентов вовлечь в активный поиск решения проблемы. Преподаватель, прежде чем изложить учебный материал, ставит перед студентами познавательную задачу, определяются переменные, сравниваются различные точки зрения, возможные способы решения, происходит совместный поиск хода решения задачи, студенты становятся свидетелями и соучастниками научного поиска.

Частично-поисковый (эвристический) метод предполагает привлечение студентов в самостоятельное обобщение в результате решения серий подзадач. КМС Mathematica позволяет находить решение фундаментальных смежных задач, ориентированных на решение предыдущих задач. При грамотном применении их в учебном процессе они обеспечивают повышение уровня фундаментальности математического образования, дают возможность реализовать стандартными средствами важнейшие с дидактической точки зрения принципы «от простого к сложному» и «максимальная наглядность и удобст-

во работы». Его реализация дает возможность расширения круга предметных задач, при этом сохраняя понимание всего хода решения, схематическое описание которого можно дать следующим образом:

- стандартное решение задачи (использование программы в качестве своеобразного «сверхмощного калькулятора» для выполнения расчетов по алгоритмам, предложенным преподавателем);
- углубленное решение задачи (стандартное решение задачи, сопровождающееся самостоятельным анализом и разработкой алгоритма решения задачи);
- углубленное изучение сущности исследуемых закономерностей (углубленное решение задачи, сопровождающееся «виртуальными экспериментами»).

Обучение математике студентов технических специальностей — это прежде всего обучение решению задач. Многие задачи в значительной степени дублируют друг друга, отличаясь числовыми значениями, физическим содержанием. Крупный французский математик и философ Анри Пуанкаре (1854–1912) утверждал, что «... математика — это искусство называть разные вещи одним и тем же именем»[160]. По каждой теме можно выделить несколько ключевых (опорных) задач, все остальные задачи можно свести к опорным. После разбора ключевых задач можно перейти к нестандартным задачам. Применение КМС Mathematica активизирует процесс овладения законами логического мышления по выработке определённого алгоритма решения определённого круга задач, дает возможность выработки умения обобщать результаты исследования и строить по ним соответствующие математические модели.

Суть исследовательского метода состоит в том, что преподаватель составляет в форме исследовательских заданий проблемную задачу, а студент проводит самостоятельный творческий поиск. Систематическое решение проблемных задач разного типа требует определенного исследования, нахождение общего факта при рассмотрении частных.

Одним из моментов модернизации современного образования является усиление прикладной направленности математики, то есть осуществление связи его содержания и методики обучения с практикой. Под прикладной направленностью обучения математике будем понимать ориентацию содержания и методов обучения на применение математики к решению задач, возникающих вне математики. Практика показывает, что применение КМС Mathematica не только способствует пониманию математической и физической сущности решаемой практической задачи, оно также является важной составной частью визуализации решения задач в целом, позволяя добираться до сути их решения. Применение нового стиля программирования — функционального — позволяет автоматизировать решение полученной математической модели прикладной задачи, усиливая познавательную самостоятельность студентов.

ФГОС ВПО нового поколения сводит вопрос о качестве подготовки специалистов к вопросу о переходе от «знаниевого», или квалификационного, подхода к компетентностному. При этом цель профессионального образования и обучения определяется как установление соответствия между содержанием обучения и характером трудовой деятельности, между знаниями, умениями, опытом, получаемыми в результате освоения образовательных программ, и реальными задачами и проблемами. Фундаментальность образования и определяет её опережающее свойство по отношению к прикладным задачам практической деятельности будущего специалиста. Связь прикладной и фундаментальной частей должна осуществляться через классические примеры приложения высшей математики [220].

С использованием поискового и исследовательского методов повышается активность обучающихся, возрастает их самостоятельность, проявляются их творческие способности, что существенно влияет на содержательную часть дисциплины математика. Данный метод помогает студентам приблизиться к самостоятельному решению научных проблем путём освоения различных этапов исследовательской деятельности, то есть умению видеть про-

блему, правильно сформулировать её, находить подходы и способы её решения, получать корректные результаты, делать соответствующие выводы.

Вопрос обучения моделированию в курсе математики разносторонне исследован в научно-методических работах О. А. Арюкова [12], Н. В. Скоробогатова [177], В. М. Монахова [138], Л. М. Фридмана [193].

Научно-исследовательская работа студентов (НИРС) часто ориентирована только на данный конкретный предмет, по которому она проводится (математика, физика, химия и т. д.). В результате, занимаясь этой работой небольшой отрезок времени (обычно не больше семестра), студент не успевает достаточно глубоко вникнуть в проблему. В связи с этим более предпочтительным является такой подход, когда студент занимается данной темой более длительный период и, что не менее существенно, может получить достаточно широкий взгляд и понять необходимость связи между различными дисциплинами. Отдельные темы, изучаемые на выпускающих кафедрах, помимо практического значения требуют углублённой математической подготовки и трудоёмких вычислений. Это свидетельствует о необходимости внедрения и применения КМС Mathematica. На базе использования средств символьной математики и широкого использования средств визуализации результатов вычислений, возможен новый подход к математическому моделированию. Так, при изучении курса «Теплотехника», на третьем курсе студенты в рамках НИРС решают уравнения Редриха-Квонга, Пенга–Робинсона и др. с использованием КМС Mathematica. К этим задачам студентов можно приобщить с первого, второго курсов. На базе знаний частных производных, вычисления площадей плоских фигур по совокупности нескольких точек с помощью КМС Mathematica они решают задачи получения уравнения кривой (аппроксимации). Исследовательский метод позволяет формировать черты творческой самостоятельности, исследования, проводимые студентами, в ряде случаев выходят за рамки учебных занятий, сближают самостоятельную работу студентов с научно-исследовательской работой преподавателей; добиваясь единства научного и учебного начала в деятельности преподавателя,

приводят к успешной научно-исследовательской работе студентов (НИРС). Подобный подход вырабатывает хорошие инженерные навыки у студентов, готовящихся дальнейшей научной и практической деятельности [224].

В исследованиях Ю. К. Бабанского [17], Г. В. Воробьёва [51] межпредметные связи рассматриваются как одна из составных частей проблемы совершенствования образования. В работе Ю. М. Колягина [111] решение задач с межпредметным содержанием рассматривается как важнейшее средство развития математического мышления, творческой активности.

В. Н. Келбакиани [107, 109] подчеркивает, что в основе межпредметных связей математики должна быть согласованность учебных планов и программ соответствующих учебных дисциплин.

Использование КМС Mathematica не только как средства ИКТО в обучении математике, но и в качестве средства осуществления межпредметных связей изучаемых дисциплин, несомненно, приведёт к модернизации содержания курса математики в сторону прикладной направленности обучения в учебных заведениях технического профиля.

Синтез всех имеющихся принципов обучения приводит к выявлению в высшей школе следующих принципов:

- ориентированность высшего образования на развитие личности будущего специалиста;
- соответствие содержания вузовского образования современным и прогнозируемым тенденциям развития науки (техники) и производства (технологии);
- оптимальное сочетание общих, групповых и индивидуальных форм организации учебного процесса в вузе;
- рациональное применение современных методов и средств обучения на различных этапах подготовки специалистов;
- соответствие результатов подготовки специалистов требованиям, которые предъявляются конкретной сферой их профессиональной деятельности, обеспечение их конкурентоспособности [33].

На современном этапе становления новой системы образования российские вузы должны выполнять все положения Болонского протокола. Обзор этой деятельности вузов изложен в проекте «Концепции развития исследовательской и инновационной деятельности в российских вузах», размещенном на сайте Минобрнауки России в середине октября 2010 года.

Одной из задач технических вузов в области научной и инновационной деятельности является создание современной информационно-образовательной среды, что предполагает массовое использование в учебном процессе современных информационно-коммуникационных технологий, инновационных методов и методик обучения.

Происходит существенное изменение педагогической теории и практики учебно-воспитательного процесса. В обучении важным является развитие способности оперировать информацией, творческим решением практико-ориентированных задач. Важной составляющей учебного процесса должно быть личностно-ориентированное взаимодействие преподавателя и студента. В этом отношении традиционная форма подачи информации по многим позициям уступает место компьютерно-ориентированному обучению.

Совершенствование математического обучения в педагогической и психологической литературе характеризуется переходом:

- от учения, как функции запоминания, к учению в процессе умственного развития;
- от статической модели знаний к динамической системе умственных действий;
- от ориентации на усредненного ученика к дифференцированным и индивидуальным программам обучения;
- от внешней регуляции обучения к внутренней.

Поиск ответов не только на основные вопросы: чему учить, зачем учить, как учить, но и на вопрос: как учить результативно, приводят к необходимости технологизировать процесс, то есть превратить обучение в технологический процесс с гарантированным успехом.



Теория обучения выявляет закономерные связи между компонентами процесса обучения (цель, содержание, формы, методы) и внешней средой. Тогда, если за внешнюю среду в современном понимании принять педагогические средства, одним из которых являются КМС, то можно говорить о влиянии КМС на содержание дисциплины «Математика» в техническом вузе (схема 1).



Схема 1. Влияние ИКТО на содержание и дидактическое наполнение занятий по математике

Динамический механизм связи между компонентами процесса обучения и КМС в теории обучения организационно упорядочивает все зависимости процесса обучения, уточняет ее этапы, выделяет условия реализации, исследует соответствие содержания изучаемого материала современным требованиям и индивидуальным возможностям студентов. Основная идея при этом заключается в следующем:

- студент должен учиться сам, а преподаватель — только создавать условия;
- диагностическое целеполагание: цели обучения, которые предлагает технология обучения, формируются через результат обучения, выраженный в деятельности студента, которую можно надежно оценить;



- направленность КМС на развитие личности и осуществление разноуровневого обучения;
- наиболее оптимальная организация учебного материала для самостоятельной учебной деятельности студента.

Компьютерная система Mathematica способствует углубленному изучению математических понятий. Как творческая лаборатория, компьютерная математическая система Mathematica позволяет студентам всесторонне исследовать новые объекты, выделять закономерности и формулировать обобщающие утверждения на основе собственных наблюдений, что способствует развитию творческого, критического и независимого мышления.

Использование КМС Mathematica определяет новый метод обучения, характеризующийся высоким уровнем умственной деятельности студентов — творческим. У студентов формируются знания, умения, позволяющие, полученную учебную информацию перенести на решение новых задач и проблем, что характеризует самый высокий уровень усвоения знаний. При этом сущность обучения состоит в активном поиске и открытии учащимися новых знаний.

Вопросы математической подготовки инженеров освещаются все чаще различными исследователями. Основным направлением ее совершенствования является профессиональная направленность обучения математике. В этом отношении особое внимание уделяется ее содержательной компоненте. К ней относятся задачи прикладного характера, вопросы математического моделирования. Данными проблемами занимались С. И. Архангельский [13], Ю. М. Колягин [111], Я. Б. Зельдович [88], Г. И. Саранцев [174] и др.

В требованиях к результатам освоения основных образовательных программ подготовки бакалавра в соответствии с целями основной образовательной программы и задачами профессиональной подготовки, указанными в пп. 3.2 и 3.6.1 ФГОС ВПО для естественнонаучных и технических направлений, сказано, что выпускник должен обладать навыками освоения новых математических и естественнонаучных знаний, используя современные инфор-

мационно-образовательные системы. В этом явно прослеживается направленность на формирование творческой самостоятельности в обучении математике с использованием КМС Mathematica.

Математическое образование предполагает усвоение системы понятий, суждений, умозаключений предмета математики, овладения методами математического научного обоснования явлений практической действительности, способами самостоятельной творческой деятельности.

При переходе от одного метода к другому в каждом из последующих методов степень творческой самостоятельности возрастает, осуществляется поиск и овладение способами стимулирования функциональности пассивных знаний, преобразования их в активные знания. Включение в учебный процесс электронного учебного пособия с использованием компьютерной системы Mathematica позволяет интенсифицировать учебный процесс, обеспечивая системообразующие, «долгоживущие» знания студентов, которые позволяют обеспечить мобильность и возможность быстрого освоения новых технологий.

Определим педагогические условия формирования творческой самостоятельности в обучении математике будущих инженеров.

Полифункциональность учебной деятельности в насыщенной информационной среде, осуществляемая с использованием электронного учебного пособия в КМС Mathematica, определяется изложением учебного материала по разветвленной схеме, разработанной с учетом возможных уровней подготовки студентов, их интересов и склонностей при сохранении целостности учебного материала, обеспечением побуждения студентов к мотивированной умственной деятельности, иерархией задач разного уровня сложности, осознанием и решением прикладных задач, осуществлением самоконтроля и самокоррекции через рефлексию полученных результатов. Полифункциональность учебной деятельности осуществляется в насыщенной информационной среде с использованием КМС Mathematica, обеспечивающей наглядно-модельное восприятие информации, компьютерную визуализацию информа-

ции, вычислительный эксперимент, конструирование алгоритмов, возможность реализации аналитическо-исследовательской деятельности, направленной на обработку и представление значительных объемов информации.

По определению А. Л. Жохова [82], назначение математического образования на данном этапе его развития определяется специфическими для математики способами и средствами познания объектов природы, продуктов человеческой деятельности, образно-символическим, абстрактно-теоретическим восприятием, видением мира.

А. А. Столяр считает, что обучение математической деятельности заключается в активном обучении математике, математизации эмпирического материала.

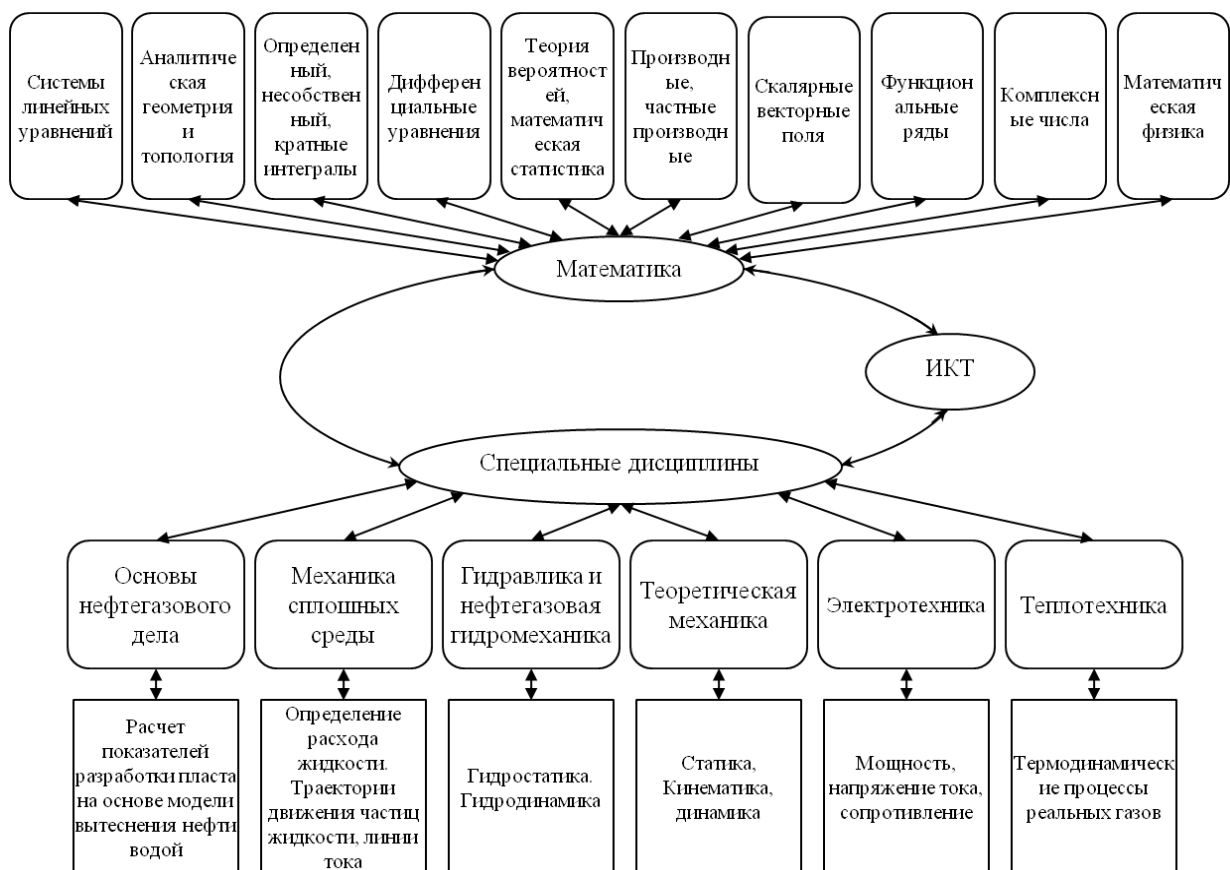
Самостоятельное изучение истории происхождения конкретных теорем, образа мыслей ученых, переработка иллюстрирующих теорию примеров, сосредоточение внимания на интересных моментах в доказательствах формируют определенные навыки творческой деятельности, подталкивающие к самостоятельному обобщению. А. В. Ястребов [210] отмечает, что студент в своей самостоятельной обобщающей деятельности становится подобен ученому, и у нас есть веские основания считать, что приобретенные навыки исследователя будут использованы им в последующей деятельности.

Различают индивидуальное и коллективное творчество. В индивидуальном творчестве личность студента стремится к самовыражению. Коллективное творчество предполагает работу в команде, необходимость сотрудничества, взаимовыручки.

Малой группой будем называть небольшое число студентов, хорошо знающих и постоянно взаимодействующих друг с другом. Положительно сказывается формирование малых групп из трех студентов, уровень которых определяется как сильный, средний, слабый, что позволяет обеспечить более динамичную работу группы по формированию творческой самостоятельности при решении профессионально-ориентированных и прикладных задач. В групповой учебной деятельности (работа в команде) работают психологиче-

ские механизмы воздействия на студентов: завоевать авторитет у сверстников, поверить в себя, «стать как все», взаимовыручка, ответственность друг за друга.

Этапы формирования творческой самостоятельности в обучении математике сопровождаются созданием творческой лаборатории по исследованию объектов природы, продуктов человеческой деятельности, решением прикладных, практико-ориентированных задач путем создания специфических для математики образно-символических, абстрактно-теоретических моделей, числовой и знаковой символики, развитием способности мыслить математическими символами с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.



Модель 1. Интеграция математических, информационных и специальных знаний

В результате прохождения этих этапов студенты вооружаются новым багажом знаний, навыков, компетенций, которые осуществляются в резуль-

тате традиционных занятий, занятий, осуществляемых с помощью электронного учебного пособия, проектных занятий, мастер-классов с использованием КМС Mathematica.

Если под компетентностным обучением понимать не только формирование умений и навыков, но и качеств личности, обеспечивающих способность и готовность применять математические знания в профессиональной деятельности, то формирование творческой самостоятельности в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica выполняет эти цели математического образования на современном этапе обучения будущих инженеров.

Модель формирования творческой самостоятельности работает в течение всего курса обучения математике. В конце курса студенты готовят выступления с защитой проектов, из них выбираются лучшие для выступления на конференциях, которые являются яркой мотивацией, как для защищающих свои работы, так и для оставшихся ребят, как стимул для дальнейшей творческой самостоятельной деятельности.

Педагогические условия формирования творческой самостоятельности в обучении математике будущих инженеров обеспечиваются через:

- а) полифункциональную учебную деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемую с использованием электронного учебного пособия в компьютерной системе Mathematica;
- б) обогащение творческой самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя;
- в) коммуникативную деятельности в малых группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач;
- г) создание творческой лаборатории по исследованию и определению новых фактов и задач с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

### **Выводы по первой главе**

1. Первым этапом информатизации общества является её компьютерное оснащение. Анализ нынешнего оснащения средствами информационно-коммуникационных технологий вузов технического профиля в последние годы позволяет утверждать о возможности ведения занятий по математике с применением компьютера на всех этапах организации обучения. К наиболее существенным результатам этого этапа относится первоначальное насыщение вычислительной техникой вузов технических специальностей, одновременно ощущается необходимость в специализированном программном обеспечении, предназначенном для обучения как отдельным учебным дисциплинам, так и совокупности дисциплин (математических, физических и т. д.).

2. Изучение основных возможностей и ограничений, аппаратных требований и достоинств ведущих систем компьютерной математики (Macsyma, Derive, MatLab, MathCAD) и компьютерных математических систем (Maple и Mathematica) позволило выделить компьютерную систему Mathematica среди других наиболее распространенных математических систем высокого уровня тем, что в ней представлен широкий спектр инструментов для реализации и представления численных и символьных вычислений, графических построений и анимации с развитым встроенным языком программирования; имеет набор инструментальных средств для создания компьютерных учебников и педагогических программных продуктов других типов, следовательно, полностью удовлетворяют комплексу требований к педагогическому программному средству и может быть использована в обучении студентов технических специальностей в вузе.

3. При выделении системы принципов обучения учет особенностей учебного процесса технических вузов (изучение не основ наук, а самой науки в развитии; сближение самостоятельной работы студентов с научно-исследовательской работой преподавателей; единство научного и учебного начала в деятельности преподавателя; профессионализация всех наук) доказывает необходимость осуществления самостоятельной творческой исследо-

вательской деятельности в обучении математике благодаря новым возможностям компьютерных математических систем, реализующейся в индивидуализации и дифференциации учебного процесса при сохранении его целостности; осуществлении самоконтроля и самокоррекции; выполнении крупных многоэтапных операций, обусловленных вычислительными процессами или обработкой большого объёма информации; повышении доступности и качества восприятия информации в рамках учебного процесса (за счёт способности компьютера к построению визуальных и других сложных образов), оптимизации учебного процесса путем внедрения таких средств как вычислительного эксперимента, моделирования, конструирования алгоритмов.

4. В своей работе мы считаем, что *творческая самостоятельность будущих инженеров есть интегративное качество личности, проявляющееся в стремлении и умении собственными силами обеспечивать личную ответственность за решение проблемных, ситуативных, профессионально-ориентированных задач будущего инженера.*

В структуре творческой самостоятельности выделены мотивационно-ценностный, когнитивный, креативно-деятельностный, рефлексивно-оценочный компоненты, критерии, уровни сформированности творческой самостоятельности.

5. Педагогические условия формирования творческой самостоятельности в обучении математике будущих инженеров обеспечиваются через:

а) полифункциональную учебную деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемую с использованием электронного учебного пособия в системе Mathematica;

б) обогащение творческой самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя;

в) коммуникативную деятельности в малых группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач;

г) создание творческой лаборатории по исследованию и определению новых фактов и задач с использованием компьютерной системы Mathematica

на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

6. Мы рассматриваем методику формирования творческой самостоятельности в обучении математике студентов технических вузов как систему способов научного познания, определенным образом упорядоченного исследования закономерных связей между компонентами методической системы (цели обучения, содержание образования, методы, средства, формы обучения), являющейся предметом методики обучения математике, функционирующей под влиянием внешней среды, включающей развитие самостоятельного творческого потенциала личности.



## **Глава 2. Методика обучения математике с использованием компьютерной системы Mathematica в техническом вузе**

### **§2.1. Электронный учебно-методический комплекс по математике в системе Mathematica для будущих инженеров**

Применение информационно-коммуникационных технологий в преподавании математики в техническом вузе предполагает обеспечение студентов учебно-методическими пособиями нового типа — компьютерными учебно-методическими комплексами. В современной высшей школе проявляются противоречия между дидактическими возможностями компьютерного обучения и реальным использованием этих возможностей в учебном процессе. В связи с этим необходимо разработать современные методические инструменты и актуализировать методическую систему преподавания математики в техническом вузе. Практика изучения отдельных громоздких по объему и трудоемких по вычислению математических заданий показала, что наметившееся в последнее время уменьшение времени аудиторных занятий неизбежно влечет к поверхностному, схематичному усвоению учебного материала. Эту проблему можно преодолеть, используя возможности современных компьютерных систем [221].

Составление электронного учебного пособия является достаточно длительным и трудоемким процессом. Основные этапы создания математических курсов тщательно продумываются, к такому курсу приходишь в результате анализа существующих традиционных методов и новых возможностей современных компьютерных систем. Курс в первую очередь должен быть рассчитан на проведение практических занятий, выполнение лабораторных работ, на самостоятельную работу студентов в системе Mathematica. Электронное пособие в этом случае является предметно-ориентированным, рассчитанным на усвоение отдельных разделов общеобразовательного цикла,

при сквозном изучении учебного материала. Его большим достоинством является возможность многократного повторения учебного материала, который рассматривается на занятиях совместно с преподавателем; электронный комплекс выполняет роль терпеливого наставника, дающего в случае необходимости практически неограниченное количество разъяснений и повторений. Если ныне человечество изобрело возможность общения друг с другом на расстоянии в любое время и в любой точке (расстояние не является помехой), то электронный компьютеризированный учебник позволяет в любое время вернуться заново к пройденному материалу, продумать и понять то, что было не понято на аудиторных занятиях с преподавателем.

Электронным учебным пособием в системе Mathematica является учебное пособие нового поколения, представляющее собой электронное печатное издание, предусматривающее систематическое применение системы Mathematica для изучения нормативного учебного курса, созданное и использующееся посредством компьютера и хранящееся в его памяти или на компакт-диске.

Компьютерная система Mathematica, в силу своей универсальности, может выступать в качестве основного средства создания электронных пособий, поскольку она обладает не только вычислительными, визуальными возможностями, но также является языком программирования, удобным для пользователя. Компьютеризированное пособие должно быть рассчитано на оказание помощи преподавателю в организации учебного процесса и является неотъемлемым инструментом организации обучения путем охвата всей аудитории студентов многоуровневой формой подачи материала.

Организация занятия с помощью электронного пособия должна решать следующие задачи:

- 1) сделать доступным для восприятия материал, который в результате большой трудоемкости является трудно усваиваемым и не воспринимаемым иным способом;

2) сочетать использование классического печатного изложения с возможностью систематического применения системы Mathematica, заключающееся в автоматизации вычислений и последующей визуализации графических объектов;

3) обеспечить расширение и углубление круга решаемых задач, давая возможность студенту глубже понять их сущность;

4) снижать уровень утомляемости в результате применения различных методик обучения;

5) значительно увеличить объем тренировочного материала, вынесенного на учебное занятие;

6) оперативно осуществлять текущий контроль за усвоением знаний;

7) способствовать развитию познавательных интересов;

8) организовывать процесс многоуровневого обучения с целью обеспечения учета индивидуальных особенностей, возможностей и потребностей студентов, а также повышения мотивации путем активизации их зрительной и эмоциональной памяти [221].

На подготовительном этапе применения электронного учебного пособия выполняются следующие мероприятия:

- подбираются различные варианты представления теоретического материала;
- осуществляется подбор задач и примеров, для решения которых система Mathematica является наиболее оптимальным средством в плане визуализации и возможности проведения оптимизации вычислений;
- выполняется подбор анимационных фрагментов;
- обеспечивается оформление разноуровневого подхода за счет организации гиперссылок.

При работе над содержанием компьютеризированного учебника, а также учитывая возможности системы Mathematica в пособие включаются наиболее трудоемкие темы. Компьютеризированный практикум подготовлен нами в виде электронного учебника, состоящего из компакт-диска, в котором

содержатся все файлы, организованные как документы среды Mathematica (с расширением .nb). Объем учебно-методического пособия составляет 19.5 МБ, при запуске которого вначале появляется титульный лист, где имеется гиперссылка, открывающая оглавление (рис. 6).



Рис. 6. Титульный лист компьютеризированного учебника

Содержание компьютеризированного практикума включает наиболее трудоемкие темы из учебного курса высшей математики для технических вузов. Каждую из тем учебного пособия можно вызвать, подводя курсор мыши под определенное название темы и последующим нажатием на ее левую клавишу. При создании курса компьютеризированного практикума учитывается необходимость того, что содержание должно превалировать над формой его представления, которая должна быть как можно более строгой. Поэтому страницы пособия не должны иметь лишнюю отвлекающую информацию, их основной фон должен быть стабильно белым, а текст четким, и достаточно контрастным. Это делается для того, чтобы была возможность просматривать страницы пособия в системах с разным графическим разрешением и глубиной цвета.

Процесс обучения с помощью электронного пособия разбивается на два этапа: усвоение теоретического материала и применение его на практике.

**На первом этапе** обучения основная роль отводится преподавателю, который за сжатый промежуток времени, соединяет традиционные методы обучения с компьютерными возможностями системы Mathematica, позволяющими схематичный чертеж заменить более точным, а также

добавляет усиление обобщающих выводов в виде выделений основных формул шрифтовыми особенностями, облегчает процесс понимания применением анимации, добивается наглядного представления теории и показывает ее практическое воплощение, что влечет за собой увеличение скорости обмена информационными потоками от преподавателя к студенту и от студента к преподавателю.

**На втором этапе** практического закрепления полученных знаний студенты работают в следующей последовательности:

- определяются цели, знания и умения, которые студент должен приобрести в ходе изучения темы занятия;
- закрепляется теоретический материал путем ответов на тестовые вопросы;
- выполняется самостоятельное решение 2-3 практических задач в течение не более 15 минут;
- осуществляется разноуровневая работа студентов над учебным материалом, в процессе которой одна часть студентов сверяет ответы и приступает к следующему блоку задач, другая по гиперссылкам сравнивает отдельные моменты решения, третья — по второму уровню гиперссылок получает возможность изучить правильность построения графиков в динамике с помощью анимации и сравнить результаты вычислений.

Блок практических заданий учебного курса функционирует в режиме диалога студента и компьютера. Работа в этом режиме позволяет на разных уровнях контролировать степень усвоение учебного материала. В результате компьютеризированное пособие обеспечивает организацию постоянной обратной связи обучаемого с компьютером, что значительно повышает эффективность усвоения курса.

При трехуровневом обучении более сильным студентам в компьютерном учебнике достаточно иметь доступ к минимальной информации (рис. 7).

Для следующей по силе группе студентов учебное пособие указывает (подсказывает) основной алгоритм решения заданий(рис.8).

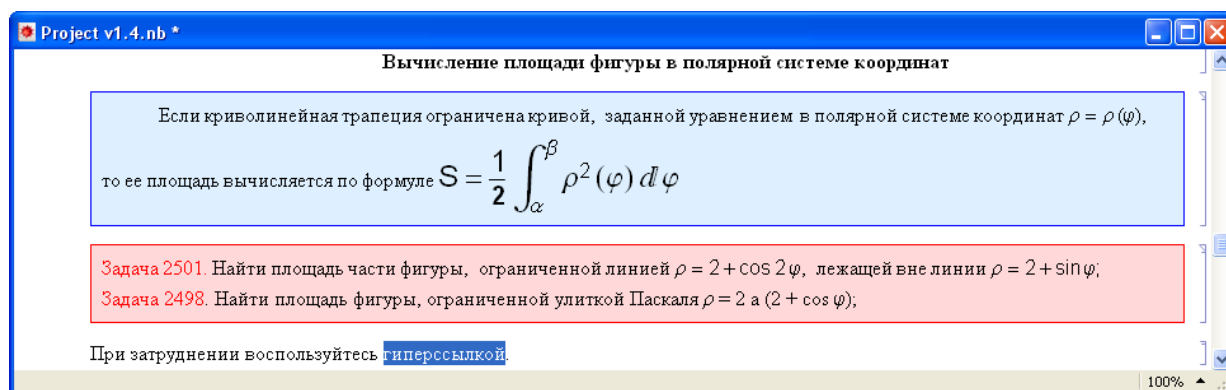


Рис. 7. Первый уровень обучения

Третья, более слабая группа студентов, требует постоянной поддержки в процедурах получения информации, в выполнении вычислений и построении графиков. Для таких студентов система Mathematica, в среде которой находится электронный учебник, предоставляет все возможности для выполнения практических заданий (рис. 9).

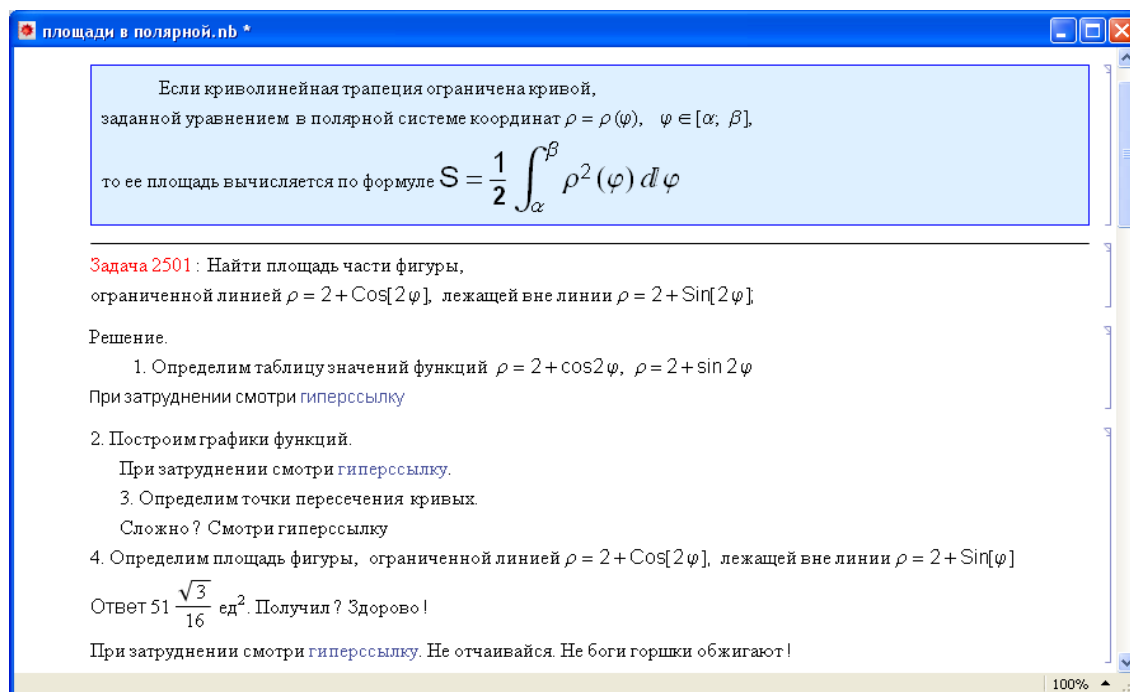


Рис. 8. Второй уровень обучения

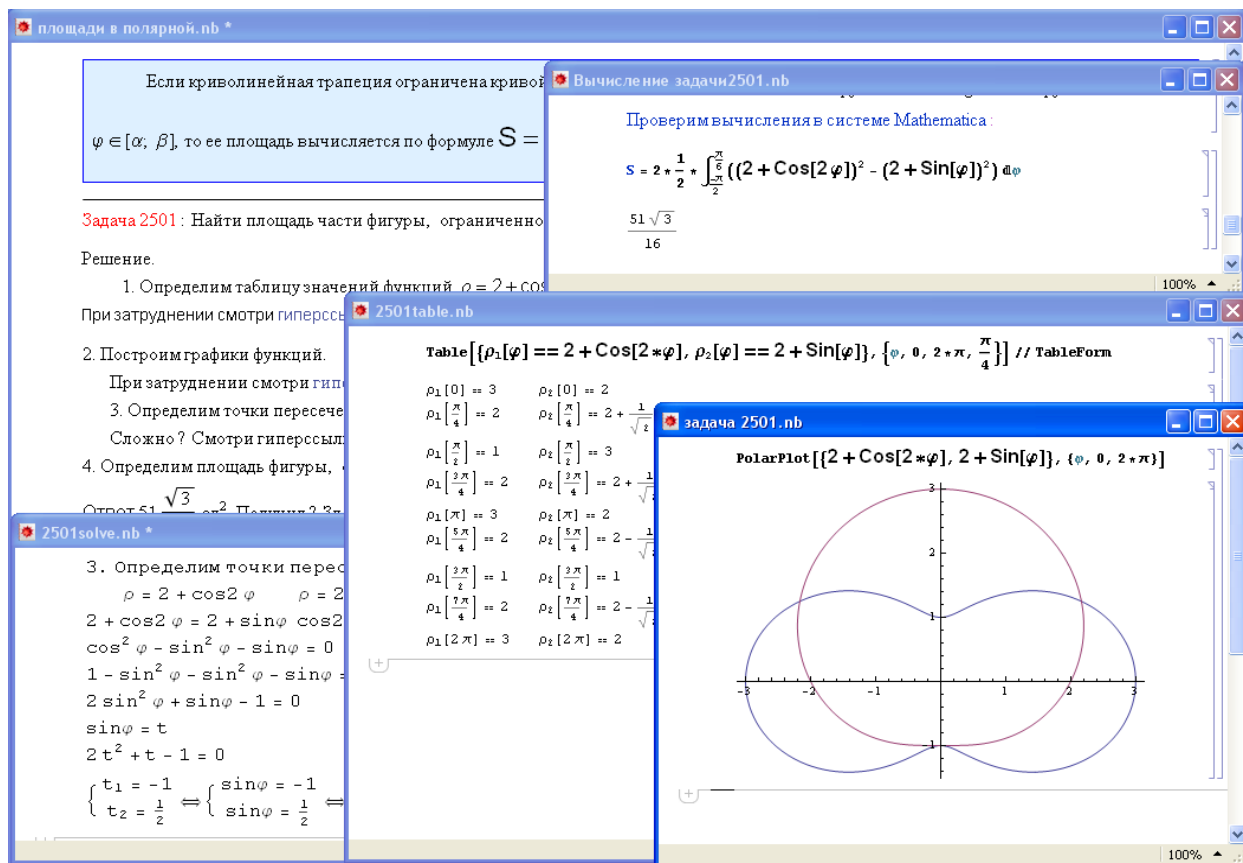


Рис. 9. Организация многоуровневого обучения. Третий уровень обучения

Компьютерная математическая система Mathematica является средством обучения, применение которого должно быть строго дифференцировано, в соответствии с уровнем подготовленности студентов и достаточно продумано по методике применения. В одних случаях на одном занятии достаточно ее применения в течении нескольких минут, переходя от одного метода обучения к другому в целях закрепления внимания студентов, в других случаях для обработки полученных результатов, в третьих — для изучения громоздких, трудоемких дидактических единиц, освоение которых у студентов может быть строго индивидуально, что достигается применением компьютерных технологий, которые являются одним из лучших адаптивных средств обучения, обеспечивающих переход образования на новый уровень обучения.

Включение в учебное пособие процедуры компьютерного тестирования обеспечивает наиболее эффективное выполнение как функции регистрации учета знаний, так и функции самого обучения и закрепления полученных знаний. Проведение компьютерного тестирования необходимо для перевода

знаний из пассивной в активную форму, повышения интереса студентов к познавательному процессу. Компьютерное тестирование позволяет также оценить объем усвоенных знаний больших групп студентов за относительно короткий промежуток времени тестирования.

Методика обучения путем применения электронного пособия в системе Mathematica позволяет использовать частично-поисковый или эвристический метод представления учебного материала, когда перед студентами ставится задача, которую они пытаются самостоятельно решить, с использованием системы Mathematica. Процесс мышления обучаемых в этом случае приобретает продуктивный характер, за счет создания творческой атмосферы в аудитории, возбуждения интереса к познанию.

При изложении сложного теоретического материала, требующего подачи большого массива информации, основным методом является объяснительно-иллюстративный, при котором студенты его усваивают с помощью применения преподавателем мультимедийной аппаратуры и последующим закреплением его по электронному учебнику.

Учебное пособие позволяет также применять метод проблемного изложения, когда студенческой аудиторией формулируется первоначальная задача, затем ставится проблема и сравниваются различные точки зрения и различные подходы, позволяющие получить решение поставленной задачи.

В учебном пособии рассматриваются определенные моменты исследовательского характера, когда вначале анализируется теоретический материал, затем ставится задача, проводится определенный инструктаж, после чего студенты самостоятельно ведут вычисления в системе Mathematica, затем производят анализ результатов и делают необходимые выводы.

Выбор «оптимального метода обучения» (по Ю.К. Бабанскому [15]) осуществляемый с помощью подготовленного нами электронного пособия в системе Mathematica позволяет осуществить индивидуальный подход к обучаемым, что зависит от степени сложности материала, степени



готовности условий обучения и степени продуманности запасных вариантов ведения занятий на случай их отклонения от запланированного процесса.

Применение системы Mathematica в компьютеризированном учебнике приводит за счет интенсификации обучения к значительному расширению круга решаемых задач: если до применения системы Mathematica в учебной группе решалось за установленное учебное время всего 5-6 задач, то теперь их количество исчисляется 10-12 задачами.

В пору сокращения аудиторных часов данное электронное учебное пособие полностью удовлетворяет требованиям ФГОС ВПО, позволяя формировать у студента способность самостоятельно добывать новые знания и навыки с использованием современных образовательных и информационных технологий (ПК-1), учитывая индивидуальные особенности студентов, позволяет расширить круг решаемых задач за счет визуализации, прикладных возможностей системы Mathematica.

Математика — фундаментальная наука, предоставляющая (общие) языковые средства другим наукам; тем самым она выявляет их структурную взаимосвязь и способствует нахождению самых общих законов природы. Математические объекты создаются путём математического моделирования, идеализации реальных объектов и записи этих свойств на формальном математическом языке. Математике отводится особая роль в становлении и развитии мировоззрения студентов. Математический аппарат проник далеко за пределы собственно математики: в физику, новые отрасли техники, биологию, в экономику и другие социальные науки. Компьютерная техника способствовала появлению новых областей научных исследований, имеющих, несомненно, чрезвычайно важное (хотя и не полностью ещё осознанное) значение, как для самой математики, так и для всех наук, органически связанных с ней.

Переход к информационному обществу требует от системы образования решения принципиально новой проблемы подготовки людей, приспособленных к быстро меняющимся реалиям окружающей

действительности, способных не только воспринимать, хранить, воспроизводить информацию, но и продуцировать новую, управлять информационными потоками и эффективно их обрабатывать. Изменение требований к специалистам продиктовано появлением новых типов теоретических и практических задач, отличающихся системным и междисциплинарным характером, нестандартностью и глобальностью возможных последствий. Такие задачи не имеют простых и однозначных решений, что требует существенного изменения характера всей профессиональной деятельности специалистов и обуславливает необходимость подготовки специалистов нового типа, умеющих видеть ситуацию в целом, подойти к поиску решения творчески, способных прогнозировать его результат, осознающих свой личный вклад и ответственность.

Решение многих задач математики, физики, химии, экономики намного облегчается автоматизацией расчетов на компьютере. Ради этого до недавнего времени специалисты были вынуждены самостоятельно готовить программы для решения своих задач, используя специальные языки программирования. Такие программы создавались как отдельными программистами, так и целыми коллективами. Но такой подход был связан с целым рядом недостатков. В настоящее время рядом крупных зарубежных фирм создан комплекс интегрированных систем и прикладных программ для решения задач различной степени сложности в математике, естествознании и других сферах науки, техники и образования.

Применение информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе находится у нас в начальной стадии. В связи с этим наметилась тенденция пересмотра традиционного подхода к преподаванию математики. Курс математики в настоящее время, наряду с изучением фундаментальных её основ, обязательно должен предусматривать приобретение навыков создания и использования современных компьютерных технологий. В нашем понимании электронный учебно-

методический комплекс по формированию творческой самостоятельности при обучении математике с использованием КМС Mathematica включает в себя электронное учебное пособие, учебные пособия (с включением элементов вычислений, программирования в КМС Mathematica), мастер-классы, творческие лаборатории для работы в малых группах по исследованию и определению новых фактов и задач с использованием КМС Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

Применение СКМ и КМС в преподавании математических дисциплин позволяет:

1. Значительно облегчить проведение объемных математических вычислений, с возможностью проверки результатов вычисления, что приведет к высокой мотивации процесса обучения и подготовит условия для нового подхода к математическому моделированию;

2. Повысить уровень визуализации построения графиков в декартовой и полярной системах координат, 3D-поверхностей, контурных графиков, графиков векторного поля, вращения манипулятором «мышь» графиков в пространстве, построения графиков пересекающихся трехмерных поверхностей с вычислением линий пересечения.

3. Приводить в соответствие уровень трудности заданий и реальные возможности студента, то есть обеспечивает индивидуализацию и дифференциацию обучения;

4. Создавать целые электронные учебники, используя гипертекстовые ссылки, графику и анимацию, содержащие тренажёры с интерактивной поддержкой. В этом случае компьютерный учебник будет выступать в роли терпеливого преподавателя, имеющего возможности повторять, не выражая ни раздражения, ни досады, обеспечивая необходимую занимательность и разнообразие формы обучения. Для студента это позволит обеспечить развитие алгоритмического мышления и совершенствование познавательного

процесса. Преподаватель при этом получает большую свободу, высвобождая время для творческой работы (рис. 10).

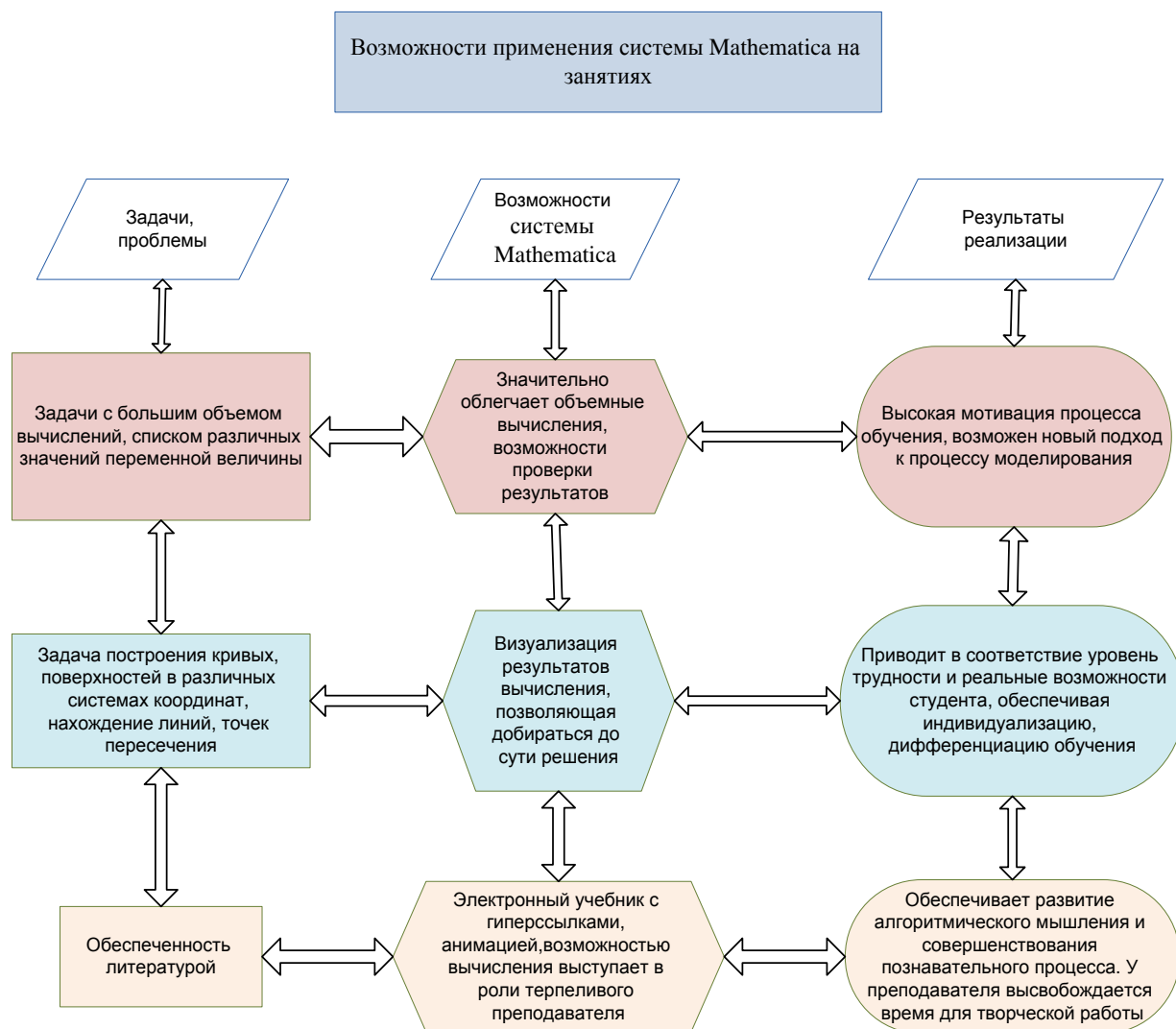


Рис. 10. Возможности применения системы Mathematica на занятиях

Новое поколение российских образовательных стандартов создано на основе базовых принципов Болонского процесса:

- 1) ориентация на результаты обучения, выраженные в форме компетенций, представляющих собой динамическую совокупность знаний, умений, навыков, способностей и личностных качеств, которые студент может продемонстрировать после завершения образовательной программы;
- 2) модульное обучение, выраженное в совокупности частей учебной дисциплины, имеющих определенную логическую завершенность по

отношению к установленным целям и результатам воспитания и обучения, то есть отвечающих за выработку определенных компетенций;

3) объемом учебной нагрузки, исчисляемым в зачетных (кредитных) единицах;

4) участие в разработке учебной программы профессиональных объединений работодателей для возможности формирования требуемых компетенций выпускника;

5) «рамочный» характер стандартов нового поколения, заключающийся в дальнейшем расширении свободы вузов, определяющий в качестве базовой (обязательной) по набору дисциплин 50% образовательной программы бакалавра, для магистратуры вариативная часть уже составляет 70%.

В обязательной части рабочей программы на первое место поставлены не жестко закрепленные учебные курсы, а требования к формируемым у студента в результате изучения дисциплины компетенциям. Подобный принцип построения рабочих программ позволит вузам разработать новые рабочие программы, учитывающие потребности будущей специальности, новые методические наработки (инновации).

Новые научные достижения в области математики, их внедрение в практику приводят к пересмотру курса математики в технических вузах, обогащению новыми технологиями. Компьютерные учебники, созданные в среде Mathematica, могут являться основными программными средствами при обучении математике. Проведём структурирование учебного материала по математике и определим темы, при изучении которых целесообразно применять компьютерную систему Mathematica:

### **1. Элементы линейной и векторной алгебры.**

1.1. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Вычисление определителей.

1.2. Обратная матрица. Матричный способ решения системы линейных уравнений.

1.3. Векторы. Линейная зависимость векторов. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

## **2. Элементы аналитической геометрии.**

2.1. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола.

2.2. Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Эллипсоид. Эллиптический параболоид. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Гиперболический параболоид. Сфера. Конус.

2.3. Уравнение линии в полярных координатах. Параметрические уравнения линии.

## **3. Введение в математический анализ.**

3.1. Пределы последовательностей. Визуализация последовательностей.

3.2. Пределы функций. Вычисление пределов.

## **4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

4.1. Дифференцирование. Визуализация графиков функции и их первых, вторых производных, сопоставление графиков.

## **5. Вычисление определенного, несобственного интеграла.**

### **Приложение определенного интеграла.**

5.1. Вычисление определенного интеграла.

5.2. Вычисление площадей плоских фигур при различных способах их задания. Визуализация решения.

5.3. Вычисление длин дуг в различных системах координат. Вычисление объемов тел вращения. Визуализация решения.

5.4. Приложение определенного интеграла в геометрии и физике.

## **6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

6.1. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений различных порядков и их систем. Визуализация решения.

## **7. Числовые и функциональные ряды.**

7.1. Применение рядов в приближенных вычислениях. Приближенное вычисление значений функций, определенных интегралов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.

## 8. Теория вероятностей, математическая статистика.

8.1. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Выборочная средняя и дисперсия. Точечные, интервальные оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины.

8.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию хи-квадрат Пирсона.

8.3. Определения параметров линейной регрессии.

<b>I. Построение графиков функций в различных системах координат</b>	]]
1. Теория	]]
2. Практикум	]]
3. Тест	]]
4. Лабораторные работы	]]
<b>II. Приложение определенного интеграла</b>	]]
1. Теория	]]
2. Вопросы для самопроверки	]]
3. Вычисление площадей плоских фигур	]]
4. Вычисление длин дуг, объемов тел вращения	]]
5. Решение физических задач	]]
6. Лабораторная работа	]]
<b>III. Решение дифференциальных уравнений</b>	]]
1. Теория	]]
2. Практикум	]]
3. Тест	]]
4. Лабораторная работа	]]
<b>IV. Приближенное вычисление с помощью рядов</b>	]]
1. Теория	]]
2. Практикум	]]
3. Лабораторная работа	]]
<b>V. Проверка гипотезы по критерию хи-квадрат Пирсона</b>	]]
1. Теория	]]
2. Практикум	]]
3. Лабораторная работа	]]
4. Пример выполнения лабораторной работы	]]
<b>VI. Уравнение прямой линии регрессии</b>	]]
1. Теория	]]
2. Практикум	]]

Рис. 11. Фрагмент содержания электронного учебного пособия

Перечисленные темы содержат громоздкие вычисления, таблицы, трудоемкие построения графиков, целесообразность автоматизации которых очевидна. Практически любая из перечисленных тем будет представлена более полно теоретически и методически, если воспользоваться компьютерным математическим сопровождением.

Целесообразно составить компьютеризированные учебники по всем этим темам и использовать их как на аудиторных занятиях, так и в процессе самостоятельной работы студентов.

Информационная технология обучения высшей математике в технических вузах базируется на использовании компьютерных математических систем. Основываясь на традиционном содержании, в то же самое время она требует использования нетипичных комбинаций из классических и модернизированных форм обучения. Для поддержки современных форм обучения требуется создание на базе КМС средств обучения одного или нескольких нижеперечисленных типов:

- 1) обучающих программ;
- 2) компьютерных тренажёров;
- 3) компьютерных программ для реализации контроля;
- 4) компьютеризированных учебников и задачников.

Последний вид педагогических программных продуктов сочетает в себе свойства четырёх предыдущих.

Mathematica хорошо приспособлена для создания таких программных средств силами преподавателя, ведущего курс высшей математики.

В соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) выпускник по направлению подготовки «Нефтегазовое дело» с квалификацией (степенью) «бакалавр» в результате изучения дисциплины «Математика» в высших учебных заведениях технического профиля должен обладать следующими) общекультурными компетенциями (ОК) [165]:

способность:

- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, ставить цели и выбирать пути ее достижения (ОК–1);
- быть готовым к категориальному видению мира, уметь дифференцировать различные формы его освоения (ОК-2);
- стремиться к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства (ОК-9);



- осознавать социальную значимость своей будущей профессии, иметь высокую мотивацию к выполнению профессиональной деятельности (ОК-11);

б) профессиональными (ПК):

способность:

- самостоятельно постигать дополнительные знания и навыки, используя современные образовательные инструменты и информационные технологии (ПК-1);

- использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-2);

- владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, работать с компьютером как средством управления информацией (ПК-4);

- планировать и проводить необходимые эксперименты, обрабатывать, в том числе с использованием прикладных программных продуктов, анализировать результаты и формулировать корректные выводы (ПК-18);

- использовать физико-математический аппарат для решения расчетно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-19).

В результате изучения математики должен решать следующие профессиональные задачи:

- выполнять статистическую обработку результатов эксперимента;
- выполнять с помощью прикладных программных продуктов расчеты по проектированию бурения скважин, добычи нефти и газа.

Студент в результате изучения математики, относящейся к базовой (обязательной) части учебного цикла должен знать:

- основы линейной алгебры с элементами аналитической геометрии;
- математический анализ;

- основы дискретной математики, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики;
- основные сведения о дискретных структурах, используемых в персональных компьютерах;
- основные алгоритмы типовых численных методов решения математических задач.

В результате чего должен уметь:

- применять математические методы для решения типовых профессиональных задач;
- ориентироваться в справочной математической литературе,
- приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии;
- использовать математическую логику для формирования суждений по соответствующим профессиональным проблемам;
- работать в качестве пользователя персонального компьютера;
- решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы высшей математики.

Владеть:

- методами построения простейших математических моделей типовых профессиональных задач.

Из анализа ФГОС-3 ВПО, учебных программ по дисциплине «Математика» для направления «Нефтегазовое дело» с помощью построения сетевых графовых моделей, были выявлены межпредметные связи между изучаемыми математическими понятиями и применением их при изучении специальных дисциплин. Это дало основание для определения содержания курса математики для направления «Нефтегазовое дело», то есть изменения его вариативной части в зависимости от специализации обучения. Например, в электротехнических расчетах требуется использование производных и дифференциалов функции комплексной переменной, темы, которая

отсутствует в типовых программах, поэтому ее необходимо включить в соответствующую тему для изучения.

С широким внедрением персональных компьютеров, как интегрированного технического средства, их использование становится необходимым умением для современного специалиста. Решение прикладных задач, основанное на использовании общематематических умений и навыков, зачастую требует использования специальных, дополнительных приемов вычисления, что приводит к необходимости применения различных компьютерно-коммуникационных систем. Использование компьютера способствует интенсификации процесса обучения, расширению тематики, содержания решаемых задач, приближению учебной деятельности профессиональной. В соответствии с ФГОС-3 ВПО удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, должны составлять не менее 20% аудиторных занятий. Реализация компетентного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий. Применение информационно-коммуникационных технологий приводит к так называемым специальным способам решения классических, прикладных задач. К специальным отнесем следующие приемы:

- выполнение приближенных вычислений и оценка точности данных;
- контроль правильности хода решения задачи доведение его до практически приемлемого результата;
- поисково-познавательный метод.

### **Выполнение приближенных вычислений, оценка точности вычисления**

В начале изучения высшей математики считалось известным понятие функции и исходили из того, что можно вычислить значение функции при любом значении аргумента, принадлежащего области определения. Далее при рассмотрении производной, ее значение находили опытным путем, вычисляя отношение приращения функции к приращению достаточно

близких значений аргумента. Далее научились находить производные по формулам, и это оказалось довольно простым делом, поэтому вычисление значений функций при помощи формул, содержащих производные, оказалось даже более простым, чем прямое вычисление значений функций.

Любая функция, кроме случая многочлена, может быть представлена бесконечным рядом Тейлора. Практическая ценность такого ряда для вычислений связана с возможностью ограничиться двумя, тремя членами ряда и получить достаточно точный результат. Для этого необходимо, чтобы отброшенные члены ряда не были велики. Этот момент можно рассмотреть на практике на примерах элементарных функций.

Пример 1. Дана функция  $y = \sin x$ . Определить значение  $\sin x$  на отрезке  $[0; \pi/2]$  с шагом  $\pi/20$ . Выразить соответствующие значения  $x$  в градусах. Найти значения  $\sin x$ , рассматривая в разложении два, три, четыре члена. Сравнить значения.

Решение. Разложение функции  $y = \sin x$  в ряд Маклорена:

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

Воспользовавшись системой Mathematica, студенты составляют таблицу значений переменной  $x$  в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ , определяют значения функции  $\sin x$  при данных значениях  $x$ , определяют значения суммы двух, трех, четырех членов в разложении  $\sin x$  (рис. 12).

Итак, получаем таблицу значений (таблица 2). Сравнивая значения функции  $y = \sin x$ , ее разложения на сумму двух, трех, четырех членов студенты определяют, что формула Маклорена позволяет быстро и с большой точностью вычислять значения функции  $y = \sin x$ . Для большей наглядности и убедительности можно показать графики синуса, многочленов, которые получаются, если брать один, два, три, четыре члена соответствующего ряда (рис. 13).

```

содерж1.nb *

Определим все значения переменной x в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  с шагом  $\frac{\pi}{20}$ :

In[1]:= Table[x, {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

Out[1]:= {0.,  $\frac{\pi}{20}$ ,  $\frac{\pi}{10}$ ,  $\frac{3\pi}{20}$ ,  $\frac{\pi}{5}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{10}$ ,  $\frac{7\pi}{20}$ ,  $\frac{2\pi}{5}$ ,  $\frac{9\pi}{20}$ ,  $\frac{\pi}{2}$ }

Определим все значения переменной x в градусах в промежутке от 0° до 90° с шагом  $\frac{\pi}{20} = 9^\circ$ :

Table[ $\frac{180}{\pi} * x$ , {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

{0., 9., 18., 27., 36., 45., 54., 63., 72., 81., 90.}

Определим все значения функции sin x в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  с шагом  $\frac{\pi}{20}$ :

Table[Sin[x], {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

{0., 0.156434, 0.309017, 0.45399, 0.587785,
0.707107, 0.809017, 0.891007, 0.951057, 0.987688, 1.}

Определим все значения суммы двух членов  $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!}$  в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  с шагом  $\frac{\pi}{20}$ :

In[3]:= Table[ $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!}$ , {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

Out[3]:= {0., 0.156434, 0.308992, 0.453798, 0.586977,
0.704653, 0.80295, 0.877992, 0.925903, 0.942809, 0.924832}

Определим все значения суммы трех членов  $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$  в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  с шагом  $\frac{\pi}{20}$ :

In[4]:= Table[ $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$ , {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

Out[4]:= {0., 0.156434, 0.309017, 0.453992, 0.587793,
0.707143, 0.809146, 0.891386, 0.952017, 0.989867, 1.00452}

Определим все значения суммы четырех членов  $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$  в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$  с шагом  $\frac{\pi}{20}$ :

In[5]:= Table[ $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$ , {x, 0,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{20}$ }]

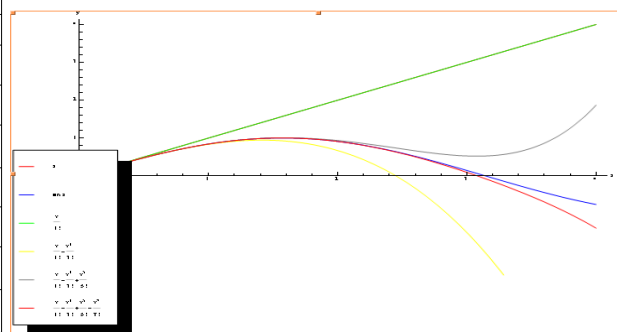
Out[5]:= {0., 0.156434, 0.309017, 0.45399, 0.587785,
0.707106, 0.809015, 0.891, 0.951035, 0.987627, 0.999843}

```

Рис. 12. Приближенное разложение функции  $y = \sin x$  на сумму слагаемых

Таблица 2

рад	$\varphi^\circ$	x	sin x	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!}$	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$
0	0	0	0	0	0	0
$\frac{\pi}{20}$	9	0.15708	0.15643	0.15643	0.15643	0.15643
$\frac{\pi}{10}$	18	0.31416	0.30902	0.30899	0.30902	0.30902
$\frac{3\pi}{20}$	27	0.47124	0.45399	0.45380	0.453992	0.45399
$\frac{\pi}{5}$	36	0.62832	0.58779	0.58698	0.58779	0.58779
$\frac{\pi}{4}$	45	0.78540	0.70711	0.70465	0.70714	0.70711
$\frac{3\pi}{10}$	54	0.94248	0.80902	0.80295	0.80915	0.80902
$\frac{7\pi}{20}$	63	1.09956	0.89101	0.87799	0.89139	0.89100
$\frac{2\pi}{5}$	72	1.25664	0.95106	0.92590	0.95202	0.95103
$\frac{9\pi}{20}$	81	1.41372	0.98769	0.94281	0.98987	0.9876
$\frac{\pi}{2}$	90	1.57080	1	0.92483	1.0045	0.99984

Рис. 13. Графики функции  $y = \sin x$ , ее разложения на сумму двух, трех, четырех членов.

Студенты делают вывод: точность увеличивается по мере увеличения числа членов ряда. Однако, как видно из таблицы и графика достаточно трех, четырех членов ряда, чтобы получить прекрасную точность в промежутке от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ . Сравнивая значения  $\sin x$  при различных значениях  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ , студенты определяют насколько удобна, точна и проста формула Тейлора в применении для нахождения значений тригонометрической функции.

Подобного рода примеры позволяют наглядно убедиться в возможности замены функции  $y = \sin x$  его разложением на сумму конечного числа слагаемых.

### **Контроль правильности хода решения задачи, доведение его до практически приемлемого результата**

Уровень развития современного общества напрямую зависит от степени его информатизации. Поэтому основной задачей системы образования является подготовка специалистов, способных грамотно и эффективно действовать в высокоразвитой информационной среде. Подготовленный специалист технического профиля должен уметь грамотно строить математическую модель задачи, выбрать оптимальный метод решения, суметь решить задачу с минимальными временными затратами и правильно интерпретировать результаты.

Использование информационных технологий является эффективным средством управления познавательной деятельностью студентов. Они создают необходимые предпосылки для интенсификации учебной деятельности, ее индивидуализации и дифференциации, придают исследовательский и творческий характер, повышают уровень математической и информационной культуры студентов.

Несомненно, что преимуществом на рынке труда будет обладать выпускник, владеющий навыками использования прикладных математических программ. Поэтому необходимо обеспечить подготовку будущих специалистов к усвоению и творческому применению постоянно

обновляющихся программных средств, использующих развитый математический аппарат.

В настоящее время становится доступным использование в вузах технического профиля компьютерных математических систем (в частности, Mathematica), в связи с чем, становится необходим новый взгляд на постановку целей и задач преподавания математики. В силу большого значения прикладной стороны применения математического аппарата в профессиональной деятельности будущих инженеров к задачам преподавания математики следует добавить следующие:

- развитие навыков автоматизации математических вычислений (численных, графических и т. д.) при помощи компьютерных математических систем;
- развитие навыков построения математических моделей физико-технических процессов, применимых для реализации в компьютерных математических системах;
- развитие навыков применения знаний из смежных дисциплин в обучении математике.

При решении прикладных задач используются не только математические знания, умения и навыки, но и знания из области специальных дисциплин, поэтому на занятиях целесообразно продемонстрировать применение изученного математического аппарата при решении прикладных задач для соответствующей специальности, поставить дополнительные задачи, цели, указать способы и возможности их дополнительного решения.

Постановка указанных целей способствует видоизменению задач преподавания курсов математики в вузах технического профиля на основе комплексного использования в учебном процессе компьютерной математической системы *Mathematica*. Так при изучении раздела «Математическая физика» можно рассмотреть задачу прикладного характера

об оценке температуры нагрева промывочной жидкости за счет тепла трения при бурении скважины.

Одним из факторов, определяющих как условие проводки, так и эксплуатацию скважин, является напряженное состояние горных пород, составляющих разрез нефтяных и газовых месторождений. Напряженное состояние пород существенно зависит от температурных полей, влияние которых может быть учтено методами термо - вязко - упругости и пластичности. Термическое состояние пород приводит к термической усталости, разрыву и тепловому удару, что является отрицательным фактором при проводке скважин. Для приобщения к задачам нефтепромысловой механики можно дать студентам задачи, связанные с установлением закономерности распределения температуры по глубине скважин и во времени в зависимости от количества тепла, выделяемого в зонах разрушения в единицу объема и времени.

Установлено, что в процессе разрушения горных пород выделяется очень большое количество тепла, которое приводит к нагреву долот до 600-1000<sup>°C</sup> и промывочной жидкости в призабойной зоне пласта. Для установления закономерности изменения температуры жидкости от глубины скважины и времени, рассматриваем скважину в виде цилиндра, заполненного жидкостью, на нижний торец которого действует поток тепла постоянной мощности. Можно получить уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f(x; t), \quad (1)$$

с граничными и начальными условиями:

$$\begin{cases} U(0; t) = \psi_1(t), \\ U(h; t) = \psi_2(t), \\ U(x; 0) = \varphi(x), \end{cases}$$

где  $f(x; t) = \frac{Q}{\rho C}$ ,  $a = \sqrt{\frac{k}{C\rho}}$ , — коэффициент температуропроводности

глинистого раствора,  $\rho$  — объемная плотность раствора,  $C$  — удельная теплоемкость раствора,  $Q$  — количество тепла, выделяемого в единицу объема



и времени,  $T_H$  – температура нагрева жидкости на забое за счет выделения тепла.

Начало координат примем на поверхности забоя. Уравнение (1) – линейное неоднородное дифференциальное уравнение в частных производных. Общим решением  $U(x,t)$  данного уравнения будет сумма общего решения неоднородного дифференциального уравнения  $v(x,t)$  с нулевыми начальными и граничными условиями и общего решения  $w(x,t)$  соответствующего ему однородного уравнения с ненулевыми начальными и граничными условиями

$$U(x; t) = v(x; t) + w(x; t).$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения  $v(x,t)$  с нулевыми начальными и граничными условиями

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f(x; t) \quad (1.1), \quad \begin{cases} v(0; t) = 0, \\ v(h; t) = 0, \\ v(x; 0) = 0, \end{cases}$$

Решение будем искать в виде ряда Фурье:

$$v(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ T_n(t) * \sin \frac{n\pi x}{h} \right] \quad (2)$$

Пусть  $f(x,t)$  разложима в ряд Фурье:

$$f(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ f_n(t) * \sin \frac{n\pi x}{h} \right] \quad (3)$$

$$f_n(t) = \frac{2}{l} \frac{Q}{\rho c} \int_0^l \sin \frac{n\pi x}{l} dx = - \frac{2Q}{l\rho c} \cdot \frac{l}{n\pi} \cdot \cos \frac{n\pi x}{l} \Big|_0^l = - \frac{2Q}{\rho c n\pi} ((-1)^n - 1) = \frac{2Q}{\rho c n\pi} (1 - (-1)^n)$$

Проверку вычислений проводим в системе Mathematica (рис. 14).

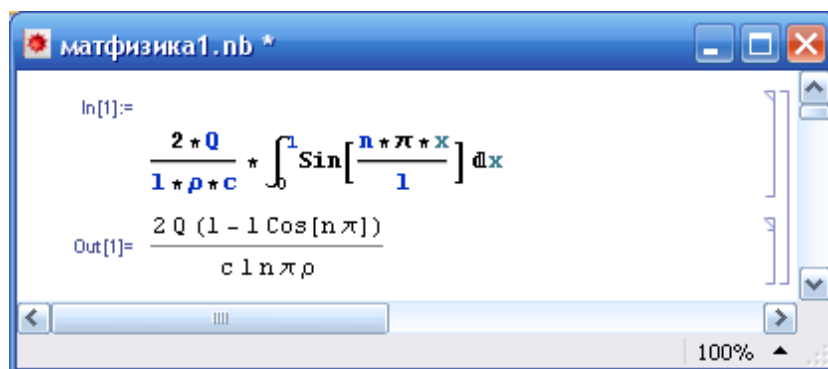


Рис. 14. Вычисление коэффициента  $f_n(t)$  ряда Фурье

Функция  $v(x;t)$  является решением уравнения (1.1), подставляя ее в уравнение (1.1) получаем линейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$T'_n(t) + T_n(t) * \frac{n^2 \pi^2 a^2}{h^2} - f_n(t) = 0$$

Решая его методом И.Бернулли, получаем:

$$T_n(t) = \left(\frac{1}{n\pi a}\right)^2 \cdot \frac{2Q}{\rho C n \pi} \cdot (1 - (-1)^n) \cdot \left(1 - e^{-\frac{n^2 \pi^2 a^2}{h^2} t}\right)$$

Проверку вычислений проводим в системе Mathematica (рис. 15)

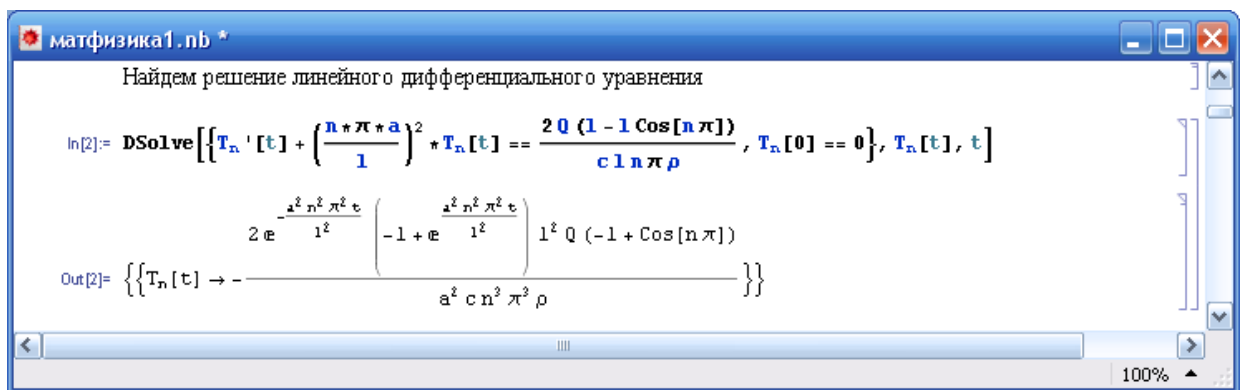


Рис. 15. Нахождение корня  $T_n(t)$  уравнения (3)

Таким образом:

$$v(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2Qh^2}{\rho n^3 \pi^3 a^2} * (1 - (-1)^{n+1}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{n^2 \pi^2 a^2}{h^2} t}\right) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} \right], \text{ где } h = l \quad (\text{A})$$

Определим общее решение  $w(x;t)$  однородного уравнения, с ненулевыми граничными и начальными условиями, соответствующего уравнению (1):

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$\begin{cases} w(0; t) = \psi_1(t), \\ w(h; t) = \psi_2(t) \\ w(x; 0) = \varphi(x), \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим разложение функции  $w(x; t)$  в ряд Фурье:

$$w(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) * \sin \frac{n\pi x}{h} + \psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l} \quad (6),$$

коэффициент  $T_n(t)$  определяется по формуле

$$T_n(t) = \frac{2}{h} \int_0^h (w(x; t) - (\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l})) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx \quad (7)$$

Выражение (7) два раза интегрируем по частям в интервале  $(0; h)$ , учитывая (4), начальное условие  $w(x; 0) = \varphi(x)$ , получаем

$$T_n(t) = -\frac{2h}{n^2\pi^2a^2} \cdot \int_0^h \frac{\partial w(x;t)}{\partial t} \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} \quad (8)$$

затем выражение (8) дифференцируем по переменной  $t$

$$T_n'(t) = \frac{2}{h} * \int_0^h \left( \frac{\partial w(x;t)}{\partial t} - \left( \psi_1' + (\psi_2' - \psi_1') \frac{x}{l} \right) \right) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx \Leftrightarrow$$

$$T_n'(t) = \frac{2}{h} \cdot \int_0^h \left( \frac{\partial w(x;t)}{\partial t} \right) \sin \frac{n\pi x}{h} dx - \frac{2}{h} \cdot \int_0^h \left( \psi_1' + (\psi_2' - \psi_1') \frac{x}{l} \right) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx \quad (9)$$

$\Leftrightarrow$

Выражение (8) умножим на  $\frac{n^2\pi^2a^2}{h^2}$  получаем

$$\frac{n^2\pi^2a^2}{h^2} T_n(t) = -\frac{2}{h} \cdot \int_0^h \frac{\partial w(x;t)}{\partial t} \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} \quad (10)$$

после сложения выражений (9), (10) получаем линейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$T_n'(t) + \frac{n^2\pi^2a^2}{h^2} \cdot T_n(t) = -\frac{2}{h} \cdot \int_0^h \left( \psi_1' + (\psi_2' - \psi_1') \frac{x}{l} \right) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx$$

Если  $\psi_1, \psi_2$  постоянные, то получаем уравнение  $T_n'(t) + \frac{n^2\pi^2a^2}{h^2} \cdot T_n(t) = 0$ ,

Решая данное уравнение и проверяя в системе Mathematica (рис. 16), получаем:

$$T_n(t) = e^{-\frac{\pi^2 n^2 a^2}{h^2} t} \cdot C_1, \text{ очевидно, } C_1 = T_n(0).$$

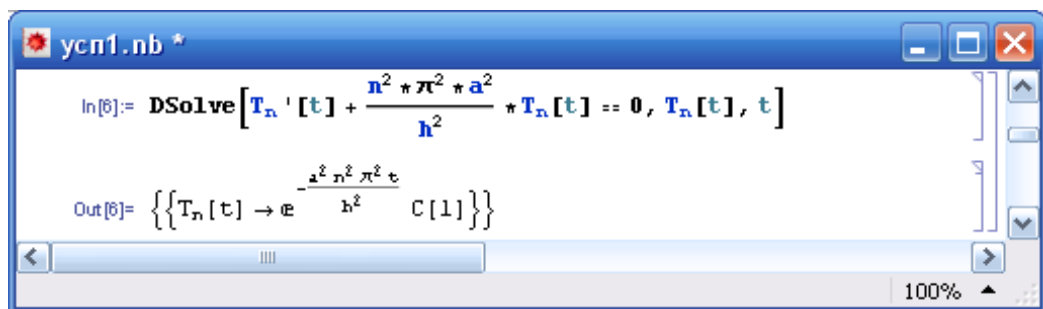


Рис. 16. Решение дифференциального уравнения

Из выражения (7):

$$C_1 = T_n(0) = \frac{2}{h} \cdot dx = \frac{2}{h} \cdot \int_0^h (\varphi(x) - (\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l})) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx$$

Таким образом,  $T_n(t) = e^{-\frac{\pi^2 n^2 a^2}{h^2} t} \cdot \frac{2}{h} \cdot \int_0^h (\varphi(x) - (\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l})) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx$ ,

$$w(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 n^2 a^2}{h^2} t} \cdot \frac{2}{h} \cdot \int_0^h (\varphi(x) - (\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l})) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} + \psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l}$$

Итак, общее решение  $U(x; t)$  имеет вид:  $U(x; t) = v(x; t) + w(x; t) =$   
 $= \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{2Qh^2}{C\rho n^3 \pi^3 a^2} * (1 - (-1)^{n+1}) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{n^2 \pi^2 a^2}{h^2} t} \right) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} \right] +$   
 $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 n^2 a^2}{h^2} t} \cdot \frac{2}{h} \cdot \int_0^h (\varphi(x) - (\psi_1 + (\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l})) \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} dx \cdot \sin \frac{n\pi x}{h} + \psi_1 +$   
 $(\psi_2 - \psi_1) \frac{x}{l}$

Представим скважину в виде однородного стержня, теплоизолированного со всех сторон, кроме нижнего конца и достаточно тонкий, чтобы считать температуру на всей площади поперечного сечения одинаковой, с граничными и начальными условиями:

$$\begin{cases} U(0; t) = 273K, \\ U(h; t) = 293K, \\ U(x; 0) = 273K, \end{cases}$$

Если стержень нагрет неравномерно, то в нем будет происходить перенос тепловой энергии и температура в сечениях будет меняться.

В дополнение к этому предположим, что внутри стержня порождается или поглощается тепло вследствие, например, химических реакций. Получим функцию  $Q$  – количество тепла, выделяемое единицей объема за единицу времени. Назовем ее плотностью тепловых источников. Вычисляя в системе Mathematica, можем узнать температуру жидкости в призабойной зоне скважины в зависимости от глубины скважины (рис. 17).

При консультации с преподавателями специальных дисциплин студенты получили сведения, о том, что нагрев жидкости практически прекращается на глубине примерно равной  $2/3$  от поверхности земли. Рассматривая скважину глубиной 2500 метров, используя полученные результаты для нахождения температуры промывочной жидкости, определили, что теория не противоречит практике, более того позволяет более точно вычислять температуру нагрева в любой точке скважины.

Рассмотрение подобных задач является убедительным доказательством для студентов того, что моделирование позволяет предсказать ситуацию, имитировать особенности функционирования системы, уменьшает потребности в сложном оборудовании и сложных лабораторных испытаниях, позволяет сократить сроки исследования.

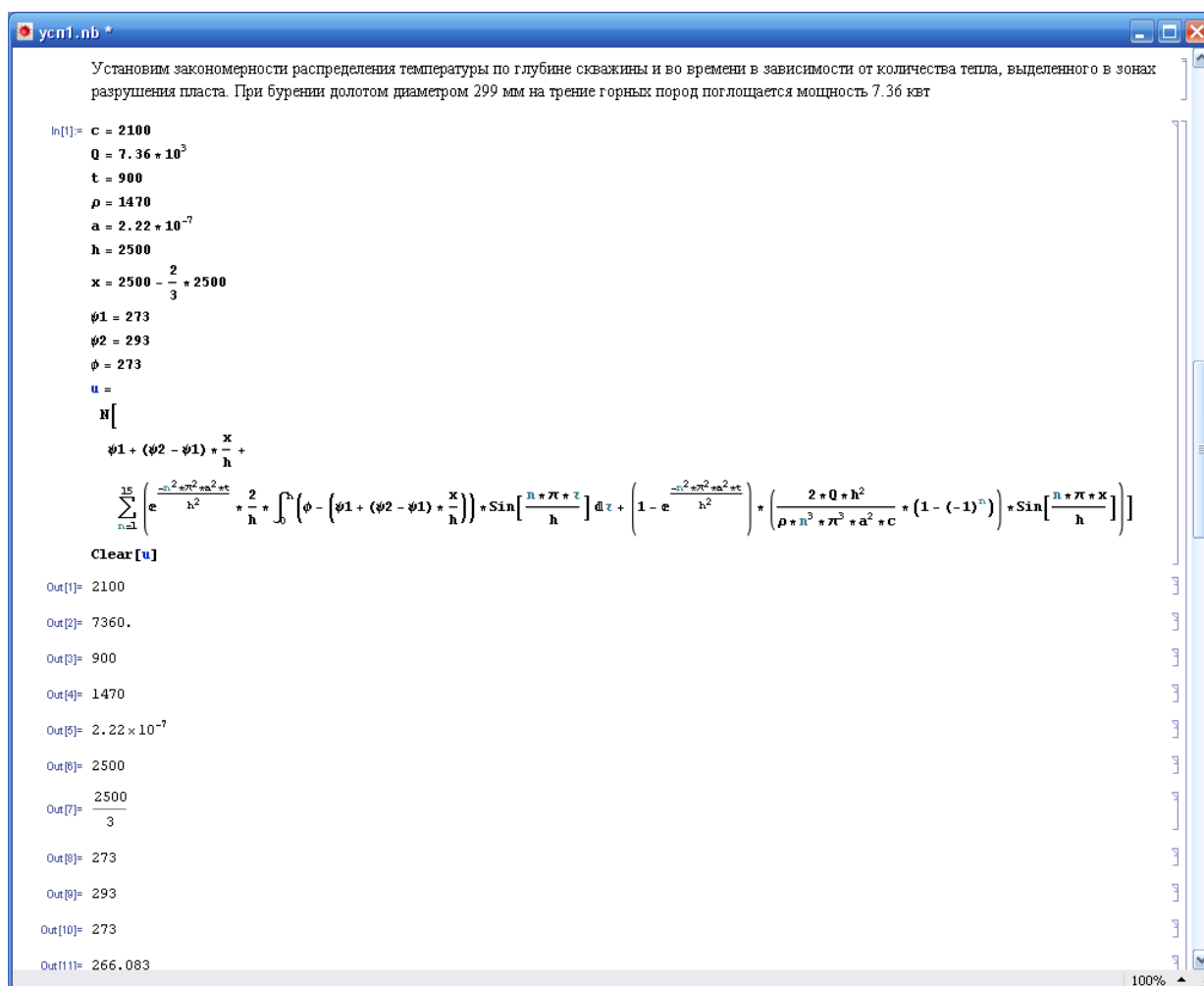


Рис. 17. Пример вычисления температуры промывочной жидкости и бурильного инструмента за счет трения при бурении

### **Поисково-познавательный метод**

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи профессионального образования — подготовка компетентного профессионала, владеющего широким спектром вопросов по своей специальности и ориентированного в сложных областях деятельности, способного к высокопроизводительной работе по специальности на уровне мировых стандартов.

Для решения этих задач уделяется большое внимание в нынешних условиях самостоятельной работе студентов над учебным материалом, усилению ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, воспитание их творческой активности и инициативы. Необходима разработка новых дидактических подходов для глубокого усвоения учебного материала.

Повышение роли самостоятельной работы студентов при проведении различных видов учебных занятий предполагает изучение нового материала, основываясь на более углубленном изучении предыдущих вопросов, как при непосредственном участии преподавателя, так и при индивидуальных работах. Студенты должны хорошо представлять дальнейшую задачу, выносимую для самостоятельного изучения, в том числе и с помощью компьютерных математических средств. При этом должна учитываться обеспеченность образовательного процесса учебной литературой и ее доступность для всех обучающихся. Для повышения производительности труда необходимо активное использование информационно-коммуникационных технологий, позволяющих студенту освоить материал в удобное для него время.

Современные методики проведения практических занятий и научно-исследовательской работы должны готовить студентов к самостоятельному выполнению профессиональных задач. Профессиональная деятельность инженера требует всё более частое использование ПК. Применение созданных с помощью компьютера математических моделей

производственных процессов получило активное развитие в повседневной жизни. При этом производительность умственного труда человека на порядки увеличивается ресурсом компьютерного «интеллекта».

Числовые расчеты в настоящее время все более широко применяются в деятельности инженеров. Данные расчёты основаны на математике – науке, занимающейся числовыми и геометрическими соотношениями. Математика обслуживает самые разнообразные области науки и практической деятельности. Роль математики постоянно растёт. Наука только тогда достигает совершенства, когда ей удаётся пользоваться математикой.

При подготовке к будущей профессии с самого начала обучения в вузе следует идеологически и практически готовиться к количественному решению задач, что является последующей ступенью изучения математических моделей. Данный метод позволяет получать практические навыки построения математических моделей, их решения более эффективными способами, обращаясь к современной вычислительной технике.

Для наибольшей эффективности перехода к математическому моделированию необходимо рассмотрение десятков классических прикладных задач, с применением законов физики, техники, решение которых дает огромные навыки первоначального этапа перехода к математическому моделированию. Задачи практического содержания вызывают наибольшие затруднения, их решение должно являться заключительным этапом в изучении различных тем высшей математики.

Информационные технологии позволяют активизировать процесс вычисления, избавиться от трудоёмких, объёмных вычислений, освобождая тем самым время для дальнейших действий в процессе моделирования.

Мы полагаем, что для выработки устойчивых профессиональных навыков применения математического аппарата для моделирования различных процессов производства необходимо дать на занятии первоначальные навыки решения прикладных задач, затем расширить

условие данной задачи, создав при этом проблемную ситуацию, решение которой привело бы к другой более обширной задаче. В результате студенты заново анализируют условия применения предыдущей задачи в новой задаче, сопоставляют, находят отличие, переходят к другой задаче, более глобальной, то есть к следующему этапу моделирования.

При рассмотрении темы: «Решение физических задач с помощью определенного интеграла» можно рассмотреть последовательность задач:

1. нахождения силы взаимодействия между стержнем и материальной точкой;
2. нахождения силы взаимодействия между проволочным полукольцом и материальной точкой, лежащей в центре полукольца;
3. нахождения силы взаимодействия между проволочным кольцом и материальной точкой, лежащей на оси симметрии;
4. нахождения силы взаимодействия между диском и материальной точкой, лежащей на оси симметрии.

В связи с сокращением аудиторных часов для эффективности занятия и лучшего понимания данную тему лучше провести в виде мастер – класса, в которой студенты активно в форме презентаций объясняют решение задач (рис. 18), затем в системе Mathematica проверяют решение (рис. 19).

Основные чертежи, пояснения к решению, вычисления общего результата, при различных значениях переменных выкладываются в презентации.

В конце занятия дается время на оформление решения задач в тетради и определяется, какая группа ребят обеспечила наилучшее понимание решения задачи.



## Задача 1

Стержень АВ, длина которого  $l$ , масса  $M$ , притягивает точку  $C$  массы  $m$ , которая лежит на его продолжении на расстоянии  $a$  от ближайшего конца

В стержня. 1) Найти силу взаимодействия стержня и точку. 2) Какую точечную массу нужно поместить в точку  $A$ , для того, чтобы она действовала на  $C$  с той же силой, что и стержень АВ; какую работу совершит сила притяжения, когда точка, отстоящая от стержня на расстоянии  $r$ , приблизится к нему на расстоянии  $g$ , двигаясь вдоль прямой, составляющей продолжение стержня?

□ Согласно закону всемирного тяготения, сформулированного Ньютоном сила взаимодействия двух точечных масс:

$$f = k \frac{mM}{r^2}$$

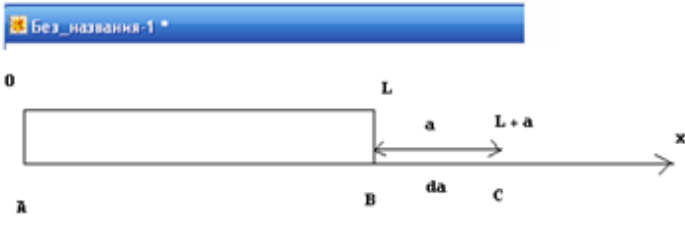
Выбрав одну ось  $Ox$ , в направлении от стержня, поместив его начало отсчёта в  $m$ , рассмотрим элементарную частицу длиной  $dx$  на расстоянии  $x$  от начала отсчёта.

Сила взаимодействия между частицей  $dx$  и точкой  $C$   $dF$

$$dF = k \frac{m dM}{(l-x+a)^2}; \quad dM = \frac{M}{l} \cdot dx$$

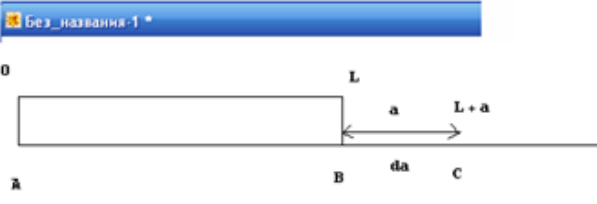
$$\begin{aligned} dF &= k \frac{mM}{l(l+a-x)^2} dx & F &= \int_0^l k \frac{mM}{l(l+a-x)^2} dx = \\ &= k \frac{mM}{l} \int \frac{d(l+a-x)}{(l+a-x)^2} = k \frac{mM}{l} \left[ \frac{1}{l+a-x} \right]_0^l = \\ &= k \frac{mM}{l} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{l+a} \right) = k \frac{mM}{a(l+a)} \end{aligned}$$

Рис. 18. Мастер-класс, предложенный студентами



$$F = \int_0^L \frac{k m M}{\frac{L}{(L+a-x)^2}} dx$$

$$\frac{k m M}{a (L + a)}$$



$$A = \int_{r2}^{r1} \frac{k m M}{a (L + a)} da$$

$$\frac{k m M}{L} \ln \frac{r1 (L + r2)}{(r1 + L) r2}$$

Рис. 19. Вычисление силы и работы в системе Mathematica.

Математическое изучение реальных объектов начинается с математического моделирования, т. е. использования для их описания некоторых математических моделей, либо уже ранее известных, либо специально построенных. В результате изучения этих моделей часто возникают другие математические модели, которые в свою очередь начинают изучаться и, таким образом, прикладная математика является мощным источником новых математических моделей. Целью изучения математических моделей в прикладной математике является, в конечном итоге, исследование соответствующего конкретного реального явления.

Математическое моделирование играет значительную роль во многих областях современной науки и техники, являясь мощным и эффективным средством, как для проведения научных исследований, так и для выполнения различных экспериментальных и конструкторских работ. К примеру, использование математических моделей при проектировании процессов разработки нефтяных месторождений и расчет их на ПК существенно рентабельнее создания экспериментальных образцов.

## **§2.2. Электронный учебно-методический комплекс в системе Mathematica как средство формирования творческой самостоятельности в обучении математике (использование гиперссылок и анимаций)**

Задачей практических занятий по математике, предусмотренных учебным планом вуза, является более углубленное изучение математики, т. е. формирование математических знаний, умений и навыков. Однако на практическом занятии надо формировать не только математические, но и общеучебные знания, умения и навыки, позволяющие рационально организовать обучение математике. Практические занятия играют важную роль в выработке у студентов навыков применения теоретических знаний, полученных на лекции и при самоподготовке.

Целью практических занятий является углубление и расширение знаний, полученных в обобщенной форме на лекции, и содействие их применению в самостоятельной профессиональной творческой деятельности.

В программе практических занятий по математике много тем, в которых, кроме понимания только что прочитанной на лекции темы, необходимы трудоемкие вычисления, относящиеся к предыдущим темам. При изучении темы с помощью компьютерной системы Mathematica, за счет применения гиперссылок, можно организовать обучение студентов разного уровня подготовки. Оснащение электронного учебного пособия гиперссылками и организация практического занятия с его применением позволяет студенту усваивать знания индивидуально, т.к. в случае затруднения он может обратиться к ссылке. Организация практического занятия с применением компьютерной системы Mathematica, при использовании в учебных файлах гиперссылок, позволяет одним студентам следить за правильностью последовательности расчетов, а другим — контролировать правильность промежуточных вычислений.

Гиперссылка — это слово, фраза или аналитическая форма записи, выделенная определенным цветом и напоминающая кнопку, при нажатии на ко-

торую появляется окно, где и представлена информация, относящаяся к этой гиперссылке.

Отметим темы программы по математике, в которых целесообразно применение КМС Mathematica (в частности, файлов с гиперссылками):

1. Действия над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений матричным способом по формулам Крамера.
2. Построение графиков функций, заданных параметрически и в полярных координатах.
3. Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат с помощью определенного интеграла.
4. Вычисление длин дуг плоских фигур в различных системах координат с помощью определенного интеграла.
5. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определенного интеграла.
6. Приложение определенного интеграла к решению задач физики.
7. Приближенное вычисление значений функции и определенного интеграла с помощью разложения в ряды Тейлора и Маклорена.
8. Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию Пирсона.
9. Нахождение уравнения регрессии по выборке.

С помощью гиперссылок одна группа студентов может сначала решить задачи, а затем сверить решение по имеющейся гиперссылке, и переходить к следующей. Другая группа студентов периодически будет обращаться к гиперссылке за помощью. Однако общая цель, заключающаяся в усвоении новой темы, будет достигнута. Гиперссылки с ответами предназначены в основном для самоконтроля, а гиперссылки с пояснениями терминов или недостающими в основном тексте доказательствами играют роль глоссария. Подобное применение компьютерной системы Mathematica учит самостоятельности — одному из главных качеств студента, без которого нельзя успешно усваивать учебный курс.

Организация практического занятия с применением КМС Mathematica (в частности, использование гиперссылок) окажет пользу и преподавателю. Во-первых, компьютер обладает «беспределённым терпением»: он может многократно повторять объяснения без признаков усталости и неудовольствия. Во-вторых, он позволяет выбрать темп обучения, подходящий для данного студента. И, в-третьих, когда студент сидит у компьютера, то компьютер целиком и полностью занят им, т. е. «все его внимание» направленно только на студента. Таким образом, что не сможет сделать преподаватель, а именно, подробно и детально объяснить материал индивидуально каждому из студентов группы, может сделать учебный файл в компьютерной системе Mathematica.

Компьютерная обучающая программа, организованная на гиперссылках, используется после прочтения лекции по данной теме. Далее студент переходит к разбору задач. Все задачи приведены также, как в учебниках и лекциях, плюс к этому более доступно объяснены и красочно оформлены, что уже вызывает своеобразный интерес к занятию. Все промежуточные вычисления приводятся в гиперссылках. Так как задачи рассчитаны на студентов разного уровня подготовки, то определённые гиперссылки они могут и не смотреть. Для упрощения работы с программой предусмотрена определенная навигация, позволяющая в любой момент переходить к оглавлению и от него — к нужному вопросу. Также имеются гиперссылки на те моменты, которые не каждый студент может сразу запомнить и понять.

После разбора примеров студент переходит к следующему пункту — самостоятельному решению нескольких задач для проверки и закрепления полученных знаний. Решения их также приведены, однако доступ к ним закрыт, и лишь введя специальный код, который преподаватель даст через некоторое время, когда большинство студентов приведут свои решения, можно будет открыть окно гиперссылки и проверить правильность выполнения своей работы.

Оформленные таким образом компьютерные обучающие программы могут быть размещены на сайте технического вуза, в результате чего студенты смогут еще раз вернуться к пройденной теме, зайдя на этот сайт.

Рассмотрим методику проведения практических занятий с применением гиперссылок на примере компьютерного практикума.

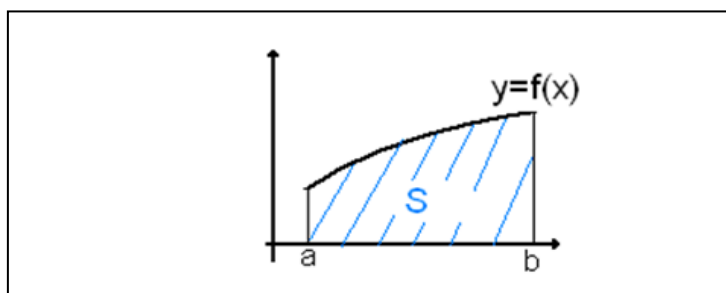
### **Компьютерный практикум по теме «Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат с помощью определенного интеграла»**

I. Актуализация прежних знаний проходит в виде тестовой проверки подготовленности студентов к приобретению умений и навыков нахождения площадей фигур в различных системах координат.

Предлагается тестовый материал:

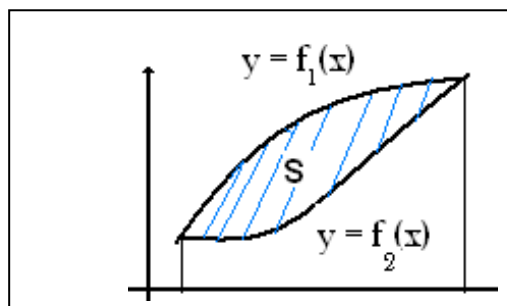
1. Каковы площади заштрихованных фигур? Установите соответствие между графиками функций и выражением, определяющим площадь фигуры:

a)



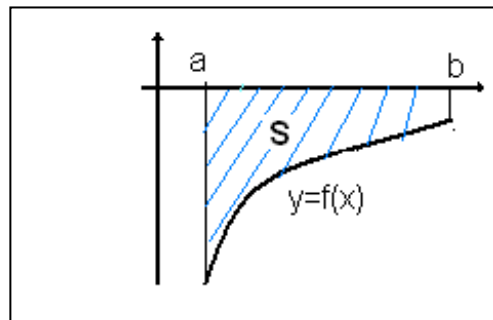
1)  $\int_a^b f(x) dx$ ; 2)  $-\int_a^b f(x) dx$ ; 3)  $\int f(x) dx$

b)



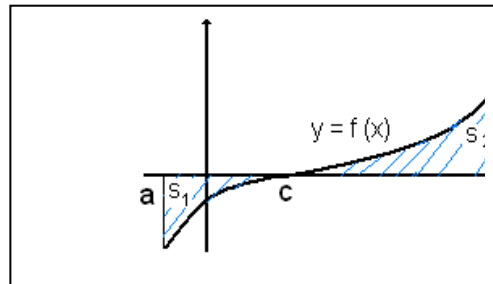
1)  $\int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$ ; 2)  $\int_b^a (f_1(x) - f_2(x)) dx$ ; 3)  $\int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$ .

c)



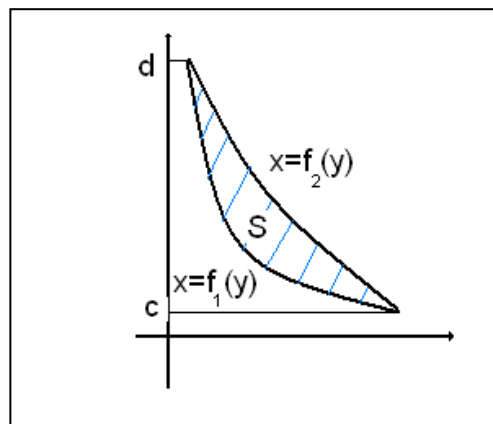
1)  $\int_a^b f(x) dx$ ; 2)  $-\int_a^b f(x) dx$ ; 3)  $-\int_b^a f(x) dx$ .

d)



1)  $-\int_a^b f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ ; 2)  $\int_a^b f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ ; 3)  $\int_a^b f(x) dx - \int_c^d f(x) dx$ .

e)



1)  $\int_c^d (f_2(y) - f_1(y)) dy$ ; 2)  $\int_c^d (f_2(y) + f_1(y)) dy$ ; 3)  $\int_c^d (f_1(y) - f_2(y)) dy$ .

Правильным ответом является соответствие:

1. a - 1), b - 2), c - 1), d - 2), e - 3);
2. a - 3), b - 2), c - 1), d - 3), e - 2);
3. a - 1), b - 3), c - 2), d - 1), e - 1).

**2.** Выберите правильную последовательность вычисления площади фигуры:

- 1) Выясняется, какие кривые ограничивают фигуру сверху и снизу.

2) Находятся пределы интегрирования. Для этого достаточно найти абсциссы или ординаты точек пересечения линий, ограничивающих данную фигуру.

3) Вычисляется определенный интеграл.

4) Строится фигура, площадь которой надо вычислить. При построении графиков данных функций следует провести небольшое исследование элементарным методом: а) найти область определения; б) точки пересечения с осями координат; в) четность/ нечетность; г) интервалы знакопостоянства;

Правильным ответом является последовательность:

1. 1), 2), 3), 4); 2. 4), 3), 2), 1); 3. 4), 2), 1), 3); 4. 4), 1), 2), 3).

**3.** Определите формулу для вычисления площади параметрически заданной фигуры.

$$1) S = \int_{t_1}^{t_2} y(x) dx; \quad 2) S = \int_a^b y(x) dt; \quad 3) S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t) dt.$$

**4.** Определите формулу для вычисления площади фигуры, заданной в полярной системе координат.

$$1) S = \int_{t_1}^{t_2} y(x) dx; \quad 2) S = \int_{\alpha}^{\beta} \rho(\phi) d\phi; \quad 3) S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} \rho^2(\phi) d\phi.$$

Часть тестового материала, включенного в электронное учебное пособие, рассмотрен на рис. 20.

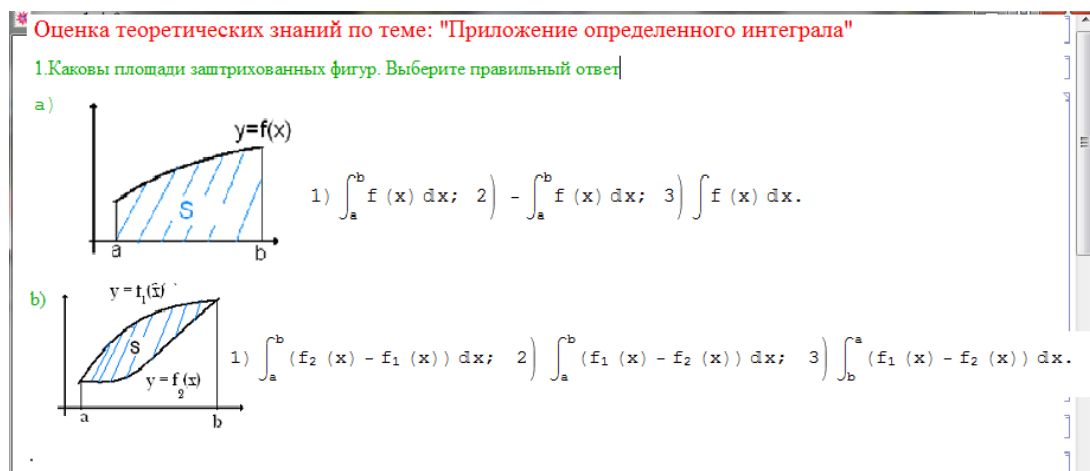


Рис. 20. Пример тестирования в электронном учебном пособии



После ответа по гиперссылке студенты узнают правильные ответы, проводится сравнительный анализ полученных результатов.

II. Формирование умений и навыков начинается с самостоятельного рассмотрения в течение 20 минут задач 1-3 группы сложности А (рис. 21).

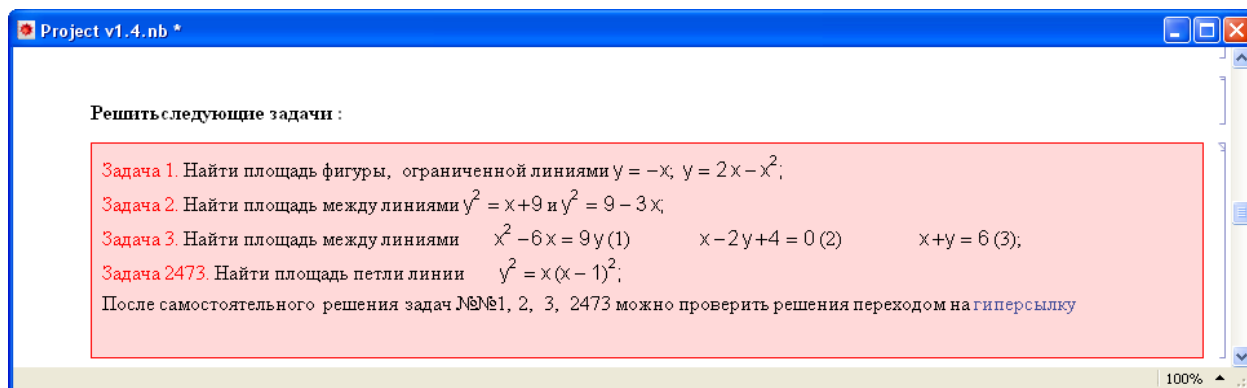


Рис. 21. Условия задач группы А.

После истечения 20 минут студенты, затрудняющиеся в решении и испытывающие неуверенность в некоторых вопросах, для закрепления своих знаний переходят к гиперссылкам, в которых дается разъяснение всех этапов решения задач.

Решение задачи 1. Строим фигуры.

$y = -x$  — это биссектриса первой и второй координатных четвертей. Выделим полный квадрат в уравнении  $y = 2x - x^2$ . С помощью гиперссылки при необходимости проверяем решение (рис. 22).

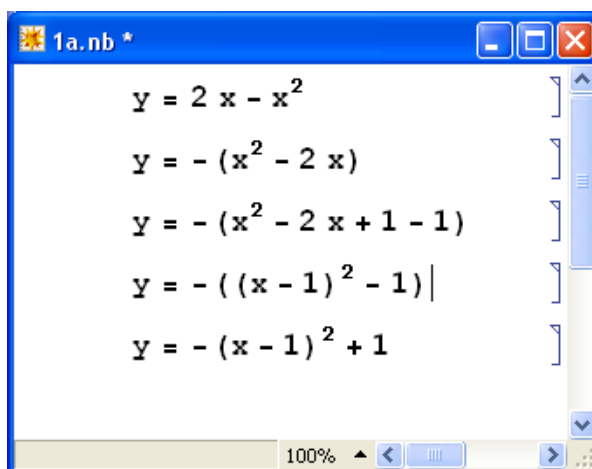


Рис. 22. Выделение полного квадрата

Строим кривые и получаем фигуру. Студенты в прямоугольной системе координат на плоскости строят кривые и при необходимости по гиперссылке проверяют свои построения (рис. 23).

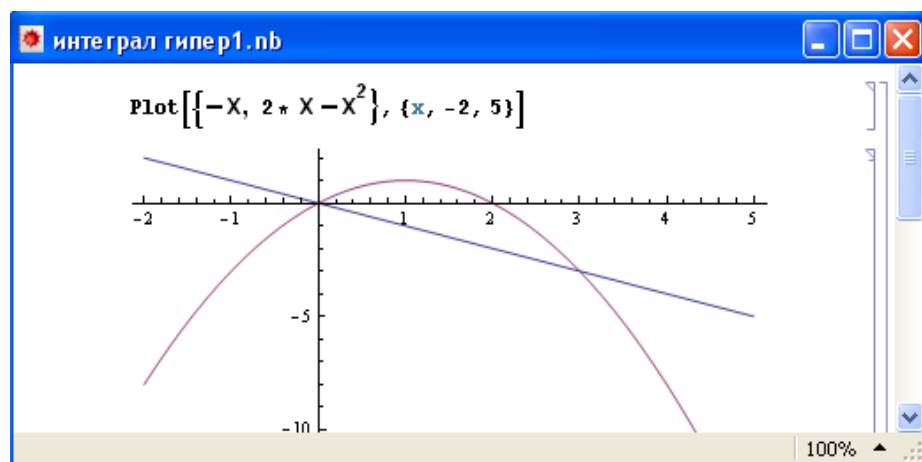


Рис. 23. Построение фигуры

2.Находим пределы интегрирования. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = -x \\ y = 2x - x^2 \end{cases} \Rightarrow -x = 2x - x^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 = -3 \end{cases}$$

Итак, пределы интегрирования  $x_H=0$ ,  $x_B=3$ , интегрируем по  $x$

$$S = \int_0^3 (2x - x^2 + x) dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{27}{2} - \frac{27}{3} = \frac{9}{2}$$

Проверяем вычисления в КМС Mathematica (рис. 24):

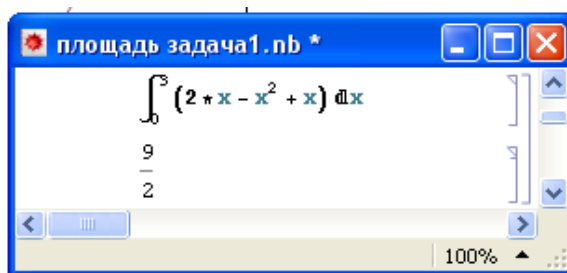


Рис.24 Вычисление площади к задаче №1

Решение задачи №2.

1. Строим параболы и результат проверяем по гиперссылке (рис.25).

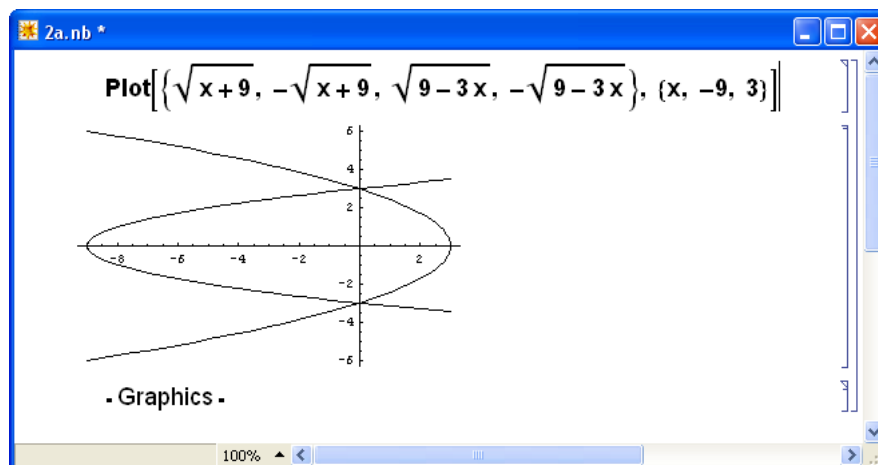


Рис. 25. Гиперссылка к построению фигуры в задаче № 2

2. Определим точки пересечений этих парабол:

$$\begin{cases} y^2 = x + 9 \\ y^2 = 9 - 3x \end{cases} \Rightarrow x + 9 = 9 - 3x \Leftrightarrow 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y^2 = 9 \Leftrightarrow y_{1,2} = \pm 3, \end{cases}$$

$A(0;3), B(0;-3)$ – точки пересечения двух кривых.

3. Выразим переменную  $x$  из первого и второго уравнений кривых:

$$x_1 = y^2 - 9, x_2 = \frac{9-y^2}{3}, \text{ причем } x_1 \leq x_2,$$

пределы интегрирования по переменной  $y$ :  $y_n=0, y_v=3$ .

4. Тогда площадь полученной фигуры равна

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^3 (x_2 - x_1) dy = 2 \int_0^3 \left( \frac{9-y^2}{3} - y^2 + 9 \right) dy = 2 \int_0^3 \left( 12 - \frac{4}{3}y^2 \right) dy = \\ &= 2 \left( 12y - \frac{4}{3} \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 8 \left( 3y - \frac{y^3}{9} \right) \Big|_0^3 = 8 \left( 9 - \frac{27}{9} \right) = 48 (\text{ед}^2) \end{aligned}$$

5. Проверяем решение в системе Mathematica (рис. 26).

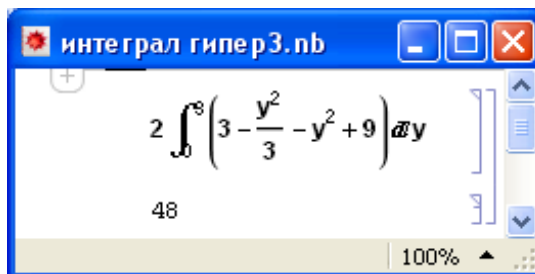


Рис. 26. Решение задачи 3

6. Проведем исследование функции  $x^2 - 6x = 9y$  (1). Выделяем полный квадрат:  $(x-3)^2 = 9(y+1)$  – это парабола с вершиной в точке  $(3; -1)$ , ветви направлены вверх, корни функции  $x_1=0$  и  $x_2=6$ .

Строим прямые  $x - 2y + 4 = 0$  (2) и  $x + y = 6$  (3).

Корень функции (2)  $x = -4$ , корень функции (3)  $x = 6$ .

## 7. Строим графики функций.

Студенты строят графики и проверяют свои вычисления и построения с помощью гиперссылки (рис 27). Найдем точки пересечений линий, решив систему уравнений (1) и (2):

$$\begin{cases} x^2 - 6x = 9y \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2 - 6x) = 9(x + 4) \\ y = \frac{x + 4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 21x - 36 = 0 \\ y = \frac{x + 4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \frac{21 \pm 29}{4} \\ y = \frac{x + 4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{25}{2} \\ y_1 = \frac{33}{4} \\ x_2 = -2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

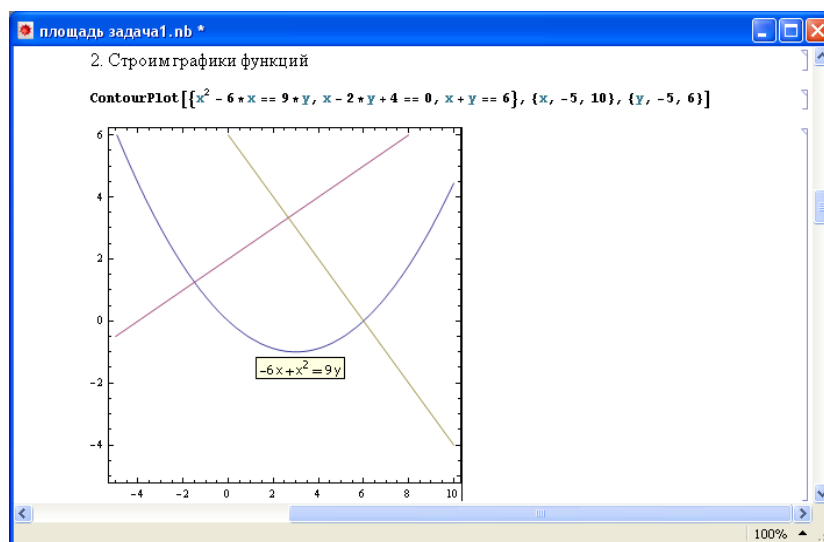


Рис 27. Графики функций  $x^2 - 6x = 9y$ ,  $x - 2y + 4 = 0$ ,  $x + y = 6$

Получаем точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(\frac{25}{2}; \frac{33}{4})$ .

Найдем точки пересечения линий (1) и (3):

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 - 6x = 9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x^2 - 6x = 54 - 9x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x^2 + 3x - 54 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 54 \cdot 4}}{2} = \frac{-3 \pm 15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 0 \\ x_2 = -9 \\ y_2 = 15 \end{cases}$$

Получаем точки  $C(6; 0)$ ,  $D(-9; 15)$ .

Найдем точки пересечения линий (2) и (3):

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - x \\ x - 2(6 - x) + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{3} \\ x = \frac{8}{3} \end{cases}$$

получаем точку  $F(\frac{8}{3}; \frac{10}{3})$ .

Данные вычисления можно сразу проводить в системе Mathematica (рис.28).

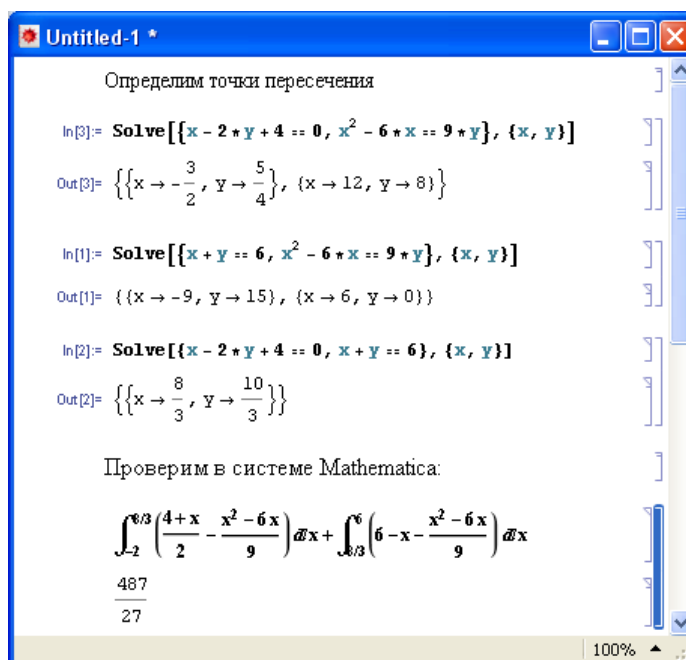


Рис. 28. Определение точек пересечения кривых и площади фигуры

Определим площадь полученной фигуры:

$$S = S_1 + S_2 = \int_{-2}^{\frac{8}{3}} \left( \frac{4+x}{2} - \frac{x^2-6x}{9} \right) dx + \int_{\frac{8}{3}}^6 \left( 6 - x - \frac{x^2-6x}{9} \right) dx = \left( 2x - \frac{x^3}{27} + \frac{7x^2}{12} \right) \Big|_{-2}^{\frac{8}{3}} + \left( 6x - \frac{x^3}{27} - \frac{x^2}{6} \right) \Big|_{\frac{8}{3}}^6 = \frac{16}{3} - \frac{2^9}{3^6} + \frac{112}{27} + 4 - \frac{8}{27} - \frac{7}{3} + 36 - 8 - 6 - 16 + \frac{2^9}{3^6} + \frac{32}{27} = \frac{9}{3} + \frac{136}{27} + 10 = \frac{487}{27} (\text{ед}^2)$$

Для убедительности студенты проверяют результаты в компьютерной системе Mathematica, можно воспользоваться гиперссылкой.

Затем рассматривается вторая группа задач (рис. 29).

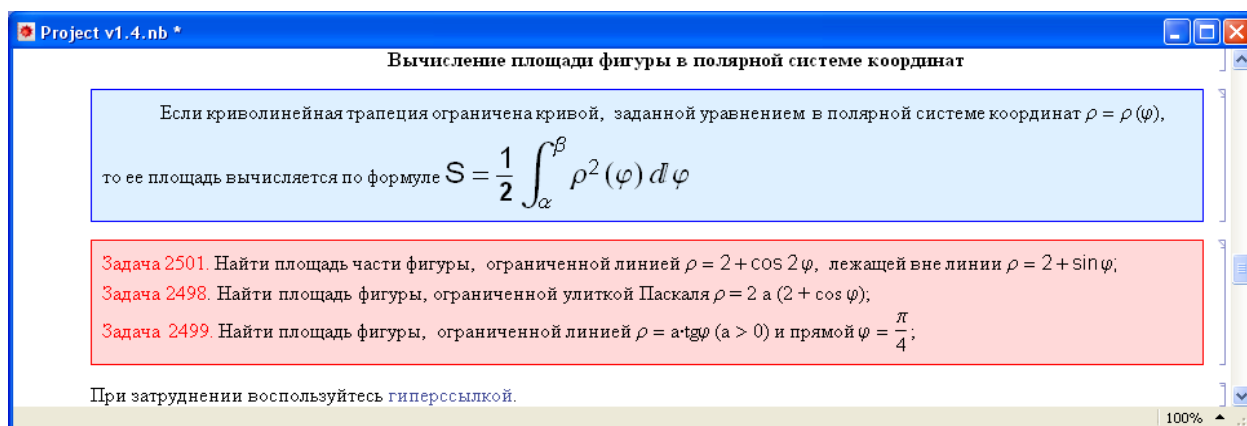


Рис. 29. Вторая группа задач

Задачи № 2501(Берман).

1. Определим таблицу значений функций  $\rho = 2 + \cos 2\varphi$  и  $\rho = 2 + \sin\varphi$
2. При затруднении можно воспользоваться гиперссылкой (рис. 30).

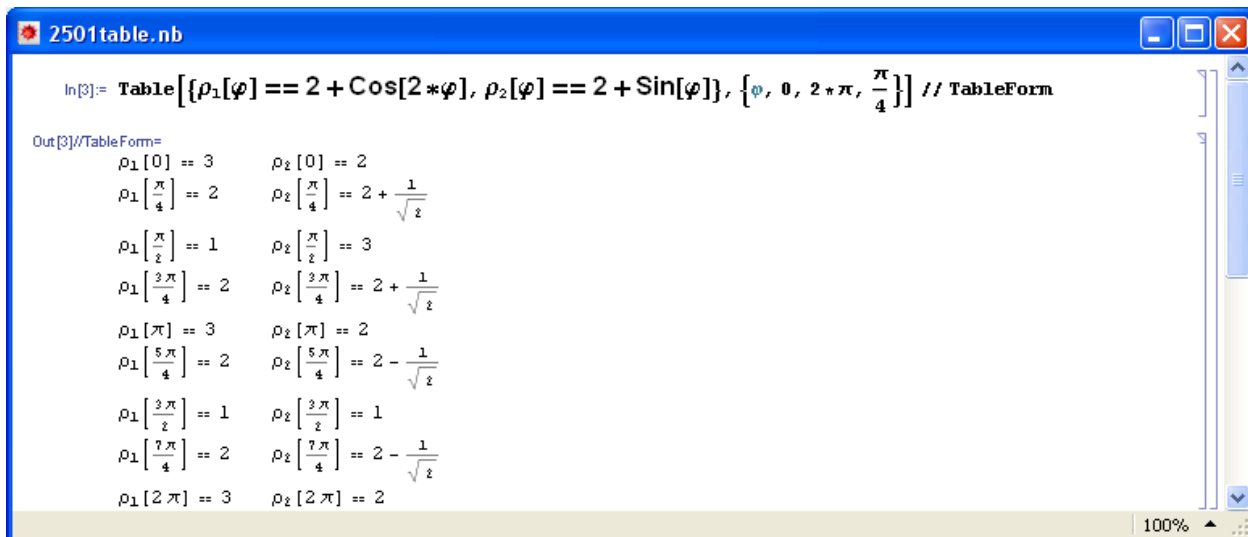


Рис. 30. Таблица значений функций  $\rho = 2 + \cos 2\varphi$  и  $\rho = 2 + \sin\varphi$

3. По таблице строим графики функций в полярной системе координат (рис. 31).

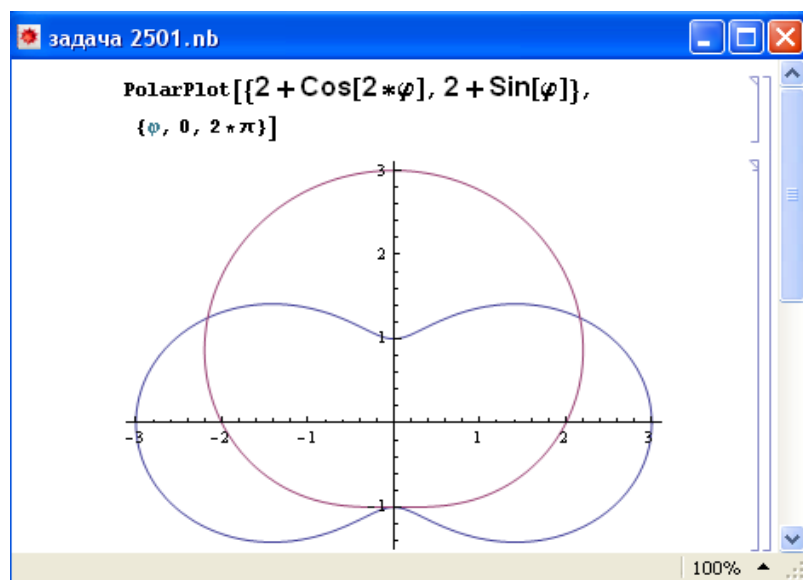


Рис. 31. Построение графиков функций в полярной системе координат

4. Определим точки пересечения обеих кривых. Для этого приравняем правые части уравнений функций. Студенты определяют точки пересечений, тем же, кто затрудняется, по гиперссылке можно проверить свои вычисления (рис. 32).

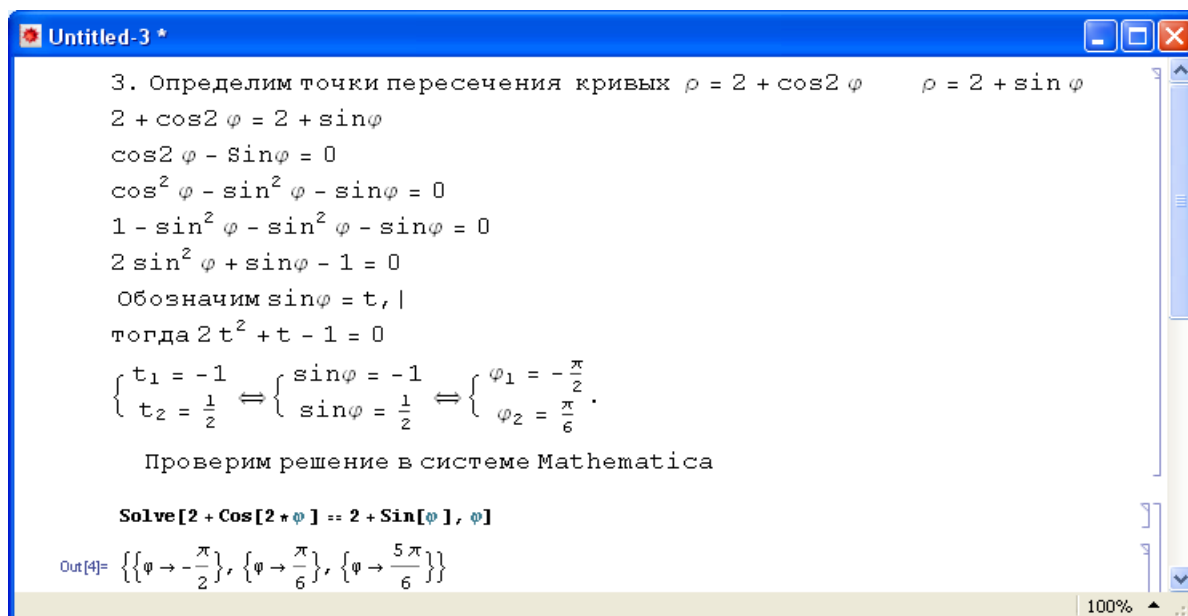


Рис. 32.Определение точек пересечения кривых

По рисунку, очевидно, что если нахождение точек пересечения является вспомогательным моментом данного занятия, в познавательном плане ничего нового не несет и уже подобного рода вычисления проводились на данном занятии, то в КМС Mathematica это можно сделать намного быстрее, эффективнее (рис. 32).

5.Определим площадь части фигуры, ограниченной линией

$\rho = 2 + \cos 2\varphi$ , лежащей вне линии  $\rho = 2 + \sin \varphi$  (рис. 33).

Задачи № 2498(Берман).

Определим площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля

1. Зададим таблицу соответствия между углом  $\varphi$  и полярным радиусом

$$\rho = a(2 + \cos 2\varphi)$$

При затруднении смотри гиперссылку (рис.34).

2. Построим фигуру в полярной системе координат. Для этого отмечаем полюс О, полярную ось и на ней определяем единичный вектор. На лучах  $\varphi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{4\pi}{4}, \dots$  отмечаем соответствующие значения и соединяем плавной кривой (рис. 35).

площади в полярной.nb \*

Определим площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = 2 + \cos[2\varphi]$ , лежащей вне линии  $\rho = 2 + \sin[\varphi]$

Ответ  $51 \frac{\sqrt{3}}{16} \text{ ед}^2$ . Получил? Здорово!

При затруднении смотри гиперссылку. Не отчаивайся. Не боги горшки обжигают!

Вычисление задачи2501.nb

$$S_1 = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/6} \rho^2(\varphi) d\varphi = 2 * \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/6} (2 + \cos[2\varphi])^2 d\varphi =$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/6} (4 + 4 \cos[2\varphi] + \cos^2[2\varphi]) d\varphi = 4 \varphi \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} + 2 \sin[2\varphi] \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} + \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/6} (1 + \cos[4\varphi]) d\varphi = \frac{2}{3} \pi + 2\pi + \sqrt{3} +$$

$$+ \frac{1}{2} \varphi \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} + \frac{1}{8} \sin[4\varphi] \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} = \frac{8}{3} \pi + \sqrt{3} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{16} = 3\pi + 17 \frac{\sqrt{3}}{16} \text{ (ед}^2\text{)}$$

$$S_2 = 2 * \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/6} (2 + \sin[\varphi])^2 d\varphi =$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/6} (4 + 4 \sin[\varphi] + \sin^2[\varphi]) d\varphi = 4 \varphi \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} - 4 \cos[\varphi] \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} + \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/6} (1 - \cos[2\varphi]) d\varphi = \frac{2}{3} \pi + 2\pi -$$

$$- 2\sqrt{3} + \frac{\varphi}{2} \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} - \frac{1}{4} \sin[2\varphi] \Big|_{-\pi/2}^{\pi/6} = \frac{8}{3} \pi - 2\sqrt{3} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} = 3\pi - 17 \frac{\sqrt{3}}{8} \text{ (ед}^2\text{)}$$

$$S_4 = S_1 - S_2 = 3\pi + 17 \frac{\sqrt{3}}{16} - 3\pi + 17 \frac{\sqrt{3}}{8} = 51 \frac{\sqrt{3}}{16} \text{ (ед}^2\text{)}$$

Проверим вычисления в системе Mathematica:

$$s = 2 * \frac{1}{2} * \int_{-\pi/2}^{\pi/6} ((2 + \cos[2\varphi])^2 - (2 + \sin[\varphi])^2) d\varphi$$

$$\frac{51 \sqrt{3}}{16}$$

Рис.33. Определение площади в полярной системе координат.

2498table.nb \*

Построим таблицу соответствия между переменными  $\rho, \varphi$  в выражении  $\rho = 2 + \cos\varphi$

```
In[1]:= Table[ρ[φ] == 2 (2 + Cos[φ]), {φ, 0, 2 * π, π/4}] // TableForm
```

```
Out[1]/TableForm=
```

$\rho[0.]$	$= 6.$
$\rho[0.785398]$	$= 5.41421$
$\rho[1.5708]$	$= 4.$
$\rho[2.35619]$	$= 2.58579$
$\rho[3.14159]$	$= 2.$
$\rho[3.92699]$	$= 2.58579$
$\rho[4.71239]$	$= 4.$
$\rho[5.49779]$	$= 5.41421$
$\rho[6.28319]$	$= 6.$

Рис. 34. Таблица соответствия между углом и полярным радиусом

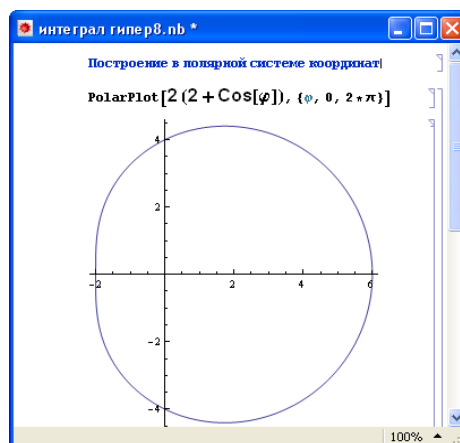


Рис. 35. Построение фигуры в полярной системе координат.



Находим площадь фигуры, проверяем в системе Mathematica (рис. 36).

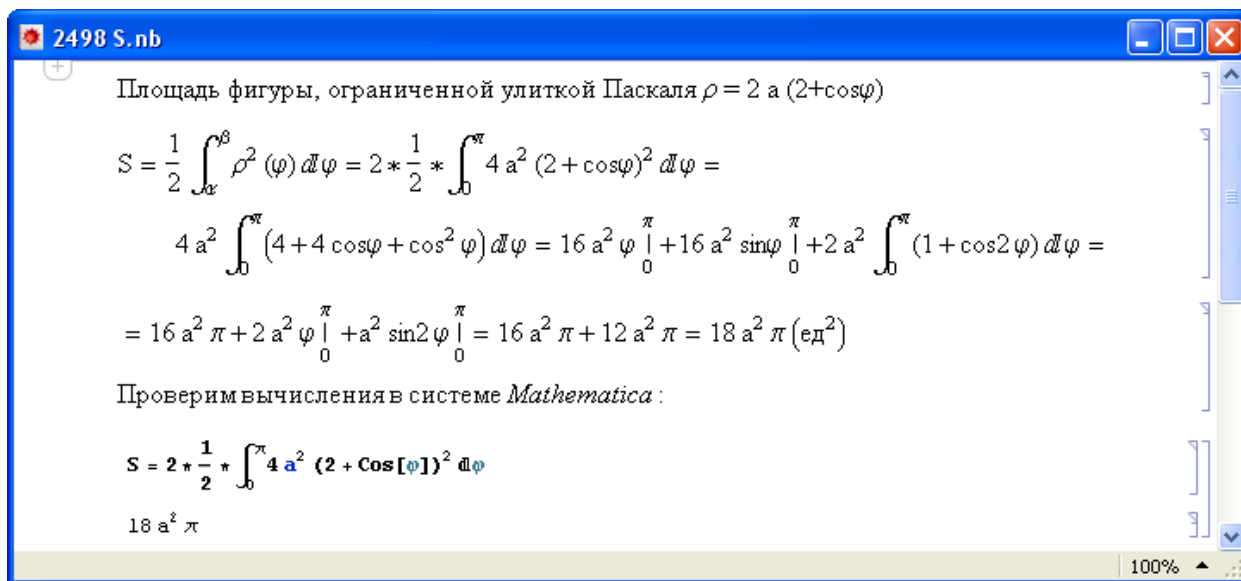


Рис. 36. Площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля

Задача № 2499 (Берман).

Для определения площади фигуры, ограниченной линией

$$\rho = a \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (a > 0) \quad \text{и прямой} \quad \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

1. Определим таблицу значений переменных  $\rho$ ,  $\varphi$  из уравнения

$$\rho = a \cdot \operatorname{tg} \varphi:$$

2. Построим фигуру по уравнениям двух линий  $\rho = a \cdot \operatorname{tg} \varphi$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ;
3. Определим площадь полученной фигуры. Для проверки полученных результатов можно воспользоваться ссылкой (рис. 37).

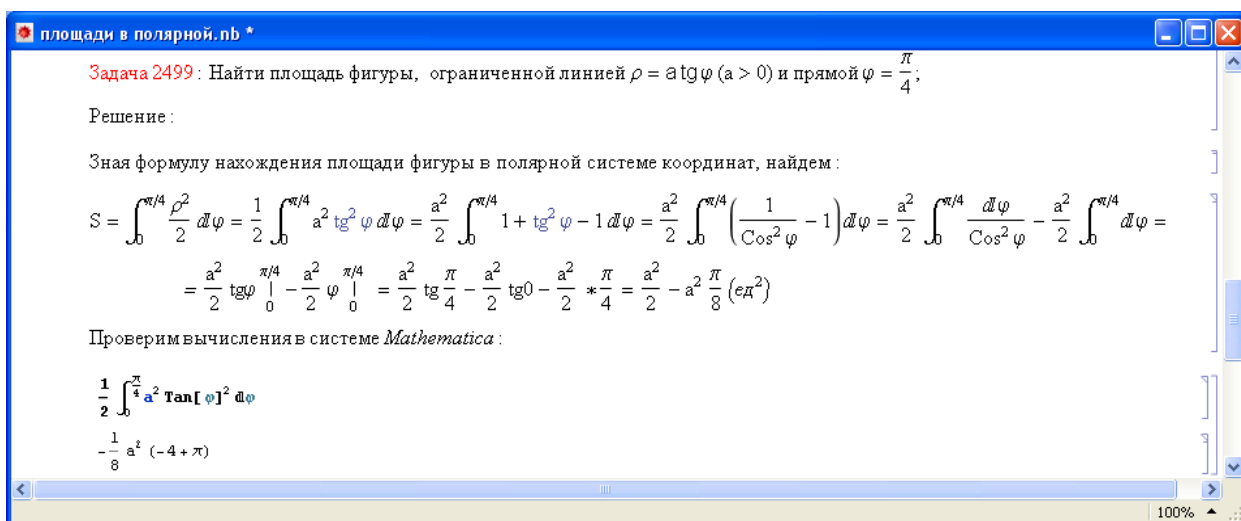


Рис. 37. Решение задачи и ее проверка в КМС Mathematica

Третья группа задач связана с нахождением площади плоских фигур, заданных параметрически (рис. 38).

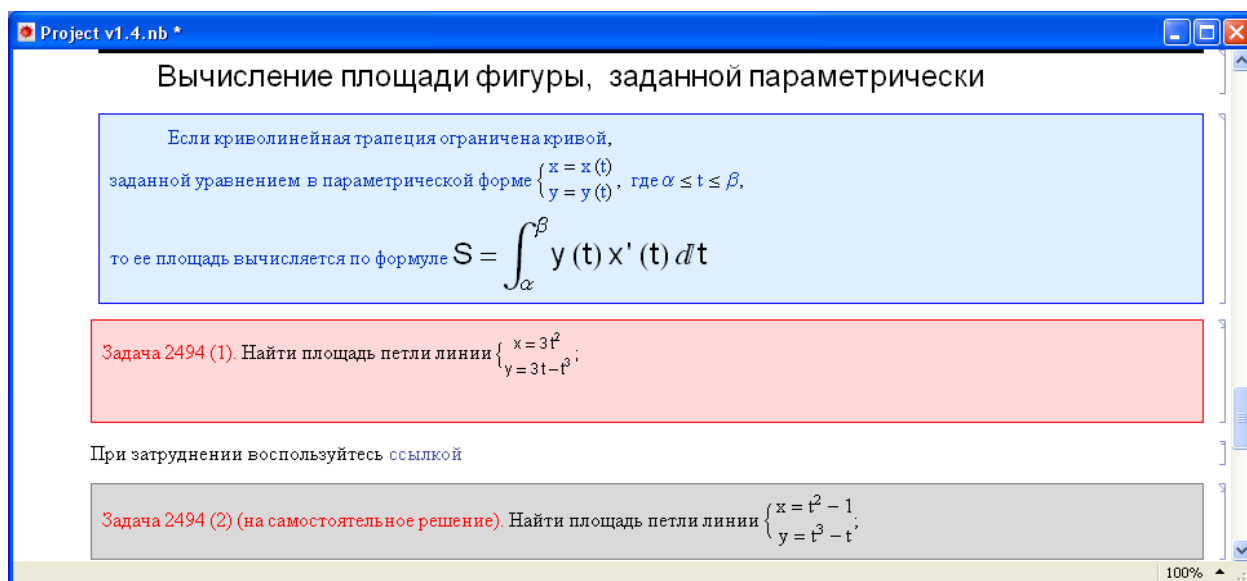


Рис. 38. Параметрически заданные функции

Задача № 2494 (Берман).

Одна группа студентов вычисляет площадь самостоятельно.

Другая группа площадь петли линии  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$  вычисляет по предложенному алгоритму:

1. Определим таблицу зависимости значений  $x$ ,  $y$  от параметра  $t$ . Параметр  $t$  берем произвольно,  $x$ ,  $y$  находим в зависимости от  $t$  и строим точки  $M(x; y)$ ;
2. В прямоугольной системе координат откладываем полученные точки и соединяем их плавной кривой;
3. Можно провести исследование некоторых свойств функции  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$
4. Фигура состоит из двух равновеликих частей, расположенных в первой и во второй четвертях. Вычисляем площадь, например, верхней части и удвоим интеграл.

Третья группа студентов изучает решение по алгоритму на рис. 39.

2494(1).nb \*

Определим площадь фигуры  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ , заданной параметрически.

1. Составим таблицу зависимости значений  $x$ ,  $y$  от параметра  $t$ . Параметр  $t$  берем произвольно,  $x$ ,  $y$  находим в зависимости от  $t$  и получаем точку  $M(x, y)$ ;

Вычисления можно провести в системе *Mathematica*:

```
Table[{x[t] == 3 t^2, y[t] == 3 t - t^3}, {t, 0, 3, 0.5}] // TableForm
```

$x[0.] = 0.$	$y[0.] = 0.$
$x[0.5] = 0.75$	$y[0.5] = 1.375$
$x[1.] = 3.$	$y[1.] = 2.$
$x[1.5] = 6.75$	$y[1.5] = 1.125$
$x[2.] = 12.$	$y[2.] = -2.$
$x[2.5] = 18.75$	$y[2.5] = -8.125$
$x[3.] = 27.$	$y[3.] = -18.$

2. В прямоугольной системе координат откладываем полученные точки и соединяем их плавной кривой;

3. Можно провести исследование некоторых свойств функции  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ :

$$-\infty \leq t \leq \infty;$$

$$x = 3t^2 \Rightarrow x \geq 0;$$

$$y = 3t - t^3, \text{ определим точки пересечения с осью абсцисс,}$$

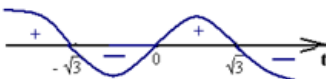
$$\Rightarrow 3t - t^3 = 0 \Rightarrow t(3 - t^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_{2,3} = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$


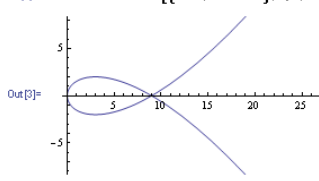
Рис. 11. Интервалы знакопостоянства функции  $y = 3t - t^3$

Итак, при  $-\sqrt{3} \leq t \leq 0$   $y \leq 0$ ,  $0 \leq x \leq 9$ ;  
при  $0 \leq t \leq \sqrt{3}$   $y \geq 0$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

100%

2494(1).nb \*

```
In[3]:= ParametricPlot[{3 t^2, 3 t - t^3}, {t, -3, 3}]
```



Out[3]=

4. фигура состоит из двух равновеликих частей, расположенных в первой и во второй четвертях. Вычисляем площадь, например, верхней части и удвоим интеграл;  $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$

$$S = \int_1^{t_2} y(t) x'(t) dt = 2 \int_0^{\sqrt{3}} (3t - t^3) 6t dt$$

Вычислим площадь в системе *Mathematica*:

$$s = 2 * \int_0^{\sqrt{3}} (3t - t^3) * 6t dt$$

$$\frac{72\sqrt{3}}{5}$$

100%

Рис.39. Решение задачи для третьего уровня изложения материала.

Практические занятия, проводимые с использованием компьютерной системы Mathematica, способствуют развитию у студентов интереса к математике. Данный метод обучения способствует глубокому усвоению знаний, получению устойчивых умений и навыков. Тестирование студентов показало, что 63% студентов за применение компьютерной системы Mathematica на практических занятиях, 20% студентов считают, что не на всех практических занятиях нужен компьютер и 17% считают, что практические и лабораторные занятия надо проводить отдельно.

Многие специалисты считают, что только компьютер позволит в настоящее время осуществить качественный рывок в системе образования.

Будущий специалист с техническим образованием должен знать методы вычислений, а эффективность реализации этих методов зависит от того, какие средства он использует. Компьютерная система Mathematica является одним из таких эффективных средств.

Многие процессы, описываемые в науке, технике и других областях человеческой деятельности, требуют подготовки специалистов, в совершенстве владеющих как методами проведения сложных математических расчетов, так и активно использующих новейшие информационные технологии.

Наличие систем компьютерной математики обуславливает необходимость переориентации учебного процесса. Правильно организованное занятие с применением одной из компьютерных математических систем может стать значительно эффективнее, если активно использовать возможности автоматического проведения трудоемких математических выкладок.

Специфика самого предмета «математика» такова, что основным в процессе обучения являются наглядно-вербальные средства в различных сочетаниях. Передача части обучающих функций техническому устройству преобразует деятельность и преподавателя и студента, изменяя не только ее содержание и операционную структуру, но также в значительной мере

систему взаимоотношений между ними. Современные системы компьютерной математики резко повышают интерес учащихся к математике, поскольку облегчают процесс ее усвоения и сочетают его с увлекательной работой с современной вычислительной техникой.

Новый подход к изучению темы в математике, учитывающий непроизвольную тягу студентов к ПК, в соответствии с требованиями жизни подводит их к самостоятельному приобретению новых знаний и умений, повышает эффективность познавательной деятельности, развивает мышление и улучшает результативность учебного процесса.

Однако улучшающееся оснащение вузов компьютерами, необходимость подготовки квалифицированного специалиста, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, вступают в противоречие с малым объемом обязательных лабораторных занятий, что приводит к необходимости регулярного проведения практических занятий по математике с применением компьютерных сред.

Таким образом, с учетом поставленной цели обучения, структуры и содержания темы, а также особенностей мыслительной деятельности студентов приходим к необходимости применения компьютерной поддержки практических занятий по математике.

Деятельность преподавателя при проведении практических занятий с применением компьютерной математической среды заключается в следующем:

- 1) подготовка педагогических программных продуктов по соответствующей теме:
  - а) подборка предметных и учебных задач, подлежащих решению с компьютерной поддержкой;
  - б) разработка способов компьютерной поддержки;
  - в) осуществление подготовки к практическому применению;
- 2) инструктаж студентов по методике работы с ПК.

Учебная задача — это учебное задание по формированию научных знаний, умственного развития в целом, перестройке всей личности студента, направленное на «умение учиться», реализацию компетентностного подхода взаимосвязи академических знаний и практических умений. Учебные задания выполняются при решении конкретных предметных задач (математических) и, таким образом, представляют синтез предметной задачи (задач) и учебной цели (целей). Учебная задача связана с тем, для чего нужно выполнить ту или иную практическую задачу. Одна и та же предметная задача может служить достижению нескольких конкретных учебных целей и, следовательно, быть компонентом нескольких учебных задач. В то же время конкретная учебная цель может быть достигнута несколькими предметными задачами. При решении практической задачи учащийся как субъект добивается изменения объекта своего действия. Результатом такого решения становится некоторый измененный объект. При решении учебной задачи учащийся также производит своими действиями изменения в объектах или в представлениях о них, однако в данном случае — цели и результат учебных задач заключаются в изменении самого субъекта деятельности. Учебная задача может считаться решенной только тогда, когда произошли заранее заданные изменения в субъекте.

Использование ИКТ позволяет конструировать систему задач, обеспечивающих достижение не только ближайших, но и отдаленных целей обучения. Восхождение к последним происходит в результате расширения визуализации, содержания и дидактического наполнения аудиторных и самостоятельных занятий по математике, интенсификации обучения.

Признано, что внедрение информационно-коммуникационных технологий сдерживается не столько вследствие недостаточной оснащенности вузов этой техникой, сколько по причине отставания методики преподавания от уровня технических решений и требований учебного процесса.

При изучении учебной темы с использованием компьютера достигаются следующие развивающие цели:

- 1) индивидуализация и дифференциация процесса обучения (за счет возможности поэтапного продвижения к цели);
- 2) осуществление самоконтроля и самокоррекции;
- 3) высвобождение учебного времени без ущерба качеству усвоения за счет выполнения трудоемких вычислений;
- 4) визуализация изучаемых процессов и наглядная демонстрация их динамики;
- 5) использование нетрадиционных форм подачи и контроля материала для оживления процесса обучения и создания тем самым непринужденной, творческой обстановки в учебной группе.

При изучении некоторых тем громоздкие предварительные вычисления могут вызвать уже на первой стадии работы сомнения в правильности выполняемых выкладок. Чтобы исключить возникшие сомнения у студентов, компьютерная система Mathematica помогает им в проверке правильности проводимых построений и вычислений.

Преподаватели математики знают, что построение графиков функций, заданных параметрически и в полярной системе координат, является одной из трудоемких тем. Внесение изменений в методику проведения этих занятий назрело давно. Умение строить графики функций, заданных параметрически, в полярной системе координат необходимо для студента по многим причинам, например, при решении прикладных задач по вычислению площадей плоских фигур. При этом половина отведенного времени, а то и более, тратится студентом на процесс построения фигур. Опытный преподаватель знает, что при нанесении точек графика на координатную плоскость и последующем их соединении, у большинства студентов возникают затруднения по поводу того, как соединять точки (особенно это касается сложных кривых с самопересечениями). Применение анимации в КМС Mathematica при построении графиков функций, показ построения

графиков сложных функций в динамике позволяет снять психологический барьер и ведет к приобретению устойчивых навыков построения фигур, для их дальнейшего исследования.

Применение анимации можно рассмотреть на примере следующего практического занятия.

### Применение анимации на практическом занятии по теме

#### «Построение графиков функций в различных системах координат»

Рассмотрим задачи, представленные на рис.40.

Решение задачи 1. Проведем исследование параметрической функции.

1. Область определения:  $x \geq 0$  при любом  $t$ , линия расположена в правой полуплоскости относительно оси ординат.

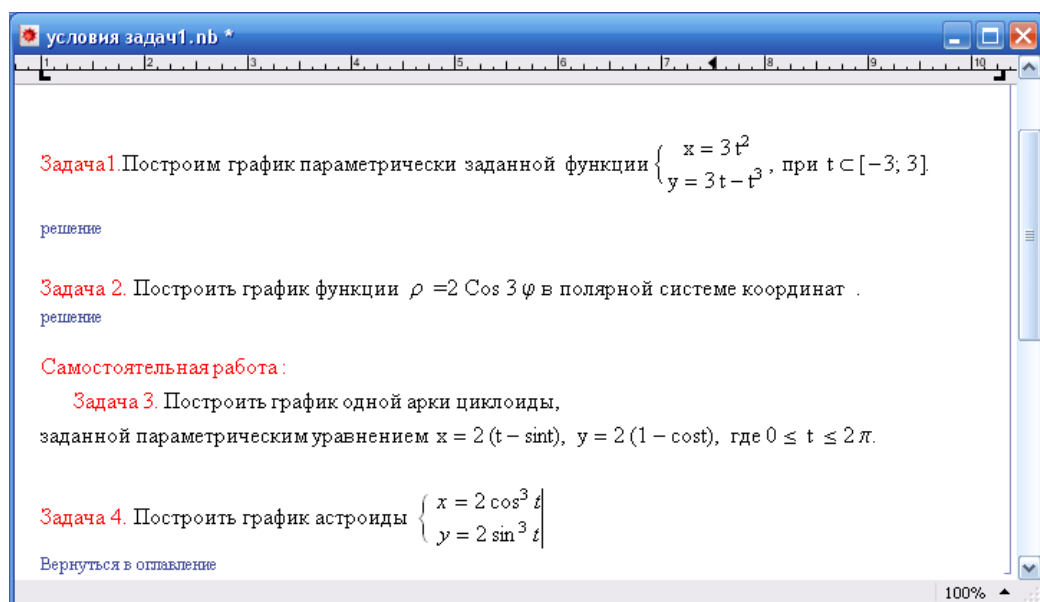


Рис. 40. Условия задач

2. Точки пересечения с осями координат:

$$y = 0 \Leftrightarrow 3t - t^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm\sqrt{3} \end{cases}, \Rightarrow t = 0 \Leftrightarrow x = 0, t = \pm 3, x = 9,$$

следовательно,  $M_1(0;0)$ ,  $M_2(9;0)$  принадлежат линии.

3. Промежутки знакопостоянства:  $y(t) > 0 \Leftrightarrow 3t - t^3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -\sqrt{3} \\ 0 < t < \sqrt{3} \end{cases}$ .

Следовательно, получаем, что  $y > 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (0; \sqrt{3})$ ;

$$y < 0 \Leftrightarrow t \in (-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; +\infty).$$



Инструменты построения графиков функций, заданных параметрически, реализуемые в КМС Mathematica отличаются от традиционных возможностью исследования экстремумов, промежутков монотонности, выпуклости и вогнутости, точек перегиба с помощью вычислительных средств в компьютерной системе Mathematica. Инструментом для реализации корректного построения графиков, заданных таблицей, является стандартная программа анимации.

Важным фактом является необходимость учета при создании учебной анимации математических процессов, их непрерывность или дискретность. В рамках данной работы анимация рассматривается в качестве непрерывного процесса, другими словами - изменения значения функции в зависимости от непрерывного изменения аргумента на заданном числовом промежутке.

В рассматриваемой задаче для экономии времени студентов при составлении таблицы значений  $t$ ,  $x$ ,  $y$  применим систему Mathematica. Все эти дополнительные вычисления в демонстрационном примере можно оформить в виде гиперссылки, для получения которой ставим курсор мыши на выделенное слово и нажимаем на левую клавишу мыши. Тогда в гиперссылке студенты увидят следующие результаты вычислений (входные ячейки печатаются полужирным шрифтом, выходные — светлым) (рис. 41):

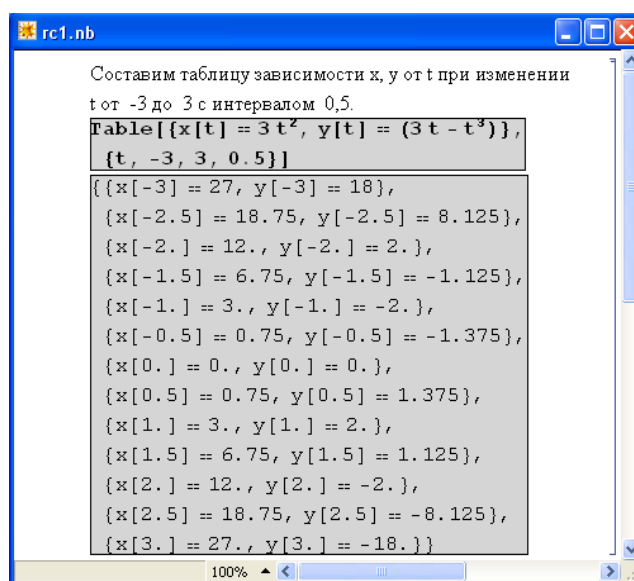


Рис. 41. Таблица зависимости  $x$ ,  $y$  от  $t$  для задачи 1

Отметим эти точки на координатной плоскости (рис. 42).

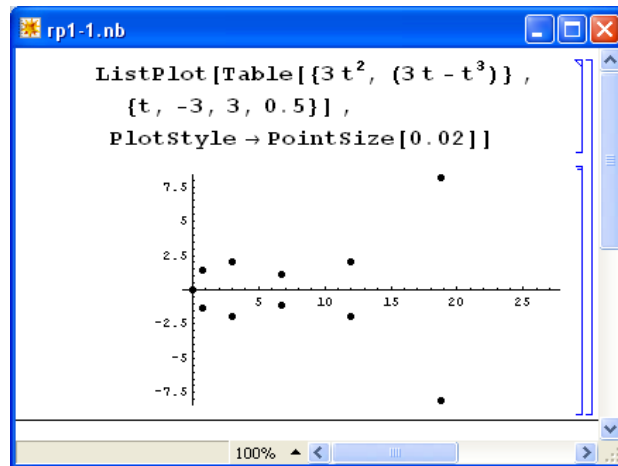


Рис.42. Отметили точки по результатам таблицы к задаче 1

На практике отмечается, что у студентов возникают сложности в последовательности соединения полученных точек. Эта неоднозначность решается при использовании в КМС Mathematica функций Table.

Для построения отдельных кадров анимационного рисунка вводится некоторая переменная  $n$ , определяющая конечное значение независимой переменной для каждого анимационного рисунка. В данном случае рисунок показывает пример подготовки к анимации графика функции при  $n$  меняющемся от -2.9 до 3.1 с шагом 0.5 (рис. 43).

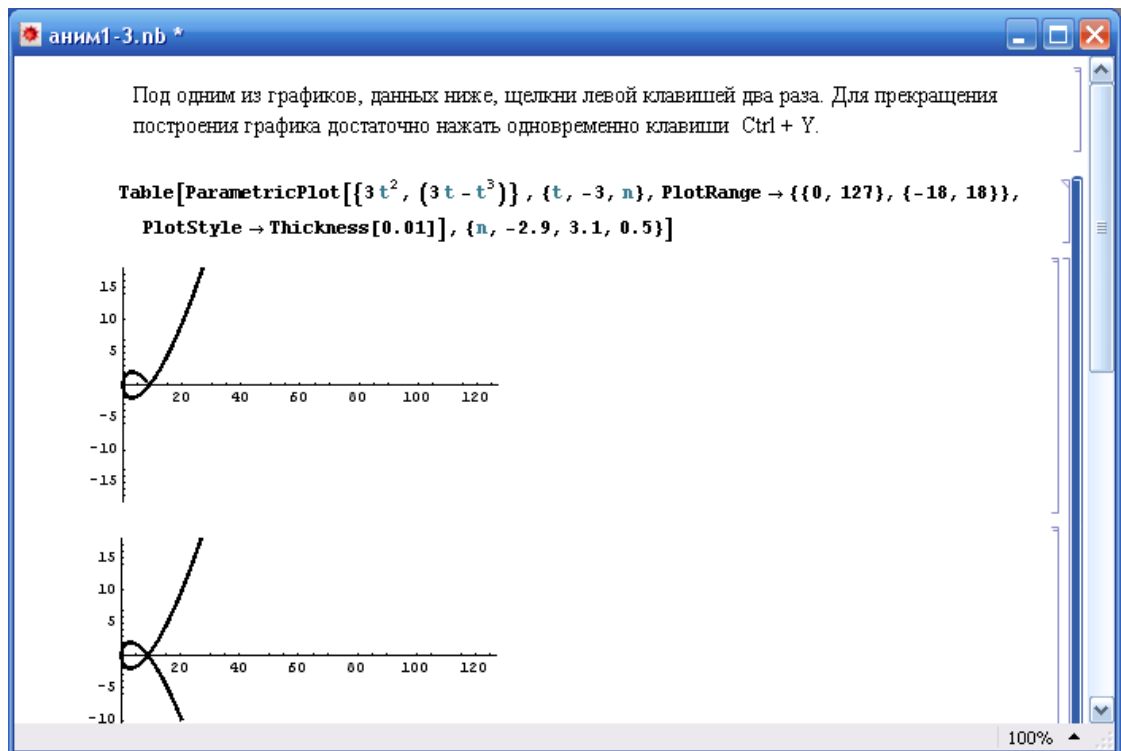


Рис. 43. Показана последовательность соединения точек в графике задачи 1

## Решение задачи 4.

Построим график функции  $\rho = 2 \cos 3\varphi$ . Для этого составим таблицу значений координат  $\rho, \varphi$ ; при  $\varphi$  меняющемся от 0 до  $2\pi$ , с шагом равным  $\frac{\pi}{8}$ . При затруднении можно воспользоваться гиперссылкой (рис. 44). Отметим полученные координаты полярного угла  $\varphi$  и радиуса  $\rho$  в полярной системе координат и соединим их плавной линией.

Учащиеся отмечают полученные точки в полярной системе координат, получая результирующую кривую. С целью запуска демонстрации правильного порядка соединения точек, в КМС Mathematica студентам следует указатель мыши подвести под один из графиков и кликнуть на левую клавишу мыши. В рабочем окне реализуется построение «трехлепестковой розы» (рис. 45).

Рисунок показывает пример подготовки к анимации графика функции. Таким образом, показывается последовательность построения самопересекающейся функции. Будет видна быстрая смена кадров. Остановить анимацию и снова запустить её можно нажатием клавиш Ctrl+Y.

```

Table[rho[phi] == 2 Cos[3 phi], {phi, 0, 2 pi, pi/8}]
{rho[0] == 2, rho[0.39269908169872414] == 1.8477590650225735,
rho[0.7853981633974483] == 1.4142135623730951,
rho[1.1780972450961724] == 0.7653668647301797,
rho[1.5707963267948966] == 1.2246063538223773,
rho[1.9634954084936207] == -0.7653668647301795,
rho[2.356194490192345] == -1.414213562373095,
rho[2.748893571891069] == -1.8477590650225735,
rho[3.141592653589793] == -2,
rho[3.5342917352885173] == -1.8477590650225737,
rho[3.9269908169872414] == -1.4142135623730954,
rho[4.319689898685965] == -0.7653668647301807,
rho[4.71238898038469] == -3.673819061467132,
rho[5.105088062083414] == 0.76536686473018,
rho[5.497787143782138] == 1.4142135623730947,
rho[5.890486225480862] == 1.847759065022573,
rho[6.283185307179586] == 2}

```

Рис. 44. Таблица значений полярного угла и полярного радиуса к задаче 4

График функции имеет вид, изображенный на рис. 46. Эффект достигается на основании наблюдения за динамикой процесса.

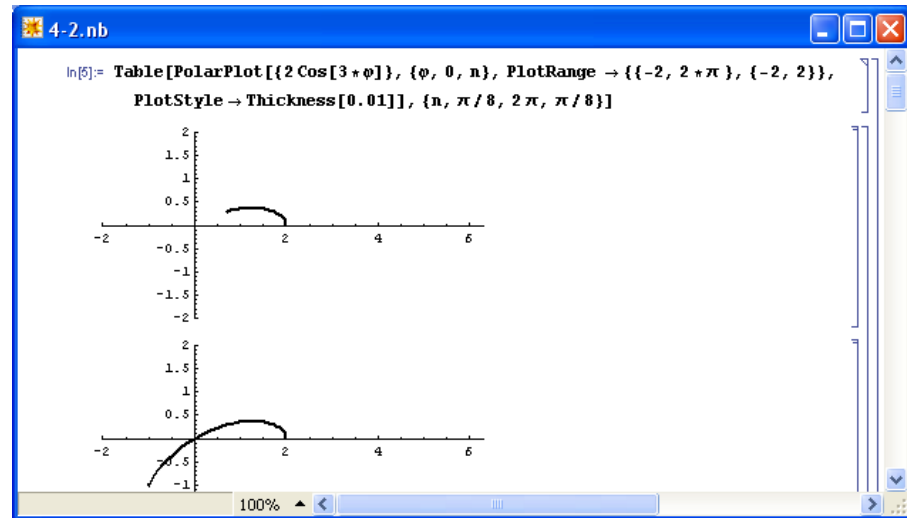


Рис. 45. Построение первых двух кадров анимации к задаче 4

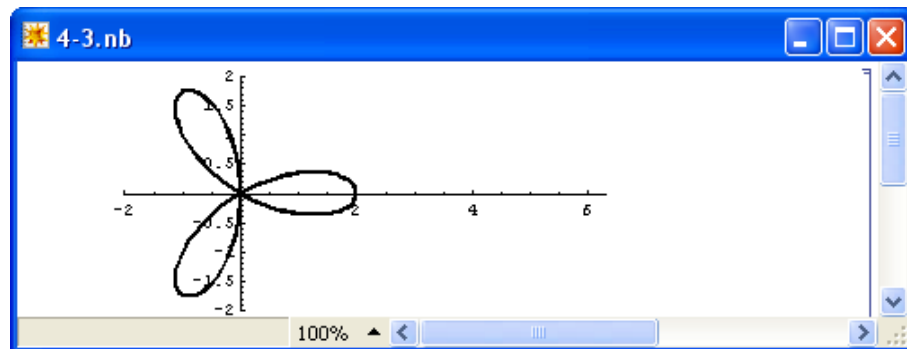


Рис. 46. График функции к задаче 4

В последних версиях компьютерной системы Mathematica при создании различных динамических средств интерактивности можно воспользоваться встроенными функциями

`Animate[expr, {u, umin, umax}]`

`Manipulate[expr, {u, umin, umax}]`

`Manipulate[expr, {u, umin, umax, du}]`

`ListAnimate[{expr1, expr2, ...}]`

Выражения  $\text{expr}_1$  рассматриваются в самом общем виде, это может быть математическое выражение, графическая функция и т. д. Встроенные функции позволяют создавать интерактивные управляемые графики самого различного вида. На рис. 47 показаны встроенные функции `Manipulate` и `Animate`, которые строят параметрически заданную функцию

$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$  и функцию, заданную в полярной системе координат  $\rho = 2 \cos 3 \varphi$ , наглядно интерпретируя вид графиков при изменении переменных.

Выбор того или иного метода определяется рядом факторов: целью компьютерного практикума и его содержанием, составом группы, выработанными у студентов навыками самостоятельной работы и др. Именно в связи с этим нельзя говорить, что этот или иной метод самый лучший. Можно говорить, что в данных конкретных условиях работы он наиболее целесообразен. При оценке выбора того или иного метода в каждом конкретном случае основным критерием является его эффективность в достижении цели обучения, т. е. насколько он способствует приобретению студентами прочных знаний, применимых в практической деятельности.

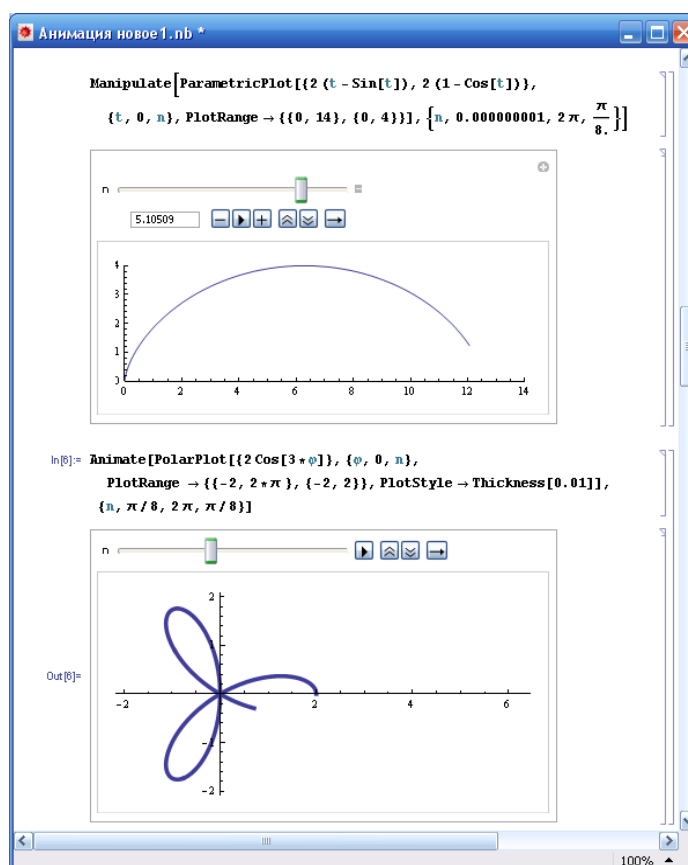


Рис. 47. Рассмотрение анимации в последних версиях КМС Mathematica

### **§2.3. Модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica**

Значимым показателем творческой самостоятельности является единство созидającego, интеллектуального, волевого и активного факторов учебной деятельности. Не любая деятельность может обеспечить положительную результативность в достижении желаемой цели, необходимо включение студента в специально организованную деятельность. На наш взгляд, специально организованный учебный процесс немыслим без системы особых психолого-педагогических и организационно-педагогических условий, форм, методов и средств, отвечающих запросам личности студентов и способствующих развитию их творческой самостоятельности.

Констатирующий эксперимент, проведенный среди студентов первого года обучения, показал низкий уровень компетентности в решении прикладных задач и наличие высокой степени мотивации в овладении навыками построения, исследования математических моделей, интеграционными навыками решения прикладных, профессионально-ориентированных задач с использованием КМС Mathematica.

Формирование и развитие творческой самостоятельности будущего инженера осуществляется, главным образом, в процессе обучения. В различной литературе предлагается разное компонентное строение методических систем обучения в вузе. Обобщая эти взгляды и учитывая внедрение в учебный процесс информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в структуре творческой самостоятельности выделяем целевой, содержательный, процессуальный, оценочно-результативный компоненты.

Целевой компонент обеспечивает четкость цели, конкретность задач содержания образования, предполагающего усвоение знаний и умений на уровне готовности к их творческому применению и непременно

сформированного эмоционально-ценностного отношения к ним и стоящей за ними действительности. Цели делают осмысленной всю учебную деятельность и связывают все остальные ее компоненты в единое целое.

Содержательный компонент включает в себя содержание обучения, самообразования, систему знаний и способов деятельности, усваиваемых студентами в процессе дидактического взаимодействия «преподаватель-студент» и в ходе самостоятельной работы, организованной при непосредственном или косвенном участии педагога. Условиями, обеспечивающими формирование содержательного компонента творческой самостоятельности студентов, являются: внутрипредметная и межпредметная интеграция знаний, их использование при решении нестандартных задач.

Процессуальный компонент модели формирования творческой самостоятельности студентов направлен на изучение средств педагогического сопровождения творческой деятельности, методов, форм, отражающих процесс творческой самостоятельности.

Оценочно-результативный компонент, содержащий критерии готовности к творческой самостоятельности, уровни сформированности творческой самостоятельности обеспечивает оценку и осмысление преподавателями, самооценку студентами собственного опыта творческой самостоятельности. Оценка результатов позволяет установить их соответствие поставленному целевому компоненту, выявление причин их возможного несоответствия, постановку задач дальнейшей деятельности.

Для разработки методики формирования творческой самостоятельности в обучении математике у студентов технических вузов с использованием КМС Mathematica мы придерживались следующих принципов: доступности, систематичности и последовательности, сознательности и активности, фундаментальности и прикладной направленности,

Принцип доступности осуществляется через многоуровневое обучение, обеспечивающее индивидуальный самостоятельный поиск решения,

соответствующего уровню умственного развития, возможности усвоения предлагаемого материала студентами.

Принцип систематичности и последовательности заключается в систематическом вовлечения студента в процесс научного познания, в обеспечении логически выдержанного структурного единства комплекса задач, состоящего из постепенно усложняющихся творческих заданий.

Принцип сознательности и активности подразумевает, что учебная деятельность должна быть мотивированно осознанна тем, что вновь приобретаемое знание включается в систему дальнейшей деятельности студента, позволяющей самостоятельно выбрать свой путь решения, оценить его эффективность, интерес должен проявляться не только к результату деятельности, но и к самому процессу приобретения знаний, как к творческому труду, направленному на профессиональное саморазвитие личности студента.

Принцип фундаментальности и прикладной направленности отражается в фундаментальности образования и опережающем её свойстве по отношению к прикладным задачам практической деятельности будущего специалиста. Связь прикладной и фундаментальной частями должна осуществляться через классические примеры приложения высшей математики. «Фундаментальность в обучении предполагает научность, полноту и глубину знаний. Она обусловлена характером современной научно-технической революции, требующей от человека высокоинтеллектуальной мобильности, исследовательского склада мышления, желания и умения постоянно пополнять свои знания по мере происходящих в жизни и деятельности изменений. Фундаментальные знания обладают способностью медленнее устаревать, чем знания конкретные. Они апеллируют не столько к памяти, сколько к мышлению человека. Практические знания, понимание условий и способов их применения, расширяют диапазон возможностей и обогащают личный опыт, делают теоретические знания более основательными и востребованными» [178].



Принцип рационального сочетания индивидуальной и коллективной форм учебной деятельности приобретает значимый интерес в формировании устойчивых навыков учебной деятельности в связи с сокращением количества аудиторных часов, отводимых на актуализацию, проверочные самостоятельные работы. Работая в команде, студент может репрезентировать себя в значимых для него отношениях, изменять свой статус в среде сверстников: завоевать авторитет среди сверстников, поверить в себя, стать как все, в конце концов. Индивидуальная самостоятельная работа с использованием различных технологий обеспечивает дифференцированный подход к обучению, самостоятельную творческую деятельность каждого студента, обеспечивая комфортность и соизмеримость продуктов труда в конце учебной деятельности.

Формирование творческой самостоятельности удовлетворяет принципу продуктивности и надежности обучения. Накапливая в памяти образы и абстракции, комбинируя и перерабатывая их, включая волю, личность студента приходит к более четкому осознанию решения задачи.

Содержательный компонент (содержание обучения) включает учебный курс дисциплины «Математика» в соответствии с ФГОС ВПО, задачи прикладного характера, определяемые рабочими программами дисциплины «Математика» и специальными дисциплинами, компьютерную систему Mathematica для усиления творческих способностей студента при выполнении математических и прикладных вычислений.

Процессуальный компонент состоит из взаимосвязанных между собой средств, этапов формирования творческой самостоятельности, форм и методов, отражающих процесс обучения.

Определяем следующие этапы творческой самостоятельности: организационный, подготовительный, содержательно-исследовательский, оценочный.

На первом, организационном этапе формирования творческой самостоятельности, для усиления понимания смысла и содержания

математических операций, действий, формул, работа студентов организуется с помощью электронного учебного пособия Электронное учебное пособие, подготовленное автором, содержит файлы, организованные как документы компьютерной системы Mathematica (с расширением .nb). При запуске вначале появляется титульный лист, где имеется гиперссылка, открывающая оглавление. Содержание пособия включает наиболее трудоемкие темы из курса математики для технических вузов, являющиеся в дальнейшем практическим инструментом в математических методах обработки результатов профессиональной исследовательской деятельности. Каждая из тем пособия организована как отдельный файл, который можно вызвать из оглавления; в свою очередь, из каждого такого файла с помощью гиперссылок можно перейти к поясняющим отдельные вопросы файлам; так проявляется многоуровневость структуры учебника.

При трехуровневом обучении более сильным студентам в электронном учебном пособии достаточно иметь доступ к минимальной информации. Для следующей по силе группе студентов учебное пособие указывает (подсказывает) основной алгоритм решения заданий. Третья, более слабая группа студентов, требует постоянной педагогической поддержки в выполнении вычислений и построении графиков. Эти студенты получают образцы решения с анализом и особенностями творческого решения прикладных, физических задач. Многоуровневая форма подачи учебного материала позволяет сделать процесс обучения более наглядным, индивидуально-ориентированным.

Функциональная модель развития творческой самостоятельности студентов с использованием компьютерной системы Mathematica представлена в схеме 2.

Организация самостоятельной работы, включающей вариативность и компьютерную поддержку, ведет к повышению познавательного и творческого интереса, приводит к значительному расширению круга решаемых задач: если до применения КМС Mathematica в учебной группе

решалось за установленное учебное время всего 5–6 задач, то теперь их количество исчисляется 10–12 задачами.

На втором, мотивационно-ценностном, этапе студенты, ориентируясь на потребностно-мотивационную, эмоционально-ценностную сферу каждого, работая в команде, подбирают, изучают физические, прикладные задачи, знакомятся с историческими фактами различных открытий ученых в математике, инженерно-технической области, их обоснованием средствами математики, копируют исследовательскую деятельность ученого, следят за образом мыслей ученого, готовят презентации первого этапа командного исследовательского проекта. Проект состоит из трех исследований в областях:

- 1) формирование, решение проблемы прикладной задачи;
- 2) изучение творческого пути, исследовательской деятельности, образа мыслей ученых;
- 3) формирование, решение творческой, прикладной задачи.

Преподаватель консультирует, дает рекомендации в решении проблемы, повышая степень творческой самостоятельности студентов. Этот этап включает репродуктивный, продуктивный типы воспроизведения и применения полученных знаний в виде решения по аналогии, превращение знаний в умения, активный поиск, открытие студентами новых знаний; поощряются обмен идеями, промежуточные просмотры, дружеские консультации.

На втором этапе, работа в команде предполагает индивидуальное и коллективное творчество. В индивидуальном творчестве личность студента стремится к самовыражению. Коллективное творчество предполагает необходимость сотрудничества, взаимовыручки.

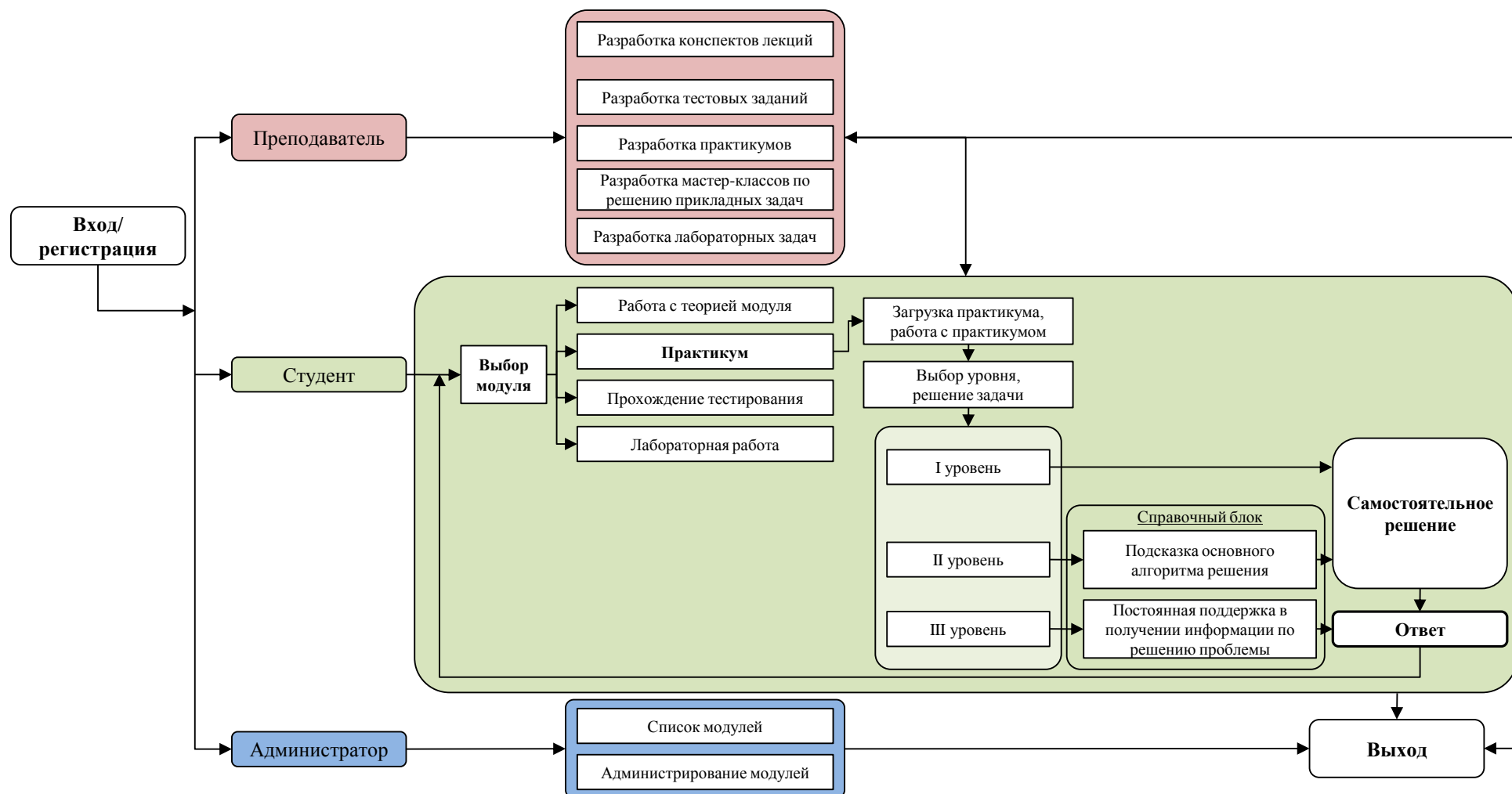


Схема 2. Структурно-функциональная модель в обучении математике с использованием компьютерной системы

Mathematica

А. В. Ястребов считает, что «обмен информацией между малыми группами или отдельными студентами является не просто удачным методическим приемом, не только хорошо обоснован с точки зрения психологии, но затрагивает существо математики — ее личностно-социальный дуализм, и в силу этого является в определенном смысле обязательным для процесса преподавания» [210].

Индивидуальное творчество, так или иначе, осуществляется в определенном коллективе. В свою очередь, плодотворное сотрудничество не только не исключает, но, напротив, требует ярких индивидуальностей. Применяемые в единстве обе формы творчества (индивидуальное, коллективное) позволяют реализовать присущие личности потребности в самореализации, общении и придать коллективу необходимые ему стабильность и динамику [173].

Нельзя сказать, что все три задачи вызывают живой интерес у студентов. Однако исследования студентов решения хотя бы одной задачи, работа в команде вносят положительные качественные изменения в психологическом настроении, содержании и структуре учебной деятельности студентов.

На третьем, подготовительном этапе формирования проблемы профессионально-ориентированной задачи студенты работают над формированием проблемы, выдвигают гипотезы, строится план решения задачи, варианты применения компьютерной системы Mathematica, готовится математическая модель решения данной задачи. При составлении задач студенты придерживались следующих требований: во-первых, задачи должны быть занимательными по форме, содержанию, сюжету, по способу решения или неожиданному результату; во-вторых, задачи должны иметь практическую значимость; в-третьих, задания должны быть сформулированы так, чтобы их выполнение было невозможным без хорошего знания теоретического материала. Со стороны преподавателя продумываются

формы проверки, консультативных действий, помощь в выдвижении проблемы, организация консультаций преподавателями прикладных дисциплин. На этом этапе формируются умения видеть проблему, возможности выдвижения гипотез, для создания математической модели активно применяются следующие умственные операции: сравнение, анализ, синтез, абстракция, обобщение.

На четвертом, содержательно-исследовательском этапе происходит повторное осмысление всех входящих в математическую модель величин, переменных, их влияние на рассматриваемые процессы, определяется их сущность, проводятся вычисления математическими методами и их проверка в КМС Mathematica.

На пятом, оценочном этапе происходит сравнительный анализ полученных результатов с практическими данными, выявляются новые проблемы, возможности их решения, как следствие из решенной проблемы. В. В. Афанасьев считает, что при формировании творческой активности необходим самоанализ студентов собственных интеллектуальных действий. С помощью такого анализа осуществляется самоконтроль и самооценка проделанной работы, фиксируются рациональные структуры творческого процесса [15].

Оценочно-результативный компонент состоит из критериев готовности, уровней сформированности к творческой самостоятельности и результата.

Таблица 3

Согласование тем курса математики и комплекса прикладных и профессионально-ориентированных задач

	Разделы математики Комплекс задач	Линейная алгебра	Дифференц. исчисление	Интегральное исчисление	Диф. уравнения	Матем. физика	ТВ, МС
1	Расчет эффекта интерференции на дебит скважин, эксплуатирующих один объект	2 задачи					
2	Теория взаимодействия, упругости, вычисление давления, работы.		Раб. в команде. 18 задач				
3	Скорость истечения жидкости из различных форм резервуаров		5 задач				
4	Проверка гипотезы: а). о нормальном распределении выходной величины температуры раздела фракции бензин-керосин по критерию Пирсона; б) об однородности коллектора по карбонатности в зависимости от глубины и зоны расположения достаточно удаленных скважин.						30
5	Определение коэффициента корреляции (тесноты связи) между диаметром штуцера и добычей жидкости (нефть+вода в месяц в тоннах) для фонтанирующих скважин.						2
6	Оценка температуры нагрева промывочной жидкости и бурильного инструмента за счет тепла трения при бурении скважины.				2		

К критериям готовности творческой самостоятельности мы относим:

- выработку и закрепление умений, навыков в процессе усложнения рассматриваемых задач;
- возможность систематизации и воспроизведения наиболее существенных вопросов, восполнение имеющихся пробелов в знаниях, повторное раскрытие важнейших идей изучаемого курса;
- прогнозирование и самостоятельное определение эффективных путей решения задач;
- поисковую активность как основу мотивации творчества;
- владение компьютерной системой Mathematica для решения задач формирования опыта творческой деятельности профессионального содержания;
- знание перспективы возможностей и развития компьютерных математических систем для решения профессиональных задач;
- навыки самостоятельного освоения КМС.

Определяем три уровня сформированности творческой самостоятельности: низкий, средний, высокий.

Низкий уровень определяется следующими признаками: запоминание, воспроизведение (репродукция) готовых знаний, формируются исполнительские действия.

Средний уровень определяется пошаговой самостоятельной работой над решением учебной проблемы (не все знания предлагаются в готовом виде, их частично надо добывать самостоятельно).

Высокий уровень определяется самостоятельным прогнозированием, выдвижением гипотез и самостоятельным определением эффективных способов решения.

Осуществление этапов периодически определяется возвратом к первому, организационному этапу. На этом этапе студенты закрепляются новым багажом знаний, умений, навыков, которые осуществляются



традиционными методами с применением КМС Mathematica, использованием электронного учебного комплекса в системе Mathematica. Модель по формированию творческой самостоятельности работает в течение двух лет изучения курса «Математика». К концу курса студенты защищают свои проекты, из них выбираются лучшие для конференции, являющейся яркой мотивацией, как для защищающих свои работы, так и для оставшихся студентов, как стимул для дальнейшей творческой деятельности.

Педагогические условия формирования творческой самостоятельности обеспечиваются через:

- 1) полифункциональную учебную деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемую с использованием электронного учебного пособия в компьютерной системе Mathematica;
- 2) обогащение самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя;
- 3) исследование деятельности в малых группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач;
- 4) создание творческой лаборатории по формированию новой для субъекта ситуации по исследованию и определению путей поиска новых фактов и задач с использованием КМС Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

Представленные выше определения, рассмотренные принципы, методы, положения, этапы, уровни, условия развития творческой самостоятельности студентов технического профиля при обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica, а также опыт преподавания математики в техническом вузе с применением КМС Mathematica позволили разработать дидактическую модель развития творческой самостоятельности студентов с использованием компьютерной системы Mathematica, представленную на схеме 3.

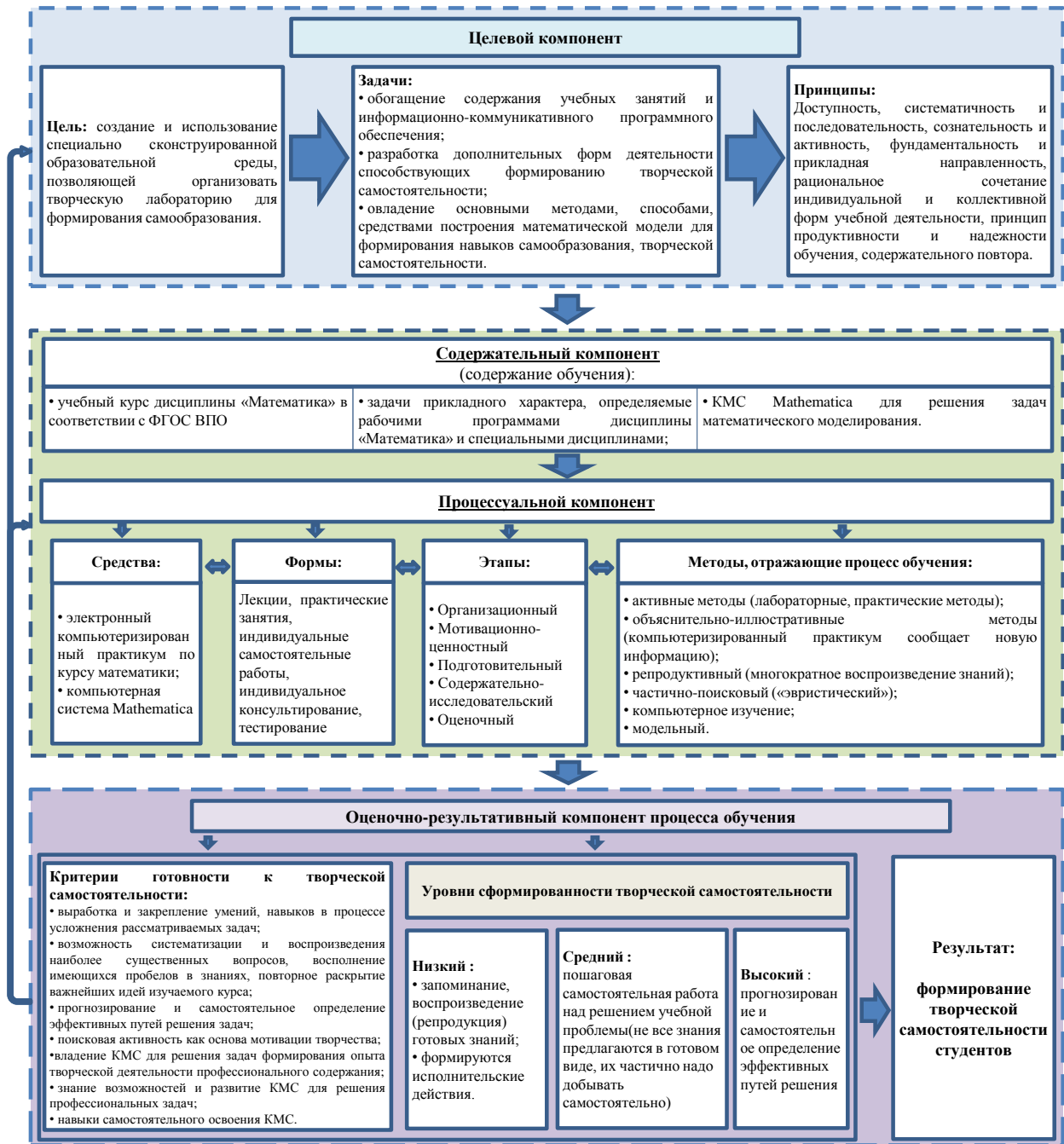


Схема 3. Дидактическая модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica.

## Выводы по второй главе

1. В современной профессионально-ценностной постановке вопроса о подготовке конкурентоспособного будущего специалиста в интеграции математических, информационных знаний, в ходе решения прикладных, профессионально-ориентированных задач заложен важный содержательный потенциал развития творческой самостоятельности, выступающий в единой целостности с самореализацией личностных качеств будущего инженера.

2. При изучении математики компьютерная система Mathematica позволяет: расширить возможности предъявления учебной информации; повысить наглядность в обучении; полнее раскрыть связь между аналитическими выражениями и их геометрическими образами; осуществлять визуализацию математических объектов на экране компьютера; решать основные задачи по математике и составлять алгоритмы их решения; автоматизировать трудоемкие вычисления; расширить набор предлагаемых учебных задач; эффективно организовать самостоятельную работу студентов по математике. На основе анализа различных подходов к получению новых знаний, а также потребностей и интересов участников учебного процесса сделан вывод о том, что перечисленные дидактические возможности компьютерной системы Mathematica в полной мере могут быть реализованы в электронном учебном пособии, разработанном на базе этой системы.

3. Созданное и апробированное электронное учебное пособие является эффективным средством формирования творческой самостоятельности, так как он позволяет студенту самостоятельно изучить учебный курс или отдельный раздел, моделировать основные виды будущей профессиональной деятельности: поиск, обработку профессионально-значимой информации.

Объективный анализ возможностей реализации методической модели в условиях лекционно-семинарской системы, свидетельствует о том, что электронное учебное пособие на базе КМС Mathematica может стать неотъемлемой частью учебного процесса, существенно изменить традиционную систе-

му обучения, вывести ее на качественно новый уровень. Работа с электронным учебным пособием привносит значительный элемент самообразования в процесс обучения, меняет его стиль и природу, усиливает образное восприятие материала, повышает уровень информации. Процесс обучения становится в большей мере индивидуальным, приспособленным к индивидуальным особенностям обучаемых, то есть личностно-ориентированным. Электронное учебное пособие дает возможность преподавателю перейти от преимущественно объяснительно-иллюстративного обучения к обучению самостоятельной творческой деятельности по поиску, обработке, осмыслению и применению информации, разнообразить формы аудиторных занятий, без дополнительной нагрузки на студентов увеличить долю самостоятельной работы, обеспечить заочную, дистанционную и другие формы обучения.

4. Анализ психолого-педагогической литературы, ход исследований показали, что важным направлением формирования творческой самостоятельности будущего инженера является профессиональная направленность обучения математике, организация которой осуществляется в ходе решения прикладных задач, проектной деятельности, заключающейся в формировании устойчивых навыков решения профессионально-ориентированных задач, изучения исторических фактов творческой деятельности исследователя, приобщения к решению возникающих проблем профессионального содержания в ходе исследовательской деятельности.

5. Разработанная дидактическая модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических и информационных знаний, включающая электронное учебное пособие в системе Mathematica, осуществление профессиональной направленности в ходе решения прикладных и профессионально-направленных задач, позволяет определить этапы, способы, критерии сформированности творческой самостоятельности, оценить уровни сформированности творческой самостоятельности будущих инженеров.

## **Глава 3. Организация опытно-экспериментальной работы**

### **§3.1. Педагогический эксперимент и его результаты**

При проведении эксперимента мы руководствовались результатами теоретического и методического исследований, изложенные в первой и второй главах настоящей диссертационной работы.

Педагогическая проверка гипотезы данного эксперимента проводилась в три этапа в филиале ГБОУ ВПО УГНТУ в г. Октябрьском.

**На первом этапе** (2003–2007 гг.) с целью уточнения понимания проблемы исследования, разработки его основных теоретических положений осуществлялся анализ психолого-педагогической, научно-методической и учебной литературы; выполнялись констатирующий и поисковый эксперименты; определялись объект, предмет; формулировались цель, гипотеза и задачи исследования; проводилось теоретическое исследование сущности творческой самостоятельности студентов в связи с использованием КМС Mathematica в обучении математике.

**На втором этапе** (2007–2010 гг.) выявлялись, обосновывались конкретные методические и практические пути, средства формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике, разрабатывались следующие учебные модули электронного учебного пособия в системе Mathematica: построение графиков функций в различных системах координат; приложения определенного интеграла; решение дифференциальных уравнений; приближенные вычисления с помощью рядов; статистическая обработка экспериментальных данных; уравнения регрессии. Проводился формирующий (обучающий) эксперимент.

**На третьем этапе** (2010–2013 гг.) разрабатывались критерии и теоретически обосновывалась методика отбора и применения прикладных, профессионально-ориентированных задач для формирования творческой само-

стоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica. Проводился формирующий, контролирующий, сравнительный эксперименты, основной задачей которых была экспериментальная проверка педагогических условий, модели формирования творческой самостоятельности, сопоставлялись, анализировались методами математической статистики полученные эмпирические данные по контрольной и экспериментальной группам, определялась эффективность и результативность внедрения электронного учебного пособия, оформлялась диссертационная работа.

Опираясь на сложившиеся традиции в области экспериментальной проверки новых методик обучения отечественной педагогической науки и теории обучения нами были использованы такие общепедагогические методы, как опрос, анкетирование, разнообразные виды наблюдений, письменные работы, анализ результатов зачётов и экзаменов в контрольной и экспериментальной группах.

Поисково-формирующий эксперимент проводился на первом, втором курсах у двух групп студентов профиля подготовки «Разработка, эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти» филиала Уфимского государственного нефтяного технического университета в г. Октябрьском. Эксперимент состоял в организации цикла занятий по формированию творческой самостоятельности, основанных на расширении дидактического поля освоения основных понятий и процедур математики в техническом вузе с использованием компьютерной системы Mathematica, разработанных и описанных автором во второй главе. Основу эксперимента по формированию творческой самостоятельности составляли педагогические условия: полифункциональная учебная деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемая с использованием электронного учебного пособия в системе Mathematica; обогащение самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя; исследование деятельности в малых

группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач; создание творческой лаборатории по формированию новой для субъекта ситуации по исследованию и определению путей поиска новых фактов и задач с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний.

Задача первого этапа: уточнение гипотезы, в том числе:

- анализ основных аспектов проблемы исследования;
- составление библиографии исследования;
- выбор и обоснование основных целей и задачи исследования;
- изучение опыта работы преподавателей по проблеме внедрения информационно-коммуникационных технологий и применения компьютерной системы Mathematica в учебном процессе.

Методы: аналитические, в том числе:

- изучение мнения преподавателей;
- изучение мирового опыта применения системы Mathematica в прикладных, научных и педагогических целях;
- изучение опыта ознакомления студентов высших учебных заведений с компьютерной системой Mathematica;
- теоретический анализ и разработка путей применения КМС Mathematica в формировании творческой самостоятельности в обучении математике;
- анализ справочной, психолого-педагогической и методической литературы по вопросам исследования.

Результаты:

–результаты анализа анкет показали низкий уровень сформированности творческой самостоятельности в обучении математике, их компетентности в применении математики при изучении специальных дисциплин, а также наличие глубокого профессионально-мотивационного интереса к проблеме формирования творческой самостоятельности и интеграции математических,

прикладных и информационных знаний;

–в ходе данного исследования было установлено, что преподаватели математики высших учебных заведений технических вузов мало знакомят студентов с КМС Mathematica и плохо используют её на практике;

–выявлено, что в России нет достаточного внимания системе Mathematica в специальной периодической литературе, практически нет дидактической и методической литературы по применению системы как СИКТ обучения, хотя попытки использования системы Mathematica в этом качестве есть [52, 158,193];

–выявлена назревшая потребность в знаниях в области применения КМС Mathematica преподавателями математики;

–получены данные, характеризующие объективные и субъективные трудности внедрения в учебный процесс высших учебных заведений технического профиля методик по формированию творческой самостоятельности в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica;

–выявлено, что наиболее удачные методические подходы к использованию КМС Mathematica осуществляются при адаптировании специально разработанных в КМС Mathematica педагогических программных продуктов (компьютерных учебников, фрагментов материала учебных курсов в виде электронных файлов) или учебных пособий, созданных самими преподавателями в соответствии с ФГОС третьего поколения.

Задача второго этапа: установление характеристик практического применения компьютерной системы Mathematica как СИКТ и как средства влияющего на формирование творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике, в том числе:

–определение путей, способов и характера применения КМС Mathematica;

–установление характера взаимосвязи между знаниями студентов о КМС Mathematica и её применением на практике: проверка умения приме-



нять эти знания на практике и выявление трудностей, возникающих при работе;

–определение влияния применения КМС Mathematica на ход учебного процесса и на его содержание.

*Методы:* анкетирование, интервью, наблюдения, изучение работы студентов.

*Результаты:* определён путь, способ и характер применения компьютерной системы Mathematica при обучении математике и установлены взаимосвязи между полученными в процессе этих занятий знаниями студентов и их применением на практике; намечены и опробованы пути и способы применения системы Mathematica в учебном процессе; определено влияние применения компьютерной системы Mathematica на творческую самостоятельность студентов и на содержание практических занятий, учебно-исследовательской работы студентов. В основу становления конкурентоспособной личности на фоне общей потребности достижения профессиональных успехов ставится развитие творческой самостоятельности в обучении математике с использованием ИКТ на базе КМС Mathematica и самореализация личностных качеств студента в единой целостности.

Задача третьего этапа: проверка эффективности применения компьютерной системы Mathematica в учебном процессе при обучении математике в целях формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов, в том числе:

–обоснование выбора и уточнение критериев эффективности изучения и применения компьютерной системы Mathematica;

–изучение динамики знаний, умений и навыков студентов в условиях экспериментального обучения математике на основе применения системы Mathematica;

–разработка системы педагогических программных средств и приёмов для организации и поддержки предложенной методики применения КМС

Mathematica в учебном процессе.

*Методы:* интервью, анкетирование, изучение результатов деятельности студентов, наблюдение за действиями студентов на занятиях, организация научной работы студентов, проведение мастер-классов, анализ качественных результатов проведённых занятий.

*Результаты:* обнаружен мотивационно-творческий интерес студентов к прикладным, профессионально-ориентированным задачам по математике с использованием КМС Mathematica; выявлено и качественно выражено развивающее воздействие среды Mathematica; определены практические критерии эффективности использования компьютерной системы Mathematica в учебном процессе.

Экспериментальная методика применения компьютерной системы Mathematica в учебном процессе строилась на основе использования специально созданного электронного учебного пособия «Компьютерный практикум по дисциплине «Математика» с использованием системы *Mathematica* для студентов технического профиля (распечатка одной из практических работ учебного пособия содержится во второй главе, распечатка отдельных файлов компьютерного учебника — в приложении), разработана дидактическая модель формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов на основе интеграции математических и информационных знаний в ходе решения прикладных и профессионально-ориентированных задач.

Приведём статистические данные, полученные в ходе эксперимента.

### **I. Анкетирование преподавателей и студентов**

Для выявления мнения преподавателей и студентов об использовании компьютерной системы Mathematica в учебном процессе было проведено анкетирование. В анкетировании принимали участие 15 преподавателей и 133 студента. Получены следующие результаты анкетирования:

### Мнение преподавателей

1) Является ли необходимым систематическое использование в учебном процессе системы Mathematica?

- Да – 47 %.
- Нет – 53 %.

2) Каков процент усвоения студентами учебного материала на занятиях с применением КМС Mathematica?

- Усваивают все – 84 %.
- Испытывают затруднения в усвоении – 16 %
- Совсем не усваивают – 0 %.

3) Каково влияние КМС Mathematica на содержание дисциплины математика?(Можно выбрать одновременно несколько вариантов ответа.)

- Расширяет круг решаемых задач за счет экономии времени – 71%
- Расширяет круг решаемых задач за счет повышения познавательных, творческих интересов к изучаемой теме – 54%.
- Не влияет на содержание дисциплины – 4%.

4) Как отражена программа учебного курса в электронном учебном пособии на базе КМС Mathematica, которое использовалось в ходе эксперимента?

Среднее значение по ответам на этот вопрос – 97 %.

6) Экономит ли Ваше время использование компьютерного учебника на базе КМС Mathematica на практических занятиях?

- Да – 100 %.
- Нет – 0 %.
- Затрудняюсь ответить – 0 %.

8) Какая форма применения КМС Mathematica на занятиях по математике наиболее эффективна?

- компьютерные обучающие программы – 0%;
- компьютерные (электронные) учебники и задачники – 54 %;

- фрагменты материала учебных курсов в виде электронных файлов, рассчитанных на одно или несколько практических занятий, использующих только встроенные функции системы и являющихся автономными – 0 %;
- работа в среде Mathematica с помощью методических и учебных пособий – 31 %;
- свободная работа в КМС Mathematica без предварительной подготовки каких-либо материалов – 0 %;
- сочетания нескольких выше названных форм – 15 %.

9) Повышает ли творческую самостоятельность использование КМС Mathematica в учебном процессе?

- Да – 87 %.
- Нет – 2 %.
- Затрудняюсь ответить – 11 %.

10) Влияет ли использование КМС Mathematica на методику преподавания?

- Да – 100 %.
- Нет – 0 %.
- Затрудняюсь ответить – 0 %.

11) Какова роль использования КМС Mathematica на занятиях? (Можно выбрать одновременно несколько вариантов ответа.)

- Система помогает студентам лучше понять материал – 84 %.
- Система повышает творческий интерес студентов к изучаемому предмету – 92 %.
- Система даёт возможность работать самостоятельно – 57 %.
- Система позволяет проводить отбор и актуализацию знаний из смежных дисциплин – 72 %.

12) Что больше всего привлекает в педагогических программных продуктах, созданных на основе КМС Mathematica и используемых на занятиях? (Можно выбрать одновременно несколько вариантов ответа.)

- Последовательное и логичное изложение учебной информации – 84 %.
- Доступное изложение учебной информации, обеспечивающее её сознательное усвоение – 79 %.
- Изложение учебного материала, формирующее творчество, самостоятельность – 94 %.
- Можно использовать знания из смежных дисциплин – 100 %.
- Большие возможности для организации самостоятельной познавательной деятельности студентов – 93 %.
- Облегчает труд преподавателя – 100 %.
- Возможность оперативной коррекции и адаптирования к Вашим конкретным методическим задачам – 100 %.
- Ничего не привлекает – 0 %.

13) Считаете ли Вы целесообразным и готовы ли Вы морально к самостоятельной разработке педагогических программных средств в среде Mathematica?

- Да – 94 %.
- Нет – 0 %.
- Затрудняюсь ответить – 6 %.

14) Считаете ли Вы более целесообразным централизованную разработку и распространение педагогических программных продуктов в КМС Mathematica и их использование Вами в готовом виде?

- Да – 6 %.
- Нет – 84 %.
- Затрудняюсь ответить – 10 %.

### **Мнение студентов, обучавшихся по экспериментальной методике**

1) Как Вы относитесь к работе с компьютерными учебными пособиями, подготовленными в КМС Mathematica?

- Нравится работать – 94%.
- Не нравится работать – 2 %.
- Затрудняюсь ответить – 4 %.

2) Каково влияние КМС Mathematica на содержание дисциплины математика?

- Расширяет круг решаемых задач за счет экономии времени - 71%.
- Расширяет круг решаемых задач за счет повышения творческих интересов к изучаемой теме — 54%.
- Не влияет на содержание дисциплины — 4%.

3) Как Вы относитесь к работе в среде Mathematica с помощью учебных пособий?

- Нравится работать — 73 %.
- Не нравится — 0 %.
- Затрудняюсь ответить — 27 %.

4) Сокращает ли использование КМС Mathematica время, затрачиваемое Вами на изучение предмета?

- Да — 100%.
- Нет — 0%.
- Затрудняюсь ответить — 0 %.

5) Как Вы оцениваете роль КМС Mathematica на занятиях?

- Mathematica помогает лучше понять учебный материал – 47 %.
- Помогает лучше запомнить учебный материал – 14 %.
- Повышает творческий интерес к изучаемому предмету – 23 %.
- Даёт возможность работать самостоятельно – 13 %.
- Даёт возможность использовать знания из смежных дисциплин -3%.

6) Какова должна быть насыщенность занятия работой в КМС Mathematica?

- На половину – 74 %.
- Полностью – 26 %.
- Совсем не нужен – 0 %.

7) Что Вас больше всего привлекает в КМС Mathematica? (Можно выбрать одновременно несколько вариантов ответа.)

- Грандиозные вычислительные возможности в сочетании с простотой обращения и быстродействием – 100 %.
- Мощная графика – 100 %.
- Возможность сочетания режимов вычислений и программирования – 70 %.
- Красочный интерфейс и возможность выбора из многих вариантов оформления документа – 53 %.
- Возможность самоконтроля – 83 %.
- Развитая справочная система и наличие многочисленных примеров – 4 %.
- Разнообразные формы подачи информации – 26 %.
- Ничего не привлекает – 3 %.

8) Считаете ли Вы необходимым для будущего специалиста овладение приёмами работы и методикой использования КМС Mathematica при изучении математики?

- Да – 100 %.
- Нет – 0 %.
- Затрудняюсь ответить – 0 %.

9) Какая форма применения КМС Mathematica на занятиях по математике кажется Вам наиболее эффективной и подходящей лично для Вас (можно выбрать одновременно несколько вариантов ответа)?

- компьютерные обучающие программы – 5 %;

- компьютерные (электронные) учебники и задачники – 67 %;
- компьютерные тренажёры – 9 %;
- компьютерные контролирующие программы – 10 %;
- работа в среде Mathematica с помощью методических и учебных пособий – 35 %;
- свободная работа в среде Mathematica без предварительной подготовки каких-либо материалов – 7 %;
- сочетания нескольких выше названных форм – 77 %.

10) По пятибалльной шкале на сколько баллов оцениваете занятие с применением КМС Mathematica?

- на пять баллов – 62%
- на четыре балла – 29%
- на три балла – 9%
- на два балла – 0%

Итоги анкетирования и интервью преподавателей в целом и предметников по специальности «Нефтегазовое дело» показало, что применение КМС Mathematica повышает активность студентов, увеличивая круг решаемых задач при моделировании учебного процесса. Мнения преподавателей и студентов о целесообразности применения КМС Mathematica в учебном процессе бакалавров нефтяного профиля является положительным. Разработанная методика в КМС Mathematica по формированию творческой самостоятельности в обучении математике студентов технического вуза является психолого-педагогической поддержкой в контексте общечеловеческих ценностей.

## **II. Оценка компетентностных возможностей студентов в ожидаемых результатах**

По итогам эксперимента статистическими методами с помощью информационной статистики С. Кульбака [119] оценивались компетентностные возможности студентов, выраженные в ожидаемых результатах.



В тестировании оценивались теоретические знания, практические умения, навыки, компетентностные возможности студентов в IV семестр. Студентам экспериментальной группы (97 человек) было предложено 12 групп вопросов, за каждый из которых выставлялась оценка по двухбалльной шкале (0 — не зачтено, 1 — зачтено). Результаты опроса представлены в табл. 4.

Таблица 4

## Результаты тестирования

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
№1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
№2	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
№3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
№4	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
№5	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
№6	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
№7	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
№8	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1
№9	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
№10	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
№11	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
№12	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Σ <sub>оп</sub>	9	10	9	8	4	5	10	4	5	10	8	9	9	10	7	9	9	7	10	11	11	10	10	11	9

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
11	9	9	8	7	12	7	9	10	9	8	9	12	8	12	9	8	10	7	9	9	5	8	11

50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1

1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
12	10	10	7	9	11	9	6	7	8	7	11	11	9	8	10	11	9	10	11	8	12	6

Успешно сдавшими тестовый материал считались студенты, набравшие суммарный балл не менее 6 баллов. Для измерения степени усвоения материала на основе полученных данных использовалась информационная статистика С. Кульбака [119].

Основные расчёты:

1) количество сдавших и не сдавших материал:

$$N_{0-4} = 5; N_{5-7} = 68$$

2) количество ответивших на отдельные группы вопросов:

$$\begin{array}{llll}
 n_{0-5}^1(1) = 2, & n_{0-5}^0(1) = 3, & n_{0-5}^1(2) = 2, & n_{0-5}^0(2) = 3, \\
 n_{0-5}^1(3) = 1, & n_{0-5}^0(3) = 4, & n_{0-5}^1(4) = 2, & n_{0-5}^0(4) = 3, \\
 n_{0-5}^1(5) = 3, & n_{0-5}^0(5) = 2, & n_{0-5}^1(6) = 3, & n_{0-5}^0(6) = 2, \\
 n_{0-5}^1(7) = 3, & n_{0-5}^0(7) = 2, & n_{0-5}^1(8) = 1, & n_{0-5}^0(8) = 4, \\
 n_{0-5}^1(9) = 1, & n_{0-5}^0(9) = 4, & n_{0-5}^1(10) = 2, & n_{0-5}^0(10) = 3, \\
 n_{0-5}^1(11) = 1, & n_{0-5}^0(11) = 4, & n_{0-5}^1(12) = 2, & n_{0-5}^0(12) = 3,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
n_{6-12}^1(1) = 55, & n_{6-12}^0(1) = 13, & n_{6-12}^1(2) = 49, & n_{6-12}^0(2) = 19, \\
n_{6-12}^1(3) = 52, & n_{6-12}^0(3) = 16, & n_{6-12}^1(4) = 55, & n_{6-12}^0(4) = 13, \\
n_{6-12}^1(5) = 55, & n_{6-12}^0(5) = 13, & n_{6-12}^1(6) = 62, & n_{6-12}^0(6) = 6, \\
n_{6-12}^1(7) = 66, & n_{6-12}^0(7) = 2, & n_{6-12}^1(8) = 50, & n_{6-12}^1(8) = 18, \\
n_{6-12}^1(9) = 42, & n_{6-12}^0(9) = 26, & n_{6-12}^1(10) = 44, & n_{6-12}^1(10) = 55, \\
n_{6-12}^1(11) = 46, & n_{6-12}^0(11) = 22, & n_{6-12}^1(12) = 52, & n_{6-12}^0(12) = 16.
\end{array}$$

### 3) оценки вероятностей ответов на отдельные группы вопросов

$$\begin{array}{llll}
P_{0-5}^1(1) = 0,4, & P_{0-5}^0(1) = 0,6, & P_{0-5}^1(2) = 0,4, & P_{0-5}^0(2) = 0,6, \\
P_{0-5}^1(3) = 0,2, & P_{0-5}^0(3) = 0,8, & P_{0-5}^1(4) = 0,4, & P_{0-5}^0(4) = 0,6, \\
P_{0-5}^1(5) = 0,6, & P_{0-5}^0(5) = 0,4, & P_{0-5}^1(6) = 0,6, & P_{0-5}^0(6) = 0,4, \\
P_{0-5}^1(7) = 0,6, & P_{0-5}^0(7) = 0,4, & P_{0-5}^1(8) = 0,2, & P_{0-5}^0(8) = 0,8, \\
P_{0-5}^1(9) = 0,2, & P_{0-5}^0(9) = 0,8, & P_{0-5}^1(10) = 0,4, & P_{0-5}^0(10) = 0,6, \\
P_{0-5}^1(11) = 0,2, & P_{0-5}^0(11) = 0,8, & P_{0-5}^1(12) = 0,4, & P_{0-5}^0(12) = 0,6, \\
P_{6-12}^1(1) = 0,809, & P_{6-12}^0(1) = 0,191, & P_{6-12}^1(2) = 0,721, & P_{6-12}^0(2) = 0,279, \\
P_{6-12}^1(3) = 0,765, & P_{6-12}^0(3) = 0,235, & P_{6-12}^1(4) = 0,809, & P_{6-12}^0(4) = 0,191, \\
P_{6-12}^1(5) = 0,809, & P_{6-12}^0(5) = 0,191, & P_{6-12}^1(6) = 0,912, & P_{6-12}^0(6) = 0,088, \\
P_{6-12}^1(7) = 0,971, & P_{6-12}^0(7) = 0,029, & P_{6-12}^1(8) = 0,735, & P_{6-12}^0(8) = 0,265, \\
P_{6-12}^1(9) = 0,618, & P_{6-12}^0(9) = 0,382, & P_{6-12}^1(10) = 0,647, & P_{6-12}^0(10) = 0,353, \\
P_{6-12}^1(11) = 0,676, & P_{6-12}^0(11) = 0,324, & P_{6-12}^1(12) = 0,765, & P_{6-12}^0(12) = 0,235.
\end{array}$$

4) вклад ответа на каждую группу вопросов в различие баллов 0-5 от баллов 6-12 и наоборот:

$$I(x_1, H_{0-5}(1) : H_{6-12}(1)) = 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,809} + 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,191} = 0,405;$$

$$I(x_1, H_{6-12}(1) : H_{0-5}(1)) = 0,809 \cdot \ln \frac{0,809}{0,4} + 0,191 \cdot \ln \frac{0,191}{0,6} = 0,351;$$

$$I(x_2, H_{0-5}(2) : H_{6-12}(2)) = 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,721} + 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,279} = 0,224;$$

$$I(x_2, H_{6-12}(2) : H_{0-5}(2)) = 0,721 \cdot \ln \frac{0,721}{0,4} + 0,279 \cdot \ln \frac{0,279}{0,6} = 0,211;$$

$$I(x_3, H_{0-5}(3) : H_{6-12}(3)) = 0,2 \cdot \ln \frac{0,2}{0,765} + 0,8 \cdot \ln \frac{0,8}{0,235} = 0,712;$$

$$I(x_3, H_{6-12}(3) : H_{0-5}(3)) = 0,765 \cdot \ln \frac{0,765}{0,2} + 0,235 \cdot \ln \frac{0,235}{0,8} = 0,738;$$

$$I(x_4, H_{0-5}(4) : H_{1-12}(4)) = 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,809} + 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,191} = 0,405;$$

$$I(x_4, H_{6-12}(4) : H_{0-5}(4)) = 0,809 \cdot \ln \frac{0,809}{0,4} + 0,191 \cdot \ln \frac{0,191}{0,6} = 0,351;$$

$$I(x_5, H_{0-4}(5) : H_{5-7}(5)) = 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,809} + 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,191} = 0,116;$$

$$I(x_5, H_{6-12}(5) : H_{0-5}(5)) = 0,809 \cdot \ln \frac{0,809}{0,6} + 0,191 \cdot \ln \frac{0,191}{0,4} = 0,101;$$

$$I(x_6, H_{0-5}(6) : H_{6-12}(6)) = 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,912} + 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,088} = 0,354;$$

$$I(x_6, H_{6-12}(6) : H_{0-5}(6)) = 0,912 \cdot \ln \frac{0,912}{0,6} + 0,088 \cdot \ln \frac{0,088}{0,4} = 0,249;$$

$$I(x_7, H_{0-5}(7) : H_{6-12}(7)) = 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,971} + 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,029} = 0,761;$$

$$I(x_7, H_{6-12}(7) : H_{0-5}(7)) = 0,971 \cdot \ln \frac{0,971}{0,6} + 0,029 \cdot \ln \frac{0,029}{0,4} = 0,391;$$

$$I(x_8, H_{0-5}(8) : H_{6-12}(8)) = 0,2 \cdot \ln \frac{0,2}{0,735} + 0,8 \cdot \ln \frac{0,8}{0,265} = 0,624;$$

$$I(x_8, H_{6-12}(2) : H_{0-5}(2)) = 0,735 \cdot \ln \frac{0,735}{0,2} + 0,265 \cdot \ln \frac{0,265}{0,8} = 0,664;$$

$$I(x_9, H_{0-5}(9) : H_{6-12}(9)) = 0,2 \cdot \ln \frac{0,2}{0,618} + 0,8 \cdot \ln \frac{0,8}{0,382} = 0,366;$$

$$I(x_9, H_{6-12}(9) : H_{0-5}(9)) = 0,618 \cdot \ln \frac{0,618}{0,2} + 0,382 \cdot \ln \frac{0,382}{0,8} = 0,415;$$

$$I(x_{10}, H_{0-5}(10) : H_{6-12}(10)) = 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,647} + 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,353} = 0,126;$$

$$I(x_{10}, H_{6-12}(10) : H_{0-5}(10)) = 0,647 \cdot \ln \frac{0,647}{0,4} + 0,353 \cdot \ln \frac{0,353}{0,6} = 0,124;$$

$$I(x_{11}, H_{0-5}(11) : H_{6-12}(11)) = 0,2 \cdot \ln \frac{0,2}{0,676} + 0,8 \cdot \ln \frac{0,8}{0,324} = 0,480;$$

$$I(x_{11}, H_{6-12}(11) : H_{0-5}(11)) = 0,676 \cdot \ln \frac{0,676}{0,2} + 0,324 \cdot \ln \frac{0,324}{0,8} = 0,530 ;$$

$$I(x_{12}, H_{0-5}(12) : H_{6-12}(12)) = 0,4 \cdot \ln \frac{0,4}{0,765} + 0,6 \cdot \ln \frac{0,6}{0,235} = 0,303 ;$$

$$I(x_{12}, H_{6-12}(12) : H_{0-5}(9)) = 0,765 \cdot \ln \frac{0,765}{0,4} + 0,235 \cdot \ln \frac{0,235}{0,6} = 0,276 .$$

5) результирующий вклад ответа на каждую группу вопросов:

$$I(x_1, H_{0-5}(1); H_{6-12}(1)) = 0,405 + 0,351 = 0,756 ;$$

$$I(x_2, H_{0-5}(2); H_{6-12}(2)) = 0,224 + 0,211 = 0,435 ;$$

$$I(x_3, H_{0-5}(3); H_{6-12}(3)) = 0,712 + 0,738 = 1,45 ;$$

$$I(x_4, H_{0-5}(4); H_{6-12}(4)) = 0,405 + 0,351 = 0,756 ;$$

$$I(x_5, H_{0-5}(5); H_{6-12}(5)) = 0,116 + 0,101 = 0,217 ;$$

$$I(x_6, H_{0-5}(6); H_{6-12}(6)) = 0,354 + 0,249 = 0,603 ;$$

$$I(x_7, H_{0-5}(7); H_{6-12}(7)) = 0,761 + 0,391 = 1,152 ;$$

$$I(x_8, H_{0-5}(8); H_{6-12}(8)) = 0,624 + 0,664 = 1,288 ;$$

$$I(x_9, H_{0-5}(9); H_{6-12}(9)) = 0,366 + 0,415 = 0,781 ;$$

$$I(x_{10}, H_{0-5}(10); H_{6-12}(10)) = 0,126 + 0,124 = 0,25 ;$$

$$I(x_{11}, H_{0-5}(11); H_{6-12}(11)) = 0,48 + 0,53 = 1,01 ;$$

$$I(x_{12}, H_{0-5}(12); H_{6-12}(12)) = 0,303 + 0,276 = 0,579 .$$

6) среднее значение вкладов ответов на все группы вопросов:

$$I = (0,756 + 0,435 + 1,45 + 0,756 + 0,217 + 0,603 + 1,152 + 1,288 + 0,781 + 0,25 + 1,01 + 0,579) / 12 = 0,773$$

По итогам эксперимента получили, что компетентностные возможности студентов в конце IV семестра равны 77%. Полученный результат позволяет сделать вывод об эффективности методики формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с исполь-

зованием КМС Mathematica в овладении теоретическими и практическими навыками учебного курса математики.

### III. Оценка практических умений и навыков

Результаты эксперимента определялись тестированием студентов двух потоков. В экспериментальной группе, где занятия проводились по экспериментальной методике, насчитывалось 73 студента, в контрольной группе, работавшей по традиционной методике, был 91 студент. По результатам тестирования за 11-12 правильных ответов ставилась оценка отлично, за 9-10 правильных ответов – хорошо, за 6-8 ответов – удовлетворительно, за 0-5 ответов – неудовлетворительно. В контрольной группе 4 студента справились на отлично, 34 – на хорошо, 41 студент – на удовлетворительно, 12 студентов – на неудовлетворительно. В экспериментальной группе тестирование проводилось через два года с новым потоком студентов, были добавлены вопросы по компьютерной системе Mathematica.

По имеющимся двум множествам  $X$ ,  $Y$  результатов, принадлежащих экспериментальной и контрольной группам, установим, что некоторое отличие между множествами обусловлено влиянием экспериментальной методики обучения или оно является чисто случайным и лежит в пределах допустимого статистического разброса. Выдвинем гипотезу, что различие между выборочными средними  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  чисто случайное. Для проверки гипотезы используем критерий Стьюдента. Очевидно, обе выборки независимы. Проверка гипотезы сводится к определению значимости расхождения средних арифметических  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  обеих выборок. Исправленная дисперсия  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$

$$S_d^2 = \frac{(n_2 + n_1)}{n_1 \cdot n_2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\text{Наблюдаемое значение критерия Стьюдента } \hat{t} = \frac{d}{S_d^2}$$

Проводя вычисления в системе Mathematica (рис. 48, 49), находим

$$\hat{t}_{\text{наблюд.}} = 3.77548, \quad t_{\text{двустор.кр}}(\alpha; m) = 1.98$$

$\hat{t}_{\text{наблюд.}} > t_{\text{двустор.кр}}(\alpha; m)$ , следовательно, гипотеза отвергается и можно утверждать, что различие в экспериментальной и контрольной группах является не случайным. Значит, предложенная методика формирования творческой самостоятельности в обучении математике с использованием компьютерной системы Mathematica, свидетельствует о положительном влиянии на содержание математических знаний, умений и навыков студентов в техническом вузе.

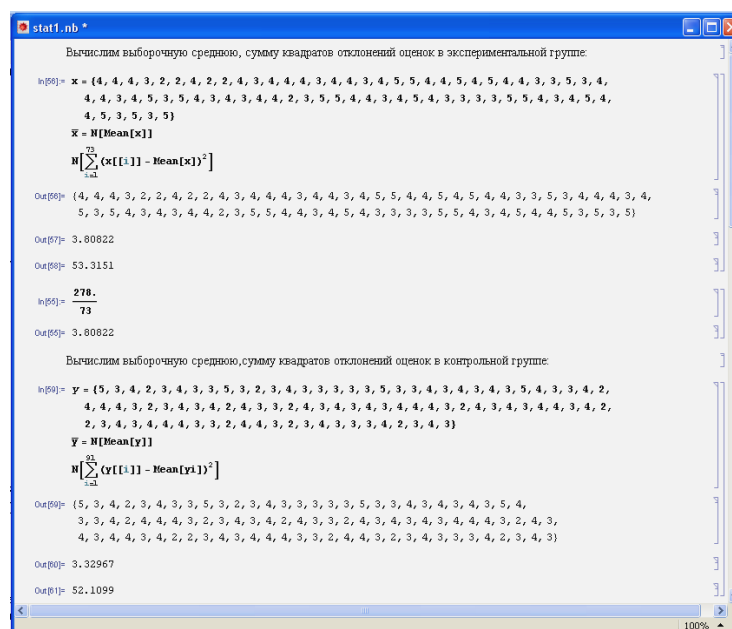


Рис.48. Вычисление выборочных средних, суммы квадратов отклонений

Построим графики успеваемости по итогам тестирования. На рисунке слева изображены гистограммы успеваемости в экспериментальной группе, на рисунке справа – по итогам тестирования в контрольной группе (рис. 50).

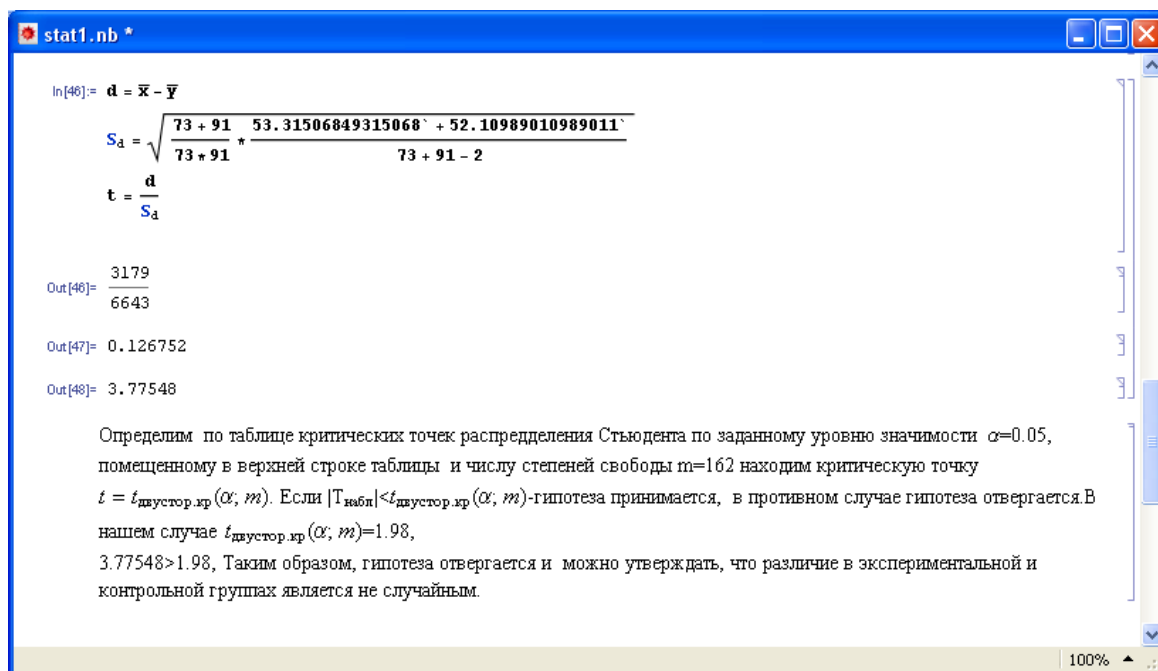


Рис. 49. Нахождение наблюдаемого значения критерия Стьюдента, сравнение его с табличным

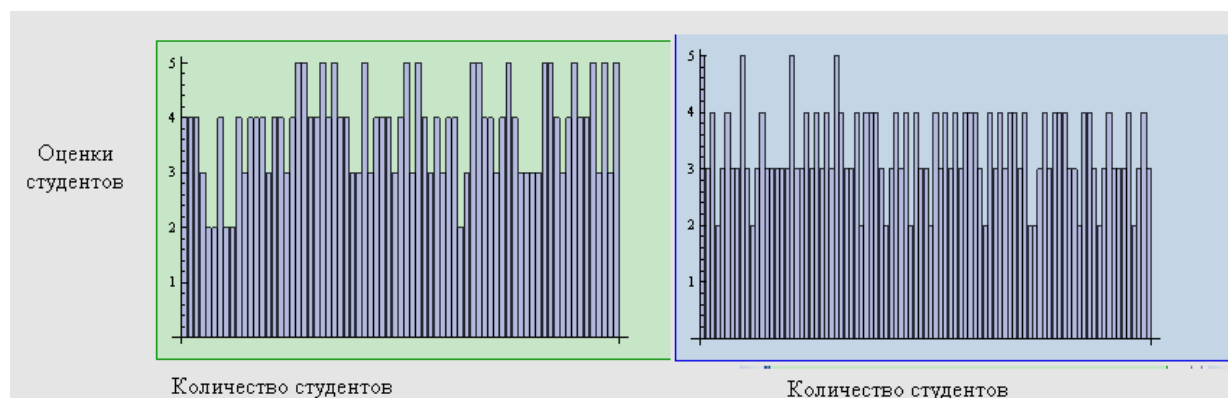


Рис. 50. Гистограммы успеваемости в экспериментальной (слева) и контрольной группах, выполненные в системе Mathematica

Гистограммы успеваемости в экспериментальной и контрольной группах, результаты проведённого эксперимента подтверждают целесообразность внедрения методики формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов на основе реализации функциональной, дидактической моделей использования прикладных, профессионально-ориентированных задач и электронного учебного пособия в КМС Mathematica, основанные на интеграции математических, информационных и специальных знаний.



#### **IV. Оценка творческой самостоятельности**

Творческая активность представляет собой процесс созидания нового и совокупность свойств личности, обеспечивающих ее включенность в этот процесс. Известно, что качества, необходимые для творческой деятельности студента, не даются от природы, а приобретаются им в результате воспитания и образования. Подлинно творческая деятельность студента начинается там, где ведется самостоятельный поиск новых решений, намечаются новые, более совершенные оригинальные направления поиска, более рациональные способы решения теоретических и практических задач [15].

Творческая самостоятельность и творческая активность – родственные понятия, возникновение одного сопровождается появлением другого, поэтому для определения уровня творческой самостоятельности студентов мы воспользовались методикой М. И. Рожкова, Ю. С. Тюнникова, Б. С. Алишева и Л. А. Воловича.

Замеры творческой самостоятельности осуществлялись по средней оценке, получаемой студентами по четырем критериям: чувство новизны, критичность мышления, способность преобразовывать структуру объекта, направленность на творчество. Оценка критериев и динамика изменения уровней творческой самостоятельности проводилась среди 38 студентов по 19 человек в контрольной и экспериментальной группах соответственно (таблицы 5, 6 и рис. 51). Средние значения творческой самостоятельности студентов в экспериментальной группе составляют 1,115 в I семестре и 1,323 в IV семестре, а в контрольной группе - 1,103 в I семестре и 0,967 в IV семестре, что представлено на рис. 51.

Таблица 5

Оценивание критерия уровня творческой самостоятельности  
экспериментальной группы

№ студента	Чувство новизны		Критичность		Способность преобразовывать структуру объекта		Направленность на творчество		Среднее значение творческой самостоятельности студента	
	I сем.	IV сем.	I сем.	IV сем.	I сем.	IV сем.	I сем.	IV сем.	I сем.	IV сем.
1	1,2	1.57	1,2	1,25	1,15	1,375	1,15	1,55	1,175	1,39
2	1,2	1.47	0,87	1	1,25	1,25	1	1,2	1,081	1,15
3	1,1	1.52	0,95	1	1,17	1,25	0,9	1,20	1,03	1,15
4	1,2	1,4	0,8	0,8	1,2	1,25	1	1,10	1,05	1,25
5	1	1.47	1,37	1,65	0,975	1,25	0,875	1,30	1,056	1,4
6	1,2	1,5	1,37	1,50	0,5	0,5	1,25	1,50	1,08	1,5
7	0,95	1,4	0,82	1	1,475	1,75	1,15	1,15	1,1	1,18
8	1,275	1.22	1,15	1,38	1	1,25	1,2	1,50	1,156	1,375
9	0,8	1.17	0,87	0,95	1,025	1,25	1	1,15	0,925	1,2
10	1,275	1.27	1,27	1,40	1,15	1,175	1,075	1,075	1,193	1,4
11	1,125	1.22	1,27	1,50	1,025	1,25	1,125	1,50	1,137	1,416
12	1,15	1,3	1,1	1,40	0,75	0,75	1,1	1,45	1,025	1,383
13	1,05	1.37	0,87	0,95	1,375	1,625	1,25	1,10	1,137	1,1
14	1,275	1.47	1,37	1,60	1,25	1,75	1,2	1,475	1,275	1,675
15	1,2	1.42	1,25	1,50	1,575	1,875	1,15	1,35	1,293	1,425
16	1,05	1.47	1,25	1,30	1,15	1	0,75	0,75	1,05	1,131
17	1,15	1.52	1,15	1,30	1,275	1,375	1,2	1,48	1,193	1,418
18	1,1	1.45	1,2	1,25	1,25	1,375	1,2	1,20	1,187	1,318
19	1,2	1,5	1,2	1,20	0,75	0,75	1	1,00	1,037	1,112
<b>Среднее значение</b>	1,132	1,444	1,125	1,327	1,121	1,2596	1,083	1,263	<b>1,115</b>	<b>1,323</b>

Таблица 6

Оценивание критерия уровня творческой самостоятельности контрольной группы

№ студента	Чувство новизны		Критичность		Способность преобразовывать структуру объекта		Направленность на творчество		Среднее значение творческой самостоятельности студента	
	I сем	IV сем	I сем	IV сем	I сем	IV сем	I сем	IV сем	I сем	IV сем
1	1,1	0,975	1,45	1,25	1,15	1	1,15	1	1,212	1,056
2	1,2	0,9	1,25	1,15	1,25	1,175	1	1	1,175	1,056
3	1,1	0,95	1,03	0,8	1,17	0,875	0,9	0,9	1,05	0,881
4	1,125	0,875	1,4	1,2	1,2	1,175	1,15	1	1,218	1,062
5	0,475	0,475	0,75	0,75	0,45	0,45	0,875	0,65	0,637	0,581
6	1,2	0,875	1,175	1	1,1	0,875	1,25	1,075	1,181	0,956
7	0,95	0,745	0,825	0,9	1,175	0,975	1,15	1,15	1,025	0,942
8	1,275	0,975	0,975	1	0,675	0,675	0,975	0,85	0,975	0,875
9	0,6	0,6	1,125	1	1,025	0,75	1,15	0,75	0,975	0,775
10	1,275	0,875	1,275	1,1	1,15	0,9	1,275	1,15	1,243	1,006
11	1,125	0,97	1,075	1	1,025	0,975	1,125	1,075	1,087	1,005
12	1,15	0,875	1,1	1,1	1,25	1,15	1,1	0,975	1,15	1,025
13	1,05	0,9	1,125	1	1	0,8	1,25	0,975	1,106	0,918
14	1,275	1,1	0,875	0,8	0,95	0,9	1,2	1	1,075	0,95
15	1,2	0,975	1,25	1	1	1	1,15	0,9	1,15	0,968
16	1,05	0,875	1,25	1,1	1,15	1,15	1,025	1,025	1,118	1,037
17	1,15	0,9	1,15	1	1,275	1,175	1,2	1,075	1,19	1,037
18	1,1	0,75	1,2	0,9	1,25	1,25	1,2	1,15	1,187	1,012
19	1,2	0,85	1,2	1	1,175	1,175	1,275	1,05	1,212	1,018
<b>Среднее значение</b>	1,087	0,885	1,138	0,998	1,093	0,99	1,135	0,995	<b>1,103</b>	<b>0,967</b>

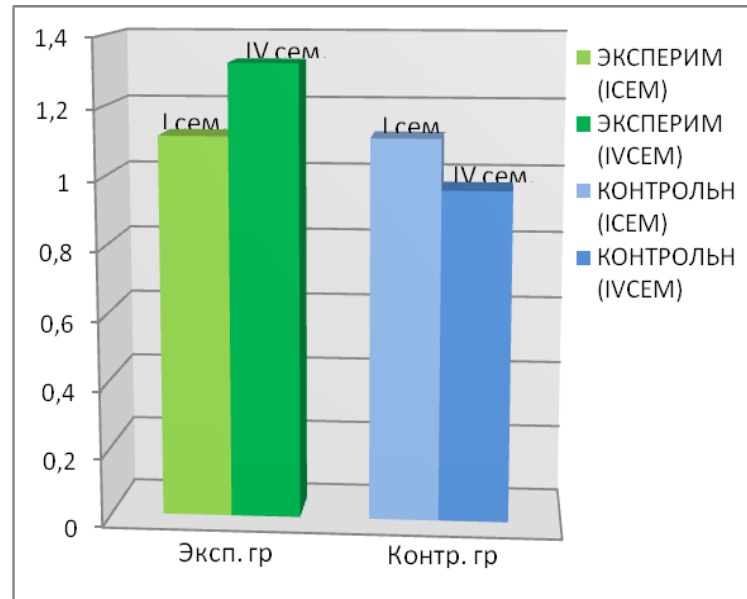


Рис.51. Динамика изменения творческой самостоятельности студентов

Для проверки по критерию Вилкоксона однородности независимых выборок  $X$ ,  $Y$  среднего значения творческой самостоятельности экспериментальной, контрольной групп соответственно, расположим варианты обеих выборок в возрастающем порядке (в виде одного вариационного ряда), найдем  $W_{\text{наб}}$  – сумму порядковых номеров (рангов) вариант  $X$  экспериментальной группы (таблица 7) [62]. Найдем по таблице критической точки критерия Вилкоксона нижнюю критическую точку  $w_{\text{нижн. кр}}(\frac{\alpha}{2}; n_1; n_2) = w_{\text{нижн. кр}}(0,025; 19; 19) = 303$ .

Верхняя критическая точка  $w_{\text{верх. крит}} = (n_1 + n_2 + 1)n_1 - w_{\text{нижн. кр}}$ .

Статистический анализ входного и выходного тестирования (таблица 8) творческой самостоятельности студентов экспериментальной (признаки  $X$ ) и контрольной (признаки  $Y$ ) групп по направлениям 131000 «Нефтегазовое дело»

Таблица 7

№	I семестр $X_I, Y_I$	Принадлежность	№ $X_i$	№	IV семестр $X_{IV}, Y_{IV}$	Принадлежность	№ $X_i$
1	0,637	Y5		1	0,581	Y5	
2	0,925	X9	2	2	0,775	Y9	
3	0,975	Y8		3	0,875	Y8	
4	0,975	Y9		4	0,881	Y3	
5	1,025	X12	5.5	5	0,918	Y13	
6	1,025	Y7		6	0,942	Y7	
7	1,03	X3	7	7	0,95	Y14	
8	1,037	X19	8	8	0,956	Y6	
9	1,05	X4	9	9	0,968	Y15	
10	1,05	X16	10.5	10	1,005	Y11	
11	1,05	Y3		11	1,006	Y10	
12	1,056	X5	12	12	1,012	Y18	
13	1,075	Y14		13	1,018	Y19	
14	1,081	X2	14	14	1,025	Y12	
15	1,081	X6	15	15	1,037	Y16	
16	1,087	Y11		16	1,037	Y17	
17	1,1	X7	17	17	1,056	Y1	
18	1,106	Y13		18	1,056	Y2	
19	1,11	Y16		19	1,062	Y4	
20	1,13	X13	20	20	1,1	X13	20
21	1,137	X11	21	21	1,11	X19	21
22	1,15	Y12		22	1,131	X16	22
23	1,15	Y15		23	1,15	X2	23
24	1,156	X18	24	24	1,15	X3	24
25	1,175	X1	25.5	25	1,18	X12	25
26	1,175	Y2		26	1,2	X9	26
27	1,181	Y6		27	1,25	X4	27
28	1,187	X18	28.5	28	1,318	X18	28
29	1,187	Y18		29	1,375	X8	29
30	1,19	Y17		30	1,383	X7	30
31	1,193	X10	31	31	1,391	X1	31
32	1,193	X17	32	32	1,4	X5	32
33	1,21	Y1		33	1,4	X10	33
34	1,21	Y9		34	1,416	X11	34
35	1,21	Y4		35	1,418	X17	35
36	1,24	Y10		36	1,425	X15	36
37	1,27	X14	37	37	1,5	X6	37
38	1,29	X15	38	38	1,675	X14	38
Сумма			357	Сумма			551

Таблица 8

## Статистический анализ входного и выходного тестирования

I семестр	IV семестр
$w_{\text{набл}} = 357$	$w_{\text{набл}} = 551$
$w_{\text{нижн. крит}} (0,025; 19; 19) = 303$ $w_{\text{верх. крит}} = (n_1 + n_2 + 1)n_1 - w_{\text{нижн. крит}} = (19 + 19 + 1)19 - 303 = 438$	
$303 < 357 < 438$ . $w_{\text{набл}} < w_{\text{верх. крит}}$ . Нет оснований отвергать нулевую гипотезу об однородности выборок.	$551 > 438$ . Значит, $w_{\text{набл}} > w_{\text{верх. крит}}$ . Нулевая гипотеза отвергается, по критерию Вилкоксона обнаружены статистически достоверные различия.

Проверка экспериментальной и контрольной групп по критерию Вилкоксона показало, что по результатам входного тестирования группы однородны по творческой самостоятельности до эксперимента (в I семестре) и уровень творческой самостоятельности студентов экспериментальной группы в IV семестре, после проведения эксперимента, статистически выше уровня творческой самостоятельности студентов контрольной группы.

### Выводы по третьей главе

1. Психолого-педагогические исследования студентов I и II курсов, обучающихся по направлению 131000 «Нефтегазовое дело» филиала Уфимского государственного нефтяного технического университета в городе Октябрьском, проводились с целью экспериментальной проверки гипотезы о наличии существенной динамики в формировании творческой самостоятельности студентов при обучении математике и профессионального роста в процессе использования компьютерной системы Mathematica на основе разработанной автором методики формирования творческой самостоятельности студентов, с применением методов статистической обработки результатов входного и выходного тестирований.

2. Итоги анкетирования и интервью преподавателей в целом и предметников по специальности «Нефтегазовое дело» показало, что применение системы Mathematica повышает активность студентов, увеличивая круг решаемых задач при моделировании учебного процесса. Мнения преподавателей и студентов о целесообразности применения компьютерной системы Mathematica в учебном процессе бакалавров нефтяного профиля является положительным. Разработанная методика в компьютерной системе Mathematica по формированию творческой самостоятельности в обучении математике студентов технического вуза является эффективным инструментом математического образования и психолого-педагогической поддержкой в контексте формирования личности общечеловеческих ценностей.

Оценивание критерия уровня творческой самостоятельности экспериментальной и контрольной групп по критерию Вилкоксона-Манна-Уитни показало, что группы однородны по творческой самостоятельности до эксперимента (в I семестре) и уровень творческой самостоятельности студентов экспериментальной группы в IV семестре, после проведения эксперимента, статистически выше уровня творческой самостоятельности студентов контрольной группы.

ной группы, что свидетельствует о положительной динамике развития творческой самостоятельности в экспериментальной группе. При этом следует отметить незначительные сдвиги или их отсутствие в результатах тестирования студентов контрольной группы.

3. По итогам эксперимента с помощью критерия Кульбака оценивались компетентностные возможности студентов, выраженные в ожидаемых результатах. В тестировании оценивались теоретические знания и практические умения и навыки, среднее значение вкладов ответов на все группы вопросов составило  $I=0,773$ , что соответствует 78%. Полученный результат позволяет сделать вывод об эффективности методики формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов в обучении математике с использованием системы Mathematica в овладении теоретическими и практическими навыками учебного курса математики. Результаты проведенного эксперимента подтверждают целесообразность внедрения методики формирования творческой самостоятельности студентов технических вузов на основе реализации функциональной и дидактической моделей использования прикладных, профессионально-ориентированных задач и электронного учебного пособия в КМС Mathematica, основанных на интеграции математических, информационных и специальных знаний у студентов инженерных специальностей технических вузов.



## Заключение

Основные результаты и выводы исследования по решению поставленных задач:

1. Теоретически обоснована и практически реализована возможность формирования творческой самостоятельности в обучении математике будущих инженеров с использованием компьютерной системы Mathematica, на основе интеграции математических, профессионально-ориентированных задач, информационных знаний в учебной деятельности.

2. Дидактическая модель (цели, задачи, принципы, формы, средства, этапы творческой самостоятельности, критерии готовности, уровни сформированности творческой самостоятельности) интеграции математических, прикладных, профессионально-ориентированных задач с использованием компьютерной системы Mathematica создает целостность и направленность механизмов формирования творческой самостоятельности студентов технического вуза при обучении математике.

3. Разработано электронное учебное пособие на базе КМС Mathematica, включающее значительный элемент самообразования в процесс обучения, усиливающее образное восприятие материала, повышающее уровень информации, позволяющее разнообразить формы аудиторных занятий, увеличивая долю самостоятельной работы без дополнительной нагрузки на студентов. Процесс обучения становится личностно-ориентированным, включающим самостоятельную познавательную творческую деятельность по поиску, обработке, осмыслению и применению информации.

4. Выявленные педагогические условия: полифункциональная учебная деятельность в насыщенной информационной среде, осуществляемая с использованием электронного учебного пособия в КМС Mathematica; обогащение самостоятельной работы студентов приемами и методикой научной работы исследователя; исследование деятельности в малых группах по решению профессионально-ориентированных и прикладных задач; создание твор-

ческой лаборатории по формированию новой для субъекта ситуации по исследованию и определению путей поиска новых фактов и задач с использованием компьютерной системы Mathematica на основе интеграции математических, информационных и специальных знаний — способствуют формированию творческой самостоятельности студентов технических вузов при обучении математике.

## Литература

- [1] Абдуллина, Е. Л. Общесистемные требования к электронным учебным материалам [Текст] / Е. Л. Абдуллина, В. В. Губарев, А. В. Печерский // Информационно-коммуникационные технологии в университетском образовании: Междунар. науч.-метод. конф., 21-23 марта 2000 г.: тез. докл. – Новосибирск, 2000. – 150 с.
- [2] Аверьянов, Л. Я. Система электронного обеспечения учебного процесса [Текст] / Л. Я. Аверьянов, Е. Л. Цуканова // Дистанционное и виртуальное обучение: Дайджест рос. и зарубеж. прессы. – 2002. – № 4. – С. 5-7.
- [3] Агапова О. И. О трёх поколениях компьютерных технологий обучения [Текст] / О. И. Агапова, А. О. Кривошеев, А. С. Ушаков // Информатика и образование. – 1994. – № 2. – С. 34-40.
- [4] Агеев, Н. В. Электронные издания: концепции, создание, использование [Текст] : Учебное пособие в помощь авт. и ред. / Н. В. Агеев, Ю. Г. Древе; под ред. Ю. Г. Древе – М.: МГПУ, 2003. – 236 с.
- [5] Аладьев, В. З. Введение в среду пакета Mathematica 2.2 [Текст] / В. З. Аладьев, М. Л. Шишаков. – М.: Филинь, 1997. – 368 с.
- [6] Александров, Г. Н. Программированное обучение и информационно-коммуникационные технологии обучения [Текст] / Г. Н. Александров // Информатика и образование. – 1993. – № 5. – С. 7-19.
- [7] Алфимова, А. С. Методика преподавания элективного курса «Элементы дискретной математики» с использованием информационно-коммуникационных технологий для учащихся естественно-математического профиля обучения [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / А. С. Алфимова; Моск. пед. гос. ун-т.– М., 2012.– 25 с.
- [8] Ананьев, Б. Г. Человек как предмет исследования [Текст] / Б. Г. Ананьев. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1968. – 332 с.

[9] Андреев, В. И. Педагогика творческого саморазвития [Текст] Кн.1: Инновационный курс. / В.И. Андреев. — — Изд-во Казанского ун-та, 1996.— 567с.

[10] Апатова, Н. В. Влияние информационных технологий на содержание и методы обучения в средней школе [Текст]: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Н. В. Апатова. — М., 1994. — 354 с.

[11] Апатова, Н.В. Информационные технологии в школьном образовании [Текст]. - М.:ИОШ, РАО, 1994. — 228 с.

[12] Арюкова, О. А. Подготовка при обучении физике в вузе будущих инженеров к применению математического моделирования в профессиональной деятельности [Текст] : автореф. дис. ... канд пед. наук: 13.00.02 / О. А. Арюкова—М.: МПГУ, 2012. — 26 с.

[13] Архангельский, С.И. Теоретические основы учебного процесса с использованием универсальных технических средств обучения [Текст] / С. И. Архангельский, Н. В. Шестаков. — М.: Высш. шк, 1980. — Вып. 2. — 18 с.

[14] Афанасьев, В. В. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы [Текст] : Учеб. пособие / В. В. Афанасьев и др. / Под ред. В. Д. Шадрикова — М.: Гардарики, 2002.— 383 с.: ил.

[15] Афанасьев, В. В. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач [Текст] : Монография / В. В. Афанасьев — Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 1996. — 168 с.

[16] Бабаева, Ю. Д. Психологические последствия информатизации [Текст] / Ю. Д. Бабаева, А. Е. Войкунский // Психологический журнал. — 1998. — Т. 19. — № 1. — С. 89-100.

[17] Бабанский, Ю. К. Избранные педагогические труды [Текст] — М.: Педагогика, 1988. — 500 с.

[18] Балицкая, Н. В. Информационные технологии как средство организации профессионально- ориентированного обучения в техническом учи-

лище и вузе [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Н. В. Бабицкая; Кузбасская гос. пед. академ. – Новокузнецк, 2004. – 188 с.

[19] Баранова, Ю. Ю. Методика использования электронных учебников в образовательном процессе [Текст] / Ю. Ю. Баранова, Е. А. Перевалова, Е. А. Тюрина [и др.] // Народное образование. – 2000. – № 8. – С. 43-47.

[20] Башмаков, А. И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем [Текст] / А. И. Башмаков, И. А. Башмаков // Вопросы Интернет-образования. – 2003. – № 10. – С. 18-23.

[21] Башмаков, А. И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем [Текст] / А. И. Башмаков, И. А. Башмаков. – М.: Филинь, 2003. – 616 с.

[22] Бегенина, Л. Ю. Реализация прикладной направленности обучения математике в средних специальных учебных заведениях с использованием информационных технологий [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02/ Л. Ю. Бегенина; Арзамасский гос. пед. ун-т. – Арзамас, 2003. – 234 с.

[23] Белкин, Е. Л. Дидактические основы управления познавательной деятельностью в условиях применения технических средств обучения [Текст] / Е. Л. Белкин. – Ярославль: Верхне-Волжское кн. изд-во, 1982. – 107 с.

[24] Бердяев, А. Н. Смысл творчества [Текст] /А. Н. Бердяев. – М.: Философия, 2007. – 416 с.

[25] Беспалько, В. П. Программированное обучение: Дидактические основы [Текст] / В. П. Беспалько. – М.: Высшая школа, 1970. – 300 с.

[26] Беспалько, В. П. Слагаемые педагогической технологии [Текст] / В. П. Беспалько. – М.: Педагогика, 1989. – 192 с.

[27] Бешенков, С. А. Современная концепция общеобразовательного непрерывного курса информатики [Текст] / С. А. Бешенков, Л. Г. Кузнецова, М.И. Шутикова // Мир образования - Образование в мире : науч.-метод. журн. – 2006. – № 4. – С.170 -179.

[28] Блонский, П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения [Текст] : в 2-х т. – М: Педагогика, 1979.

[29] Большая советская энциклопедия в 30 т. [Текст]: 3-е изд., перераб. и доп. / Под ред. А. М. Прохорова. – М.: Советская энциклопедия, 1978. – Т. 10. – С. 45-446.

[30] Большой толковый словарь русского языка [Текст] / Сост. и гл. ред. С. А. Кузнецов. – СПб.: Норинт, 2000. – С. 133-134.

[31] Бордковский, Г. А. Новые технологии обучения. Вопросы терминологии [Текст] / Г. А. Бордковский, В. А. Извозчиков // Педагогика. – 1 993. – № 5. – С. 12-15.

[32] Бордовская, Н. В. Реан А. А. Педагогика: учебник для вузов [Текст] / Н. В Бордовская, А. А. Реан. – СПб: Питер, 2000. – 304 с.

[33] Борисова, Л. А. Развитие технических компетенций студентов на основе информационных технологий обучения [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01/ Л. А. Борисова; Казанский гос. ун-т. – Казань, 2006. – 200 с.

[34] Брановский, Ю. С. Педагогика информационно-образовательных систем [Текст] / Ю. С. Брановский // Открытое образование в России XXI века: Материалы VIII Междунар. конф., 20-21 апр. 2000 г. : тез. докл. – М.: Изд-во МЭСИ, 2000. – С. 47-51.

[35] Брушлинский, А. В. Психология мышления и кибернетика [Текст] / А. В. Брушлинский. – М.: Мысль, 1970. – 63 с.

[36] Брыксина, О. Ф. Конструирование урока с использованием средств информационных технологий и образовательных ресурсов [Текст] / О. Ф. Брыксина // Информатика и образование. – 2004. – № 5. – С. 34-38.

[37] Буланова-Топоркова, М. В. Педагогика и психология высшей школы [Текст] : Учебное пособие / М. В. Буланова-Топоркова, А. В. Духавнева, Л Д Столяренко и др. – 3-е изд., перераб. и доп. – Ростов н/Дону: Феникс, 2006. – 512 с.

[38] Буторина, Т. С. Дидактические основы использования информационно-педагогических технологий в подготовке электронного учебника [Текст] / Т. С. Буторина, Е. В. Ширшов // Электронные учебники и учебно-методические разработки в открытом образовании, 7 сент. 2000 г.: тез. докл. – М.: Изд-во МЭСИ, 2000. – С. 49.

[39] Буторина, Т. С. Дидактические основы использования информационно-педагогических технологий в подготовке электронного учебника [Текст] / Т. С. Буторина, Е. В. Ширшов // Открытое образование. – 2001. – № 4. – С. 14-16.

[40] Ваграменко, Я. А. Информатизация общего образования: итоги и направления дальнейшей работы [Текст] / Я. А. Ваграменко // Педагогическая информатика. – 1997. – № 1. – С. 15-21.

[41] Валицкая, А. П. Современные стратегии образования: варианты выбора [Текст] / А. П. Валицкая // Педагогика. – 1997. – №2. – С.3-8.

[42] Василевская, Е. А. Профессиональная направленность обучения высшей математике студентов технических вузов [Текст] : дис. ... канд. пед. наук / Е. А. Василевская . – М., 2000. – 229 с.

[43] Васильев, А. Н. Практический курс с примерами решения прикладных задач [Текст] / А. Н. Васильев. – К.; Век+, СПб.: КОРОНА-ВЕК, 2008. – 448 с.

[44] Васильев, В. И. Новое поколение учебников: проблемы и перспективы [Текст] / В. И. Васильев, П. А. Шаглый // Высшее образование в России. – 1992. – № 1. – С. 40-41.

[45] Васильев, В. Н. Компьютерные информационные технологии – основа XXI века [Текст] / В. Н. Васильев, С. К. Стафеев // Компьютерные инструменты в образовании. – 2002. – № 1. – С. 23-27.

[46] Вентцель, К. Н. Основные задачи нравственного воспитания [Текст] / К. Н. Вентцель. – М. : [б. и.], 1896. – 47 с. <http://ushinskiy.ru>

[47] Вишнякова, С. М. Профессиональное образование [Текст] : Словарь /С. М. Вишнякова. – М.: Новь, 1999. – 538 с.

[48] Войкунский, А. Е. Социальные и психологические последствия применения информационных технологий [Текст] / А. Е. Войкунский. – М.: Астрель, 2001. – 119 с.

[49] Волков, А. К. Общие подходы к созданию компьютерного учебника [Текст] / А. К. Волков, М. Р. Меламуд // Университетское управление: практика и анализ. – 2000. – № 1. – С. 55-57.

[50] Волокитин, К. П. Современные информационные технологии в управлении качеством образования [Текст] / К. П. Волокитин // Информатика и образование. – 2000. – № 8. – С. 32-36.

[51] Воробьёв, Г. В. Всероссийское совещание по дидактике [Текст] / Г. В. Воробьёв // Советская педагогика. – 1961. – № 2. – С. 16-19.

[52] Воробьёв, Е. М. Введение в систему Mathematica [Текст] / Е. М. Воробьёв. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 262 с.

[53] Воробьёв, Е. М. Знакомство с Математикой: Фрагмент компьютерного учебника в научно-техническом сборнике [Электронный ресурс] / Центр СИТМО, кафедра РТУиС. – электрон., дан. – М.: Изд-во МГИЭМ, 2002. – Режим доступа: [crrp.dore.ru/library\\_sb\\_math.html](http://crrp.dore.ru/library_sb_math.html), свободный.

[54] Воротницкий, Ю. И. Некоторые аспекты методики преподавания аналитической геометрии на основе компьютерной алгебры [Текст] / Ю. И. Воротницкий, С. В. Земсков, А. А. Кулешов, Ю. В. Позняк // Информатизация образования. – 1997. – № 9. – С. 53-67.

[55] Ворохобина, Я. В. Влияние информационных технологий на повышение качества обучения старшеклассников математике [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. – Карачаевск, 2006. – 178 с.

[56] Выготский, Л. С. Умственное развитие детей в процессе обучения [Текст] / Л. С. Выготский. – М.-Л.: Гос. учеб.-пед. изд., 1935. – 133 с.



[57] Высоцкий, И. Р. Компьютеризация в образовании [Текст] / И. Р. Высоцкий // Информатика и образование. – 2000. – № 1. – С. 82-87.

[58] Гальперин, П. Я. Методы обучения и умственное развитие ребёнка [Текст] / П. Я. Гальперин. – М.: Изд-во МГУ, 1985. – 256 с.

[59] Гергей, Т. А. Психолого-педагогические проблемы эффективного применения компьютера в учебном процессе [Текст] / Т. А. Гергей, Е. И. Машбиц // Вопросы психологии. – 1985. – № 3. – С. 41-48.

[60] Гершунский, Б. С. Компьютеризация в сфере образования [Текст] / Б. С. Гершунский. – М.: Педагогика, 1987. – 264 с.

[61] Глушков, В. М. Основы безбумажной информатики [Текст] / В. М. Глушков. – М.: Наука, 1987. – 552 с.

[62] Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] ; Учеб. Пособие для студентов вузов/В.Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высш. Шк., 2003. – 405 с.:ил.

[63] Гнеденко, И. Г. Информатика [Текст] : 2-е изд. / И. Г. Гнеденко, С. А. Соколовская. – СПб.: Нева, 2003. – 320 с.

[64] Голиков, С. Ю. Автоматизированные технологии планирования учебной работы в вузе [Текст] / Ю. С. Голиков // Дистанционное и виртуальное обучение: Дайджест рос. и зарубеж. прессы. – 2001. – № 9. – С. 20-23.

[65] Голиков, Ю. Я. Методология психологических проблем проектирования техники [Текст] / Ю. Я. Голиков. – М.: Персэ, 2003. – 223 с.

[66] Граф, В. Основы организации учебной деятельности и самостоятельной работы студентов [Текст] / В. Граф, И. И. Ильясов, В. Я. Ляудис. – М.: Изд-во МГУ, 1981. – 78 с.

[67] Гребенюк, О. С., Рожков М. И. Общие основы педагогики [Текст]: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. – М. : Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003.– 160 с.

[68] Гриценко, В. И. Пути развития информатизации образования [Текст] / В. И. Гриценко, А. М. Довгялло // Информатика и образование. – 1989. – № 6. – С. 3-12.

[69] Гурьев, А. И. Межпредметные связи в системе современного образования [Текст] : Монография / А. И. Гурьев, А. В. Усова, А. В. Петрова. – Барнаул: Алт. гос. ун-т, 2002. – 213 с.

[70] Гурьев, С. В. Использование компьютера, как инструмента образовательного процесса [Текст] / С. В. Гурьев // Информатика и образование. – 2005. – № 11. – С. 14-18.

[71] Гутгарц, Р. Д. Компьютерная технология обучения [Текст] / Р. Д. Гутгарц // Информатика и образование. – 2000. – № 5. – С. 44-45.

[72] Давыдов, В. В. О понятии развивающего обучения [Текст] / В. В. Давыдов // Педагогика. – 1995. – № 1. – С. 12-15.

[73] Дахер, Е. А. Система Mathematica в процессе математической подготовки специалистов экономического профиля [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Е. А. Дахер // М., 2004. – 190 с.

[74] Дворяткина, С.Н. Межпредметные связи и прикладная направленность школьного курса математики в классах биологического профиля [Текст] - М., 1998. 192 с.

[75] Дружинин, В.Н. Экспериментальное наследование формирующего влияния микросреды на креативность [Текст] / В.Н. Дружинин, Н.В. Хазратова // Психологический журнал, №4 — М., 1994.

[76] Дьяконов, В. П. Mathematica 4.1 / 4.2 / 5.0 в математических и научно-технических расчётах [Текст] / В. П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 696 с: ил.

[77] Дьяконов, В. П. Компьютерная математика. Теория и практика [Текст] – М.: Нолидж, 2000. – 1296 с.: ил.

[78] Дьяченко, С. А. Использование интегрированной символьной системы Mathematica в процессе обучения высшей математике в вузе [Текст] :

автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С. А. Дьяченко; Орловский гос. пед. ун-т. – Орёл, 2002. – 24 с.

[79] Ершов, А.П. Концепция использования средств вычислительной техники в сфере образования [Текст] / А.П. Ершов // Информатизация образования. – Новосибирск, 1990. – 58с.

[80] Ершов, А. П. Компьютеризация школы и математическое образование [Текст] / А. П. Ершов // Математика в школе. – 1989. – № 2. – С. 27-36.

[81] Ершов, А. П. Пакеты прикладных программ как методология решения прикладных задач [Текст] / А. П. Ершов, В. П. Ильин. – М.: Наука, 1982. – 144 с.

[82] Жохов, А. Л. Мировоззрение: становление и развитие, воспитание через образование и культуру [Текст] : монография / А. Л. Жохов. – Архангельск: Изд-во ННОУ «Институт управления», 2007. 348 с.

[83] Завьялов, А. Н. Формирование информационной компетентности студентов в области компьютерных технологий [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук / А. Н. Завьялов.- Тюмень: Тюм.ГНГУ, 2005. - с.17.

[84] Загвязинский, В. И. Развитие творческих способностей учащихся на основе самостоятельного проблемного анализа учебного материала [Текст] / В. И. Загвязинский. // Проблема способностей в советской психологии. — М.: АПН ССР, 1984. — С. 129 — 134.

[85] Зайцева, Ж. И. Программное обеспечение в организации самостоятельной работы студентов [Текст] / Ж. И. Зайцева // Практика применения научного программного обеспечения в образовании и научных исследованиях: сб. ст. – СПб.: Нестор, 2005. – С. 96-98.

[86] Захарова, И. Г. Информационные технологии обучения и развитие учебных навыков [Текст] / И. Г. Захарова // Открытое образование. – 2002. – № 1. – С. 24-30.

[87] Зеленин, В. М. Методические указания по использованию вычислительной техники в учебном процессе [Текст] / В. М. Зеленин, И. А. Румянцев. – Л.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 1991. – 85 с.

[88] Зельдович, Я. Б. Высшая математика для начинающих [Текст] / Я. Б. Зельдович. – М.: Физматгиз, 1963 г. – 560 с.: ил.

[89] Земсков, С. В. Изучение математики в старших классах с применением СКМ [Текст] / С. В. Земсков, Ю. В. Позняк // Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: Междунар. науч. конф., 22-23 апр. 1997 г.: тез. докл. – Мн: Изд-во Бел. гос. ун-та, 1997. – С. 87-88.

[90] Зинченко, Н. В. Развитие творческой самостоятельности студентов на пленэрной практике [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 — Москва, 2008. — 214 с.

[91] Иванов, В. Л. Структура электронного учебника [Текст] / В. Л. Иванов // Информатика и образование. – 2001. – № 6. – С. 29-32.

[92] Иванова, Т. А. Методические аспекты обучения математике и информатике в условиях использования информационно-коммуникационных технологий (в средних специальных учебных заведениях технического профиля) [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Т. А. Иванова; Елабужский гос. пед. ун-т. – Елабуга, 2008. – 221 с.

[93] Иванов, С. Г. Компьютерная поддержка решения математических задач как средство организации продуктивной деятельности учащихся [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 2004. – 153 с.

[94] Извозчиков, В. А. Информационно-коммуникационные технологии обучения [Текст] : Учеб. пособие / В. А. Извозчиков. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 1991. – 120 с.

[95] Ильина, Т. А. Системно-структурный подход к организации обучения [Текст] : Выпуск 1 / Т. А. Ильина. – М.: Знание, 1972. – 72 с.

[96] Кабанова-Меллер, Е. Н. Учебная деятельность и развивающее обучение [Текст] / Е. Н. Кабанова-Меллер. – М.: Знание, 1985. – С. 34-41.

[97] Калмыков, А. А. Системный анализ образовательных технологий [Текст] / А. А. Калмыков. - Пермь: Изд-во ПермГУ, 2002. – 161 с.

[98] Каменский, Я. И. Избранные педагогические сочинения [Текст] / Я. И. Каменский. – М.: Педагогика, 1955. – 287 с.

[99] Капустина, Т. В. Компьютерная система Mathematica 3.0 в вузовском образовании [Текст] / Т. В. Капустина. – М.: Изд-во МПУ, 2000. – 240 с: ил.

[100] Капустина, Т. В. Компьютерная система Mathematica 3.0 для пользователей [Текст] / Т. В. Капустина. – М.: СОЛОН-Р, 1999. – 240 с: ил.

[101] Капустина, Т. В. Методологические аспекты использования компьютерной системы Mathematica в обучении [Текст] / Т. В. Капустина // Проблемы и перспективы информатизации математического образования: Всерос. науч.-методич. школа-семинар, 4-6 окт. 2004 г.: сб. науч. работ. – Елабуга: ЕГПУ, 2004. – С. 10-24.

[102] Капустина, Т. В. Информационно-коммуникационные технологии обучения математическим дисциплинам в педвузе (на основе компьютерной КМС Mathematica) [Текст] / Т. В. Капустина. – М.: Изд-во МПУ, 2001. – 92 с.

[103] Капустина, Т. В. Теория и практика создания и использования в педагогическом вузе информационно-коммуникационных технологий на основе компьютерной системы Mathematica (физико-математический факультет) [Текст] : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.08, 13.00.02: защищена 25.09.01: утв. 18.01.02 / Т. В. Капустина; Моск. пед. ун-т. – М., 2001. – 254 с.

[104] Карпенко, М. П. Будущему образованию – технологии будущего [Текст] / М. П. Карпенко // Дистанционное образование. – 1998. – № 4. – С. 28-33.

[105] Катержина, С. Ф. Развитие познавательной самостоятельности студентов технического вуза при обучении математике с использованием WEB- технологий: дис. ... канд. пед. Наук [Текст] / С. Ф Катержина; Ярославский гос. пед. ун-тим. К.Д. Ушинского. – Ярославль, 2010. – 161 с.

[106] Качалов, А. В. Учебно-творческие задачи как средство формирования творческой самостоятельности будущих учителей [Текст] / А. В. Качалов НАУКА И ШКОЛА, 2010. № 5. – С. 32-34.

[107] Келбакиани, В. Н. Межпредметные связи в естественно-математической и педагогической подготовке учителей [Текст] / В. Н. Келбакиани. – Тб.: Ганатлеба, 1987. – 291 с.: ил.

[108] Келбакиани, В. Н. Контуры дифференциации в преподавании математики [Текст] / В. Н. Кельбакиани // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 14-15.

[109] Клименко, Е. В. Интенсификация обучения математике студентов технических вузов посредством использования новых информационных технологий [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Е. В Клименко; Тобольский гос. пед. ин-т. – Саранск, 1999. – 189 с.

[110] Кожевникова, И. А. Информационно-коммуникационные технологии на современном этапе информатизации образования [Текст] / И. А. Кожевникова // Дистанционное и виртуальное обучение: Дайджест рос. и зарубеж. прессы. – 2000. – № 2. – С. 21-23.

[111] Колягин, Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математике [Текст] / Ю. М. Калягин, В. В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – № 6. – С. 8-10.

[112] Концепция информатизации образования [Текст] : офиц. текст // Информатика и образование. – 1990. – № 1. – С. 3-9.

[113] Конышева, А. В. Организация самостоятельной работы учащихся [Текст] – СПб: КАРО, 2005. – 208 с.

[114] Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики [Текст] : учеб. пособие для мех.-мат. фак. ун-тов. / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.: ил.

[115] Краснова, Г. А. Технологии создания электронных обучающих средств [Текст] / Г. А. Краснова, М. И. Беляев, А. В. Соловов. – М.: Изд-во МГИУ, 2002. – 304 с.

[116] Кручинина, Г. А. Дидактические основы формирования готовности будущего учителя к использованию новых информационных технологий обучения [Текст] : дис. ... д-ра пед. наук.: 13.00.02 / Г. А. Кручинина. – Н.Новгород, 1995. – 501 с.

[117] Кузнецов, А. А. Образовательные электронные издания и ресурсы: методическое пособие [Текст] / А. А. Кузнецов, С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун. – М.: Дрофа, 2009. – 156 с.

[118] Кузнецова, А. Н. Развитие представлений о творческой самостоятельности в педагогических исследованиях [Текст] // Человек и образование № 4 (25) 2010. – URL: <http://obrazovanie21.narod.ru> (дата обращения: 23.07.2014)

[119] Кульбак, С. Теория информации и статистики [Текст] / С. Кульбак. – М.: Наука, 1967. – 408 с.

[120] Лапчик, М. П. Информатика и информационные технологии в системе общего и педагогического образования: монография [Текст] / М. П. Лапчик. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 1999. – 294 с.

[121] Лапчик, М. П. Информатика и компьютерные технологии в содержании профессиональных программ высшего педагогического образования [Текст] / М. П. Лапчик // Педагогическая информатика. – 1994. – № 12. – С. 32-39.

[122] Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.

[123] Лернер, И. Я. Развивающее обучение с дидактических позиций [Текст] / И. Я. Лернер // Педагогика. – 1996. – № 2. – С. 18-23.

[124] Ломов, Б. Ф. Методические и теоретические проблемы психологии [Текст] / Б. Ф. Ломов. — М.: Наука, 1984. — 445 с.

[125] Макарова, Н. В. Научные основы методической системы обучения студентов вузов экономического профиля новой информационной технологии [Текст] : автореф. дис. ... д-ра пед. наук / Н. В. Макарова; Санкт-Петерб гос. ун-т. – СПб., 1992 – 32 с.

[126] Максимова, В. Н. Межпредметные связи в процессе обучения [Текст] / В. Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1989. – С. 14-25.

[127] Максимова, В. Н. Межпредметные связи и совершенствование процесса обучения [Текст] / В. Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1984. – 143 с.

[128] Мантуров, О. В. Mathematica (3.0 - 5.0) и её роль в изучении математики [Текст] / О. В. Мантуров // Проблемы и перспективы информатизации математического образования: Всерос. науч.-методич. школа-семинар, 4-6 окт. 2004 г.: сб. науч. работ. – Елабуга: ЕГПУ, 2004. – С. 3-10.

[129] Матвеева, Т. А. Компьютерный практикум по математике [Текст] / Т. А. Матвеева // Информатика и образование. – 2000. – № 2. – С. 91-93.

[130] Математический энциклопедический словарь [Текст] / Сост. и гл. ред. Ю. В. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1988. – с. 118-119.

[131] Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении [Текст] / А.М. Матюшкин. — М.: Педагогика, 1972. — 208 с.

[132] Махринова, М. В. Информационные технологии как средство совершенствования геометрической подготовки студентов математических специальностей в университете [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Ростов н/Д, 2003. – 253 с.



[133] Машбиц, Е. И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения [Текст] / Е. И. Машбиц. – М.: Педагогика, 1988. – 192 с.

[134] Меламуд, М. Р. Методические указания к проектированию компьютерного учебника [Текст] / М. Р. Меламуд. – М.: Изд-во РЭА им. Г. В. Плеханова, 1998. – 112 с.

[135] Мирзаджанзаде, А. Х. Термо-вязо-упругость и пластичность в нефтепромысловой механике [Текст] / А. Х. Мирзаджанзаде, П. М. Огибалов, З. Г. Керимов. – М.: Недра, 1973. – 280 с.

[136] Михелькевич, В. Н., Кравцов П. Г. Значение и место технологий обучения в системе профессиональной подготовки [Текст] / В. Н. Михелькевич, П. Г. Кравцов // Вестник СамГТУ. – 2003. - №3. с. 78-87.

[137] Монахов, В. М. Перспективы разработки и внедрения новой информационной технологии на уроках математики [Текст] / В. М. Монахов // Математика в школе. – 1991. – № 3. – С. 58-62.

[138] Монахов, В. М. Проектирование и внедрение новых технологий обучения [Текст] / В. М. Монахов // Советская педагогика. – 1990. – № 7. – С. 17-23.

[139] Монахов, В. М. Что такое новая информационная технология обучения? [Текст] / В. М. Монахов // Математика в школе. – 1990. – № 2. – С. 47-54.

[140] Мухина, С. Н. Подготовка студентов к изучению специальных дисциплин в процессе обучения математике в техническом [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08. – Калининград, 2001. – 136 с.

[141] Мышление учителя: Личностные механизмы и понятийный аппарат [Текст] : под ред. Ю.Н. Кулюткина, Г.С. Сухобской. — М.: Педагогика, 1990. — 104 с.

[142] Низамов, Р. А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов [Текст] / Р. А. Низамов. – Казань: Изд-во КГУ, 1975. – 302 с.

[143] Ниренбург, Т. Л. Методические аспекты применения среды Derive в средней школе [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Т. Л. Ниренбург. – СПб., 1997. – 23 с.

[144] Ожегов, С. И. Словарь русского языка [Текст] : Ок. 57000 слов. – Екатеринбург, «Урал-Советы» («Весть»), 1994. – 800 с.

[145] Околелов, О. П. Современные технологии обучения: сущность, принципы проектирования, тенденции развития [Текст] / О. П. Околелов // Высшее образование в России. – 1994. – № 2. – С. 45-50.

[146] Околелов, О. П. Электронный учебный курс [Текст] / О. П. Околелов // Высшее образование в России. – 1999. – № 4. – С. 126-129.

[147] Омельченко, Н. А. Формирование контрольно-корректировочных действий у студентов при обучении с помощью ЭВМ [Текст] / Н. А. Омельченко, В. А. Ляудис. – Воронеж: ВГУ, 1982. – 199 с.

[148] Педагогическое мастерство и педагогические технологии [Текст] : Учебное пособие / Под ред. Л.К. Гребенкиной, Л.А. Байковой. – М.: Педагогическое общество России, 2000. – 256 с.

[149] Первин, Ю. А. Обучение программированию и использованию ЭВМ в системе компьютерной грамотности учащихся общеобразовательных школ: (На базе кабинета информатики) [Текст] : Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. Новосибирск, Барнаул, 1986. – 337 с.

[150] Пидкасистый, П. И. Компьютерные технологии в системе дистанционного обучения [Текст] / П. И. Пидкасистый, О. Б. Тыщенко // Педагогика. – 2000. – № 5. – С. 7-13.

[151] Пидкасистый, П. И. Самостоятельная деятельность учащихся [Текст] – М.: Педагогика, 1972 – 184 с.

[152] Пидкасистый, П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении [Текст] – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

[153] Пидкасистый, П. И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов [Текст] – М., Педагогика, 2005. – 240 с.

[154] Плотникова, С. В. Профессиональная направленность обучения математическим дисциплинам студентов технических вузов [Текст] : дис. ... канд. пед. наук / С. В. Плотникова. – Самара, 2000. – 160 с.

[155] Позняк, Ю. В. Новейшие информационные технологии в образовании на основе компьютерной технической системы Mathematica [Текст] / Ю. В. Позняк, Ю. И. Воротницкий, С. В. Земсков, А. А. Кулешов // VIII Междунар. матем. конф., 22-24 марта 2000 г.: тез. докл. – Минск: Изд-во БГТУ, 2000. – С. 174-175.

[156] Позняк, Ю. В. Новые возможности в преподавании математики на основе систем компьютерной математики [Текст] / Ю. В. Позняк, А. А. Самодуров // Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании: Междунар. науч. конф., 22-23 апр. 1997 г.: тез. докл. – Мн: Изд-во Бел. гос. ун-та, 1997. – С. 162-163.

[157] Полат, Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] / Е. С. Полат. – М.: Академия, 2000. – 272 с.

[158] Половко, А. М. Mathematica для студента [Текст] / А. М. Половко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 368 с.: ил.

[159] Пономарев, Я. А. Психология творчества [Текст] / Я. А. Пономарев — М.: Наука, 1976. — 304 с.

[160] Пуанкаре, А. О науке [Текст] (под ред. Л. С. Понтрягина). — М., Наука, 1989. — «Ценность науки. Математические науки» (пер. с фр. Т. Д. Блохинцева; А. С. Шибанов) — стр. 399—414  
<http://philosophy.ru/library/poincare/math2.html>

[161] Развитие информационных технологий в образовании [Текст] : анализ. докл. — М.: Магистр. — 1997. — 60 с.

[162] Ракитов, А. И. Информатизация общества и стратегия ускорения [Текст] / А. И. Ракитов // Вопросы теории и жизни: сб. ст. — М., 1987. - № 8. - С. 70-76.

[163] Ретунская, И В. Отечественные системы для создания компьютерных учебных курсов [Текст] / И. В. Ретунская, М. В. Шугрина // Мир ПК. – 1993. – № 7. – С. 55-60.

[164] Роберт, И. В. Методические рекомендации по созданию и использованию педагогических программных средств [Текст] / И. В. Роберт. – М.: НИИ СОПУК, 1991. – С. 3-34.

[165] Роберт, И. В. О понятийном аппарате информатизации образования [Текст] / И. В. Роберт // Информатика и образование. – 2002. – № 12. – С. 5-11.

[166] Роберт, И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы; перспективы использования [Текст] / И. В. Роберт. – М.: Школа-Пресс, 1994. – 205 с.

[167] Роберт, И. В. Средства информационно-коммуникационных технологий в обучении: дидактические проблемы, перспективы использования [Текст] / И. В. Роберт // Информатика и образование. – 1991. – № 4. – С. 15-19.

[168] Роберт, И. В. Теоретические основы создания и использования средств информатизации образования [Текст] : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / И. В. Роберт. – М., 1994. – 339 с.

[169] Роберт, И. В. Учебный курс «Современные информационные технологии и компьютерные технологии в образовании» [Текст] / И. В. Роберт // Информатика и образование. – 1997. - № 8. – С. 63-67.

[170] Российская педагогическая энциклопедия [Текст] : В 2 т. / Гл. ред. В. В. Давыдов. – М. : Большая Российская энциклопедия, 1999.

[171] Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии [Текст] / С. Л. Рубинштейн // М.:Изд-во Питер, 2002. – 720с.

[172] Самарин, Ю. А. Очерки психологии ума [Текст] / Ю. А. Самарин. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1962. – С. 298-299.

[173] Самодурова, Т.В. Творчество и исследовательская деятельность как высший уровень личностной самостоятельности [Текст] / Т.В. Самодурова // Самостоятельность личности: история, теория, практика: монография. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во АмГПУ, 2007. – С.64-79.]

[174] Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математике [Текст] / Г. И. Саранцев. – Саранск: Красный Октябрь, 2001. – 144 с.

[175] Саранцев, Г.И. Формирование познавательной самостоятельности студентов педвузов в процессе изучения математических дисциплин и методики преподавания математики [Текст] / Мордов. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева. – Саранск, 1997. – 160 с.

[176] Свириденко, С. С. Современные информационные технологии [Текст] / С. С. Свириденко. – М.: Радио и связь, 1990. – 304 с.

[177] Скоробогатова, Н. В. Наглядное моделирование профессионально-ориентированных математических задач в обучении математике студентов инженерных направлений технических вузов [Текст] : дис. ... канд. пед. наук / Скоробогатова Н. В. – Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2006. – 159 с.

[178] Сластенин, В. А. Педагогика [Текст] : Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; под ред. В. А. Сластенина. – М.: Академия, 2002. – 576 с.

[179] Смирнов, Е.И. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика [Текст] : Учебное пособие / Под ред. Е. И. Смирнова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. - 457с

[180] Совершенствование процесса обучения математике в условиях модернизации российского образования [Текст] : материалы Всерос. научно.-практ. конф.. Волгоград, 26 окт. 2004г. / [Отв. ред.: О. ФТреплина, А. А. Махонина] Волгоград: Перемена, 2004.

[181] Соловов, А. В. Информационные технологии обучения в профессиональном образовании [Текст] / А. В. Соловов // Информатика и образование. – 1996. – № 1. – С. 13-19.

[182] Степанов, О. С. Научно-педагогические основы применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной подготовке студентов экономических факультетов [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук / О. В. Степанов; СГТУ. – Ставрополь, 2000. – 20 с.

[183] Талызина, Н. Ф. Внедрению компьютеров в учебный процесс - научную основу [Текст] / Н. Ф. Талызина // Советская педагогика. – 1985. – № 12. – С. 34-38.

[184] Талызина, Н. Ф. Психолого-педагогические основы автоматизации учебного процесса [Текст] / Н. Ф. Талызина // Психолого-педагогические и психофизиологические проблемы компьютерного обучения: сб. науч. тр. – М.: Изд-во АПН СССР, МГУ, 1985. – С. 15-26.

[185] Татьянаенко, С. А. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера в процессе обучения математике в техническом [Текст] : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Тобольск, 2003. – 240 с.

[186] Терешин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики [Текст] : Кн. для учителя. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.

[187] Тихомиров, О. К. Общение, опосредованное компьютером [Текст] / О. К. Тихомиров, Ю. Д. Бабаев, А. Е. Войкунский // Вестник московского ун-та. Серия 14. Психология. – 1986. – № 3. – С. 31-42.

[188] Тихомиров, О. К. Стратегия и тактика компьютеризации [Текст] / О. К. Тихомиров // Вестник высшей школы. – 1988. – № 3. – С. 7-13.

[189] Толстой, Л. Н. Яснополянская школа за ноябрь и декабрь месяцы. Общий очерк характера школы [Текст] / Хрестоматия по истории школы и педагогики России / сост. Е.Ф. Егоров. – М., 1986.

[190] Ушинский, К.Д. Педагогические сочинения [Текст] / К.Д. Ушинский. В 6 ч. Ч. 2. : сост. С.Ф. Егоров — М.: Педагогика, 1988. — 416 с.

[191] Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 131000 Нефтегазовое дело (квалификация (степень) «бакалавр»). 28.10.09. [Электронный ресурс].URL: [минобрнауки.рф/документы/1956](http://минобрнауки.рф/документы/1956) (дата обращения: 11.03. 2011).

[192] Фёдорова, В. Н. Межпредметные связи [Текст] / В. Н. Фёдорова, Д. М. Кишкин. – М.: Педагогика, 1989. – 163 с.

[193] Фридман, Г. М., Леора С. Н. Математика & Mathematica [Текст]: Избранные задачи для избранных студентов / Г. М. Фридман, С. Н. Леора. – СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2010. –299 с.: ил.

[194] Христочевский, С. А. Методические основы проектирования электронных учебников [Текст] / С. А. Христочевский // Создание единого информационного пространства системы образования: школа-семинар, секция 2: сб. тез. и докл. – М.: Исслед. центр пробл. кач. подг. спец., 1998. – С. 57-61.

[195] Христочевский, С. А. Электронные мультимедийные учебники и энциклопедии [Текст] : Система и среда / С. А. Христочевский // Информатика и образование. – 2000. – № 2. – С. 70-77.

[196] Христочевский, С. А. Электронный учебник — текущее состояние [Электронный ресурс] / С. А. Христочевский // Дистанционное и виртуальное обучение: Дайджест рос. и зарубеж. прессы. – 2002. – № 6. – С. 58-59.

[197] Хуторской, А. В. Современная дидактика [Текст] : Учебник для вузов / А. В. Хуторской. – СПб.: Питер, 2001. – 544 с.

[198] Цопанова, Е. И. Формирование творческой самостоятельности студентов как основы их профессионального становления [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 — Владикавказ, 2004. — 214 с.

[199] Челядинова, О. А. Формирование творческой самостоятельности студентов в культуросообразной среде педагогического вуза [Текст] : дис. ... канд. пед. наук:13.00.08 — Шуя, 2012. — 187с.

[200] Шалютин, С. М. «Искусственный интеллект: гносеологический аспект» [Текст] / С.М. Шалютин. — М.: Мысль, 1985

[201] Шацкий, С. Т. Педагогические сочинения [Текст] : В 4 т. Т. 4. — М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР, 1965 [elib.gnpbu.ru](http://elib.gnpbu.ru)

[202] Шершнева, В. А. Фундаментальное математическое образование и компетентностное обучение в современном вузе [Текст] / М. В. Носков // Материалы 4-й Международной конференции «Внутривузовские системы повышения качества подготовки специалистов». — Красноярск. — 2006. — С. 235–238.

[203] Шершнева, В. А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода [Текст] : автореф. дис. ... д-ра. пед. наук / В. А. Шершнева; Сибирск. федер. ун-т.— Красноярск, 2011. — 47 с.

[204] Шершнева, В. А. Дидактический базис компетентностного обучения математике будущих бакалавров [Текст] // Материалы Международной научно-практической конференции «Инновационные технологии организации обучения в техническом вузе: на пути к новому качеству образования». В двух частях. Ч. 2. — Пенза. — 2010. — С. 248–250.

[205] Шнейдер, В. Е. Краткий курс высшей математики [Текст] : в 2 т. Учеб. пособие для втузов. / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М., Высш. школа, 1978. — 328 с.

[206] Щербаков, А. И. Формирование личности учителя советской в системе высшего педагогического образования [Текст] : Л., 1968. — 94 с.

[207] Щукина, Г. И. Роль деятельности в учебном процессе [Текст] — М.: Просвещение, 1986. — 143 с.

[208] Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды [Текст] / Д. Б. Эльконин. — М.: Педагогика, 1989. — С. 138-139.

[209] Юдин, В. В. Педагогическая технология [Текст] / В. В. Юдин. — Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997. — 204 с.



[210] Ястребов, А. В. Дуалистические свойства математики и их отражение в процессе преподавания [Текст] / А. В. Ястребов. // Ярославский педагогический вестник. — 2001. — № 1. — С. 48 — 53.

[211] Cole, M. An experiment in computer-mediated cooperation between nations in conflict. The Velikhov-Hamburg project. 1985 – 1994 [Текст] : Report, The Laboratory of Comparative Human Cognition University of California, San Diego. La Jalla, California. 1999. – 153 p.

[212] Conklin, J. Hypertext: an introduction and survey [Текст] // Computer. 1987. Vol. 20. No 9.

[213] Engelbart, D., Watson R. The augmented knowledge [Текст] : Workshop // Computer Networking / Ed. by R. Blanc, I. Cotton. New York: IEEE Press, 1976.

[214] Gray, A. Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica [Текст] . 2nd ed. – CRC Press, 1997.

[215] Kolin, K., Bogdanova, R., Christochevsky, S. at al. Analytical Survey on the Issue of "Education and Informatics"(Notions, condition, prospects) [Текст] UNESCO, Proceedings of the Second International Congress Education and Informatic. Moscow, UNESCO IITE, 1997, VI.

[216] Papert, S. Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas [Текст] N. Y. Basic Books, 1980. – VIII + 230 p.

[217] Nelson, T. Literary machines [Текст] : Sausalito, CA; Mindful Press, 1993.

[218] Wolfram, S. The Mathematica Book [Текст] : Fourth Edition. Mathematica Version 4. – Wolfram Media / Cambridge University Press, 1999.

### **Работы автора по теме диссертации**

[219] Ихсанова, Ф. А. Организация практических занятий по математике в техническом вузе с применением компьютерной среды Mathematica

[Текст] / Ф. А. Ихсанова // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. Г. Герцена. № 20(49): Аспирантские тетради: Научный журнал. – СПб., 2007. – С. 297-305.

[220] Ихсанова, Ф. А. Привлечение математического аппарата к решению прикладных задач с помощью системы Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Издательский дом «Академия Естествознания»: Фундаментальные исследования. – 2011. – №12, часть 1. – С. 36-41.

[221] Ихсанова, Ф. А. Проектирование, подготовка материалов и создание компьютеризированного учебно-методического комплекса по математике в системе Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Издательский дом «Академия Естествознания»: Фундаментальные исследования. – 2013. – №8, ч. 4. – С. 929-933.

[222] Ихсанова, Ф. А. Применение анимации в системе Mathematica на практических занятиях по математике в вузе [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Казанская наука. – 2010. – №8, выпуск 2. – Казань: Изд-во Казанский издательский дом. – С.306-310.

[223] Ихсанова, Ф. А. О внедрении информационно-коммуникационных технологий обучения математике в техническом вузе [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Проблемы и перспективы информатизации математического образования: всерос. науч.-методич. школа-семинар, 4-6 окт. 2004 г.: сб. науч. работ. – Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2004. – С. 93-95.

[224] Ихсанова, Ф. А. Организация практических занятий студентов с применением компьютерной математической системы Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Проблемы преподавания в техническом университете: межвуз. науч.-методич. конф., 20 октяб. 2006 г.: матер. конф. – в 2 т. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2006. – Т 1. – С. 40-42.

[225] Ихсанова, Ф. А. Организация НИРС на основе использования межпредметных связей [Текст] / Ф. А. Ихсанова, Б. В Колосов // Проблемы преподавания в техническом университете: межвуз. науч.-методич. конф., 20

октяб. 2006 г.: матер. конф. – в 2 т. – Уфа:Изд-во УГНТУ, 2006. – Т 1. – С. 42-45.

[226] Ихсанова, Ф. А. Применение компьютерной системы Mathematica в приближенных вычислениях с помощью разложения в степенные ряды [Текст] / Ф. А. Ихсанова, В. В. Ахметгареев // 34-я науч.-тех. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 16 апр.-12 мая 2007 г.: матер. конф. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 2007. – С. 133.

[227] Ихсанова, Ф. А. Использование системы Mathematica в нефтяной промышленности [Текст] / Ф. А. Ихсанова, Е. В. Феклистов // 34-ая науч.-технич. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 16 апр.-12 мая 2007 г.: матер. конф. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 2007. – С. 142-143.

[228] Ихсанова, Ф. А. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным с использованием системы Mathematica 5.0 [Текст] / Ф. А. Ихсанова, В. В. Ахметгареев // 34-я науч.-технич. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 16 апр.-12 мая 2007 г.: матер. конф. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 2007. – С. 147-148.

[229] Ихсанова, Ф. А. Вычисление механических величин с помощью определенного интеграла и производных в системе Mathematica5.0 [Текст] / Ф. А. Ихсанова, Е. А. Беркутов // 35-й науч.-тех. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 14 апр.-17 мая 2008 г.: матер. конф. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 2008. – С. 37-38.

[230] Ихсанова, Ф. А. Радиактивный распад и деление ядер.Решение задач с использованием системы Mathematica 5.0 [Текст] / Ф. А. Ихсанова, А. И. Ханнанов // 35-я науч.-тех. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 14 апр.-17 мая 2008 г.: матер. конф. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 2008. – С. 48-49.

[231] Ихсанова, Ф. А. Решение прикладных задач с применением компьютерной системы Mathematica на практических занятиях по математике [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Подготовка конкурентоспособного специалиста

в процессе обучения в техническом вузе: Межвуз. науч.-метод. конф., 12 дек. 2008 г.: матер. конф. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2008. – С. 195-199.

[232] Ихсанова, Ф. А. Математическая статистика в нефтяной и нефтехимической промышленности [Текст] / Ф. А. Ихсанова, Е. А. Беркутов // 36-я науч.-технич. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 20 апр.-16 мая 2009 г.: матер. конф.: в 3 т.–Уфа: Изд-во УГНТУ, 2009. – Т. 3 – С. 3-6.

[233] Ихсанова, Ф. А. Тренажер с интерактивным диалоговым режимом пользователя и компьютера с использованием системы Mathematica 5.0 [Текст] / Ф. А. Ихсанова, А. И. Ханнанов // 36-я науч.-технич. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 20 апр.-16 мая 2009 г.: матер. конф.: в 3 т.–Уфа: Изд-во УГНТУ, 2009. – Т. 3 – С. 53-55.

[234] Ихсанова, Ф. А. Прикладная направленность обучения математике с применением компьютерных технологий в техническом университете [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем: V Междун. науч.-тех. конф., 25-28 октяб. 2010 г.: сб. ст. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. – С. 277-280.

[235] Ихсанова, Ф. А. Анимация в системе Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова, О. И. Сафина // Наука и инновации XXI века: мат-лы X Юбил. окр. конф. молодых ученых, Сургут, 26-27 нояб. 2009 г.: в 2 т. / Сургут. гос. ун-т ХМАО – Югры. – Сургут: ИЦ СурГУ, 2010. – Т. 2. – С. 142-143.

[236] Ихсанова, Ф. А. Изучение математики в вузе с использованием информационных технологий [Текст] / Ф. А. Ихсанова, К. Ф. Габдрахманова // Внедрение инновационных педагогических технологий в техническом университете: материалы Всероссийской науч.-метод. конф. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2010 – С. 137-145.

[237] Ихсанова, Ф. А. Обработка экспериментальных данных с применением системы Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова,

Э. Р. Сабитова // Материалы 37-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, 19 апр.-15 мая 2010 г.: матер. конф.: в 3 т. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2010. – Т. 3 – С. 41-44.

[238] Ихсанова, Ф. А. Формирование профессиональных компетенций будущего специалиста на занятиях по математике с помощью компьютерной математической системы Mathematica [Текст] / Ф. А. Ихсанова // Современные вопросы науки XXI века: VII Междун. науч.-практ. конф., 29 марта 2011г.: сб. науч. тр.: в 2 ч. – Вып. 7. – Тамбов: Изд-во Тамбовского областного института повышения квалификации работников образования, 2011. – С. 54-57.

[239] Ихсанова, Ф. А. Оценка температуры нагрева промывочной жидкости за счет теплового трения при бурении [Текст] / Ф. А. Ихсанова, Т. Р. Ашрапов // Материалы Всероссийской 39-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, 16 апр.-19 мая 2012 г.: матер. конф.: в 3 т. – Уфа: Изд-во УГНТУ, 2012. – Т. 2 – С. 9-12.

[240] Ихсанова, Ф. А. Применение критерия Стьюдента при статистической проверке гипотез в задачах нефтяной и газовой промышленности [Текст] / Ф. А. Ихсанова, А.А. Салимгареев, А.А. Исламов// Материалы Всероссийской 40-й научно-технич. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов, 16 апр. –19 мая 2012 г.: матер. конф.: в 3 т. – Уфа: УГНТУ, 2013. – Т. 2 – С. 9-12.

### **Учебные пособия**

[241] Ихсанова, Ф. А. Учебно-методическое пособие по курсу «Высшая математика» [Текст] : методические указания и контрольные задания для студентов заочного обучения. I семестр – Уфа: УГНТУ, 2010. – 67 с.

[242] Ихсанова, Ф. А. Варианты самостоятельных работ по математике, I семестр [Текст] / Ф. А. Ихсанова, П. Н. Ларин, Ф. Ф. Галеева и др. // – Уфа: УГНТУ, 2010. – 52 с.

[243] Ихсанова, Ф. А. Учебно-методическое пособие по курсу «Высшая математика»: методические указания и контрольные задания для студентов заочного отделения. II семестр [Текст] / Ф. А. Ихсанова, П. Н. Ларин, Ф. К. Усманова и др. // – Уфа: УГНТУ, 2010. – 51 с.

[244] Ихсанова, Ф. А. Контрольные работы по высшей математике [Текст] : учебно-методич. пособие. II семестр. / Ф. А. Ихсанова, П. Н. Ларин, Ф. К. Усманова и др. // – Уфа: УГНТУ, 2010. – 18 с.

[245] Ихсанова, Ф. А. Введение в анализ. Электронное учебно-методическое пособие [Текст] / К. Ф. Габдрахманова, Ф. К. Усманова, П. Н. Ларин, Ф. А. Ихсанова. // ФГБОУ ВПО УГНТУ. Информационно-аналитическое управление. Отдел программного и методического обеспечения, [www.elearning.rusoil.net](http://www.elearning.rusoil.net)

[246] Ихсанова, Ф. А. Компьютеризированный практикум по математике. Электронный учебно-методический комплекс [Текст] / Ф. А. Ихсанова. // ФГБОУ ВПО УГНТУ. Информационно-аналитическое управление. Отдел программного и методического обеспечения, [www.elearning.rusoil.net](http://www.elearning.rusoil.net)

[247] Ихсанова, Ф. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и функциональные ряды: учебно-методич. пособие к лабораторным занятиям [Текст] / Ф. А. Ихсанова // – Уфа: УГНТУ, 2012. – 24 с.

[248] Ихсанова, Ф. А. Высшая математика [Текст] : учебно-методич. пособие для студентов заочного отделения / Ф. А. Ихсанова, П. Н. Ларин, Ф. К. Усманова и др. // – Уфа: УГНТУ, 2012. – 176 с.

## Приложение

### Приближенное вычисление значений функций и определенного интеграла с помощью разложения в ряды Тейлора и Маклорена

В начале занятия студенты вспоминают теоретический материал. Это может происходить в виде устного или письменного опроса.

Вопросы:

1. Что называется  $n$ -ой частичной суммой ряда?
2. Дать определение сходящихся и расходящихся рядов?
3. Какова формула разложения в ряд Маклорена?
4. Записать формулы разложения элементарных функций в ряд Маклорена.

Студенты отвечают на данные вопросы и при необходимости открывают гиперссылку (рис. 52) и уточняют свои знания.

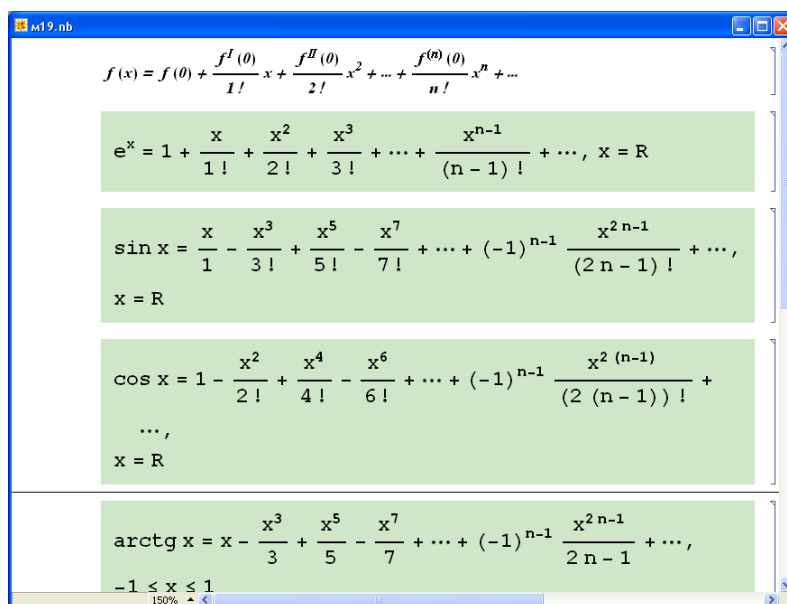
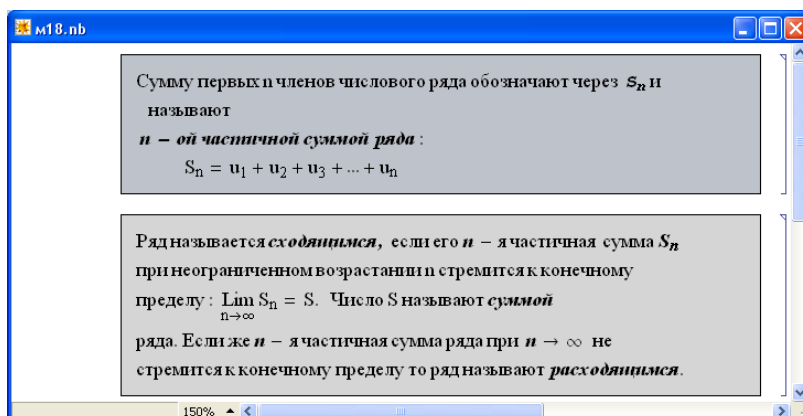


Рис. 52. Ответы на вопросы по теории

Рассмотрим следующие задачи из книги Г. Н. Бермана «Сборник задач по курсу математического анализа», предложенного как основной учебник для технических вузов.

- Найти сумму  $n$  первых членов ряда ( $S_n$ );
- доказать сходство ряда, пользуясь непосредственно определением сходимости;
- найти сумму ряда ( $S$ ).

2732  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1) \cdot (n+2)} + \dots$

2735  $\frac{1}{9} + \frac{2}{225} + \dots + \frac{n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} + \dots$

- Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности точки  $x=0$  (ряд Маклорена)

2848  $y = e^x \sin x$

- Пользуясь формулой разложения в ряд Маклорена функции  $e^x$ ,  $\cos x$  и  $\sin x$  вычислить указанное выражение

2900  $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$  с точностью до 0,0001

2903  $\sin 10$  с точностью до 0,00001

- Вычислить с точностью до 0,001 данный интеграл

2937  $\int_0^{0.8} x^{10} \cdot \sin x dx$

2938  $\int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx$

№1. Вычислить  $\sqrt[3]{68}$  с точностью до 0,001



**№2. Вычислить  $\ln 2$  с точностью до 0,0001**

**№3. Найти период полураспада радия  $\text{Ra}^{226}$ , если известно, сколько ядер распадаются в 1 кг радия за 1 секунду.**

**Решение задачи № 2732**

**1. Воспользуемся методом неопределённых коэффициентов и разложим дробь на сумму простейших дробей.**

Знаем, что любую правильную дробь, знаменатель которой представлен в виде произведения линейных и квадратичных множителей, можно представить в виде суммы простейших дробей.

Так и в нашем случае:

$$\frac{1}{n(n+1) \cdot (n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}$$

Неизвестные коэффициенты А и В определяем методом неопределённых коэффициентов:

1. Приводим сумму простейших дробей к общему знаменателю, получаем две дроби с одинаковыми знаменателями.

2. Две дроби с одинаковыми знаменателями равны, когда равны их числители.

3. Два многочлена в левой и правой частях равны, если равны коэффициенты при одинаковых степенях неизвестных.

4. Приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях и получаем систему уравнений, из которой находим неизвестные А и В.

$$\frac{1}{n(n+1) \cdot (n+2)} = \frac{(n+1) \cdot (n+2) \cancel{A}}{n} + \frac{n \cdot (n+2) \cancel{B}}{n+1} + \frac{n \cdot (n+1) \cancel{C}}{n+2} \Leftrightarrow$$

$$1 = A(n+1) \cdot (n+2) + Bn(n+2) + Cn(n+1)$$

$$n=0 \Rightarrow 1 - 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$n=-1 \Rightarrow 1 = -B \Rightarrow B = -1$$

$$n=-2 \Rightarrow 1 = 2C \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

Итак,

$$\frac{1}{n(n+1) \cdot (n+2)} = \frac{1}{2n} - \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2(2+n)}$$

С помощью гиперссылки в КМС Mathematica при необходимости можно проверить промежуточные вычисления (рис. 53).

- Найдём сумму  $n$  первых членов ряда:

$$\begin{aligned} S_n = \frac{1}{2} & \left( \left( 1 - \frac{2}{2} + \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \right) \right. \\ & + \left( \frac{1}{5} - \frac{2}{6} + \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{6} - \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \right) + \left( \frac{1}{n-2} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{n} \right) + \dots \\ & \left. + \left( \frac{1}{n-1} - \frac{2}{n} + \frac{1}{n+1} \right) + \left( \frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right) \right) \end{aligned}$$

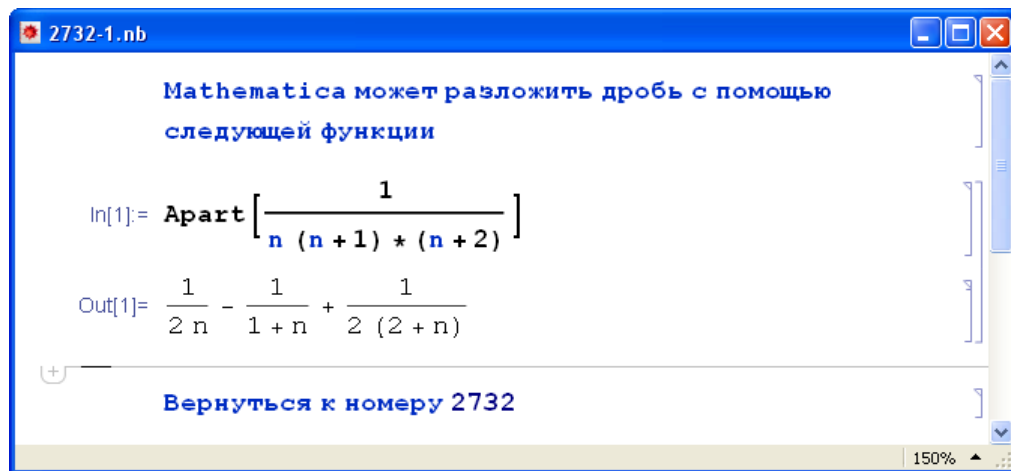


Рис. 53. Разложение дроби на простейшие множители

1) 1-й и 2-ой члены первой скобки в сумме дают нуль

$$1 - \frac{2}{2} = 0$$

2) 3-ий член первой скобки, 2-ой – второй скобки и

1-й – третьей также в сумме дают нуль

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

3) Такая же схема 3-2-1 работает и для остальных скобок.

4) Для последних аналогично получим

$$\frac{1}{n} - \frac{2}{n} + \frac{1}{n} = 0$$

$$\frac{1}{n-1} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{n-1} = 0$$

$$\frac{1}{n-2} - \frac{2}{n-2} + \frac{1}{n-2} = 0$$

5) В итоге у нас останется

$\frac{1}{n+1} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2}$  и плюс  $\frac{1}{2}$  второй скобки (она так ни с чем и не сократилась).

$$S_n = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right)$$

3. Найдём сумму S ряда:

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{4}$$

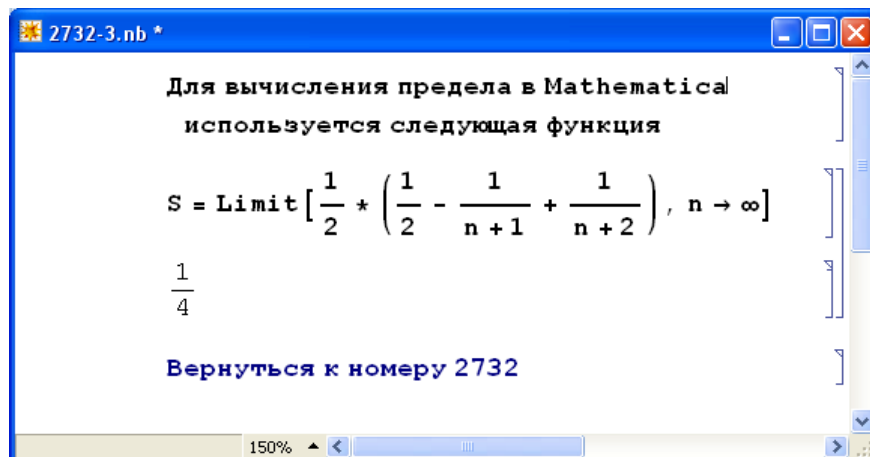


Рис. 54. Вычисление предела к задаче 2732

Мы получили  $S = \frac{1}{4}$ . По определению сходимости, если предел  $S_n$  есть конечное число, то ряд сходится.

Ответ:

$$S_n = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right)$$

$$S = \frac{1}{4}$$

### Решение задачи № 2735

1. Воспользуемся методом неопределённых коэффициентов и разложим дробь на сумму двух дробей:

$$\frac{n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} = \frac{An+B}{(2n-1)^2} + \frac{Cn+D}{(2n+1)^2}$$

Приведем к общему знаменателю и приравняем числители:

$$\begin{aligned} \frac{n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} &= \frac{4n^2 + 4n + 1 \cancel{An+B}}{(2n-1)^2} + \frac{4n^2 - 4n + 1 \cancel{Cn+D}}{(2n+1)^2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow n &= 4An^3 + 4An^2 + An + 4Bn^2 + 4Bn + B + 4Cn^3 - 4Cn^2 + Cn + 4Dn^2 - 4Dn + D \\ 0 \cdot n^3 &\left| \begin{array}{l} 4A + 4C = 0 \\ 4A + 4B - 4C + 4D = 0 \\ A + 4B + C - 4D = 1 \\ B + D = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем систему

$$\begin{bmatrix} A = -C \\ A + B - C + D = 0 \\ A + 4B + C - 4D = 1 \\ B = -D \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A = -C \\ B = -D \\ 4A + 4B + 4A - 4B = 0 \\ A + 4B - A + 4B = 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A = 0 \\ B = \frac{1}{8} \\ C = 0 \\ D = -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

$$\text{Итак, } \frac{n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} = \frac{1}{8(-1+2n)^2} - \frac{1}{8(1+2n)^2}$$

Выполненные действия оказались достаточно громоздкими и трудоемкими, в познавательном плане они мало эффективны, тем более при изучении темы данного занятия, отнимают много времени, поэтому рассмотрение разложения в КМС Mathematica (рис.55) является и проверкой промежуточных вычислений и сокращая время на рутинные вычислительные операции, освобождает время для рассмотрения новой темы.

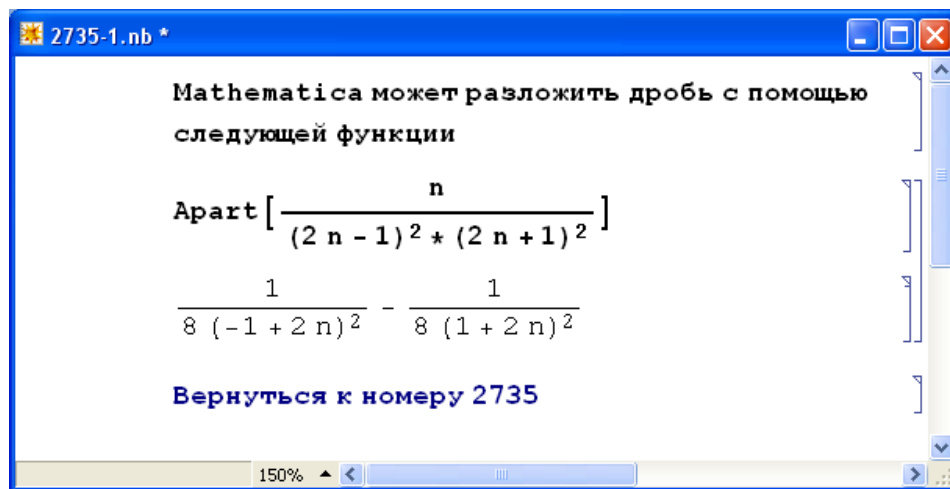


Рис.55. Гиперссылка к задаче 2735, показывающая разложение на сумму простейших дробей

2. Найдём сумму  $n$  первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{8(-1+2n)^2} - \frac{1}{8(1+2n)^2} \right) = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{(-1+2n)^2} - \frac{1}{(1+2n)^2} \right)$$

$$S_n = 8 \left( \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right) + \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{49}\right) + \dots + \left(\frac{1}{(2n-3)^2} - \frac{1}{(2n-1)^2}\right) + \left(\frac{1}{(2n-1)^2} - \frac{1}{(2n+1)^2}\right) \right)$$

Видно, что при суммировании останется лишь первый член первого выражения и последний последнего выражения.

$$S_n = 8 \left( 1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right)$$

3. Найдём сумму  $S$  ряда:

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{1}{\infty} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{8} (1 - 0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$S = \frac{1}{8}$ . По определению сходимости, если предел  $S_n$  есть конечное число, то ряд сходится.

### Решение задачи № 2848

Разложим данную функцию  $y = e^x \sin x$  (1) в ряд Маклорена, т.е. по степеням  $x$ :

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots \quad (2)$$

1. Продифференцируем функцию (1)  $n$  раз. Найдём значения функции  $f(x)$  и ее производных в точках  $x=0$

2848.nb \*

$$f'''(0) = e^0 2^{3/2} \sin\left[\frac{3\pi}{4} + 0\right] = 2$$

$$f^{IV}(0) = e^0 2^{4/2} \sin\left[\frac{4\pi}{4} + 0\right] = 0$$

$$f^V(0) = e^0 2^{5/2} \sin\left[\frac{5\pi}{4} + 0\right] = -4$$

...

$$f^{(n)}(0) = e^0 \sqrt{2^n} \sin\left[\frac{\pi n}{4} + 0\right] = \sqrt{2^n} \sin\left[\frac{\pi n}{4}\right]$$

Смотреть вычисление значения функции в системе Mathematica

150%

Рис.56.Нахождение производных и их значений в точке  $x=0$ 

В разложении возьмем 5 слагаемых, т.к. знакпеременный ряд удовлетворяет условиям признака Лейбница, а поэтому допускаемая погрешность по абсолютной величине должна быть меньше первого из отброшенных членов.

3. Итак, подставляя значения функций в точке  $x=0$  в формулу (2), получим разложение функции (1) в ряд Маклорена

$$y = e^x \sin[x] = x + x^2 + \frac{2x^3}{3!} - \frac{4x^5}{5!} + \dots + \sqrt{2^n} \sin\left[\frac{\pi n}{4}\right] \cdot \frac{x^n}{n!} + \dots$$

**Ответ:**

$$x + x^2 + \frac{2x^3}{3!} - \frac{4x^5}{5!} + \dots + \sqrt{2^n} \sin\left[\frac{\pi n}{4}\right] \cdot \frac{x^n}{n!} + \dots$$

### Решение задачи № 2900

Разложим функцию  $e^x$  в ряд Маклорена (т.е. по степеням  $x$ )

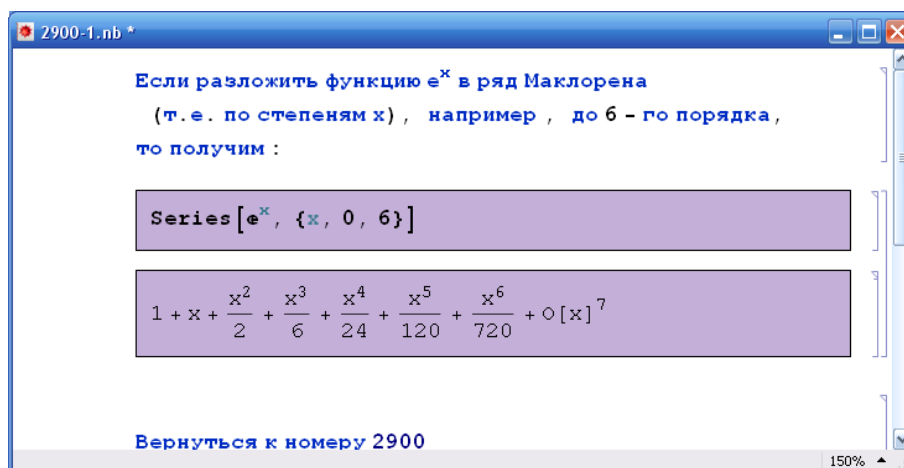


Рис. 57. Разложение функции в ряд Маклорена

Итак,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \dots$$

В нашем случае  $x = -\frac{1}{4} \Rightarrow$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{e}} = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2 \cdot 2} - \frac{1}{4^3 \cdot 6} + \frac{1}{4^4 \cdot 24} + \dots$$

Вычислим значения каждой дроби в КМС Mathematica (рис. 58).

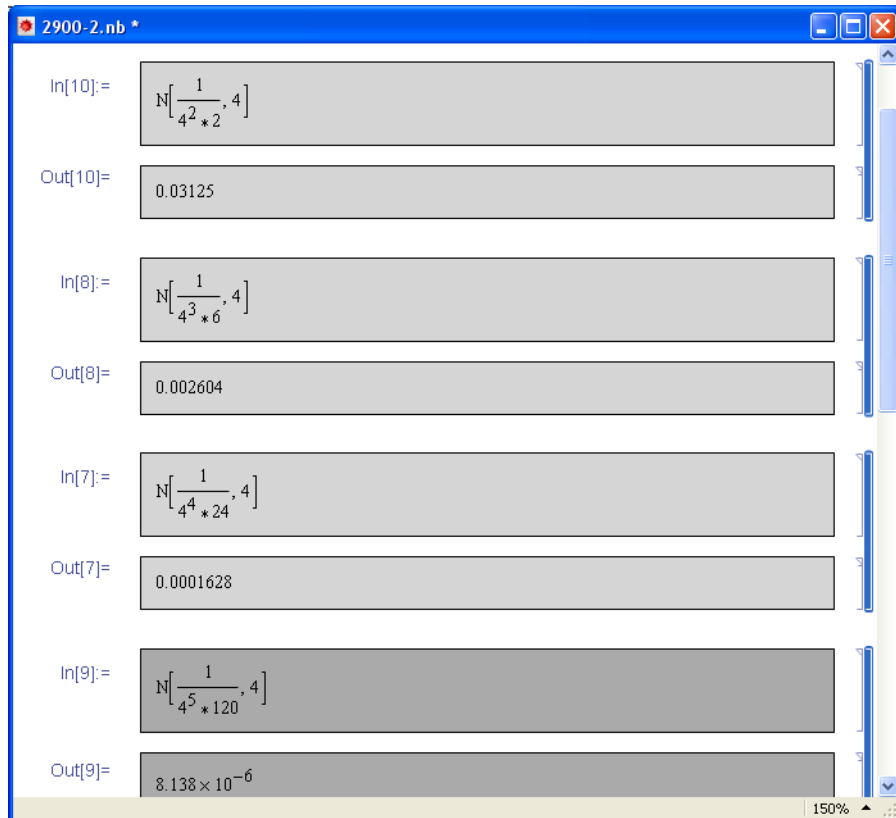


Рис.58. Вычисление значений дробей в разложении.

Первый из отброшенных членов равен

$$\frac{1}{4^5 \cdot 120} \approx 0.0000081$$

Легко видеть, что  $8,1 \cdot 10^{-6} < 0,0001$

Итак,

$$\frac{1}{\sqrt[4]{e}} \approx 1 - 0.25 + 0.03125 - 0.00260 + 0.00016$$

Вычислим значение  $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$  с точностью до 0.0001 (рис. 59).



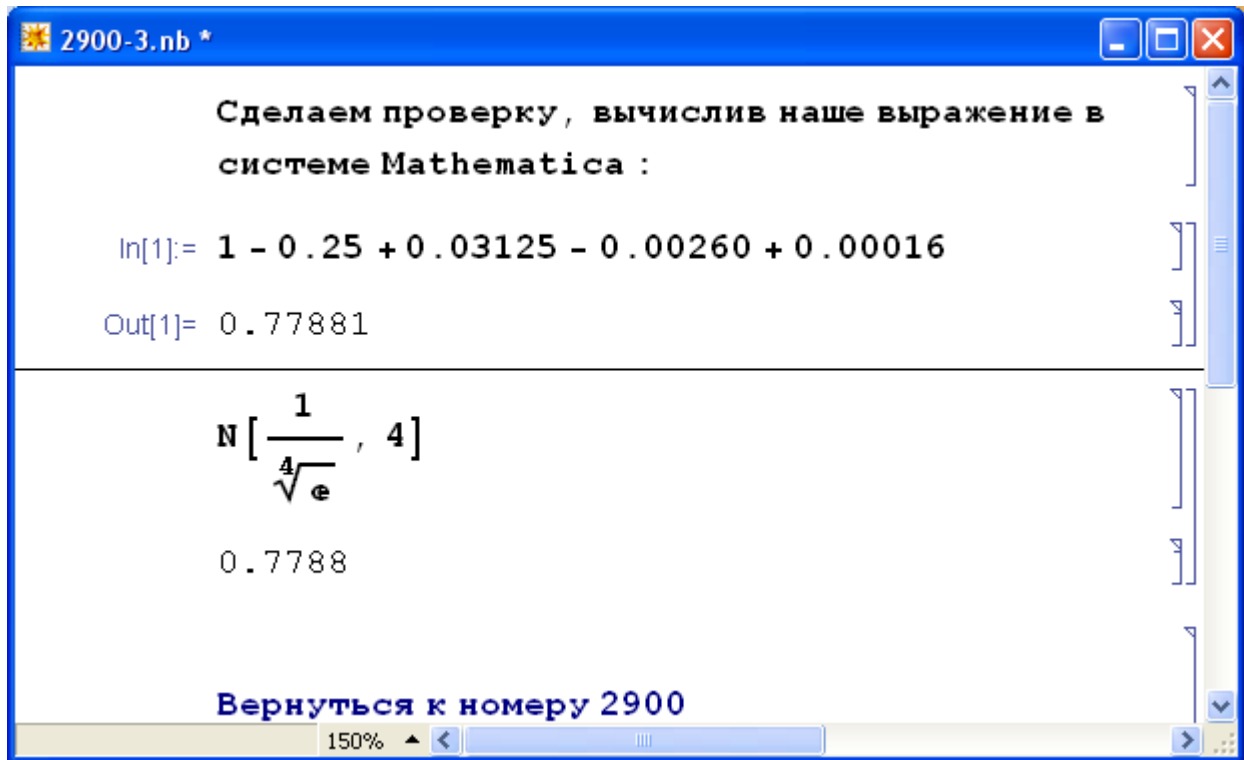


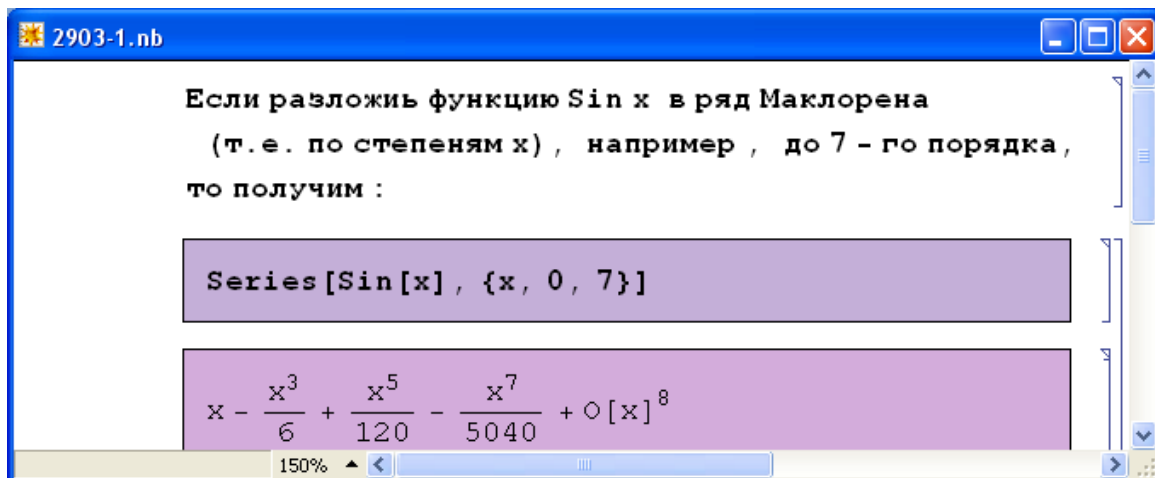
Рис. 59. Решение задачи 2900.

Так как решение должно быть с точностью 0.0001, то ответ

$$\frac{1}{\sqrt[4]{e}} = 0.7788$$

### Решение задачи № 2903

Разложим функцию  $\sin x$  в ряд Маклорена, т.е. по степеням  $x$  (рис.60).

Рис. 60. Разложение функции  $\sin x$  в ряд Маклорена

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Переведем градусы в радианы

$$10^\circ = \frac{10 \cdot \pi}{180} = 0.1745$$

В нашем случае  $x=0,1745 \rightarrow$

$$\sin x = \frac{0.1745}{1!} - \frac{(0.1745)^3}{3!} + \frac{(0.1745)^5}{5!} - \frac{(0.1745)^7}{7!} + \dots$$

Произведем вычисления. При необходимости можно воспользоваться гиперссылкой (рис.61).

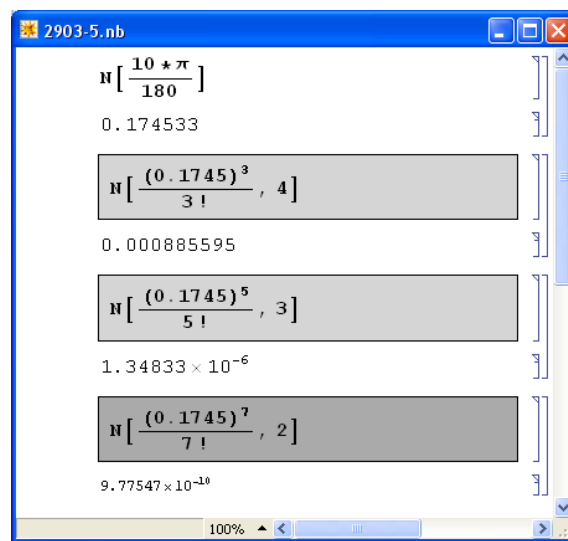


Рис. 61. Значения дробей в разложении к задаче 2903

Знакопеременный ряд удовлетворяет условиям признака Лейбница, а поэтому допускаемая погрешность по абсолютной величине должна быть меньше первого из отброшенных членов ряда. Первый из отброшенных членов равен:

$$\frac{0.1745^5}{5!} \approx 1.34833 \cdot 10^{-6} = 0.000001348 < 0.00001$$

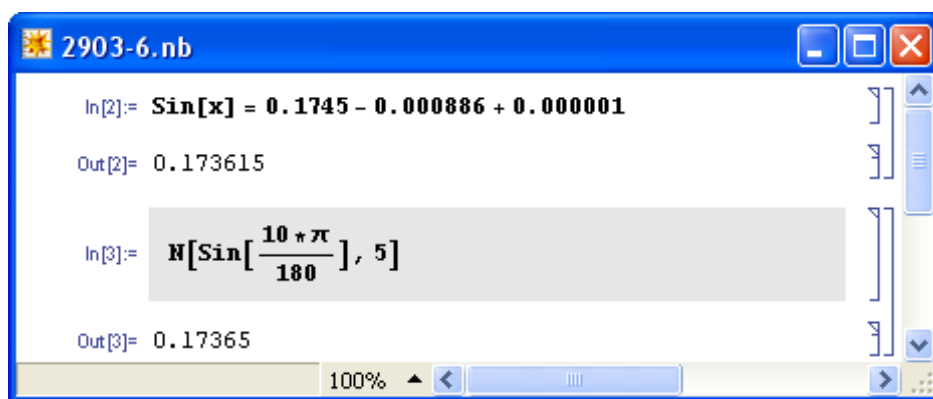


Рис.62. Значение  $\sin 10^\circ$  в результате разложения ряд.

$$\sin 10^\circ = 0.17365$$

### Решение задачи №2937

1. Для вычисления интеграла  $\int_0^{0.8} x^{10} \cdot \sin x dx$  будем использовать разложение в степенной ряд функции  $\sin x$ :

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{0.8} x^{10} \cdot \sin x dx &= \int_0^{0.8} x^{10} \cdot \left( x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \dots \right) dx = \\ &= \int_0^{0.8} \left( x^{11} - \frac{x^{13}}{6} + \frac{x^{15}}{120} - \frac{x^{17}}{5040} + \dots \right) dx = \\ &= \left( \frac{x^{12}}{12} - \frac{x^{14}}{84} + \frac{x^{16}}{1920} - \frac{x^{18}}{90720} + \dots \right) \Big|_0^{0.8} = \\ &= \frac{(0,8)^{12}}{12} - \frac{(0,8)^{14}}{84} + \frac{(0,8)^{16}}{1920} - \frac{(0,8)^{18}}{90720} + \dots \end{aligned}$$

Произведем вычисления, воспользуемся признаком Лейбница для остаточного члена и найдем интеграл. В случае необходимости вычисления можно проверить в КМС Mathematica (рис. 63).

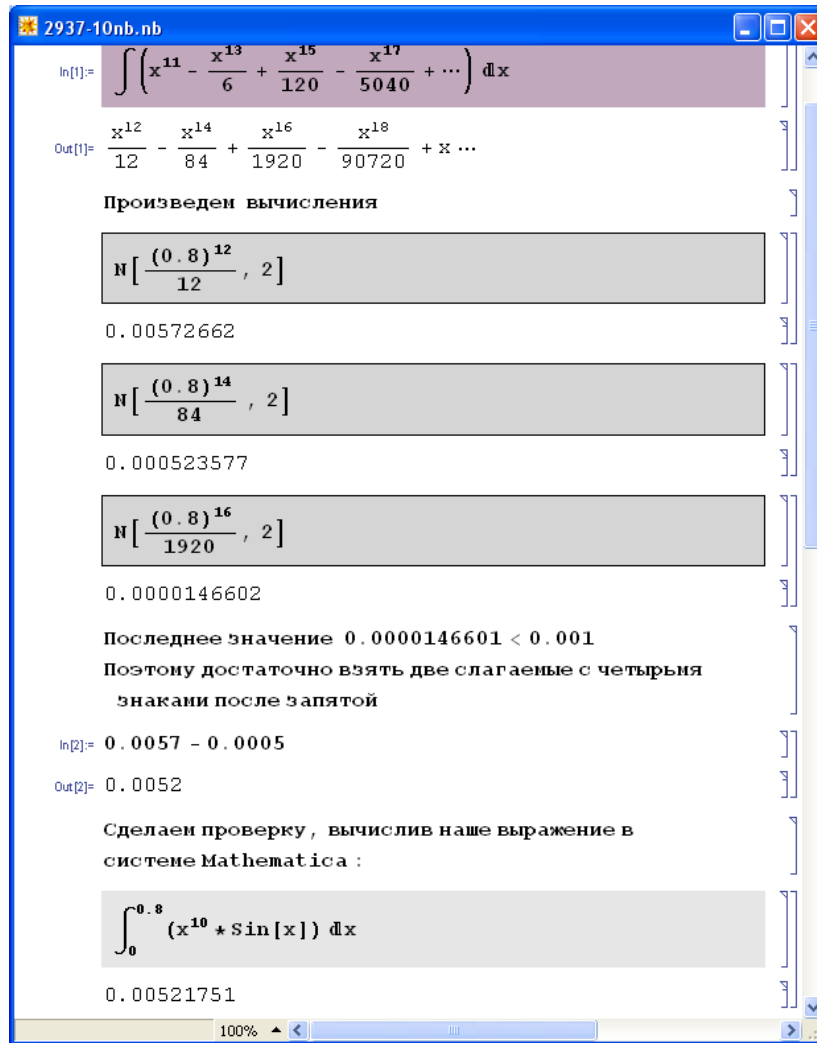


Рис. 63. Вычисления к задаче 2937

Ответ:  $\int_0^{0.8} x^{10} \cdot \sin x dx \approx 0.005$

### Решение задачи № 2938

Для вычисления интеграла  $\int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx$  будем использовать разложение в

степенной ряд функции  $\frac{1}{1+x}$  При необходимости можно воспользоваться гиперссылкой разложения функции в ряд Маклорена (рис. 64).

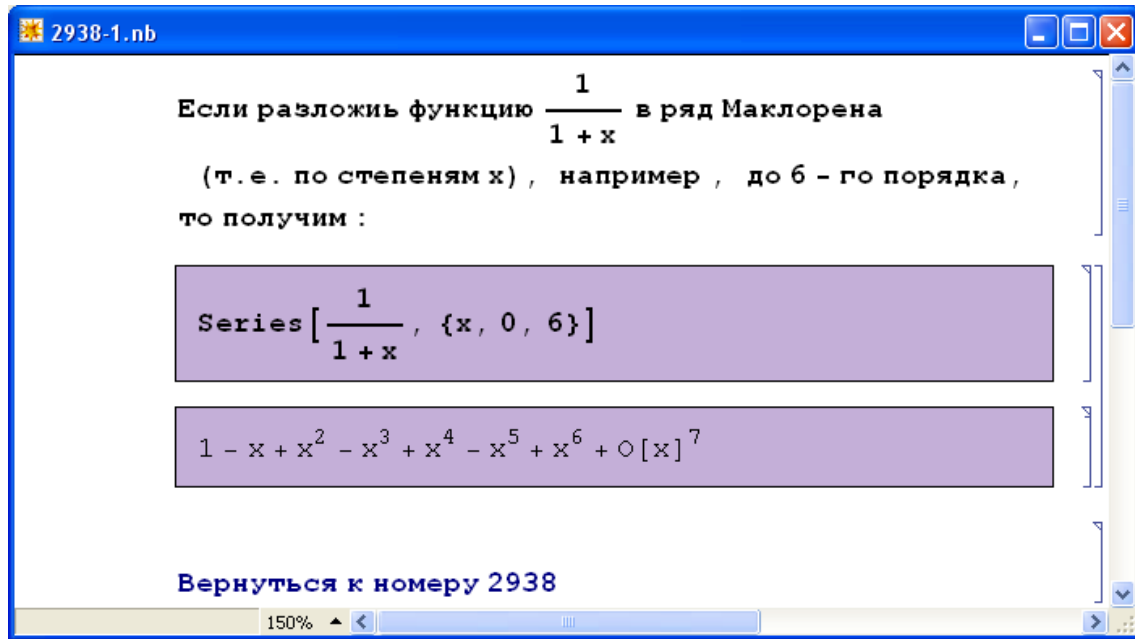


Рис. 64. Разложение функции  $\frac{1}{1+x}$  в ряд Маклорена

Тогда

$$\begin{aligned}
 \int_0^{0.5} x^{10} \cdot \frac{1}{1+x^4} dx &= \int_0^{0.5} (1 - x^4 + x^8 - x^{12} + x^{16} \dots) dx = \\
 &= \left( x - \frac{x^5}{5} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{13}}{13} + \frac{x^{17}}{17} \dots \right) \\
 &= \left( \frac{x^{11}}{12} - \frac{x^{14}}{84} + \frac{x^{16}}{1920} - \frac{x^{18}}{90720} + \dots \right) \Big|_0^{0.5} = \\
 &= 0,5 - \frac{0,5^5}{5} + \frac{0,5^9}{9} - \frac{0,5^{13}}{13} + \frac{0,5^{17}}{17} + \dots
 \end{aligned}$$

Произведем вычисления (рис. 65).

$$\frac{0,5^{13}}{13} \approx 0,00000939$$

Легко видеть, что  $9,39 \cdot 10^{-6} < 0,001 \Rightarrow$  берем только 3 слагаемых.

Итак,

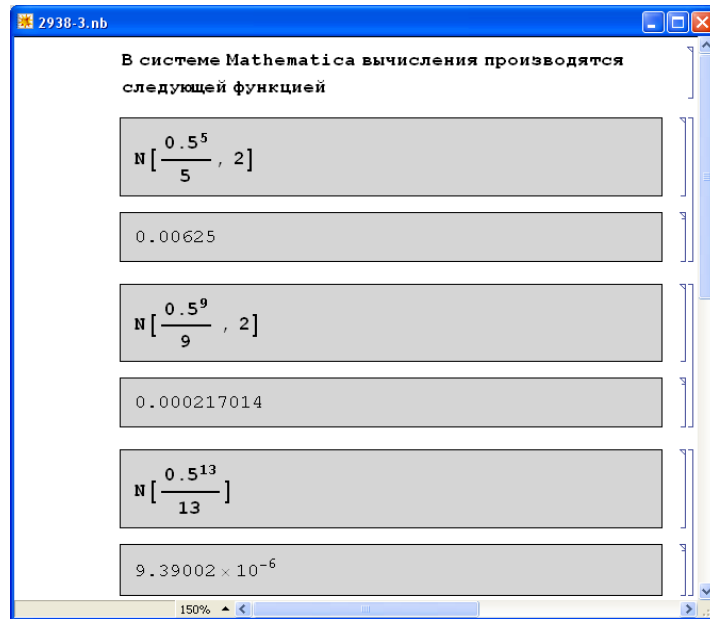


Рис.65.Вычисление слагаемых в разложении к задаче 2938

$$\int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx \approx 0,5 - 0,0063 + 0,0002 \approx 0,4939$$

$$\text{Т.к. } \varepsilon = 0,001 \Rightarrow \int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx \approx 0,494$$

Можно сделать проверку в системе Mathematica (рис. 66).

Ответ:  $\int_0^{0.5} \frac{1}{1+x^4} dx \approx 0,494$

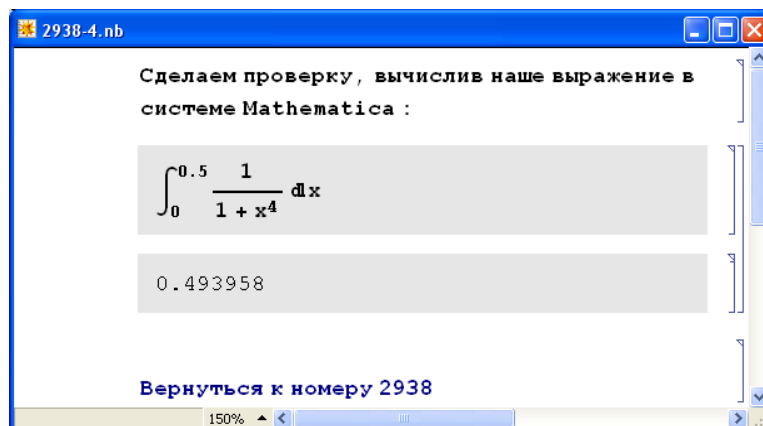


Рис. 66.Проверка вычислений к задаче 2938

*Решение задачи № 1*

Так как  $4^3$  является ближайшим к числу 68 кубом целого числа, то  $68 = 4^3 + 4$ .

$$\sqrt[3]{68} = \sqrt[3]{4^3 + 4} = 4 \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{1}{16}} = 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Раскладываем в ряд функцию  $(1+x)^{\frac{1}{3}}$ , используя разложение дифференциального бинома  $(1+x)^m$  (рис 67).

Итак,

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots$$

В нашем случае  $m = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} (1+x)^m &= 1 - \frac{\frac{1}{3}}{1!}x + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)}{2!}x^2 + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{3}-2)}{3!}x^3 + \dots = \\ &= 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1 \cdot 2}{3^2 \cdot 2!}x^2 + \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{3^3 \cdot 3!}x^3 - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8}{3^4 \cdot 4!}x^4 + \dots \end{aligned}$$

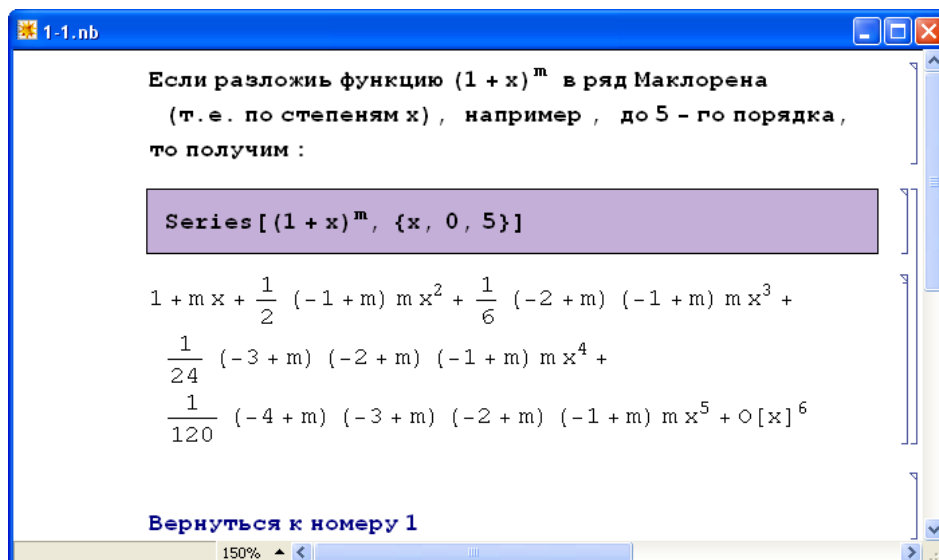


Рис. 67. Разложение в ряд Маклорена дифференциального бинома

Полагая в полученном разложении  $x=1/16$  умножая ряд на 4, получаем:

$$\sqrt[3]{68} = 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3}} = 4 \cdot \left(1 + \frac{1 \cdot 2}{3^2 \cdot 2! \cdot 16^2} + \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{3^3 \cdot 3! \cdot 16^3} - \dots\right)$$

Произведем вычисления (рис. 68).

Из рис. 67 видно, что четвёртый член меньше 0.001:

$$4 \cdot 0,000015 = 0,00006 < 0,001$$

Поэтому все члены, начиная с четвёртого, можно отбросить. Итак,

$$\sqrt[3]{68} = 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 4 + 4 \cdot 0,0208 - 4 \cdot 0,0004 \approx 4,0816$$

$$\varepsilon = 0,001 \Rightarrow \sqrt[3]{68} \approx 4,082$$

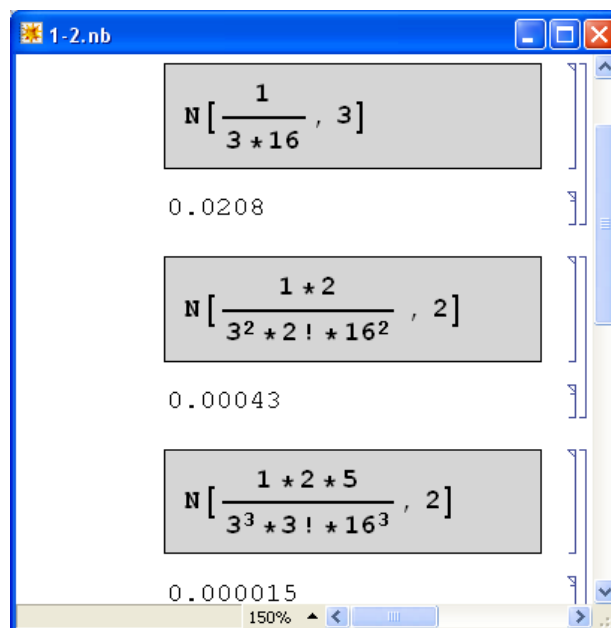


Рис.68. Вычисления дробей к задаче №2

Проверим результат в системе Mathematica (рис.69).

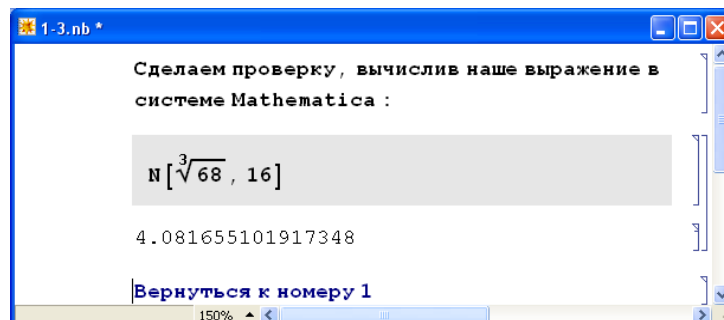




Рис. 69. Нахождение значения  $\sqrt[3]{68}$  в КМС Mathematica

Ответ:  $\sqrt[3]{68} \approx 4,082$

### Решение задачи №2

Для нахождения  $\ln 2$  с точностью до 0.0001 воспользуемся разложением

$\frac{1+x}{1-x}$  в ряд Маклорена (рис. 70).

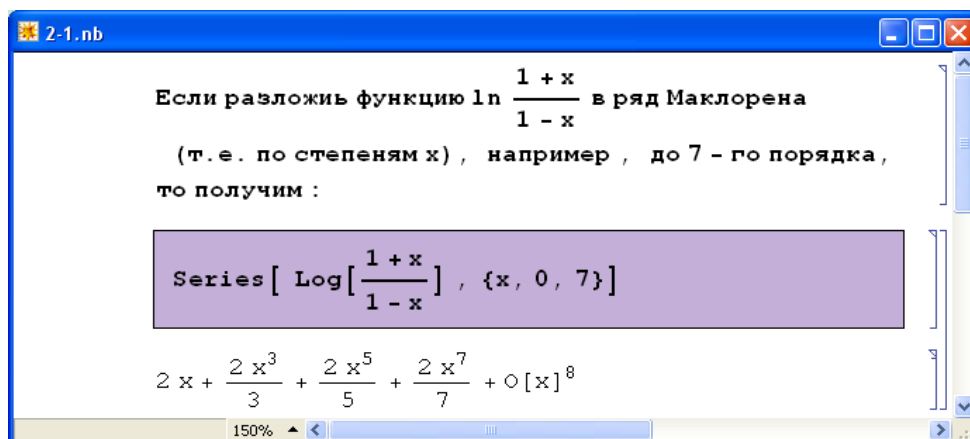


Рис. 70. Разложение функции  $\ln \frac{1+x}{1-x}$  в ряд Маклорена

В разложении функции  $\ln \frac{1+x}{1-x}$  положим  $\frac{1+x}{1-x} = 2$ , тогда  $x = \frac{1}{3}$  и,

следовательно,

$$\ln 2 = 2 \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 3^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^5} + \frac{1}{7 \cdot 3^7} + \dots \right)$$

Заданную точность обеспечивают четыре члена, так как для оценки по-

грешности имеем неравенство  $|R_n(x)| < \left| \frac{2x^{2n+1}}{(2n+1) \cdot (1-x^2)} \right|$ , из которого при

$n = 4$  и  $x = \frac{1}{3}$ , получаем

$$|R_4(x)| < \frac{2 \cdot \frac{1}{3^9}}{9 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{2 \cdot 9}{3^9 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{3^9 \cdot 4} = 0,000013 < 0,0001$$

Следовательно, все члены после четвёртого можно отбросить. Проведем вычисление каждой дроби в разложении (рис. 71).

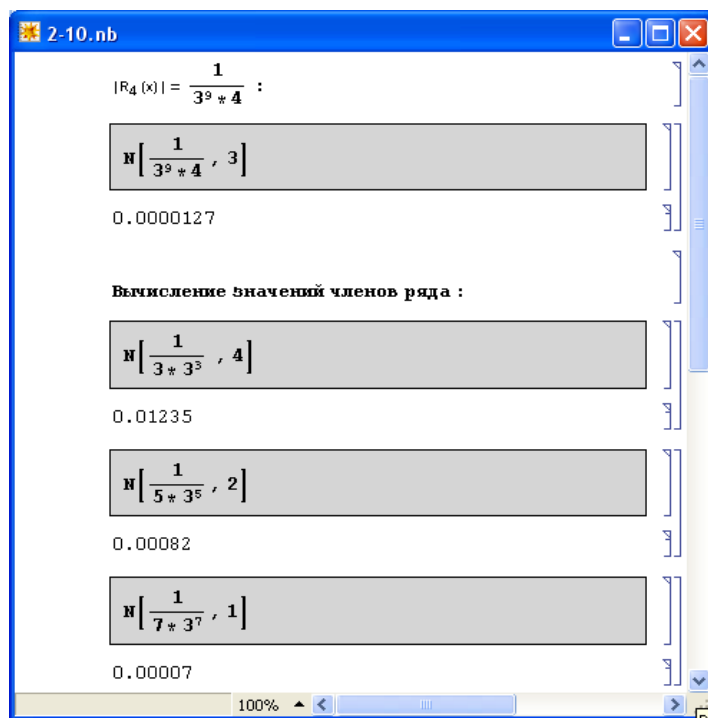


Рис. 71. Вычисление значений дробей к задаче №2

Итак,

$$\ln 2 = 2(0.33333 + 0.01235 + 0.00082 + 0.00007) = 0.69314$$

Место для формулы.

$$= 0.0001 \Leftrightarrow \ln 2 \approx 0.6931$$

Проверим вычисления в системе Mathematica (рис 72).

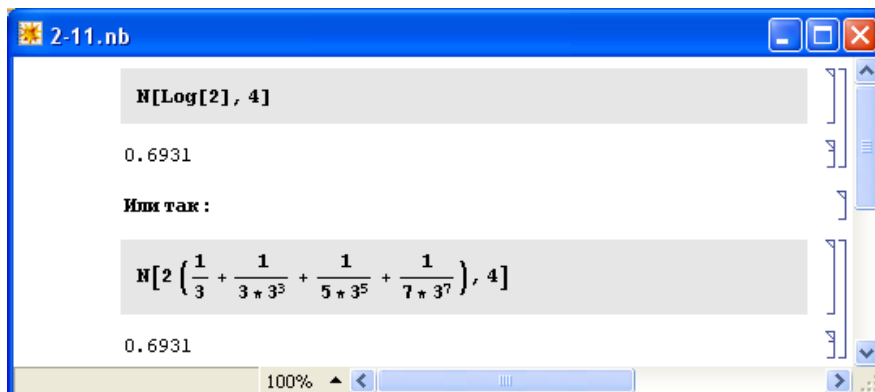


Рис. 72. Проверка вычислений в системе Mathematica

Ответ:  $\ln 2 \approx 0.6931$

В результате подобной организации практического занятия достигаются условия комфортности получения знаний по данной теме. Помощь КМС Mathematica приводит к более быстрому усвоению, значительно увеличивается темп и эффективность занятия. Высвобождение времени вполне закономерно приводит к изменению содержания математической дисциплины в техническом вузе в сторону практического применения математики к задачам физики и техники.

Рассмотрим следующую физическую задачу, в которой для упрощения вычислений применяется разложение в ряд.

Найти период полураспада радия  $\text{Ra}^{226}$ , если известно сколько ядер распадаются в 1 кг радия за 1 секунду.

### Решение

Запишем закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$N_0$  – начальное число нераспавшихся ядер в момент времени  $t=0$ ,

$N$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ ,

$\lambda$  – постоянная радиоактивного распада для данного вещества

Т.к. для периода полураспада ( $T_{1/2}$ ):

$$N = \frac{N_0}{2} \text{ у } t = T_{1/2} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T_{1/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Количество распавшихся ядер найдем из разницы:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda \tau}) = N_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau}\right),$$

где  $\tau = 1\text{с}$

Воспользуемся разложением функции  $e^x$  в степенной ряд

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

Т.к. величина  $\frac{\tau \cdot \ln 2}{T_{1/2}}$  мала  $\Rightarrow$  возьмем лишь первые два члена разложения

$$\Delta N = N_0 \cdot \left( 1 - 1 + \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau \right) = N_0 \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau = N_0 \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (\text{т.к. } \tau = 1\text{с})$$

Т.к. величина  $\frac{\tau \cdot \ln 2}{T_{1/2}}$  мала  $\Rightarrow$  возьмем лишь первые два члена разложения

$$\Delta N = N_0 \cdot \left( 1 - 1 + \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau \right) = N_0 \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tau = N_0 \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad (\text{т.к. } \tau = 1\text{с})$$

Число нераспавшихся ядер  $N_0$  можем найти из соотношения

$$\frac{m}{M} = \frac{N_0}{N_A} \Rightarrow N_0 = \frac{m \cdot N_A}{M}$$

где  $m = 1$  кг,

$M = 0,226$  кг,

$N_A$  – постоянная Авогадро

Итак,

$$\Delta N = \frac{m \cdot N_A}{M} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{N_A}{M} \cdot \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{N_A \cdot \ln 2}{M \cdot \Delta N}$$

Ответ:  $T_{1/2} = \frac{N_A \cdot \ln 2}{M \cdot \Delta N}$